

Buku Panduan Guru
Matematika

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI

2022

SMP/MTs Kelas IX

Hak Cipta pada Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Republik Indonesia
Dilindungi Undang-Undang

Penafian: Buku ini disiapkan oleh Pemerintah dalam rangka pemenuhan kebutuhan buku pendidikan yang bermutu, murah, dan merata sesuai dengan amanat dalam UU No. 3 Tahun 2017. Buku ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi. Buku ini merupakan dokumen hidup yang senantiasa diperbaiki, diperbarui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan yang dialamatkan kepada penulis atau melalui alamat surel buku@kemdikbud.go.id diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.

Buku Panduan Guru Matematika untuk SMP/MTs Kelas IX

Penulis

Yosep Dwi Kristanto
Muhammad Taqiyuddin
Elyda Yulfiana
Indra Rukmana

Penelaah

Sugiman
Sugi Guritman

Penyelia/Penyelaras

Supriyatno
Lenny Puspita Ekawaty
Helga Kurnia
Eko Budiono
Berthin Sappang
Sofia Nida Khoerunnisa

Kontributor

Fitri Merry Yuliana
Wulan Wijang Panampi

Ilustrator

Ali Shandy Ramadhan

Penyunting

Wahyu Setyaningrum

Desainer

Suhardiman

Penerbit

Pusat Perbukuan
Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan
Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Kompleks Kemdikbudristek Jalan RS. Fatmawati, Cipete, Jakarta Selatan
<https://buku.kemdikbud.go.id>

Cetakan pertama, 2022
ISBN 978-602-244-880-8 (no.jil.lengkap)
ISBN 978-602-427-901-1 (jil.3)

Isi buku ini menggunakan huruf Noto Serif 12/16 pt, (SIL Open Font License (OFL)).
xii, 276 hlm.: 17,6 × 25 cm.

Kata Pengantar

Pusat Perbukuan; Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan; Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi memiliki tugas dan fungsi mengembangkan buku pendidikan pada satuan Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah, termasuk Pendidikan Khusus. Buku yang dikembangkan saat ini mengacu pada Kurikulum Merdeka. Kurikulum ini memberikan keleluasaan bagi satuan/program pendidikan dalam mengimplementasikan kurikulum dengan prinsip diversifikasi sesuai dengan kondisi satuan pendidikan, potensi daerah, dan peserta didik.

Pemerintah dalam hal ini Pusat Perbukuan mendukung implementasi Kurikulum Merdeka di satuan pendidikan dengan mengembangkan buku siswa dan buku panduan guru sebagai buku teks utama. Buku ini dapat menjadi salah satu referensi atau inspirasi sumber belajar yang dapat dimodifikasi, dijadikan contoh, atau rujukan dalam merancang dan mengembangkan pembelajaran sesuai karakteristik, potensi, dan kebutuhan peserta didik.

Adapun acuan penyusunan buku teks utama adalah Pedoman Penerapan Kurikulum dalam rangka Pemulihan Pembelajaran yang ditetapkan melalui Keputusan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi No. 262/M/2022 Tentang Perubahan atas Keputusan Mendikbudristek No. 56/M/2022 Tentang Pedoman Penerapan Kurikulum dalam rangka Pemulihan Pembelajaran, serta Keputusan Kepala Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Nomor 033/H/KR/2022 tentang Perubahan Atas Keputusan Kepala Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Nomor 008/H/KR/2022 tentang Capaian Pembelajaran pada Pendidikan Anak Usia Dini, Jenjang Pendidikan Dasar, dan Jenjang Pendidikan Menengah pada Kurikulum Merdeka.

Sebagai dokumen hidup, buku ini tentu dapat diperbaiki dan disesuaikan dengan kebutuhan dan perkembangan keilmuan dan teknologi. Oleh karena itu, saran dan masukan dari para guru, peserta didik, orang tua, dan masyarakat sangat dibutuhkan untuk pengembangan buku ini di masa yang akan datang. Pada kesempatan

ini, Pusat Perbukuan menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah terlibat dalam penyusunan buku ini, mulai dari penulis, penelaah, editor, ilustrator, desainer, dan kontributor terkait lainnya. Semoga buku ini dapat bermanfaat khususnya bagi peserta didik dan guru dalam meningkatkan mutu pembelajaran.

Jakarta, Desember 2022
Kepala Pusat,

Supriyatno
NIP 196804051988121001

Prakata

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas rahmat dan pendampinganNya kami telah menyelesaikan Buku Panduan Guru Matematika untuk Kelas IX. Buku ini ditujukan agar dapat dijadikan guru sebagai panduan untuk menggunakan Buku Siswa di dalam pembelajaran matematika. Dengan demikian, fitur-fitur yang disediakan Buku Siswa dapat dimanfaatkan secara optimal dalam merencanakan, memandu, dan mengelola pembelajaran matematika yang efektif, menyenangkan, dan inovatif.

Tujuan berikutnya, buku ini dimaksudkan agar dapat menyediakan contoh-contoh pembelajaran matematika untuk setiap topik yang disajikan di dalam Buku Siswa. Contoh-contoh pembelajaran yang disediakan dalam buku ini disusun berdasarkan teori, pendekatan, prinsip, model, dan metode pembelajaran matematika terkini dan berpusat kepada peserta didik. Lebih jauh, penyusunan contoh-contoh pembelajaran tersebut juga didasarkan pada target dan sasaran buku ini, yaitu guru matematika, agar dapat diadaptasi dan diimplementasikan secara mudah di kelas dan sekolahnya masing-masing.

Penyajian materi buku ini secara umum dibagi menjadi dua, yaitu pemaparan dalam panduan umum dan panduan khusus. Panduan umum berisi pendahuluan, capaian pembelajaran, dan strategi umum pembelajaran. Di dalam panduan umum tersebut, guru dapat melihat gambaran umum cita-cita dan strategi pembelajaran matematika di kelas IX. Panduan khusus berisi contoh-contoh pembelajaran untuk tiap-tiap bab. Secara detail, panduan khusus untuk tiap bab tersebut memberikan alternatif aktivitas-aktivitas pembelajaran yang dapat diadaptasi dan diimplementasikan guru di dalam kelas.

Kami mengucapkan terima kasih kepada banyak pihak yang telah berkontribusi dalam penyusunan buku panduan guru ini. Secara khusus, kami berterima kasih kepada Prof. Sugiman (Universitas Negeri

Yogyakarta) dan Dr. Drs. Sugi Guritman (Institut Pertanian Bogor) yang telah menjadi penelaah isi buku ini.

Tiada gading yang tak retak, demikian juga dengan isi buku panduan guru ini. Kami mengakui bahwa buku ini memiliki kekurangan dan keterbatasan. Oleh karena itu, kami menerima saran dan kritik demi perbaikan buku ini.

Jakarta, September 2022

Tim Penulis

Daftar Isi

Kata Pengantar	iii
Prakata	v
Daftar Isi	vii
Daftar Gambar	ix

Panduan Umum

A. Pendahuluan	1
B. Capaian Pembelajaran	2
1. Capaian Pembelajaran Fase D	2
2. Alur Tujuan Pembelajaran Kelas IX	6
C. Penjelasan Buku Siswa	9
D. Strategi Umum Pembelajaran	11
1. Prinsip-Prinsip Desain Pembelajaran	11
2. Metode-Metode Pembelajaran	12
E. Pembelajaran Alternatif	22
F. Integrasi Teknologi	22
G. Sistem Penilaian Hasil Belajar	26
H. Interaksi Guru dengan Orang Tua	26

Panduan Khusus – Bab I Sistem Persamaan Linear Dua Variabel 27

A. Pendahuluan	28
1. Tujuan Pembelajaran	28
2. Pokok Materi	28
3. Hubungan dengan Materi Lain	29
B. Kaitan dengan Profil Pelajar Pancasila	29
C. Skema Pembelajaran	31
D. Panduan Pembelajaran	33
1. Subbab A Persamaan Linear Dua Variabel	33
2. Subbab B Sistem Persamaan Linear Dua Variabel	40
E. Kunci Jawaban Uji Kompetensi	68
F. Kunci Jawaban Proyek	79
G. Refleksi Guru	80

Panduan Khusus – Bab 2 Bangun Ruang81

A. Pendahuluan	82
1. Tujuan Pembelajaran	82
2. Pokok Materi	82
3. Hubungan dengan Materi Lain	83
B. Kaitan dengan Profil Pelajar Pancasila	83
C. Skema Pembelajaran	88
D. Panduan Pembelajaran	92
1. Subbab A Klasifikasi Bangun Ruang dan Jaring-Jaring	92
2. Subbab B Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Datar	98
3. Subbab C Volume Bangun Ruang Sisi Datar	107

4. Subbab D Lingkaran	113
5. Subbab E Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Lengkung ...	129
6. Subbab F Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung	134
E. Kunci Jawaban Uji Kompetensi	142
F. Kunci Jawaban Proyek	144
G. Refleksi Guru	144
Panduan Khusus – Bab III Transformasi Geometri	147
A. Pendahuluan.....	146
1. Tujuan Pembelajaran	146
2. Pokok Materi.....	146
3. Hubungan dengan Materi Lain	147
B. Kaitan dengan Profil Pelajar Pancasila.....	147
C. Skema Pembelajaran	150
D. Panduan Pembelajaran	153
1. Subbab A Translasi (Pergeseran)	153
2. Subbab B Refleksi (Pencerminan).....	160
3. Subbab C Rotasi (Perputaran)	175
4. Subbab D Kekongruenan.....	183
5. Subbab E Dilatasi (Pembesaran)	194
E. Kunci Jawaban Uji Kompetensi	200
F. Kunci Jawaban Proyek	203
G. Refleksi Guru	203
Panduan Khusus – Bab IV Peluang dan Pemilihan Sampel	207
A. Pendahuluan.....	206
1. Tujuan Pembelajaran	206
2. Pokok Materi.....	206
3. Hubungan dengan Materi Lain	207
B. Hubungan dengan Profil Pelajar Pancasila.....	208
C. Skema Pembelajaran	212
D. Sumber Lain.....	215
E. Panduan Pembelajaran.....	216
1. Subbab A Peluang.....	216
2. Subbab B Peluang Empiris.....	232
3. Subbab C Frekuensi Harapan	243
4. Subbab D Pemilihan Sampel	249
F. Kunci Jawaban Uji Kompetensi	258
G. Kunci Jawaban Proyek	260
H. Pengayaan.....	261
1. Pemecahan Masalah.....	261
I. Refleksi Guru	263
Glosarium	264
Daftar Pustaka	265
Indeks	267
Profil Pelaku Perbukuan.....	269

Daftar Gambar

Gambar 1	Penggunaan Kalkulator Grafik Desmos	23
Gambar 2	Aktivitas Kelas Desmos “Nuansa Jingga”	23
Gambar 3	Contoh Pemanfaatan GeoGebra dalam Aktivitas Interaktif	24
Gambar 4	Penggunaan CODAP dalam “Gim Menebak Kartu”	25
Gambar 1.1	Memilih Grafik	33
Gambar 1.2	Grafik Hubungan Berat Beras Merah dan Tepung Terigu	35
Gambar 1.3	Grafik Persamaan $-3x + 2y = 12$, dengan x dan y Bilangan Real	38
Gambar 1.4	Grafik Persamaan $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ dengan x dan y Bilangan Real	40
Gambar 1.5	Grafik dari Cerita	42
Gambar 1.6	Perjalanan	43
Gambar 1.7	Grafik $\begin{cases} 6x + 5y = 9 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$	46
Gambar 1.8	Grafik Tiga SPLDV	48
Gambar 1.9	Grafik $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 26 \end{cases}$	61
Gambar 1.10	Grafik $\begin{cases} 4x - 8y = -2 \\ x - 2y = -\frac{1}{2} \end{cases}$	62
Gambar 1.11	Grafik $\begin{cases} y = 428.637x \\ y = 18.775.000 \end{cases}$	80
Gambar 2.1	Memilih dan Menalar Bangun Ruang	92
Gambar 2.2	Memilih dan Menalar Luas	99
Gambar 2.3	Memilih dan Menalar Volume	107
Gambar 2.4	Diameter dan Jari-Jari Lingkaran	115
Gambar 2.5	Daerah Target Lemparan Abel	126
Gambar 3.1	Ruas Garis Berarah	154
Gambar 3.2	Translasi layang-layang A ke C	154
Gambar 3.3	Hasil Translasi ΔABC oleh $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$	157
Gambar 3.4	Hasil Translasi Garis $3x - 2y = 12$ oleh $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$	158
Gambar 3.5	Hasil Translasi segi empat $EFGH$	159
Gambar 3.6	Translasi Layang-layang $KLMN$	159
Gambar 3.7	Refleksi ΔABC terhadap Sumbu x , Sumbu y , dan $O(0,0)$	163

Gambar 3.8	Refleksi $\triangle ABC$ Terhadap Sumbu y	165
Gambar 3.9	Refleksi Ruas Garis AB Terhadap $O(0,0)$	165
Gambar 3.10	Refleksi $y = 3x - 4$ Terhadap Sumbu x	166
Gambar 3.11	Refleksi Terhadap $y = x$	167
Gambar 3.12	Refleksi Terhadap $y = -x$	167
Gambar 3.13	Refleksi Titik A dan Titik B Terhadap $x = 4$	171
Gambar 3.14	Refleksi Titik A dan Titik B Terhadap $y = 4$	172
Gambar 3.15	Hasil Refleksi Terhadap Sumbu x , Sumbu y , dan $O(0,0)$	174
Gambar 3.16	Hasil Refleksi Terhadap Garis $y = x$ dan Garis $y = -x$...	174
Gambar 3.17	Refleksi Segi Empat $KLMN$ Terhadap $x = 3$	174
Gambar 3.18	Refleksi $\triangle ABC$ terhadap $y = 2$	175
Gambar 3.19	Pusat dan Arah Rotasi.....	176
Gambar 3.20	Rotasi Titik A dan Titik B	177
Gambar 3.21	Rotasi Segitiga ABC	177
Gambar 3.22	Rotasi $[O, 180^\circ]$ Sama Dengan Refleksi Terhadap Titik Pusat O	178
Gambar 3.23	Segitiga KLM dan Hasil Rotasinya.....	179
Gambar 3.24	Rotasi Segitiga RST Terhadap Pusat Q	180
Gambar 3.25	Rotasi $\triangle ABC$ terhadap Pusat $O(0,0)$ Sebesar 90°	180
Gambar 3.26	Rotasi Segi Empat $KLMN$ Terhadap Pusat $O(0,0)$ Sebesar 180°	181
Gambar 3.27	Rotasi $\triangle ABC$ Terhadap Pusat $O(0,0)$ Sebesar 180°	181
Gambar 3.28	Rotasi $\triangle HIJ$ Terhadap Pusat $O(0,0)$ Sebesar 90°	18
Gambar 3.29	Rotasi $\triangle KLM$ Terhadap $O(0,0)$ Sebesar 180°	182
Gambar 3.30	Transformasi 6.a.....	182
Gambar 3.31	Transformasi 6.b.....	182
Gambar 3.32	Transformasi 6.c.....	182
Gambar 3.33	Rangkaian Transformasi 3.a.....	184
Gambar 3.34	Rangkaian Transformasi 3.b.....	185
Gambar 3.35	Rangkaian Transformasi 3.c.....	185
Gambar 3.36	Rangkaian Transformasi Kaku.....	186
Gambar 3.37	Rangkaian Transformasi Kaku yang Dilakukan Ahmad.....	187
Gambar 3.38	Rangkaian Transformasi Kaku Lain yang Dapat Dilakukan Ahmad.....	187
Gambar 3.39	Contoh Segitiga Tidak Kongruen Dengan Kriteria S-S-Sd.....	191
Gambar 3.40	Bangun P dan Bangun Q	192
Gambar 3.41	Segitiga ABC	192
Gambar 3.42	Segi Banyak.....	193

Gambar 3.43	Kemungkinan Segitiga-Segitiga yang Kongruen.....	193
Gambar 3.44	Hasil Dilatasi $\triangle PQR$	196
Gambar 3.45	Dilatasi $\triangle ABC$ Terhadap $\left[O, \frac{1}{2}\right]$	197
Gambar 3.46	Dilatasi Persegi Terhadap $\left[O, 1\frac{1}{2}\right]$	198
Gambar 3.48	Dilatasi Trapesium Terhadap $\left[O, 1\frac{1}{2}\right]$	198
Gambar 3.47	Dilatasi Segi Enam Terhadap $\left[O, 1\frac{1}{2}\right]$	198
Gambar 3.49	Dilatasi $\triangle ABC$ Terhadap $[O, 2]$	199
Gambar 3.50	Dilatasi $\triangle OVW$	199
Gambar 3.51	Hasil Refleksi Terhadap Garis Refleksi l	200
Gambar 3.52	Hasil Rotasi Titik Pusat O Sebesar 180°	200
Gambar 3.53	Hasil Translasi Segi Empat	201
Gambar 3.54	Transformasi $(x, y) \rightarrow (x + 3, y)$	201
Gambar 3.55	Transformasi $(x, y) \rightarrow (-x, y)$	201
Gambar 3.56	Permainan Golf I	202
Gambar 3.57	Permainan Golf II.....	202
Gambar 3.58	Menemukan Persimpangan Terdekat	202
Gambar 4.1	Prediksi IPM Indonesia	217
Gambar 4.2	Contoh Diagram Batang, Diagram Lingkaran, dan Diagram Garis	220
Gambar 4.3	Pecahan dan Posisinya pada Garis Bilangan	233
Gambar 4.4	Hasil Percobaan Teman 1, 2, dan 3	235
Gambar 4.5	Kemungkinan Roda Putar Dhien	240
Gambar 4.6	Frekuensi Relatif Percobaan-Percobaan Sondang	243
Gambar 4.7	Tangkapan Layar Simulasi di CODAP	246
Gambar 4.8	Hasil Simulasi 50 Pemain	262

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Buku Panduan Guru Matematika
untuk SMP/MTs Kelas IX
Penulis: Yosep Dwi Kristanto, dkk
ISBN: 978-602-427-901-1 (jil. 3)

Panduan Umum



A. Pendahuluan

Buku teks pelajaran merupakan salah satu faktor penting yang mempengaruhi bagaimana matematika dipelajari peserta didik. Akan tetapi, guru memiliki peran yang lebih krusial dalam menentukan pengalaman belajar seperti apa yang akan dialami oleh peserta didiknya. Dengan alasan seperti ini, kami tidak hanya menyediakan Buku Siswa, tetapi kami juga menyediakan Buku Panduan Guru sebagai sarana untuk berbagi contoh-contoh praktik pembelajaran matematika yang berpotensi untuk dilaksanakan di dalam pembelajaran matematika.

Tujuan utama Buku Panduan Guru ini ada dua. Tujuan pertama adalah memberikan gambaran kepada guru untuk menggunakan Buku Siswa di dalam pembelajaran matematika. Buku ini menjelaskan fungsi dan peranan tiap-tiap komponen dalam Buku Siswa agar komponen-komponen tersebut dapat dimanfaatkan secara optimal.

Tujuan kedua buku ini adalah memberikan contoh-contoh pembelajaran bagi guru untuk mengajarkan matematika kepada peserta didiknya. Contoh-contoh tersebut dapat ditemukan di panduan khusus untuk tiap-tiap bab. Meskipun demikian, guru perlu menyadari bahwa kegiatan pembelajaran di dalam panduan khusus tersebut hanya merupakan contoh. Artinya, sangat terbuka lebar bagi guru untuk memodifikasi atau bahkan mengganti kegiatan pembelajaran tersebut agar lebih sesuai dengan karakter dan kebutuhan peserta didik serta konteks sekolahnya masing-masing.

Sesuai dengan amanat pendidikan nasional, pembelajaran di sekolah perlu ditujukan untuk menciptakan pelajar Pancasila. Oleh karena itu, baik aktivitas-aktivitas pembelajaran yang ada di Buku Siswa dan rekomendasi kegiatan-kegiatan pembelajaran di Buku Panduan Guru disusun untuk menguatkan profil pelajar Pancasila.

Dimensi profil pelajar Pancasila minimal yang dikuatkan dalam pembelajaran matematika di kelas IX ini adalah dimensi mandiri dan bernalar kritis. Hal ini merupakan mandat yang tertuang di dalam capaian pembelajaran mata pelajaran matematika. Meskipun demikian, banyak juga aktivitas-aktivitas pembelajaran di dalam Buku Siswa dan Buku Panduan Guru yang ditujukan untuk menguatkan dimensi-dimensi lainnya, yaitu berkebhinekaan global, bergotong royong, dan

kreatif. Pemetaan dimensi-dimensi profil pelajar Pancasila dengan aktivitas-aktivitas pembelajaran yang disusun pada Buku Panduan Guru ini dapat dilihat di bagian awal panduan khusus setiap bab.

Pembelajaran matematika yang disajikan dalam kelas IX ini dibagi menjadi empat bab. Bab pertama membahas sistem persamaan linear dua variabel, bab kedua membahas bangun ruang, bab ketiga membahas transformasi geometri dan kekongruenan, dan bab keempat membahas peluang dan pemilihan sampel. Semua materi dalam keempat bab tersebut merentang di empat elemen konten mata pelajaran matematika, yaitu aljabar, pengukuran, geometri, dan analisis data dan peluang.

Pembelajaran matematika kelas IX yang disajikan dalam Buku Siswa dan Buku Panduan Guru juga disusun agar memenuhi semua elemen proses mata pelajaran matematika. Elemen-elemen proses tersebut adalah penalaran dan pembuktian matematis, pemecahan masalah matematis, komunikasi, representasi matematis, dan koneksi matematis. Selain itu, rangkaian proses pembelajaran di dalam Buku Siswa dan Buku Panduan Guru dikembangkan agar penyajian materinya dimulai dari yang konkret (dapat diimajinasikan oleh peserta didik) dan pelan-pelan menuju matematika yang abstrak dan formal. Dengan cara seperti ini, peserta didik diharapkan dapat mengkonstruksi sendiri gagasan-gagasan matematika yang disajikan untuk kemudian digunakan untuk menyelesaikan masalah.

B. Capaian Pembelajaran

1. Capaian Pembelajaran Fase D

Pada akhir fase D, peserta didik dapat menyelesaikan masalah kontekstual peserta didik dengan menggunakan konsep-konsep dan keterampilan matematika yang dipelajari pada fase ini. Mereka mampu mengoperasikan secara efisien bilangan bulat, bilangan rasional dan irasional, bilangan desimal, bilangan berpangkat bulat dan akar, bilangan dalam notasi ilmiah; melakukan pempfaktoran bilangan prima, menggunakan faktor skala, proporsi dan laju perubahan. Mereka dapat

menyajikan dan menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel dan sistem persamaan linier dengan dua variabel dengan beberapa cara, memahami dan menyajikan relasi dan fungsi. Mereka dapat menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang (prisma, tabung, bola, limas dan kerucut) untuk menyelesaikan masalah yang terkait, menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional dari bangun datar dan bangun ruang terhadap ukuran panjang, luas, dan/ atau volume. Mereka dapat membuat jaring-jaring bangun ruang (prisma, tabung, limas dan kerucut) dan membuat bangun ruang tersebut dari jaring-jaringnya. Mereka dapat menggunakan sifat-sifat hubungan sudut terkait dengan garis transversal, sifat kongruen dan kesebangunan pada segitiga dan segiempat. Mereka dapat menunjukkan kebenaran teorema Pythagoras dan menggunakannya. Mereka dapat melakukan transformasi geometri tunggal di bidang koordinat Kartesius. Mereka dapat membuat dan menginterpretasi diagram batang dan diagram lingkaran. Mereka dapat mengambil sampel yang mewakili suatu populasi, menggunakan mean, median, modus, range untuk menyelesaikan masalah; dan menginvestigasi dampak perubahan data terhadap pengukuran pusat. Mereka dapat menjelaskan dan menggunakan pengertian peluang, frekuensi relatif dan frekuensi harapan satu kejadian pada suatu percobaan sederhana.

Fase D Berdasarkan Elemen

Elemen	Capaian Pembelajaran
Bilangan	<p>Di akhir fase D, peserta didik dapat membaca, menulis, dan membandingkan bilangan bulat, bilangan rasional dan irasional, bilangan desimal, bilangan berpangkat bulat dan akar, bilangan dalam notasi ilmiah. Mereka dapat menerapkan operasi aritmetika pada bilangan real, dan memberikan estimasi/perkiraan dalam menyelesaikan masalah (termasuk berkaitan dengan literasi finansial).</p> <p>Peserta didik dapat menggunakan faktorisasi prima dan pengertian rasio (skala, proporsi, dan laju perubahan) dalam penyelesaian masalah.</p>

Elemen	Capaian Pembelajaran
Aljabar	<p>Di akhir fase D peserta didik dapat mengenali, memprediksi dan menggeneralisasi pola dalam bentuk susunan benda dan bilangan. Mereka dapat menyatakan suatu situasi ke dalam bentuk aljabar. Mereka dapat menggunakan sifat-sifat operasi (komutatif, asosiatif, dan distributif) untuk menghasilkan bentuk aljabar yang ekuivalen.</p> <p>Peserta didik dapat memahami relasi dan fungsi (domain, kodomain, range) dan menyajikannya dalam bentuk diagram panah, tabel, himpunan pasangan berurutan, dan grafik. Mereka dapat membedakan beberapa fungsi nonlinear dari fungsi linear secara grafik. Mereka dapat menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel. Mereka dapat menyajikan, menganalisis, dan menyelesaikan masalah dengan menggunakan relasi, fungsi dan persamaan linear. Mereka dapat menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel melalui beberapa cara untuk penyelesaian masalah.</p>
Pengukuran	<p>Di akhir fase D peserta didik dapat menjelaskan cara untuk menentukan luas lingkaran dan menyelesaikan masalah yang terkait. Mereka dapat menjelaskan cara untuk menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang (prisma, tabung, bola, limas dan kerucut) dan menyelesaikan masalah yang terkait. Mereka dapat menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional dari bangun datar dan bangun ruang terhadap ukuran panjang, besar sudut, luas, dan/atau volume.</p>
Geometri	<p>Di akhir fase D peserta didik dapat membuat jaring-jaring bangun ruang (prisma, tabung, limas dan kerucut) dan membuat bangun ruang tersebut dari jaring-jaringnya.</p>

Elemen	Capaian Pembelajaran
	<p>Peserta didik dapat menggunakan hubungan antar-sudut yang terbentuk oleh dua garis yang berpotongan, dan oleh dua garis sejajar yang dipotong sebuah garis transversal untuk menyelesaikan masalah (termasuk menentukan jumlah besar sudut dalam sebuah segitiga, menentukan besar sudut yang belum diketahui pada sebuah segitiga). Mereka dapat menjelaskan sifat-sifat kekongruenan dan kesebangunan pada segitiga dan segiempat, dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah. Mereka dapat menunjukkan kebenaran teorema Pythagoras dan menggunakannya dalam menyelesaikan masalah (termasuk jarak antara dua titik pada bidang koordinat Kartesius).</p> <p>Peserta didik dapat melakukan transformasi tunggal (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi) titik, garis, dan bangun datar pada bidang koordinat Kartesius dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.</p>
<p>Analisis Data dan Peluang</p>	<p>Di akhir fase D, peserta didik dapat merumuskan pertanyaan, mengumpulkan, menyajikan, dan menganalisis data untuk menjawab pertanyaan. Mereka dapat menggunakan diagram batang dan diagram lingkaran untuk menyajikan dan menginterpretasi data. Mereka dapat mengambil sampel yang mewakili suatu populasi untuk mendapatkan data yang terkait dengan mereka dan lingkungan mereka. Mereka dapat menentukan dan menafsirkan rerata (<i>mean</i>), median, modus, dan jangkauan (<i>range</i>) dari data tersebut untuk menyelesaikan masalah (termasuk membandingkan suatu data terhadap kelompoknya, membandingkan dua kelompok data, memprediksi, membuat keputusan). Mereka dapat menginvestigasi kemungkinan adanya perubahan pengukuran pusat tersebut akibat perubahan data.</p>

Elemen	Capaian Pembelajaran
	Peserta didik dapat menjelaskan dan menggunakan pengertian peluang dan frekuensi relatif untuk menentukan frekuensi harapan satu kejadian pada suatu percobaan sederhana (semua hasil percobaan dapat muncul secara merata).

2. Alur Tujuan Pembelajaran Kelas IX

Alur tujuan pembelajaran mata pelajaran matematika kelas IX merentang ke dalam empat bab. Alur tujuan tersebut ditunjukkan sebagai berikut.

Alur Tujuan Pembelajaran	Bab
<ul style="list-style-type: none"> • Memahami konsep persamaan linear dua variabel. • Menentukan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel. • Menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan metode grafik. • Menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi. • Menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi. • Menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan metode campuran. • Memodelkan dan menyelesaikan model matematika dari permasalahan yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel. 	Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Alur Tujuan Pembelajaran	Bab
<ul style="list-style-type: none"> • Memahami klasifikasi bangun ruang • Menggambarkan jaring-jaring bangun ruang • Menjelaskan cara untuk menentukan luas permukaan bangun ruang sisi datar. • Menyelesaikan masalah yang terkait dengan luas permukaan bangun ruang sisi datar. • Menjelaskan cara untuk menentukan volume bangun ruang sisi datar. • Menyelesaikan masalah yang terkait dengan volume bangun ruang sisi datar. • Menjelaskan definisi lingkaran. • Menentukan keliling lingkaran dengan menggunakan fakta bahwa π merupakan perbandingan keliling lingkaran dengan panjang diameternya. • Menentukan luas lingkaran. • Menentukan panjang busur lingkaran. • Menentukan luas juring lingkaran. • Menjelaskan cara untuk menentukan luas permukaan bangun ruang sisi lengkung. • Menyelesaikan masalah yang terkait dengan luas permukaan bangun ruang sisi lengkung. • Menjelaskan cara untuk menentukan volume bangun ruang sisi lengkung. • Menyelesaikan masalah yang terkait dengan volume bangun ruang sisi lengkung. • Menjelaskan pengertian translasi/ pergeseran. • Mendeskripsikan translasi menggunakan koordinat Kartesius. • Menerapkan translasi dalam permasalahan nyata. • Menjelaskan pengertian refleksi/ pencerminan. 	<p data-bbox="976 294 1195 330" style="text-align: center;">Bangun Ruang</p>

Alur Tujuan Pembelajaran	Bab
<ul style="list-style-type: none"> • Mendeskripsikan refleksi menggunakan koordinat Kartesius. • Menerapkan refleksi dalam permasalahan nyata. • Menjelaskan pengertian rotasi/perputaran. • Mendeskripsikan rotasi menggunakan koordinat Kartesius. • Menerapkan rotasi dalam permasalahan nyata. • Menjelaskan pengertian kekongruenan. • Menjelaskan syarat-syarat dua bangun saling kongruen. • Menerapkan kekongruenan dalam permasalahan nyata. • Menjelaskan pengertian dilatasi/pembesaran. • Mendeskripsikan dilatasi menggunakan koordinat Kartesius. • Menerapkan dilatasi dalam permasalahan nyata. 	Transformasi Geometri
<ul style="list-style-type: none"> • Menentukan ruang sampel suatu kejadian, baik dengan mendaftar, tabel, ataupun diagram pohon. • Menentukan nilai peluang suatu kejadian. • Mengetahui rentang nilai peluang, kejadian pasti, dan kejadian yang mustahil. • Menentukan frekuensi relatif suatu kejadian. • Memahami hubungan antara frekuensi relatif dan peluang teoretik. • Menduga ruang sampel suatu kejadian setelah melakukan percobaan. • Menentukan frekuensi harapan suatu kejadian • Menentukan populasi dan sampel dari suatu masalah. • Mengidentifikasi sampel yang representatif dari suatu populasi. 	Peluang dan Pemilihan Sampel

Alur Tujuan Pembelajaran	Bab
<ul style="list-style-type: none"> • Memilih sampel secara acak dari suatu populasi. • Menyelesaikan masalah-masalah matematis dan kontekstual dengan mengintegrasikan pengetahuan dan keterampilan mengenai topik peluang dan pemilihan sampel. 	

C. Penjelasan Buku Siswa

Tujuan Pembelajaran

Tujuan pembelajaran di setiap awal bab memberitahu apa yang akan dicapai peserta didik di bab tersebut.

Ayo Bersiap Belajar!

Bagian ini berisi pratinjau isi dan aktivitas pembelajaran di setiap bab.

Eksplorasi

Kegiatan eksplorasi ini memandu peserta didik untuk belajar, menjelajah, berpikir, dan melakukan matematika.

Contoh Soal dan Ayo Mencoba

Contoh soal digunakan untuk mendemonstrasikan penerapan materi yang telah dipelajari. Fitur ini selalu diikuti dengan Ayo Mencoba yang memberi kesempatan peserta didik untuk mengerjakan soal yang serupa dengan contoh soal sebelumnya.

Ayo Berpikir Kritis

Fitur ini mengajak peserta didik untuk berpikir atau bernalar secara kritis mengenai materi yang dipelajari.

Ayo Berpikir Kreatif

Di dalam fitur Ayo Berpikir Kreatif, peserta didik diajak untuk menggunakan daya nalar dan kreasi mereka mengenai materi yang dibahas.

Ayo Bekerja Sama

Fitur ini dilandaskan pada prinsip bahwa belajar akan lebih mendalam dengan bekerja sama. Fitur Ayo Bekerja Sama ini mengajak peserta didik untuk bekerja sama dengan teman-temannya dalam mempelajari materi yang dibahas.

Ayo Mengomunikasikan

Di dalam kegiatan ini, peserta didik akan berlatih untuk melakukan komunikasi ide dan gagasan matematika dengan orang lain.

Latihan

Di dalam Latihan, peserta didik difasilitasi untuk menerapkan dan mengintegrasikan pengetahuan dan keterampilan yang telah diperoleh. Latihan ada di setiap akhir subbab.

Matematika dalam Budaya

Melalui fitur ini, peserta didik akan diperlihatkan bagaimana dekatnya matematika dengan budaya.

Matematika dan Sains

Di fitur ini, peserta didik akan mengetahui bagaimana pentingnya matematika bagi ilmu pengetahuan lainnya. Fitur ini akan menjelaskan bagaimana matematika sangat penting bagi sains atau ilmu pengetahuan.

Ringkasan

Fitur Ringkasan ini berisi uraian singkat mengenai materi-materi yang dibahas di dalam bab tertentu.

Uji Kompetensi

Uji Kompetensi dapat digunakan peserta didik untuk melihat sejauh mana mereka telah mencapai kompetensi yang diharapkan dalam suatu bab. Uji Kompetensi selalu ada di setiap akhir bab.

Proyek

Di dalam fitur Proyek, peserta didik diajak untuk mengintegrasikan kompetensi matematikanya dalam menyelesaikan sebuah proyek.

Refleksi

Pengalaman belajar peserta didik tidak akan lengkap tanpa refleksi. Di fitur ini, peserta didik akan diajak untuk melakukan kilas balik dan merefleksikan pengalaman belajarnya. Refleksi ada di akhir setiap bab.

D. Strategi Umum Pembelajaran

1. Prinsip-Prinsip Desain Pembelajaran

Terdapat beberapa prinsip yang digunakan sebagai landasan dalam merancang aktivitas-aktivitas pembelajaran di dalam Buku Siswa maupun mendesain contoh-contoh kegiatan pembelajaran di dalam Buku Panduan Guru. Prinsip-prinsip tersebut digunakan agar peserta didik memandang matematika sebagai hal yang masuk akal dan berharga bagi kehidupan mereka. Penjelasan ringkas tentang bagaimana aktivitas-aktivitas pembelajaran yang dikembangkan telah sesuai dengan prinsip-prinsip tersebut disajikan sebagai berikut.

Peserta Didik adalah Pusat Pembelajaran

Setiap aktivitas pembelajaran yang disusun selalu mengajak peserta didik untuk bereksplorasi. Eksplorasi tersebut tujuannya untuk memandu peserta didik menemukan sendiri konsep, sifat, dan prosedur matematika dengan menggunakan informasi yang dapat mereka imajinasikan. Informasi yang dapat diimajinasikan peserta didik tersebut dapat berupa konteks sehari-hari ataupun pengetahuan awal peserta didik. Dengan cara seperti ini, peserta didik menjadi pusat pembelajaran sehingga apa saja yang dihasilkan dalam pembelajaran tersebut menjadi pengetahuan dan keterampilan yang bermakna bagi mereka.

Pengembangan Pemahaman Konseptual Dahulu, Kefasihan Prosedural Kemudian

Tidak dapat dihindari bahwa mata pelajaran matematika kelas IX ini memuat cukup banyak prosedur. Akan tetapi, daripada prosedur

tersebut langsung diberikan kepada peserta didik dan meminta mereka untuk menghafalkannya, aktivitas-aktivitas pembelajaran yang dikembangkan selalu berfokus pada pengembangan pemahaman konseptual terlebih dahulu. Dengan cara ini, peserta didik akan memaknai sendiri konsep-konsep yang disajikan dan menggunakannya untuk membangun prosedur matematika. Latihan dan uji kompetensi dirancang untuk digunakan peserta didik dalam mengaplikasikan prosedur yang telah mereka bangun sebelumnya.

Pengembangan Kompetensi Matematika dan Bahasa

Banyak peserta didik yang mengalami kesulitan belajar matematika karena adanya kendala bahasa. Untuk itu, contoh-contoh kegiatan pembelajaran di dalam panduan khusus dirancang agar guru dapat menggunakan berbagai macam metode pembelajaran untuk meningkatkan kompetensi berbahasa peserta didik di dalam pembelajaran matematika.

2. Metode-Metode Pembelajaran

Contoh-contoh kegiatan pembelajaran yang diberikan di dalam panduan khusus menggunakan berbagai macam metode pembelajaran. Berikut ini adalah penjelasan singkat mengenai metode-metode pembelajaran tersebut.

M1: Memilih dan Menalar

Di dalam metode ini, peserta didik diberikan beberapa (biasanya empat) objek matematis. Beberapa objek tersebut memiliki keunikannya masing-masing. Peserta didik kemudian diminta untuk memilih satu objek yang menurut mereka paling berbeda dibandingkan dengan yang lainnya dan memberikan alasan mengapa mereka memilih satu objek tersebut. Karena tiap-tiap objek memiliki keunikannya masing-masing, setiap peserta didik kemungkinan memiliki pilihan yang berbeda dengan alasannya masing-masing. Itu adalah inti metode ini. Metode ini tidak memfokuskan benar tidaknya pilihan peserta didik, melainkan berfokus pada penalaran dan komunikasi yang dilakukan

peserta didik. Metode ini biasanya digunakan di dalam aktivitas pembuka.

M2: Mengamati dan Menanya

Metode ini digunakan sebagai pintu masuk bagi peserta didik untuk menyelesaikan suatu permasalahan. Untuk melakukannya, peserta didik diperlihatkan representasi matematis, gambar, atau media lainnya bersama dengan pertanyaan, “Apa yang kalian cermati? Apa yang kalian tanyakan?” Setelah itu, peserta didik diberikan beberapa saat untuk memikirkan dan mencatat apa yang mereka cermati dan tanyakan, kemudian membagikannya ke teman sebangkunya (atau teman sebelahnya). Guru kemudian meminta beberapa peserta didik untuk menyampaikan apa yang dicermati dan ditanyakan oleh mereka dan temannya ke kelas. Guru mencatat apa yang disampaikan oleh beberapa peserta didik tersebut di papan tulis dan mendiskusikannya. Jika perlu, guru dapat menggiring diskusi tersebut agar pengamatan dan pertanyaan peserta didik berfokus pada hal tertentu yang nantinya akan digunakan dalam pembelajaran selanjutnya.

M3: Jajak Pendapat Kelas

Metode jajak pendapat kelas ini ditujukan untuk mengumpulkan tanggapan atau jawaban peserta didik terhadap soal/permasalahan yang diberikan. Tanggapan atau jawaban peserta didik yang telah dikumpulkan tersebut selanjutnya dapat digunakan sebagai bahan untuk melakukan diskusi di dalam kelas. Untuk itu, soal atau permasalahan yang digunakan sebaiknya merupakan soal atau permasalahan yang sering menjadi sumber miskonsepsi umum peserta didik. Selain itu, jajak pendapat kelas juga dapat digunakan untuk mengumpulkan data peserta didik untuk dijadikan bahan pembelajaran berikutnya, misalnya data tentang jarak rumah ke sekolah, tinggi badan, dan lain sebagainya. Jajak pendapat dapat dilakukan dengan mencatat datanya langsung di papan tulis atau dapat diadministrasi dengan menggunakan berbagai macam perangkat lunak, seperti Itempool, Mentimeter, Poll Everywhere, dan lain-lain.

M4: Percakapan Matematika

Seperti namanya, metode ini digunakan untuk membangun percakapan seputar masalah matematika. Melalui percakapan tersebut, peserta didik diharapkan akan semakin fasih dan fleksibel dalam menyelesaikan masalah matematika. Untuk melakukannya, pertama guru menampilkan satu masalah matematika kepada peserta didik dan memberikan waktu kepada mereka untuk menyelesaikannya secara mandiri. Jika peserta didik sudah memiliki jawaban dan strategi penyelesaiannya, mereka diminta untuk memberikan tanda kepada guru (misalnya angkat tangan). Guru kemudian meminta beberapa peserta didik untuk menyampaikan jawaban dan strategi penyelesaiannya. Peserta didik yang ditunjuk sebaiknya peserta didik yang memiliki jawaban atau strategi yang berbeda dengan yang lain. Untuk memastikannya guru dapat bertanya, “Apakah ada yang memiliki jawaban atau strategi yang berbeda?” Jawaban dan strategi tersebut kemudian ditulis di papan tulis beserta dengan nama-nama peserta didik pemiliknya. Apabila waktu memungkinkan, guru dapat memberikan masalah berikutnya yang serupa kemudian mengundang peserta didik untuk menyelesaikannya dengan menggunakan dan mengutip strategi teman-teman sebelumnya.

M5: Diskusi Berpasangan (Think Pair Share atau TPS)

Dengan metode ini, peserta didik diberikan waktu beberapa saat untuk berpikir tentang masalah yang diberikan secara individu. Setelah itu, peserta didik diatur untuk berpasangan. Di dalam pasangan itu, mereka membagikan hasil atau kemajuan pekerjaan mereka masing-masing terhadap masalah yang diberikan. Setelah itu, beberapa pasangan diminta untuk membagikan hasil diskusi mereka ke kelas. Metode ini dimaksudkan untuk memberikan cukup waktu bagi peserta didik untuk berpikir sendiri sebelum mereka berdiskusi dengan pasangan dan membagikan hasil diskusinya ke kelas. Dengan demikian, diskusi klasikal yang terjadi akan lebih bermakna dan produktif.

M6: Diskusi Matematika Produktif

Metode ini memiliki lima tahapan, yaitu (1) mengantisipasi, (2) memonitor, (3) memilih, (4) mengurutkan, dan (5) mengkoneksikan.

Tahapan pertama, yaitu mengantisipasi, dilakukan guru selama perencanaan pembelajaran. Di dalam tahapan ini, guru perlu mengantisipasi kemungkinan jawaban peserta didik terhadap aktivitas pembelajaran yang disiapkan. Tahapan kedua, yaitu memonitor, terjadi selama pembelajaran berlangsung dan dilakukan ketika peserta didik mengerjakan aktivitas pembelajaran yang ditentukan di dalam kelompok. Di tahapan kedua ini, guru berkeliling dari satu kelompok ke kelompok lain untuk memonitor jawaban dan kemajuan pekerjaan peserta didik. Di tahapan ketiga, yaitu memilih, guru memilih beberapa peserta didik untuk mempresentasikan hasil pekerjaan kelompoknya secara klasikal. Di tahapan keempat, yaitu mengurutkan, guru mengurutkan jawaban/pekerjaan peserta didik yang terpilih. Di tahapan terakhir, guru mengkoneksikan jawaban tiap-tiap peserta didik yang presentasi dan mengkoneksikan jawaban-jawaban tersebut ke ide-ide matematis penting. Metode ini merupakan praktik yang direkomendasikan oleh Smith dan Stein (2018) untuk mengorkestrasi diskusi matematika yang produktif.

M7: Semakin Kuat dan Jelas Tiap Waktu

Tujuan metode ini adalah untuk memberikan kesempatan yang terstruktur bagi peserta didik untuk memperbaiki dan memperjelas ide atau hasil pekerjaan mereka. Metode ini dapat dilakukan dengan langkah-langkah seperti berikut.

1. Peserta didik diberi waktu selama kurang lebih tiga menit untuk menyelesaikan soal atau masalah yang diberikan secara individu. Untuk lanjut ke tahapan berikutnya, guru tidak harus menunggu semua peserta didik menyelesaikan soal atau masalah yang diberikan.
2. Peserta didik diminta untuk berpasangan dengan temannya dan mengkomunikasikan ide tentang pengerjaan soal atau masalahnya. Tugas pasangannya adalah memberikan umpan balik terhadap ide tersebut. Peran ini kemudian dilakukan secara bergantian.
3. Peserta didik diminta untuk berganti pasangan dan melakukan aktivitas seperti pada langkah kedua.
4. Peserta didik diminta untuk memperbaiki draf pengerjaan soal atau masalah yang diberikan dengan mempertimbangkan umpan balik

yang diberikan oleh teman-temannya. Di langkah ini, pekerjaan peserta didik diharapkan lebih kuat (argumen dan bukti-buktinya) dan lebih jelas (organisasi dan keakuratan idenya) daripada draf awalnya.

5. Peserta didik diminta untuk membandingkan draf awal pekerjaannya dengan versi akhirnya.

M8: Mengumpulkan dan Menyajikan

Tujuan utama metode ini adalah untuk mengumpulkan kata-kata dan frasa lisan serta diagram yang digunakan peserta didik saat diskusi kelompok, yang selanjutnya digunakan sebagai rujukan dalam diskusi kelas. Dengan cara seperti ini, peserta didik diberi kesempatan untuk mendeskripsikan sendiri ide dan strategi matematis dengan menggunakan bahasanya sendiri. Berikut ini contoh langkah-langkah yang dapat dilakukan untuk melaksanakan metode ini.

1. Guru berkeliling untuk mendengarkan percakapan yang dilakukan peserta didik (misalnya dalam pasangan atau kelompok kecil) ketika mereka mendeskripsikan kata/frasa kunci baru atau strategi mereka. Guru mencatat kata-kata, frasa, atau diagram yang digunakan peserta didik dalam percakapan tersebut.
2. Guru menyajikan kata-kata, frasa, dan diagram yang tercatat pada papan tulis agar dapat digunakan sebagai rujukan dalam diskusi selanjutnya.
3. Guru mengajak peserta didik berdiskusi mengenai ide-ide atau strategi matematis dengan menggunakan kata-kata, frasa, atau diagram yang disajikan pada papan tulis. Dalam diskusi ini, secara perlahan guru memfasilitasi peserta didik untuk mendeskripsikan ide-ide atau strategi matematis secara lebih formal dengan menggunakan kata-kata, frasa, atau diagram tersebut.

M9: Mengkritik, Mengkoreksi, dan Mengklarifikasi

Ide utama metode ini adalah belajar dari kesalahan. Di dalam metode ini, peserta didik diberikan tulisan atau pekerjaan matematika yang bukan miliknya sendiri untuk dianalisis, direfleksikan, dan dikembangkan. Harapannya, peserta didik merefleksikan pendapat tertulis yang masih keliru, kurang lengkap, atau ambigu untuk mengkoreksi kekeliruannya atau mengklarifikasi maknanya.

1. Peserta didik diorganisasikan untuk berpasangan atau berkelompok di dalam kelompok-kelompok kecil.
2. Guru membagikan atau menampilkan tulisan atau pekerjaan matematika yang masih keliru atau kurang lengkap penjelasannya dan meminta peserta didik untuk membacanya dengan cermat. Tulisan atau pekerjaan itu bisa dari pekerjaan seorang peserta didik yang asli, guru, atau nama anak secara fiktif.
3. Peserta didik diberikan waktu sekitar tiga menit untuk mengidentifikasi apa yang sudah benar dan apa yang masih keliru atau kurang jelas dari tulisan matematika yang diberikan. Selain itu, peserta didik juga diminta untuk memberikan saran, komentar, atau pertanyaan agar pemilik tulisan tersebut mengetahui letak kekeliruannya atau melihat mengapa tulisannya kurang jelas.
4. Beberapa pasangan atau kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil diskusinya. Dalam presentasi tersebut, pasangan atau kelompok tersebut perlu menunjukkan apa yang sudah benar dan apa yang masih keliru atau kurang jelas (tidak hanya berfokus pada tulisan yang keliru atau kurang jelas).
5. Peserta didik diberikan waktu sekitar tiga menit untuk memperbaiki tulisan yang diberikan agar tepat atau lebih jelas.

Sebagai catatan, beberapa peserta didik mungkin akan merasa malu jika pekerjaan mereka yang masih keliru atau kurang jelas ditampilkan kepada teman-temannya. Oleh karena itu, guru sebaiknya menciptakan budaya yang mendukung dan positif dulu sebelum memutuskan untuk membagikan pekerjaan sebenarnya dari seorang peserta didik. Selain itu, budaya saling menghormati juga perlu diciptakan dalam memberikan kritikan dan saran terhadap tulisan atau pekerjaan orang lain. Salah satu caranya, guru dapat memberikan contoh bagaimana memberikan kritikan dan saran secara efektif tetapi masih memberikan rasa hormat terhadap orang yang dikritik.

M10: Kartu Berpasangan

Tujuan utama metode ini adalah untuk membuat suatu keadaan agar peserta didik perlu berkomunikasi kepada temannya tentang matematika. Dengan metode ini, guru dapat menciptakan interaksi antarpeserta didik dengan memberikan dua kartu yang berbeda

tapi saling melengkapi kepada setiap peserta didik dalam pasangan. Kartu pertama dinamakan kartu masalah yang berisi permasalahan matematika yang belum memuat informasi yang lengkap. Kartu kedua dinamakan kartu data yang berisi informasi yang diperlukan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut.

Metode ini dapat dilaksanakan dengan langkah-langkah berikut.

1. Guru membagikan dua kartu kepada tiap peserta didik di dalam pasangan. Peserta didik A mendapatkan kartu masalah dan peserta didik B mendapatkan kartu data.
2. Peserta didik A membaca di dalam hati permasalahan yang tertulis di dalam kartunya dan kemudian melaporkan (secara lisan) apa yang dia pikirkan mengenai masalah tersebut kepada pasangannya. Peserta didik B juga membaca di dalam hati informasi yang ada di dalam kartunya.
3. Peserta didik B bertanya kepada peserta didik A apakah ada informasi yang diperlukan untuk menjawab permasalahannya, misalnya “informasi apa yang kamu perlukan?”
4. Jika peserta didik A menanyakan informasi tertentu, peserta didik B kembali bertanya tentang alasan permintaan informasi tersebut, misalnya, “Mengapa kamu memerlukan informasi itu?” Setelah dijawab, barulah peserta didik B memberikan informasinya.
5. Peserta didik A menjelaskan bagaimana dia menggunakan informasi yang diberikan oleh peserta didik B untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Peserta didik B membantunya menyelesaikan masalah tersebut atau meminta penjelasan lebih lanjut (meskipun dia sudah memahami bagaimana penyelesaiannya).
6. Jika waktunya memungkinkan, guru memberikan dua kartu kosong kepada tiap-tiap pasangan agar mereka menuliskan masalah yang serupa di kartu pertama dan data yang relevan di kartu kedua. Kedua kartu tersebut kemudian ditukar kepada pasangan yang lain sebagai pemantik diskusi lebih lanjut.

M11: Menyusun Bersama Pertanyaan, Permasalahan, dan Cerita

Tujuan metode ini adalah untuk memberi kesempatan kepada peserta didik agar mereka memahami konteks terlebih dahulu sebelum mereka menyelesaikan masalahnya. Selain itu, metode ini juga bertujuan untuk memberikan kesempatan bagi peserta didik untuk

membuat sendiri pertanyaan berdasarkan informasi yang diberikan dan menganalisis bagaimana bentuk-bentuk matematis yang berbeda dapat merepresentasikan situasi-situasi yang berbeda.

Berikut ini salah satu prosedur penerapan metode ini yang ditujukan untuk mengajak peserta didik menyusun bersama pertanyaan.

1. Peserta didik diberikan sebuah konteks atau penggalan masalah, dengan atau tanpa data spesifik yang diberikan. (Misalnya, sebuah dadu dilempar undi sebanyak sepuluh kali.)
2. Peserta didik menuliskan kemungkinan-kemungkinan pertanyaan yang dapat ditanyakan mengenai konteks atau penggalan masalah tersebut. Pertanyaan tersebut dapat berupa pertanyaan yang dapat dijawab dengan menggunakan matematika, pertanyaan mengenai informasi yang belum diketahui, atau pertanyaan yang menanyakan asumsi dibalik konteks atau penggalan masalah yang diberikan.
3. Guru mengorganisasikan peserta didik untuk berpasangan dengan temannya. Di dalam pasangan tersebut, mereka membandingkan pertanyaan-pertanyaan mereka.
4. Peserta didik diminta untuk mempresentasikan pertanyaan-pertanyaan mereka di kelas dan diikuti dengan diskusi singkat.
5. Guru memperlihatkan pertanyaan sebenarnya terhadap konteks atau penggalan masalah yang diberikan. Setelah itu, peserta didik mengerjakan pertanyaan tersebut.

Metode M11 ini juga dapat memfasilitasi peserta didik untuk menyusun bersama suatu permasalahan. Prosedur yang dapat dilakukan adalah sebagai berikut.

1. Peserta didik diorganisasikan untuk berpasangan-pasangan. Bersama dengan pasangannya, mereka menyusun permasalahan yang serupa dengan permasalahan yang diberikan oleh guru.
2. Peserta didik bersama dengan pasangannya menyelesaikan permasalahan mereka sendiri sebelum permasalahan tersebut ditukar dengan pasangan lain.
3. Peserta didik bersama dengan pasangannya mengerjakan permasalahan yang diterimanya. Setelah itu, mereka mendiskusikan hasil pengerjaannya (jawaban akhir dan strateginya) dengan pasangan yang membuat permasalahan tersebut.

Prosedur berikut ini dapat digunakan untuk menerapkan metode M11 agar peserta didik membuat cerita berkaitan dengan representasi matematis yang diamatinya.

1. Peserta didik menuliskan sebuah cerita berdasarkan representasi matematis (diagram, grafik, persamaan, tabel, dan lain sebagainya) yang diberikan. Guru mengarahkan agar peserta didik menggunakan pengalaman dan perspektif unik mereka sendiri agar ceritanya lebih autentik.
2. Guru mengatur peserta didik untuk berpasangan. Di dalam pasangan itu, peserta didik membagikan ceritanya secara bergantian.
3. Peserta didik menghubungkan peristiwa-peristiwa yang ada di dalam cerita pasangannya dengan bagian tertentu dari representasi matematis yang diberikan. Untuk melakukannya, peserta didik dapat mengajukan pertanyaan klarifikasi atau menanyakan detail cerita pasangannya.

M12: Tiga Putaran Membaca

Metode ini bertujuan untuk memfasilitasi peserta didik agar memahami bahan bacaan yang mereka baca. Metode ini terdiri dari tiga putaran membaca yang memiliki fokusnya masing-masing. Berikut ini prosedur yang dapat dilakukan untuk melaksanakan metode ini.

1. Peserta didik membaca permasalahan yang diberikan untuk memahami gambaran umum permasalahannya. Di putaran pertama ini peserta didik diharapkan dapat mendeskripsikan situasi permasalahannya tanpa melibatkan bilangan terlebih dahulu.
2. Peserta didik membaca kembali permasalahan yang diberikan tetapi dengan memperhatikan detail dan hubungan-hubungannya serta mulai memisalkan kuantitas-kuantitas yang diketahui.
3. Peserta didik membaca kembali permasalahan yang diberikan yang dilanjutkan dengan berdiskusi tentang strategi penyelesaiannya.

M13: Membandingkan dan Menghubungkan

Tujuan metode ini adalah untuk memfasilitasi peserta didik menyadari dan memahami strategi-strategi yang berbeda untuk menyelesaikan permasalahan yang sama. Hal ini dapat dilakukan dengan meminta peserta didik membandingkan dan mengkoneksikan pekerjaan dua

peserta didik yang fiktif, membandingkan dan mengkoneksikan pekerjaannya sendiri dengan pekerjaan peserta didik fiktif, atau membandingkan dan mengkoneksikan pekerjaannya sendiri dengan pekerjaan teman-temannya. Prosedur yang dapat dilakukan untuk mengimplementasikan metode ini adalah sebagai berikut.

1. Guru meminta peserta didik secara individu untuk menyelesaikan sebuah permasalahan.
2. Guru menampilkan dua atau lebih penyelesaian terhadap permasalahan yang diberikan. Penyelesaian tersebut dapat dari peserta didik yang ada di kelas atau peserta didik fiktif.
3. Peserta didik diminta untuk menyelidiki persamaan dan perbedaan dari penyelesaian yang ditampilkan.
4. Guru memfasilitasi diskusi klasikal untuk menyelidiki persamaan, perbedaan, dan hubungan penyelesaian-penyelesaian yang diberikan.

M14: Dukungan Diskusi

Metode ini digunakan untuk memberikan dukungan agar terwujud diskusi produktif mengenai ide, representasi, konteks, dan strategi matematis. Berikut ini beberapa cara yang dapat digunakan untuk memberikan dukungan terhadap diskusi matematika.

- Membahasakan kembali pemikiran peserta didik tentang ide-ide matematis dengan menyatakannya kembali sebagai pertanyaan dengan tujuan untuk mengklarifikasi, menggunakan bahasa yang lebih tepat, dan melibatkan lebih banyak peserta didik.
- Meminta penjelasan peserta didik agar lebih detail dengan mengelaborasi ide atau memberikan contoh.
- Meminta peserta didik untuk berpikir nyaring, yaitu mengatakan secara nyaring apa yang dipikirkan ketika menyelesaikan masalah matematika.
- Menggunakan naskah kolaborasi atau model pembelajaran kooperatif yang memberikan struktur terhadap proses diskusi, misalnya NHT (*Numbered Heads Together*), STAD (*Student Team Achievement Division*), dan GI (*Group Investigation*).

E. Pembelajaran Alternatif

Konteks antara kelas satu dengan yang lain tentu saja berbeda. Aktivitas pembelajaran yang efektif diterapkan di suatu kelas belum tentu memberikan dampak yang sama ke kelas lain. Oleh karena itu, Buku Panduan Guru ini juga memberikan pembelajaran alternatif kepada beberapa aktivitas pembelajaran. Pembelajaran alternatif tersebut secara umum dapat digunakan untuk tiga fungsi, yaitu sebagai pengganti, suplemen, ataupun komplemen aktivitas pembelajaran utama.

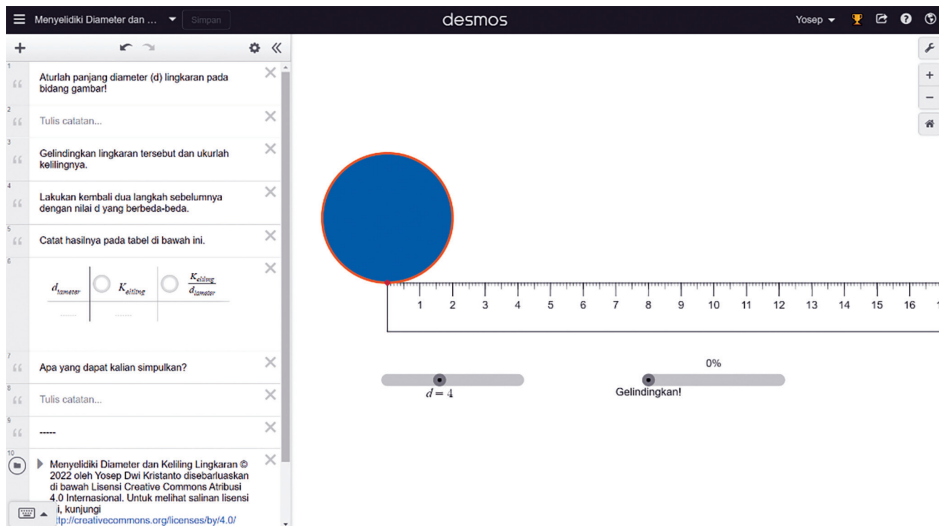
F. Integrasi Teknologi

Banyak teknologi yang ditawarkan di dalam Buku Siswa. Teknologi-teknologi tersebut kebanyakan ditujukan untuk menciptakan lingkungan belajar yang interaktif. Dengan demikian, teknologi-teknologi tersebut diletakkan pada fitur Aktivitas Interaktif dalam Buku Siswa. Selain itu, beberapa video pembelajaran juga ditawarkan di dalam Buku Siswa. Video-video tersebut ditujukan untuk memberikan penjelasan atau tutorial.

Aktivitas Interaktif di dalam Buku Siswa dibuat dengan empat jenis perangkat lunak, yaitu Desmos, GeoGebra, CODAP (*Common Online Data Analysis Platform*), dan *Spreadsheet*. Berikutnya akan dipaparkan secara ringkas bagaimana penggunaan keempat perangkat lunak di Buku Siswa dan Buku Panduan Guru ini.

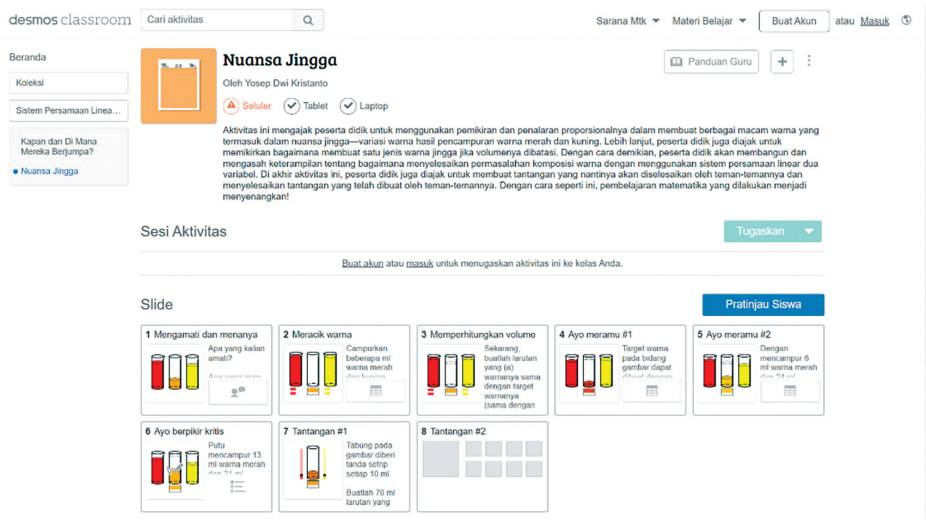
Desmos

Dua fitur Desmos yang digunakan di dalam Buku Siswa atau Buku Panduan Guru adalah kalkulator grafik dan aktivitas kelas Desmos. Kalkulator grafik ini sering digunakan di dalam bagian Aktivitas Interaktif di dalam Buku Siswa. Gambar 1 berikut memperlihatkan contoh penggunaan kalkulator grafik Desmos untuk menyelidiki hubungan antara keliling dan diameter lingkaran. Aktivitas Interaktif ini dapat ditemukan di Buku Siswa dalam Bab II Subbab D Lingkaran.



Gambar 1 Penggunaan Kalkulator Grafik Desmos

Fitur Desmos kedua yang digunakan adalah aktivitas kelas Desmos. Aktivitas kelas ini juga muncul di Aktivitas Interaktif dalam Buku Siswa tetapi dijelaskan secara lebih rinci di Buku Panduan Guru. Salah satu contohnya adalah aktivitas yang berjudul “Nuansa Jingga” yang ditunjukkan pada Gambar 2 berikut. Aktivitas ini muncul di Bab I, tepatnya di akhir Subbab B.



Gambar 2 Aktivitas Kelas Desmos “Nuansa Jingga”

Untuk menggunakan aktivitas kelas Desmos yang sudah ada, Bapak/Ibu guru perlu membuat kode kelas dan mengelola kelasnya melalui

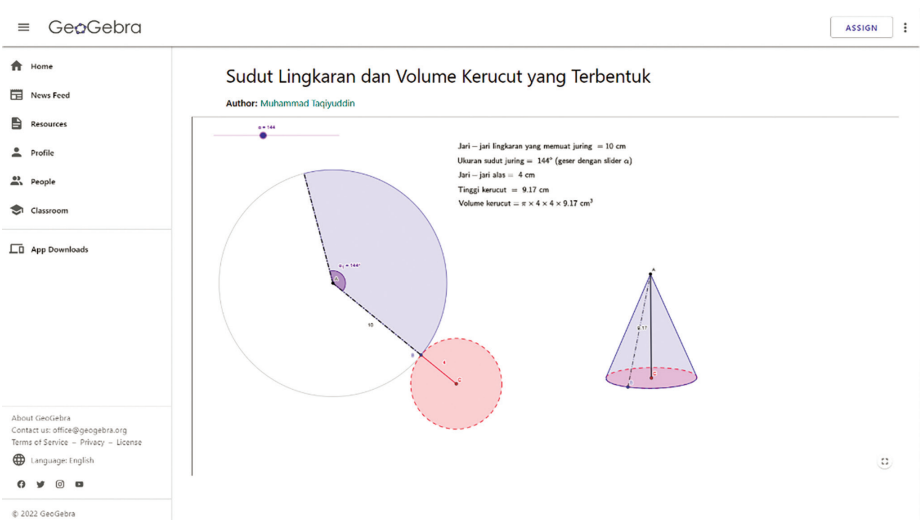
dasbor guru. Tutorial tentang bagaimana membuat kode kelas dan menggunakan dasbor guru Desmos dapat dilihat di video berikut ini.

 <https://youtu.be/CDKQh011k64>

Meskipun di dalam Buku Siswa dan Buku Panduan Guru ini telah menyediakan banyak media pembelajaran yang menggunakan Desmos, Bapak/Ibu guru dapat membuatnya sendiri agar media yang dihasilkan betul-betul sesuai dengan karakteristik dan konteks peserta didik Bapak/Ibu masing-masing. Salah satu tutorial pengembangan media pembelajaran dengan Desmos dapat Bapak/Ibu temukan di alamat <https://people.usd.ac.id/~ydkristanto/?p=22>.

GeoGebra

Selain Desmos, Buku Siswa dan Buku Panduan Guru ini juga cukup banyak memanfaatkan GeoGebra dalam menyediakan aktivitas pembelajaran. Penggunaan GeoGebra ini muncul dalam fitur Aktivitas Interaktif, Proyek, dan Sumber Belajar Lanjutan dalam Buku Siswa. Salah satu contoh pemanfaatan GeoGebra di dalam Aktivitas Interaktif ditunjukkan pada Gambar 3 berikut ini.

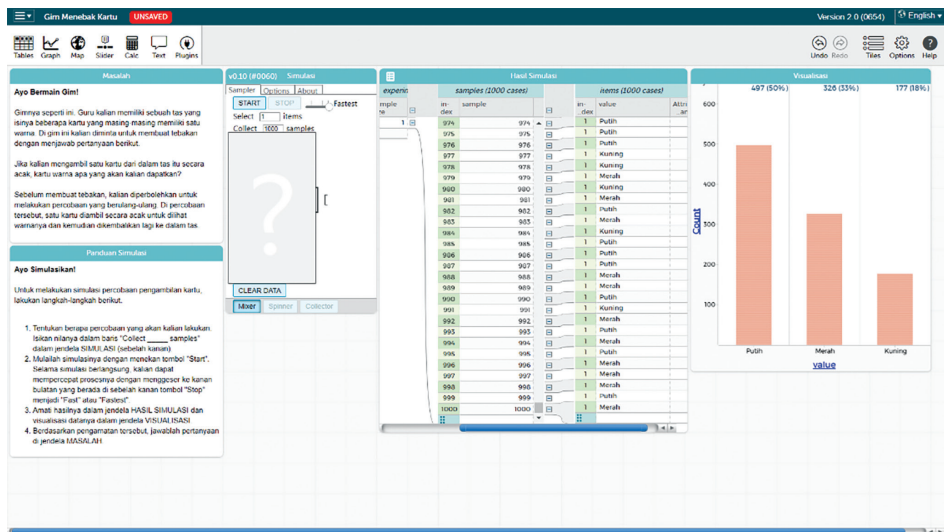


Gambar 3 Contoh Pemanfaatan GeoGebra dalam Aktivitas Interaktif

Aktivitas pembelajaran pada Gambar 3 tersebut bertujuan untuk membantu peserta didik menemukan hubungan beberapa variabel mengenai jaring-jaring kerucut dan bangun ruang kerucut yang terbentuk.

CODAP

CODAP merupakan salah satu perangkat lunak berbasis web yang dapat digunakan untuk melakukan eksplorasi dan analisis data. Di dalam Buku Siswa dan Buku Panduan Guru, penggunaan perangkat lunak ini dapat ditemukan pada beberapa Aktivitas Interaktif di dalam Bab IV. Salah satu contoh penggunaannya dapat dilihat dalam aktivitas pembelajaran dengan judul “Gim Menebak Kartu” yang ditunjukkan pada Gambar 4 berikut ini.



Gambar 4 Penggunaan CODAP dalam “Gim Menebak Kartu”

Di dalam “Gim Menebak Kartu” tersebut, CODAP dapat digunakan untuk mensimulasikan pengambilan kartu (tanpa pengembalian) dari dalam sebuah tas yang isinya masih menjadi misteri. Kemampuan untuk melakukan simulasi inilah yang sering dimanfaatkan di dalam Buku Siswa dan Buku Panduan Guru ini untuk memfasilitasi peserta didik memahami topik peluang.

Spreadsheet

Jenis teknologi terakhir yang digunakan di dalam Buku Siswa dan Buku Panduan Guru adalah *spreadsheet*. Ada satu Aktivitas Interaktif yang menggunakan jenis teknologi ini, yaitu ketika peserta didik diajak untuk menyelidiki apa yang terjadi pada frekuensi relatif suatu kejadian ketika percobaannya dilakukan semakin banyak kali.

G. Sistem Penilaian Hasil Belajar

Buku Siswa yang dikembangkan menyediakan berbagai fitur bagi peserta didik untuk mengecek pemahaman dan penguasaannya terhadap topik yang mereka pelajari. Di akhir subbab, peserta didik dapat menggunakan fitur Latihan sedangkan di akhir bab peserta didik dapat memanfaatkan fitur Uji Kompetensi.

Fitur Latihan dapat dimanfaatkan oleh Bapak/Ibu guru sebagai penilaian formatif yang hasilnya kemudian dapat Bapak/Ibu pertimbangkan untuk memperbaiki pembelajaran berikutnya. Fitur Uji Kompetensi dapat Bapak/Ibu guru manfaatkan untuk mengukur sejauh mana pencapaian tujuan pembelajaran yang telah ditetapkan di setiap babnya. Selain itu, masih banyak lagi fitur-fitur di dalam Buku Siswa yang dapat digunakan untuk menilai hasil belajar peserta didik, yaitu Ayo Berpikir Kritis, Ayo Berpikir Kreatif, Ayo Mengomunikasikan, Ayo Bekerja Sama, dan Proyek.

H. Interaksi Guru dengan Orang Tua

Keberhasilan belajar peserta didik tidak hanya ditentukan oleh dinamika mereka selama pembelajaran di sekolah, tetapi juga ditentukan oleh dukungan orang tua, wali, atau keluarga mereka. Untuk itu penting bagi guru untuk berinteraksi dengan orang tua/wali peserta didik. Terdapat beberapa bentuk interaksi guru dengan orang tua yang dapat dilakukan. Pertama, Bapak/Ibu guru dapat membuat sarana komunikasi (misalnya grup media sosial) antara guru dan orang tua/wali yang ditujukan untuk mengkomunikasikan perkembangan belajar peserta didiknya. Kedua, Bapak/Ibu guru dapat memberikan penjelasan terkait dengan materi yang akan dipelajari oleh peserta didik dan strategi pembelajaran yang diterapkan. Ketiga, Bapak/Ibu guru dapat mendorong orang tua/wali untuk juga melakukan aktivitas matematika bersama dengan putra/putrinya di rumah. Salah satu contoh aktivitas matematika itu adalah bermain bersama (misalnya bermain Gim Koin dalam Buku Siswa pada fitur Ayo Bekerja Sama 4.2).

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Buku Panduan Guru Matematika
untuk SMP/MTs Kelas IX
Penulis: Yosep Dwi Kristanto, dkk
ISBN: 978-602-427-901-1 (jil. 3)

Panduan Khusus

Bab I

Sistem Persamaan Linear Dua Variabel



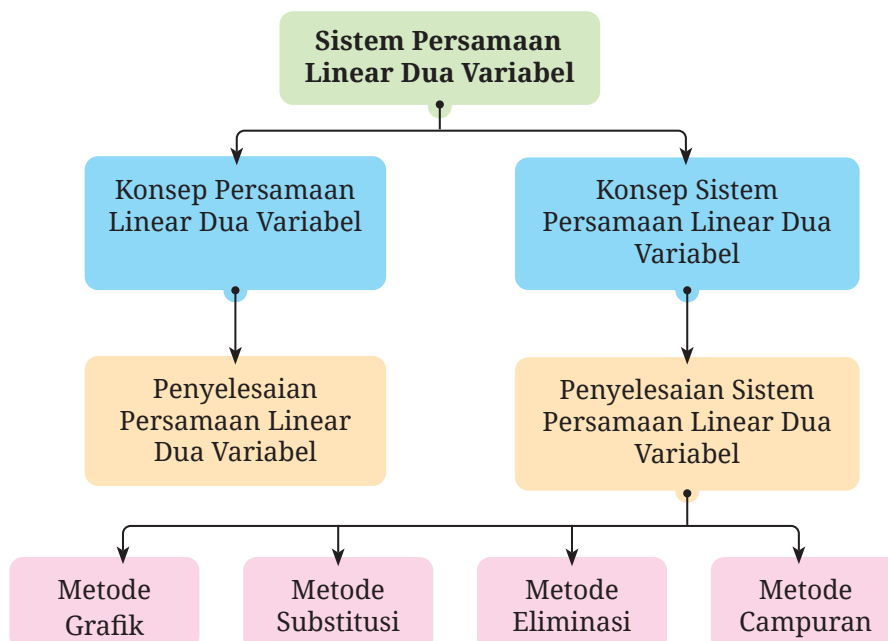
A. Pendahuluan

1. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, peserta didik diharapkan mampu:

- Memahami konsep persamaan linear dua variabel.
- Menentukan penyelesaian persamaan linear dua variabel.
- Memahami konsep sistem persamaan linear dua variabel.
- Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode grafik.
- Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi.
- Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi.
- Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode campuran.
- Memodelkan dan menyelesaikan model matematika dari permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

2. Pokok Materi



3. Hubungan dengan Materi Lain

Di kelas VII peserta didik telah mempelajari operasi bentuk aljabar. Selain itu pada saat kelas VIII peserta didik telah belajar persamaan linear satu variabel dan persamaan garis lurus. Materi-materi tersebut merupakan prasyarat bagi peserta didik untuk belajar sistem persamaan linear dua variabel. Materi sistem persamaan linear dua variabel sangat penting untuk dipelajari di kelas IX karena materi ini merupakan dasar dari materi sistem persamaan linear tiga variabel yang akan peserta didik pelajari pada jenjang SMA.

B. Kaitan dengan Profil Pelajar Pancasila

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
A. Persamaan Linear Dua Variabel	Aktivitas <ul style="list-style-type: none">• Memahami konsep persamaan linear dua variabel.• Menentukan penyelesaian persamaan linear dua variabel.	<ul style="list-style-type: none">• Bergotong royong• Bekerjasama.• Berkomunikasi untuk mencapai tujuan bersama.• Bernalar kritis• Menganalisis dan mengevaluasi penalaran dan prosedurnya.
B. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel	Aktivitas 1 Memahami konsep sistem persamaan linear dua variabel.	<ul style="list-style-type: none">• Bergotong royong• Bekerjasama.• Bernalar kritis• Menganalisis• Merefleksi pemikiran dan proses berpikir
	Aktivitas 2 Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode grafik.	<ul style="list-style-type: none">• Bergotong royong• Bekerjasama.• Bernalar kritis• Merefleksi pemikiran dan proses berpikir

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
	<p>Aktivitas 3 Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Bergotong royong • Bekerjasama. • Bernalar kritis • Menganalisis • Merefleksi pemikiran dan proses berpikir
	<p>Aktivitas 4 Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi.</p>	
	<p>Aktivitas 5 Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode campuran.</p>	

C. Skema Pembelajaran

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
A	8	<ul style="list-style-type: none"> Memahami konsep persamaan linear dua variabel. Menentukan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel. 	Persamaan linear dua variabel	Persamaan linear dua variabel	<ol style="list-style-type: none"> Memilih dan menalar Diskusi matematika produktif 	Buku Siswa	http://ringkas.kemdikbud.go.id/BTPAlternatif
B	18	<ul style="list-style-type: none"> Memahami konsep sistem persamaan linear dua variabel. Menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan metode grafik. 	Sistem persamaan linear dua variabel	Persamaan linear dua variabel Metode grafik Metode eliminasi Metode substitusi Metode campuran	<ol style="list-style-type: none"> Menyusun bersama pertanyaan, permasalahan, dan cerita Diskusi matematika produktif Dukungan diskusi dengan metode STAD (<i>Student Team Achievement</i>) 	Buku Siswa	http://ringkas.kemdikbud.go.id/BTPAlternatif

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
		<ul style="list-style-type: none"> Menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi. Menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi. Menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan metode campuran. Memodelkan dan menyelesaikan model matematika dari permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel. 			4. Diskusi berpasangan 5. Kartu berpasangan		

D. Panduan Pembelajaran

1. Subbab A Persamaan Linear Dua Variabel

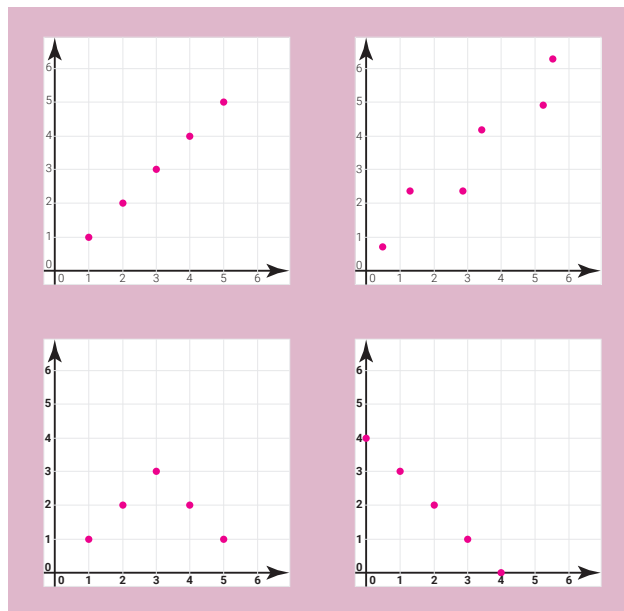
a. Tujuan Pembelajaran

Setelah melakukan aktivitas ini, peserta didik diharapkan memiliki kemampuan-kemampuan berikut ini.

- Memahami konsep persamaan linear dua variabel.
- Menentukan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel.

b. Aktivitas Pembuka

Pada aktivitas pembuka, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan metode pembelajaran memilih dan menalar (M1). Bapak/Ibu guru dapat menggali pengetahuan awal peserta didik dengan mengajak mereka untuk memilih salah satu grafik pada Gambar 1.1 yang menurut mereka berbeda dan mintalah mereka untuk memberikan alasannya.



Gambar 1.1 Memilih Grafik

Beberapa kemungkinan jawaban dari peserta didik adalah sebagai berikut.

- Ketika peserta didik memilih grafik (1), mungkin mereka beralasan titik-titik tersebut dilalui satu garis dengan gradien positif.
- Untuk peserta didik yang memilih grafik (2), kemungkinan mereka beralasan titik-titik tersebut dilalui oleh beberapa garis.
- Untuk peserta didik yang memilih grafik (3), kemungkinan beralasan titik-titik tersebut dilalui tepat dua garis.
- Untuk peserta didik yang memilih grafik (4), mungkin mereka beralasan titik-titik tersebut dilalui satu garis dengan gradien negatif.

Selain itu, mintalah peserta didik untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya ke kelas. Tanyakan kepada peserta didik lain apakah setuju atau tidak setuju. Arahkan peserta didik untuk menggunakan konsep menentukan titik-titik yang dilalui garis lurus yang sudah diajarkan di kelas VIII. Kemudian Bapak/Ibu guru menyampaikan tujuan pembelajaran.

c. Aktivitas

Bapak/Ibu guru dapat menggunakan metode pembelajaran diskusi matematika produktif (M6). Pada perencanaan pembelajaran, Bapak/Ibu guru menyiapkan kemungkinan jawaban dari peserta didik pada kegiatan Eksplorasi 1.1. Ajaklah peserta didik untuk membentuk kelompok. Bapak/ibu guru memberikan informasi kepada peserta didik bahwa mereka akan diajak menemukan konsep persamaan linear dua variabel. Mereka diminta untuk mendiskusikan kegiatan Eksplorasi 1.1. Pada saat mereka berdiskusi, Bapak/ibu guru berkeliling untuk memonitor jawaban dan kemajuan pekerjaan mereka.

Eksplorasi 1.1

Konsep Persamaan Linear Dua Variabel

Melalui kegiatan eksplorasi ini, kalian diajak untuk menemukan konsep persamaan linear dua variabel. Perhatikan permasalahan berikut.

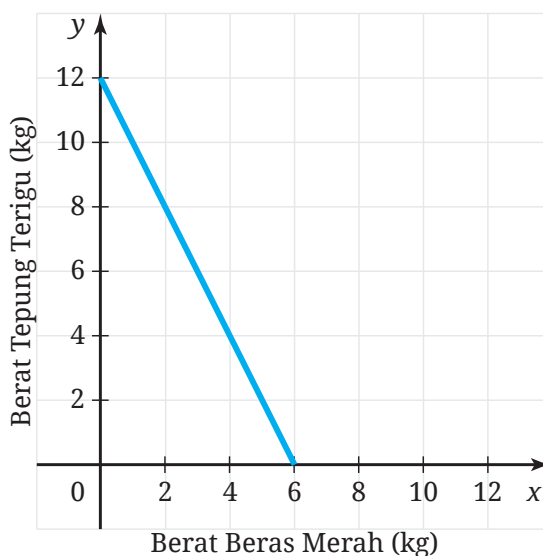
Veronika pergi ke toko sembako, ia berencana membeli beras merah dan tepung terigu. Harga 1 kg beras merah Rp20.000,00, sedangkan harga 1 kg tepung terigu Rp10.000,00. Uang yang dibayarkan Veronika Rp120.000,00.

1. Tulislah kemungkinan berat (dalam kg) tepung terigu dan beras merah yang dibeli Veronika.

Tabel 1.1 Berat Beras Merah dan Tepung Terigu

Berat beras merah (dalam kg)	Berat tepung terigu (dalam kg)	Uang yang dibayarkan
0	12	$0(20.000) + 12(10.000) = 120.000$
0,5	11	$0,5(20.000) + 11(10.000) = 120.000$
1	10	$1(20.000) + 10(10.000) = 120.000$
1,25	9,5	$1,25(20.000) + 9,5(10.000) = 120.000$
2	8	$2(20.000) + 8(10.000) = 120.000$

2. Data di Tabel 1.1 disajikan pada pada bidang Kartesius sebagai berikut.



Gambar 1.2 Grafik Hubungan Berat Beras Merah dan Tepung Terigu

3. Persamaan yang diperoleh adalah $20.000x + 10.000y = 120.000$.
4. Persamaan yang ditemukan pada kasus ini disebut dengan persamaan linear dua variabel. Persamaan linear dua variabel adalah persamaan linear yang memiliki dua variabel.

Setelah mengerjakan kegiatan Eksplorasi 1.1, Bapak/Ibu guru memilih dan mengurutkan 2 atau 3 kelompok untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya. Bapak/Ibu guru mengkoneksikan hasil presentasi agar peserta didik dapat menyimpulkan yang mereka ketahui tentang persamaan linear dua variabel. Bapak/Ibu guru dapat menggunakan Definisi 1.1 untuk memberikan penegasan terhadap kesimpulan yang dibuat oleh peserta didik. Untuk lebih memahami konsep persamaan linear dua variabel, tugaskan peserta didik untuk mencermati Contoh 1.1 kemudian ajak mereka mengerjakan kasus di Ayo Mencoba yang bersesuaian dengan Contoh 1.1 secara mandiri.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 1.1

Diketahui keliling sebuah segitiga sama kaki adalah 48 cm. Misalkan x menyatakan sisi segitiga yang sama panjang dan y menyatakan sisi segitiga yang lainnya, maka model matematika yang menghubungkan antara keliling dan panjang sisi segitiga adalah $2x + y = 48$.

Setelah peserta didik memahami konsep persamaan linear dua variabel, mintalah mereka berdiskusi untuk menjawab pertanyaan berikut.

“Dapatkah kalian menentukan harga 1 buku tulis dan harga 1 bolpoin pada kasus Contoh 1.1? Jelaskan.” Berikan penjelasan tentang penyelesaian persamaan linear dua variabel pada kasus Contoh 1.1.

Ajak peserta didik untuk mencermati Contoh 1.2, kemudian mintalah mereka untuk mengerjakan kasus di Ayo Mencoba yang bersesuaian dengan contoh tersebut secara mandiri.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 1.2

Himpunan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel adalah sebagai berikut.

a. Nilai x dan y adalah bilangan cacah.

Tabel 1.2 Pasangan Bilangan Cacah x dan y yang Memenuhi Persamaan $-3x + 2y = 12$

x	y	$-3x + 2y$
0	6	12
2	9	12
4	12	12
6	15	12
8	18	12
dst	dst	12

Jadi himpunan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel yang diberikan dengan nilai x dan y adalah bilangan cacah adalah $\{\dots, (-6, -3), (-4, 0), (-2, 3), (0, 6), (2, 9), (4, 12), (6, 15), \dots\}$.

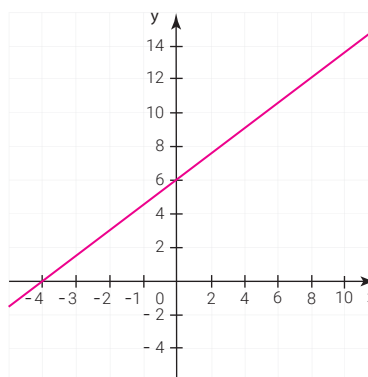
b. Nilai x dan y adalah bilangan bulat.

Tabel 1.3 Pasangan Bilangan Bulat x dan y yang Memenuhi Persamaan $-3x + 2y = 12$

x	y	$-3x + 2y$
...
-6	-3	12
-4	0	12
-2	3	12
0	6	12
2	9	12
4	12	12
6	15	12
...

Jadi himpunan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel $-3x + 2y = 12$ dengan nilai x dan y adalah bilangan bulat adalah $\{\dots, (-6, -3), (-4, 0), (-2, 3), (0, 6), (2, 9), (4, 12), (6, 15), \dots\}$.

- c. Nilai x dan y berupa bilangan real, sehingga terdapat tak hingga (tetapi tidak tercacah) banyaknya penyelesaian dari persamaan linear dua variabel. Jika digambar dalam grafik, himpunan penyelesaian persamaan linear dua variabel merupakan kumpulan semua titik yang membentuk garis lurus dengan persamaan $-3x + 2y = 12$ (dapat dilihat pada Gambar 1.3). Jadi himpunan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel $-3x + 2y = 12$ dengan nilai x dan y adalah bilangan real adalah $\{(x, y) | -3x + 2y = 12; x, y \in \mathbb{R}\}$.



Gambar 1.3 Grafik Persamaan $-3x + 2y = 12$, dengan x dan y Bilangan Real

Kunci Jawaban **Latihan A** Persamaan Linear Dua Variabel

- Persamaan-persamaan yang merupakan persamaan linear dua variabel adalah persamaan b, c, dan e.
- $y = 5x; (0, 5)$
 $5 \stackrel{?}{=} 5(0)$
 $5 \neq 0$ (**salah**)

Jadi $(0, 5)$ bukan merupakan penyelesaian dari persamaan $y = 5x$.

- $y = 2x - 7; \left(\frac{1}{2}, -6\right)$
 $-6 \stackrel{?}{=} 2\left(\frac{1}{2}\right) - 7$
 $-6 \stackrel{?}{=} 1 - 7$
 $-6 = -6$ (**benar**)

Jadi $\left(\frac{1}{2}, -6\right)$ merupakan salah satu penyelesaian dari persamaan $y = 2x - 7$.

c. $-3x - 4y = -6$; $(-2, 3)$

$$\begin{aligned} -3(-2) - 4(3) & \stackrel{?}{=} -6 \\ 6 - 12 & \stackrel{?}{=} -6 \\ -6 & = -6 \text{ (benar)} \end{aligned}$$

Jadi $(-2, 3)$ merupakan salah satu penyelesaian dari persamaan $-3x - 4y = -6$.

d. $2y = 3x + 4$; $(-3, -5)$

$$\begin{aligned} 2(-5) & \stackrel{?}{=} 3(-3) + 4 \\ -10 & \stackrel{?}{=} -9 + 4 \\ -10 & = -5 \text{ (salah)} \end{aligned}$$

Jadi $(-3, -5)$ bukan merupakan penyelesaian dari persamaan $2y = 3x + 4$.

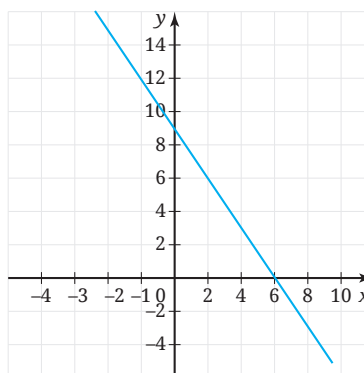
3. Persamaan dari grafik-grafik yang diberikan adalah sebagai berikut.
 - a. $-3x + 2y = -6$, dengan nilai x dan y adalah bilangan real.
 - b. $2x + y = 4$, dengan nilai x dan y adalah bilangan cacah.
 - c. $x - y = -4$, dengan nilai x dan y adalah bilangan bulat.
4. Ubah persamaan $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ dengan mengkalikan kedua ruas dengan KPK penyebut yaitu 6 diperoleh $3x + 2y = 18$.
 - a. Nilai x dan y adalah bilangan cacah;

Tabel 1.4 Pasangan Bilangan Cacah x dan y yang Memenuhi Persamaan $3x + 2y = 18$

x	y	$3x + 2y$
0	9	18
2	6	18
4	3	18
6	0	18

Jadi himpunan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ dengan nilai x dan y merupakan bilangan cacah adalah $\{(0, 9), (2, 6), (4, 3), (6, 0)\}$.

- b. Nilai x dan y berupa bilangan real, sehingga terdapat tak hingga (dan juga tidak tercacah) banyaknya himpunan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel yang diberikan. Jika digambar dalam grafik, penyelesaian persamaan linear dua variabel tersebut merupakan kumpulan semua titik yang membentuk garis lurus dengan persamaan $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ (dapat dilihat pada Gambar 1.4).



Gambar 1.4 Grafik Persamaan $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ dengan x dan y Bilangan Real

Jadi himpunan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ dengan nilai x dan y merupakan bilangan real adalah $\{(x, y) \mid \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3; x, y \in \mathbb{R}\}$.

5. a. Diketahui y adalah banyak pendapatan dari penjualan tiket film dan x menyatakan banyak tiket terjual, model matematikanya adalah $y = 35.000x$.
- b. Misalkan p menyatakan biaya listrik dalam satu bulan dan q adalah banyaknya penggunaan listrik maka persamaan yang diperoleh adalah $p = 1.444,70q + 6.000$.
- c. Misalkan r adalah harga sapi dan s adalah harga kambing maka persamaan yang diperoleh $2r + 5s = 64.000.000$.

2. Subbab B Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

a. Tujuan Pembelajaran

Setelah melakukan aktivitas ini, peserta didik diharapkan mampu:

- Memahami konsep sistem persamaan linear dua variabel.
- Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode grafik.
- Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi.

- Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi.
- Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode campuran.
- Memodelkan dan menyelesaikan model matematika dari permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

b. Aktivitas Pembuka

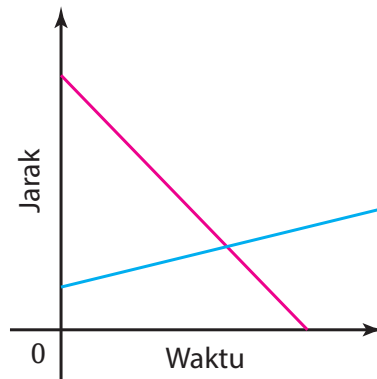
Pada aktivitas ini, peserta didik diingatkan kembali tentang materi persamaan garis lurus. Kemudian Bapak/Ibu guru dapat menggunakan metode menyusun bersama pertanyaan, permasalahan, dan cerita (M11). Bapak/Ibu guru mengajak peserta didik untuk mengerjakan Eksplorasi 1.2, yaitu bercerita bercerita berdasarkan grafik yang sudah disediakan. Bapak/Ibu guru mengajak peserta didik untuk membentuk kelompok yang terdiri dari dua orang (berpasangan). Mintalah tiap-tiap peserta didik membagikan ceritanya secara bergantian. Kemudian peserta didik menghubungkan peristiwa-peristiwa yang ada dalam cerita pasangannya dengan grafik. Berikan waktu 10 menit bagi setiap pasangan untuk berdiskusi.

Eksplorasi 1.2 Waktunya Bercerita!

Pada kegiatan Eksplorasi 1.2, cerita peserta didik dapat berbeda-beda. Salah satu cerita yang dapat dimodelkan ke dalam grafik tersebut adalah sebagai berikut.

Waktu itu, ketika aku menjadi siswa baru, aku berangkat ke sekolah pagi-pagi. Saat perjalanan, aku baru tersadar kalau buku catatanku tertinggal di rumah. Padahal di buku itu rencananya aku tulis catatan-catatan penting dari guru. *Nah*, dengan terburu-buru aku pulang ke rumah untuk mengambil bukuku. Saat perjalanan pulang aku berpapasan dengan kakakku. Kebetulan aku dan kakakku sekolah di sekolah yang sama.

Pada cerita tersebut menggambarkan hubungan jarak terhadap waktu.



Gambar 1.5 Grafik dari Cerita

Garis berwarna merah muda menggambarkan kisah aku ketika pulang ke rumah untuk mengambil buku. Ketika aku melakukan perjalanan pulang ke rumah, jarak aku terhadap rumah akan turun tiap waktunya. Garis berwarna biru menggambarkan kisah kakakku ketika berangkat sekolah, jarak kakakku terhadap rumah naik setiap waktunya. Perpotongan dua garis menggambarkan ketika aku berpapasan dengan kakakku.

Setelah itu, mintalah beberapa pasangan peserta didik untuk mempresentasikan hasil diskusi ke kelas. Kegiatan eksplorasi ini bertujuan agar peserta didik dapat memahami makna dari grafik dan makna dari perpotongan dua garis.

c. Aktivitas 1

Tujuan Aktivitas 1 adalah memahami konsep sistem persamaan linear dua variabel. Metode yang dapat Bapak/Ibu guru gunakan pada aktivitas ini adalah M6 diskusi matematika produktif. Aktivitas ini dimulai dengan mengerjakan Eksplorasi 1.3 secara berkelompok. Bapak/Ibu guru memonitor jalannya diskusi dan memastikan bahwa setiap anggota kelompok dapat bekerja sama dengan baik.

Eksplorasi 1.3**Konsep Sistem Persamaan Linear Dua Variabel**

Melalui kegiatan eksplorasi ini, peserta didik diajak untuk menemukan konsep sistem persamaan linear dua variabel. Peserta didik diminta untuk memperhatikan permasalahan berikut.



Gambar 1.6 Perjalanan

Pada pukul 08.00 Putri melakukan perjalanan dari Yogyakarta menuju Semarang dengan kecepatan 60 km/jam. Setengah jam kemudian, Akbar berangkat dari lokasi yang sama. Akbar melakukan perjalanan dengan kecepatan 80 km/jam melalui jalan dan arah yang sama dengan putri.

1. Kalimat-kalimat berikut ini cocok dikatakan oleh Putri atau Akbar? Centanglah kolom yang sesuai.

Tabel 1.5 Pernyataan Putri dan Akbar

Pernyataan	Putri	Akbar
Saya menempuh jarak 0 km, saat $\frac{1}{2}$ jam setelah pukul 08.00.		✓
Saya menempuh jarak 30 km, saat $\frac{1}{2}$ jam setelah pukul 08.00.	✓	
Saya menempuh jarak 40 km, saat 1 jam setelah pukul 08.00.		✓
Saya menempuh jarak 60 km, saat 1 jam setelah pukul 08.00.	✓	
Saya menempuh jarak 80 km, saat $\frac{3}{2}$ jam setelah pukul 08.00.		✓
Saya menempuh jarak 90 km, saat $\frac{3}{2}$ jam setelah pukul 08.00.	✓	

2. a. Garis berwarna biru menyatakan kasus Putri Garis. berwarna merah muda menyatakan kasus Akbar.
- b. Kemiringan garis merupakan kecepatan berkendara.
- c. Perkiraan titik potong kedua grafik tersebut adalah di titik (2, 120). Makna titik potong pada permasalahan yang disajikan adalah pada jarak 120 km dari Yogyakarta Akbar dapat menyusul Putri setelah 2 jam pukul 08.00, yaitu pada pukul 10.00.

Sebagai alternatif kegiatan Eksplorasi 1.3, peserta didik dapat bereksplorasi melalui aktivitas interaktif berikut.

Alternatif Pembelajaran

Apabila Bapak/Ibu guru mempunyai akses internet, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan tautan berikut untuk membantu peserta didik memahami sistem persamaan linear dua variabel. Silakan kunjungi tautan berikut!

<http://ringkas.kemdikbud.go.id/SPLDV>

Di dalam aktivitas interaktif tersebut Bapak/Ibu guru dapat membaca panduan lengkapnya dengan mengklik tombol "Panduan Guru" atau "*Teacher Guide*".



Bapak/Ibu guru memilih 2 atau 3 kelompok untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya dan beri kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Gunakan Definisi 1.2 untuk menunjukkan bentuk umum sistem persamaan linear dua variabel, kemudian jelaskan konsep penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel.

Ajak peserta didik untuk mencermati Contoh 1.3, kemudian mintalah mereka untuk mengerjakan kegiatan Ayo Mencoba yang bersesuaian dengan contoh tersebut secara mandiri.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 1.3

Variabel p menyatakan harga 1 baju batik dan variabel q menyatakan harga 1 celana panjang.

	Harga baju batik	Harga celana panjang	Total harga (Rupiah)
Kasus I	$2p$	q	335.000
Kasus II	$3p$	$5q$	835.000

Dengan demikian, sistem persamaan linear dari informasi tersebut adalah sebagai berikut.

$$\begin{cases} 2p + q = 335.000 \\ 3p + 5q = 835.000 \end{cases}$$

d. Aktivitas 2

Aktivitas ini, bertujuan untuk menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan metode grafik. Model pembelajaran dukungan diskusi (M14), dengan model pembelajaran kooperatif STAD (*Student Team Achievement Division*) dapat Bapak/Ibu gunakan pada aktivitas ini. Pembelajaran pada aktivitas ini dimulai dari menjelaskan langkah-langkah penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode grafik sebagai berikut.

1. Menggambar grafik kedua persamaan pada satu bidang Kartesius.
2. Menentukan perkiraan titik potong kedua grafik (jika ada).
3. Memeriksa kembali titik potong kedua grafik dengan memasukkan nilai dari variabel ke setiap persamaan.

Tugaskan peserta didik untuk mencermati Contoh 1.4 kemudian ajak mereka mengerjakan kegiatan Ayo Mencoba yang bersesuaian dengan contoh 1.4 secara individu.

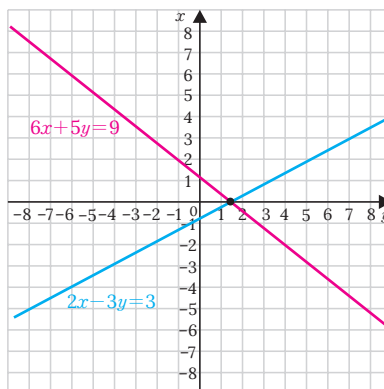


Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 1.4

Tentukan penyelesaian sistem persamaan linear dengan metode grafik.

Untuk memudahkan kalian dalam menggambar grafik, tentukan titik potong sumbu x dan sumbu y .

$6x + 5y = 9$			$2x - 3y = 3$		
x	0	$1\frac{1}{2}$	x	0	
y	$1\frac{4}{5}$	0	y		0
(x, y)	$(0, 1\frac{4}{5})$	$(1\frac{1}{2}, 0)$	(x, y)	$(0, -1)$	$(1\frac{1}{2}, 0)$



Gambar 1.7 Grafik $\begin{cases} 6x + 5y = 9 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$

Gambar 1.7 merupakan grafik sistem persamaan linear $\begin{cases} 6x + 5y = 9 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$.

Terlihat bahwa perkiraan titik potong kedua grafik tersebut adalah $(1\frac{1}{2}, 0)$.

Untuk memastikan apakah $(1\frac{1}{2}, 0)$ merupakan titik potong kedua grafik tersebut, periksalah dengan memasukkan nilai x dan y ke dalam setiap persamaan linear tersebut, periksa dengan memasukkan nilai x dan y ke dalam setiap persamaan.

$$\text{Persamaan } 6x + 5y = 9$$

$$6\left(1\frac{1}{2}\right) + 5(0) \stackrel{?}{=} 9$$

$$9 + 0 \stackrel{?}{=} 9$$

$$9 = 9 \text{ (benar)}$$

$$\text{Persamaan } 2x - 3y = 3$$

$$2\left(1\frac{1}{2}\right) - 3(0) \stackrel{?}{=} 3$$

$$3 - 0 \stackrel{?}{=} 3$$

$$3 = 3 \text{ (benar)}$$

Jadi penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel

$$\begin{cases} 6x + 5y = 9 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases} \text{ adalah } \left(1\frac{1}{2}, 0\right).$$

Antisipasi Miskonsepsi

Kemungkinan ada peserta didik yang susah menentukan titik potong dua persamaan. Untuk itu, Bapak/Ibu guru perlu menegaskan agar peserta didik menggambar grafik dengan rapi.

Bapak/Ibu guru selanjutnya perlu mengajak peserta didik untuk mengerjakan kegiatan Eksplorasi 1.4 secara berkelompok. Kegiatan eksplorasi ini untuk memahami bahwa sistem persamaan linear dua variabel dapat memiliki satu penyelesaian, banyak penyelesaian, dan tidak memiliki penyelesaian.

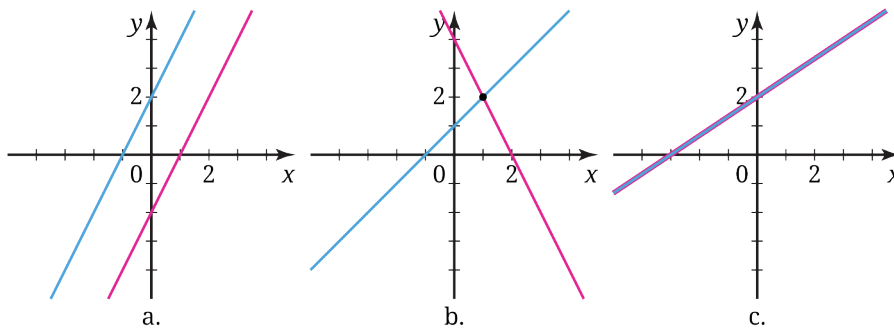
Eksplorasi

1.4

Menggunakan Metode Grafik

Di aktivitas eksplorasi ini peserta didik diajak untuk menemukan banyaknya penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode grafik. Untuk itu, Bapak/Ibu guru dapat menghubungkan penyelesaian sistem persamaan tersebut dengan representasi grafiknya. Penyelesaian sistem persamaan tersebut direpresentasikan dengan titik potong grafik-grafiknya.

Grafik tiga sistem persamaan linear dua variabel yang diberikan ditunjukkan pada Gambar 1.8 berikut.



Gambar 1.8 Grafik Tiga SPLDV

- Grafik sistem persamaan linear dua variabel a. ditunjukkan pada Gambar 1.8 a. yang berupa dua garis sejajar. Karena kedua garis tersebut sejajar, maka kedua garis tersebut tidak memiliki titik potong. Karena tidak berpotongan, maka sistem persamaan linear dua variabel a. tidak memiliki penyelesaian.
- Sistem persamaan linear dua variabel b. memiliki grafik yang ditunjukkan pada Gambar 1.8 b. yang memiliki tepat satu titik potong. Dengan demikian, sistem ini memiliki tepat satu penyelesaian.
- Grafik sistem persamaan linear dua variabel c. berupa dua garis yang berimpit (lihat Gambar 1.8 c.). Karena berimpit, maka kedua garis tersebut berpotongan di titik-titik yang banyaknya tak hingga. Dengan demikian, sistem ini memiliki tak hingga penyelesaian. (Sebagai catatan, meskipun banyaknya penyelesaian sistem ini tak hingga, Bapak/Ibu guru perlu menegaskan bahwa tidak semua titik atau pasangan berurutan (x, y) menjadi penyelesaiannya.)

Mintalah beberapa kelompok untuk berbagi hasil diskusi dan beri kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Berikan penghargaan bagi kelompok yang presentasi dengan memberikan nilai tambahan. Bapak/Ibu guru memberikan penegasan bahwa sebuah sistem persamaan linear dua variabel dapat memiliki satu penyelesaian, banyak penyelesaian, dan tidak memiliki penyelesaian.

Berikutnya peserta didik diminta untuk mendiskusikan masalah dalam Ayo Berpikir Kritis 1.1



Ayo Berpikir Kritis 1.1

- Jika gradien (kemiringan) kedua persamaan berbeda maka sistem persamaan linear dua variabel memiliki satu penyelesaian.
- Apabila gradien (kemiringan) kedua persamaan sama dan konstanta berbeda maka sistem persamaan linear dua variabel tidak memiliki penyelesaian.
- Jika gradien (kemiringan) kedua garis sama dan persamaan yang satu adalah kelipatan dari persamaan yang lainnya maka sistem persamaan linear dua variabel memiliki banyak penyelesaian.

Alternatif Pembelajaran

Apabila Bapak/Ibu guru mempunyai akses internet, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan tautan berikut untuk membantu peserta didik memahami penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel menggunakan metode grafik. Pindai kode QR atau buka tautan berikut! <http://ringkas.kemdikbud.go.id/MengenalSPLDV>



Aktivitas ini berisi kegiatan untuk mengeksplorasi penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode grafik. Peserta didik diajak bermain tebak-tebakan, dengan menebak dua bilangan yang berjumlah 1 dan selisihnya 4. Disediakan tabel dan bidang koordinat untuk memfasilitasi peserta didik dalam menggambar grafik sistem persamaan dan menentukan titik potong dua grafik.

e. Aktivitas 3

Tujuan aktivitas ini adalah menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi. Bapak/Ibu guru dapat menggunakan metode diskusi berpasangan (M5). Aktivitas ini diawali dengan mengerjakan kegiatan Eksplorasi 1.5. Kegiatan ini dikerjakan secara individu.

Eksplorasi 1.5 Mencermati Pekerjaan Rafael

Di kegiatan eksplorasi ini peserta didik diminta untuk mencermati pekerjaan Rafael dalam menyelesaikan sistem persamaan di Eksplorasi 1.3. Berikut ini salah satu kemungkinan jawaban benar yang mungkin ditemukan oleh peserta didik.

Untuk mencari nilai x , Rafael pertama-tama mengganti nilai y di dalam persamaan $y = 80x - 40$ dengan $y = 60x$. Hal ini bertujuan agar Rafael mendapatkan persamaan linear satu variabel dalam x sehingga dia dapat menentukan nilai x dalam persamaan tersebut.

Untuk menentukan nilai y , Rafael menggunakan nilai x yang telah dia temukan di langkah sebelumnya, yaitu $x = 2$, dan mensubstitusikannya ke persamaan $y = 60x$. Dengan cara ini, dia mendapatkan nilai $y = 120$.

Setelah itu Bapak/Ibu guru dapat mengatur peserta didik secara berpasangan untuk saling membagikan hasil pekerjaan masing-masing. Mintalah beberapa kelompok berpasangan untuk berbagi hasil diskusi dan beri kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Berilah penegasan mengenai cara penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi. Bapak/Ibu guru dapat meminta peserta didik untuk mencermati Contoh 1.5 kemudian mengerjakan kegiatan Ayo Mencoba yang bersesuaian dengan contoh tersebut.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 1.5

Misalkan l = lebar kebun
 p = panjang kebun

sistem persamaan linear dari kasus tersebut adalah sebagai berikut.

$$\begin{cases} l = p - 4 & \text{persamaan I} \\ 2l + 2p = 52 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Langkah-langkah menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi adalah sebagai berikut.

Langkah pertama: Pilih salah satu persamaan, kemudian nyatakan salah satu variabelnya dalam bentuk variabel lain.

Pada langkah ini persamaan yang dipilih adalah persamaan I.

Langkah kedua: substitusikan persamaan yang diperoleh pada langkah pertama ke persamaan lain pada sistem persamaan linear dua variabel.

Substitusikan $l = p - 4$ ke persamaan II, diperoleh:

$$\begin{aligned} 2(p - 4) + 2p &= 52 \\ 2p - 8 + 2p &= 52 \\ 4p - 8 &= 52 \\ 4p &= 52 + 8 \\ 4p &= 60 \\ p &= \frac{60}{4} \\ p &= 15 \end{aligned}$$

Langkah ketiga: Substitusikan nilai variabel yang sudah diperoleh dari langkah kedua pada salah satu persamaan, untuk memperoleh nilai variabel lain.

Substitusikan nilai $p = 15$ ke $l = p - 4$ diperoleh nilai $l = 11$.

Penyelesaian dari $\begin{cases} l = p - 4 \\ 2l + 2p = 52 \end{cases}$ adalah $p = 15$ dan $l = 11$. Panjang kebun adalah 15m dan lebar kebun adalah 11m.

Untuk memastikan bahwa nilai p dan l benar maka peserta didik dapat mensubstitusikan $p = 15$ dan $l = 11$ ke sistem persamaan

$$\begin{cases} l = p - 4 \\ 2l + 2p = 52 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas kebun} &= p \times l \\ &= 15 \times 11 \\ &= 165 \end{aligned}$$

Jadi luas kebun sayur tersebut adalah 165 m^2 .

Bapak/Ibu guru dapat mengajak peserta didik untuk berpikir kritis dengan mengerjakan kegiatan Ayo Berpikir Kritis 1.2 secara berpasangan. Pada saat mengerjakan kegiatan ini, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan metode mengkritik, mengkoreksi, dan mengklarifikasi (M9). Peserta didik diberikan waktu tiga menit untuk mengidentifikasi pekerjaan Joko.



Ayo Berpikir Kritis 1.2

1. Sistem persamaan linear yang memiliki minimal salah satu variabel dengan koefisiennya bernilai 1.
2. Pekerjaan Joko belum tepat karena Joko mensubstitusikan persamaan pertama yang diubah menjadi $x = -2y + 10$ ke persamaan pertama, seharusnya sebagai berikut:

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ -2x + 3y = -6 \end{cases}$$

Persamaan pertama dapat diubah menjadi $x = -2y + 10$. Selanjutnya persamaan kedua, variabel x diganti dengan $-2y + 10$ sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} -2x + 3y &= -6 \\ -2(-2y + 10) + 3y &= -6 \\ 4y - 20 + 3y &= -6 \\ 7y - 20 &= -6 \\ 7y &= -6 + 20 \\ 7y &= 14 \\ y &= \frac{14}{7} \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai $y = 2$ ke $x = -2y + 10$ diperoleh nilai $x = 6$.

Jadi penyelesaian dari $\begin{cases} x + 2y = 10 \\ -2x + 3y = -6 \end{cases}$ adalah $(6, 2)$.

Mintalah perwakilan kelompok untuk presentasi. Pada saat presentasi, peserta didik menunjukkan kesalahan pekerjaan Joko, kemudian peserta didik memperbaiki pekerjaan Joko agar menjadi penyelesaian yang tepat.

f. Aktivitas 4

Aktivitas ini bertujuan menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi. Bapak/Ibu guru dapat menggunakan metode yang sama seperti aktivitas ke 3 yaitu diskusi berpasangan. Mintalah peserta didik mengerjakan kegiatan Eksplorasi 1.6 secara mandiri.

Eksplorasi

1.6

Mencermati Pekerjaan Butet

Di kegiatan eksplorasi ini peserta didik diminta untuk mencermati strategi yang digunakan Butet untuk menyelesaikan sebuah sistem persamaan linear dua variabel. Salah satu kemungkinan jawaban peserta didik yang benar dalam eksplorasi ini adalah sebagai berikut.

Pertama-tama, Butet mengurangi persamaan pertama dengan kedua untuk menghilangkan (atau mengeliminasi) variabel y . Proses pengurangan persamaan tersebut diperbolehkan karena proses seperti itu sama dengan mengurangi (atau menjumlahkan) kedua ruas persamaan dengan bilangan yang sama. Setelah, variabel y hilang, Butet menyelesaikan persamaan yang dihasilkan dan mendapatkan nilai $x = 2$.

Di langkah berikutnya, Butet ingin menghilangkan (atau mengeliminasi) variabel x . Untuk itu, dia awalnya mengalikan persamaan pertama dengan 4 dan mengalikan persamaan kedua dengan 3, kemudian dia mengurangi persamaan-persamaan yang dihasilkan. Perkalian persamaan pertama dan kedua dengan bilangan 4 dan 3 tersebut diperbolehkan karena proses tersebut menghasilkan persamaan-persamaan yang ekuivalen. Setelah itu, dia menyelesaikan persamaan linear satu variabel yang diperoleh dan dia mendapatkan nilai $y = 120$.

Bapak/Ibu guru dapat mengatur peserta didik secara berpasangan untuk saling membagikan hasil pekerjaannya masing-masing. Mintalah beberapa pasangan untuk berbagi hasil diskusi dan beri kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Berilah penegasan mengenai cara

penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi. Bapak/Ibu guru dapat meminta peserta didik untuk mencermati contoh 1.6 kemudian mengerjakan kegiatan Ayo Mencoba yang bersesuaian dengan contoh tersebut secara mandiri.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 1.6

Sistem persamaan linear dua variabel yang diberikan adalah sebagai berikut.

$$\begin{cases} 3x + 7y = 5 & \text{persamaan I} \\ 5x - 2y = 22 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Untuk menyelesaikannya, kita lakukan langkah-langkah berikut.

Langkah pertama: Eliminasi variabel x

Untuk mengeliminasi variabel x , koefisien x harus sama, sehingga persamaan I dikalikan dengan 5 dan persamaan II dikalikan dengan 3.

$$\begin{array}{r} 3x + 7y = 5 \quad | \times 5 | 15x + 35y = 25 \\ 5x - 2y = 22 \quad | \times 3 | 15x - 6y = 66 \\ \hline 41y = -41 \\ y = \frac{-41}{41} \\ y = -1 \end{array}$$

Langkah kedua: Eliminasi variabel y

Untuk mengeliminasi variabel y , koefisien y harus sama, sehingga persamaan I dikalikan dengan 2 dan persamaan II dikalikan dengan 7.

$$\begin{array}{r} 3x + 7y = 5 \quad | \times 2 | 6x + 14y = 10 \\ 5x - 2y = 22 \quad | \times 7 | 35x - 14y = 154 \\ \hline 41x = 164 \\ x = \frac{164}{41} \\ x = 4 \end{array}$$

Jadi, penyelesaian dari $\begin{cases} 3x + 7y = 5 \\ 5x - 2y = 22 \end{cases}$ adalah $(4, -1)$.

Antisipasi Miskonsepsi

Kemungkinan ada peserta didik ada yang tidak teliti saat mengurangi dua persamaan pada langkah pertama Ayo mencoba 1.8. Untuk itu, Bapak/Ibu guru perlu memperhatikan ketelitian peserta didik.



Ayo Berpikir Kreatif 1.1

Pada soal Ayo Berpikir Kreatif 1.1, jawaban peserta didik dapat berbeda-beda. Salah satu sistem persamaan linear dua variabel yang penyelesaiannya (2,-5) adalah sebagai berikut.

$$\begin{cases} 2x + 3y = -11 \\ 4x + y = 3 \end{cases}$$

Bapak/Ibu guru dapat mengajak peserta didik untuk berkomunikasi dengan temannya tentang matematika dengan mengerjakan kegiatan Ayo Bekerja Sama 1.1 secara berpasangan. Pada saat mengerjakan kegiatan ini, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan metode kartu berpasangan (M10). Bapak/Ibu guru mengatur peserta didik secara berpasangan kemudian membagi dua kartu kepada tiap peserta didik dalam pasangan. Peserta didik A mendapat kartu masalah dan peserta didik B mendapat kartu data.



Ayo Bekerja Sama 1.1

Berikut ini contoh kartu masalah dan kartu data yang dapat disiapkan oleh guru.

Kartu Masalah	Kartu Data
Paulina membeli buku dan pensil. Ahmad juga membeli buku dan pensil. Berapakah harga satu buku dan satu pensil yang dibeli Paulina dan Ahmad?	<ul style="list-style-type: none">• Paulina dan Ahmad membeli buku dan pensil di toko yang sama sehingga harganya sama.• Banyak buku yang dibeli Paulina adalah 3.• Banyak pensil yang dibeli Paulina adalah 3.
	<ul style="list-style-type: none">• Total uang yang dibayarkan Paulina adalah Rp13.500,00.• Banyak buku yang dibeli Ahmad adalah 4.• Banyak pensil yang dibeli Ahmad adalah 2.• Total uang yang dibayarkan Ahmad adalah Rp14.000,00.

Peserta didik saling berkomunikasi, peserta didik B menanyakan “Informasi apa yang kamu perlukan? Mengapa kamu memerlukan informasi itu?”. Peserta didik A menjelaskan bahwa untuk menjawab permasalahan pada kartu masalah, dia harus memastikan bahwa Paulina dan Ahmad membeli buku dan pensil di toko yang sama sehingga harganya sama. Peserta didik A membutuhkan data banyak buku dan pensil yang dibeli Paulina dan Ahmad serta uang yang dibayarkan. Peserta didik A menggunakan informasi pada kartu data untuk menyelesaikan permasalahan, peserta didik B membantunya.

$$\begin{aligned}
 5x + 2y &= 5.150.000 \\
 5x + 2(450.000) &= 5.150.000 \\
 5x + 900.000 &= 5.150.000 \\
 5x &= 4.250.000 \\
 x &= \frac{4.250.000}{5} \\
 x &= 850.000
 \end{aligned}$$

Diperoleh harga tenun buna Rp850.000,00 dan harga tenun ikat Rp450.000,00.

Harga dari masing-masing kain tenun apabila membeli 9 kain adalah sebagai berikut.

$$\text{Kain tenun buna} = 9 \times 850.000 = 7.650.000$$

$$\text{Kain tenun ikat} = 9 \times 450.000 = 4.050.000$$

Apabila membeli 9 kain tenun buna maka uang yang harus dikeluarkan adalah Rp7.650.000,00 sedangkan apabila membeli 9 kain tenun ikat uang yang harus dikeluarkan Rp4.050.000,00. Jadi, pernyataan yang benar adalah pernyataan Garlola.

Apabila waktu untuk mata pelajaran Matematika memungkinkan, Bapak/Ibu guru dapat menambahkan Pembelajaran Alternatif berikut.

Alternatif Pembelajaran

Di pembelajaran alternatif ini peserta didik diajak untuk menggunakan pemikiran dan penalaran proporsionalnya untuk meracik warna. Setelah itu, mereka juga dipandu untuk menyelesaikan masalah tentang warna tersebut dengan menggunakan sistem persamaan linear dua variabel.



Aktivitas pembelajaran yang digunakan dalam pembelajaran alternatif ini dapat diakses di tautan <http://ringkas.kemdikbud.go.id/NuansaJingga> atau dengan memindai kode QR di samping. Untuk mengetahui bagaimana menggunakan aktivitas pembelajaran tersebut dan mengelola kelasnya, Bapak/Ibu dapat menonton video tutorialnya di tautan berikut ini.

 <https://youtu.be/CDKQh011k64>

Kunci Jawaban

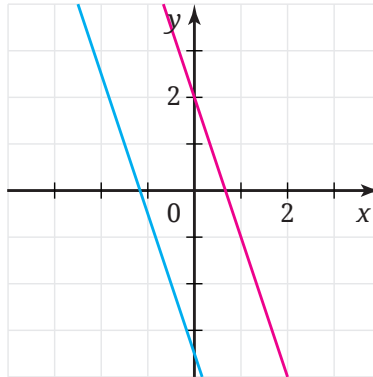
Latihan

B

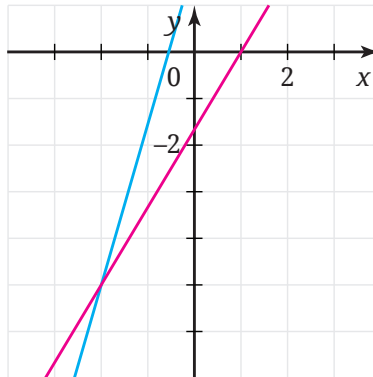
Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

1. *Benar*
2. *Salah.* Diberikan sistem persamaan $\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$. Jika $\frac{a}{p} \neq \frac{b}{q}$, maka sistem persamaan linear dua variabel mempunyai tepat satu penyelesaian.
3. Berikut ini pasangan yang tepat antara sistem persamaan dan grafiknya.

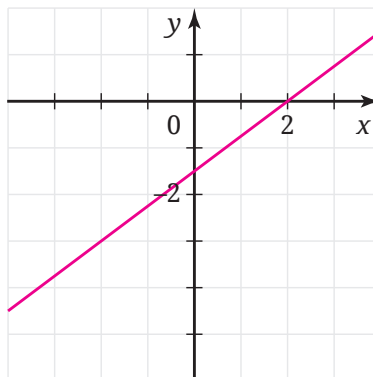
a. $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ -6x - 2y = 7 \end{cases}$



b. $\begin{cases} 7x - 2y = -4 \\ -5x + 3y = -5 \end{cases}$



c. $\begin{cases} 3x - 4y = 6 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{3}y = \frac{1}{2} \end{cases}$

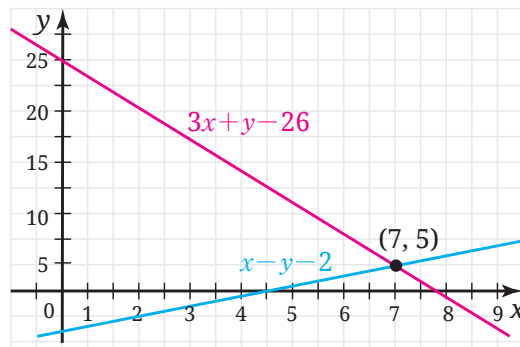


4. Menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode grafik.

a.
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 26 \end{cases}$$

Untuk memudahkan dalam menggambar grafik, tentukan titik potong sumbu x dan sumbu y .

$x - y = 2$			$3x + y = 26$		
x	0	2	x	0	$8\frac{2}{3}$
y	-2	0	y	26	0
(x, y)	(0, -2)	(2, 0)	(x, y)	(0, 26)	$(8\frac{2}{3}, 0)$



Gambar 1.9 Grafik $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 26 \end{cases}$

Gambar 1.8 merupakan grafik dari sistem persamaan linear

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 26 \end{cases}$$
. Terlihat bahwa perkiraan titik potong kedua

persamaan adalah (7, 5). Untuk memastikan apakah (7, 5)

merupakan titik potong dari sistem persamaan linear tersebut, periksa dengan memasukkan nilai x dan y ke dalam setiap persamaan.

Persamaan $x - y = 2$

$$7 - 5 = 2$$

$$2 = 2 \text{ (benar)}$$

Persamaan $3x + y = 26$

$$3(7) + 5 = 26$$

$$26 = 26 \text{ (benar)}$$

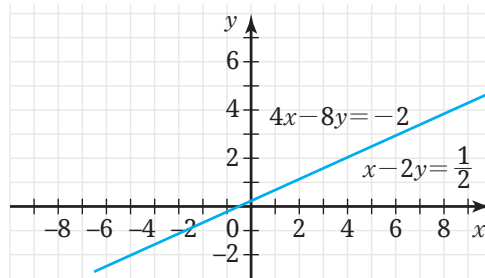
Jadi penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 26 \end{cases} \text{ adalah } (7, 5).$$

b.
$$\begin{cases} 4x - 8y = -2 \\ x - 2y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Untuk memudahkan dalam menggambar grafik, tentukan titik potong sumbu x dan sumbu y .

$4x - 8y = -2$			$x - 2y = -\frac{1}{2}$		
x	0	$-\frac{1}{2}$	x	0	$-\frac{1}{2}$
y	$\frac{1}{4}$	0	y	$\frac{1}{4}$	0
(x, y)	$(0, \frac{1}{4})$	$(-\frac{1}{2}, 0)$	(x, y)	$(0, \frac{1}{4})$	$(-\frac{1}{2}, 0)$



Gambar 1.10 Grafik $\begin{cases} 4x - 8y = -2 \\ x - 2y = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Gambar 1.10 merupakan grafik dari sistem persamaan linear $\begin{cases} 4x - 8y = -2 \\ x - 2y = -\frac{1}{2} \end{cases}$. Terlihat bahwa kedua garis berimpit, sistem persamaan linear dua variabel mempunyai banyak penyelesaian.

5. Menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode substitusi.

a.
$$\begin{cases} 4x - 8y = 11 & \text{persamaan I} \\ x + 5y = 1 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Persamaan ke II $x + 5y = 5$ diubah menjadi $x = -5y + 1$.

Substitusikan $x = -5y + 1$ ke persamaan ke I, diperoleh:

$$4(-5y + 1) - 8y = 11$$

$$-20y + 4 - 8y = 11$$

$$-28y + 4 = 11$$

$$-28y = 7$$

$$y = -\frac{1}{4}$$

Substitusikan nilai $y = -\frac{1}{4}$ ke $x = -5y + 1$ diperoleh nilai $x = 2\frac{1}{4}$

Penyelesaian dari $\begin{cases} 4x - 8y = 11 \\ x + 5y = 1 \end{cases}$ adalah $(2\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})$.

Substitusikan persamaan I ke persamaan ke II, diperoleh:

$$2(2y + 1) + 3y = -5$$

$$4y + 2 + 3y = -5$$

$$7y + 2 = -5$$

$$7y = -7$$

$$y = -\frac{7}{7}$$

$$y = -1$$

Substitusikan nilai $y = -1$ ke $x = 2y + 1$ diperoleh nilai $x = -1$.

Jadi penyelesaian dari $\begin{cases} x = 2y + 1 \\ 2x + 3y = -5 \end{cases}$ adalah $(-1, -1)$.

6. Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan metode eliminasi.

a. $\begin{cases} 3x - 4y = -11 & \text{persamaan I} \\ \frac{1}{3}x + 6y = 2 & \text{persamaan II} \end{cases}$

Untuk mengeliminasi variabel x , persamaan I dikalikan dengan 1 dan persamaan II dikalikan dengan 9.

$$\begin{array}{r} 3x - 4y = -11 \quad | \times 1 \\ \frac{1}{3}x + 6y = 2 \quad | \times 9 \\ \hline 3x - 4y = -11 \\ 3x + 54y = 18 \\ \hline -58y = -29 \\ y = \frac{-29}{-58} \\ y = \frac{1}{2} \end{array}$$

Untuk mengeliminasi variabel y , sehingga persamaan I dikalikan dengan 6 dan persamaan II dikalikan dengan 4.

$$\begin{array}{r|l} 3x - 4y = -11 & \times 6 \\ \frac{1}{3}x + 6y = 2 & \times 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18x - 24y = -66 \\ \frac{4}{3}x + 24y = 8 \\ \hline \frac{58}{3}x = -58 \end{array}$$

Jadi penyelesaian dari $\begin{cases} 3x - 4y = -11 \\ \frac{1}{3}x + 6y = 2 \end{cases}$ adalah $(-3, \frac{1}{2})$.

b. $\begin{cases} 4x + 5y = -2 & \text{persamaan I} \\ 8x - 5y = 5 & \text{persamaan II} \end{cases}$

Untuk mengeliminasi variabel x , persamaan I dikalikan dengan 2 dan persamaan II dikalikan dengan 1.

$$\begin{array}{r|l} 4x + 5y = -2 & \times 2 \\ 8x - 5y = 5 & \times 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8x + 10y = -4 \\ 8x - 5y = 5 \\ \hline 15y = -9 \\ y = \frac{-9}{15} \\ y = -\frac{3}{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x + 5y = -2 \\ 8x - 5y = 5 \\ \hline 12x = 3 \\ x = \frac{1}{4} \end{array}$$

Jadi penyelesaian dari $\begin{cases} 4x + 5y = -2 \\ 8x - 5y = 5 \end{cases}$ adalah $(\frac{1}{4}, -\frac{3}{5})$.

7. Menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode campuran.

a. $\begin{cases} -2x + 5y = -49 & \text{persamaan I} \\ 4x - 6y = 70 & \text{persamaan II} \end{cases}$

Untuk mengeliminasi variabel x , persamaan I dikalikan dengan 2 dan persamaan II dikalikan dengan 1.

$$\begin{array}{r}
 -2x + 5y = -49 \quad | \times 2 | \quad -4x + 10y = -98 \\
 4x - 6y = 70 \quad | \times 1 | \quad 4x - 6y = 70 \\
 \hline
 4y = -28 \\
 y = \frac{-28}{4} \\
 y = -7
 \end{array}$$

Substitusikan nilai y ke persamaan I

$$\begin{array}{r}
 -2x + 5y = -49 \\
 -2x + 5(-7) = -49 \\
 -2x - 35 = -49 \\
 -2x = -49 + 35 \\
 -2x = -14 \\
 x = \frac{-14}{-2} \\
 x = 7
 \end{array}$$

Jadi penyelesaian dari $\begin{cases} -2x + 5y = -49 \\ 4x - 6y = 70 \end{cases}$ adalah $(7, -7)$.

b.
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 13x + 11y = 9 \end{cases}$$

Untuk mengeliminasi variabel y , persamaan I dikalikan dengan 11 dan persamaan II dikalikan dengan 1.

$$\begin{array}{r}
 2x - y = 3 \quad | \times 11 | \quad 22x - 11y = 33 \\
 13x + 11y = 9 \quad | \times 1 | \quad 13x + 11y = 9 \\
 \hline
 35x = 42 \\
 x = \frac{42}{35} \\
 x = 1\frac{1}{5}
 \end{array}$$

Substitusikan nilai x ke persamaan I

$$\begin{array}{r}
 2x - y = 3 \\
 2\left(1\frac{1}{5}\right) - y = 3 \\
 \frac{12}{5} - y = 3 \\
 -y = 3 - \frac{12}{5} \\
 y = \frac{15}{5} - \frac{12}{5} = \frac{3}{5}
 \end{array}$$

Jadi penyelesaian dari $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 13x + 11y = 9 \end{cases}$ adalah $\left(1\frac{1}{5}, \frac{3}{5}\right)$.

8. Ingat jika diberikan sistem persamaan $\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$ dengan $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} \neq \frac{c}{r}$, maka sistem persamaan linear tersebut tidak memiliki penyelesaian.

$$\begin{cases} x - y = 13 \\ -x - ny = 9 \end{cases}$$

$$\frac{1}{-1} = \frac{-1}{-n}$$

$$1(-n) = -1(-1)$$

$$-n = 1$$

$$n = -1$$

Jadi nilai n agar sistem persamaan $\begin{cases} x - y = 13 \\ -x - ny = 9 \end{cases}$ tidak memiliki penyelesaian adalah $n = 1$.

Untuk mengerjakan permasalahan nomor 9-12 peserta didik dapat menggunakan metode grafik, eliminasi, substitusi, atau campuran.

9. Misalkan x merupakan harga kue basung dan y merupakan harga kue mendut, maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} x + 3y = 13.500 & \text{persamaan I} \\ 2x + 5y = 24.000 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Untuk mengeliminasi variabel x , persamaan I dikalikan dengan 2 dan persamaan II dikalikan dengan 1.

$$\begin{array}{r|l} x + 3y = 13.500 & \times 2 \quad 2x + 6y = 27.000 \\ 2x + 5y = 24.000 & \times 1 \quad 2x + 5y = 24.000 \\ \hline & y = 3.000 \end{array}$$

Substitusikan nilai y ke persamaan I

$$\begin{aligned} x + 3y &= 13.500 \\ x + 3(3.000) &= 13.500 \\ x + 9.000 &= 13.500 \\ x &= 4.500 \\ 7x + 3y &= 7(4.500) + 3(3.000) \\ &= 31.500 + 9.000 \\ &= 40.500 \end{aligned}$$

Jadi harga tiga kue mendut dan tujuh kue basung adalah Rp40.500,00.

- 10 Misalkan x merupakan banyak kuas lukis jenis I dan y merupakan banyak kuas lukis jenis II, maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 35.000x + 24.000y = 1.103.000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 40 & \text{persamaan I} \\ 35x + 24y = 1.103 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Persamaan I diubah menjadi $x = 40 - y$.

Substitusikan persamaan $x = 40 - y$ ke persamaan II, diperoleh:

$$\begin{aligned} 35x + 24y &= 1.103 \\ 35(40 - y) + 24y &= 1.103 \\ 1.400 - 35y + 24y &= 1.103 \\ 1.400 - 11y &= 1.103 \\ -11y &= -297 \\ y &= \frac{-297}{-11} \\ y &= 27 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai $y = 27$ ke $x = 40 - y$ diperoleh nilai $x = 13$.

Jadi banyak kuas lukis jenis I ada 13 buah dan banyak kuas lukis jenis II ada 27 buah.

11. Tentukan bilangan pertama dan bilangan kedua.

Misalkan x merupakan bilangan pertama dan y merupakan bilangan kedua, maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x + 1 = \frac{1}{2}y & \text{persamaan I} \\ x = 4 + 2y & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Substitusikan persamaan II ke persamaan I, diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}x + 1 &= \frac{1}{2}y \\ \frac{1}{4}(4 + 2y) + 1 &= \frac{1}{2}y \\ 1 + \frac{1}{2}y + 1 &= \frac{1}{2}y \\ 2 &= 0 \quad (\text{salah}) \end{aligned}$$

Jadi tidak ada bilangan yang memenuhi teka-teki tersebut.

12. Tentukan nilai xy jika diketahui sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} \frac{-3x+2y}{5x+7y+3} = \frac{6}{7} \\ \frac{2x+5}{-y+8} = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7(-3x+2y) = 6(5x+7y+3) \\ 5(2x+5) = -y+8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -21x+14y = 30x+42y+18 \\ 10x+25 = -y+8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -51x-28y = 18 & \text{persamaan I} \\ 10x+y = -17 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Persamaan II diubah menjadi $y = -10x - 17$.

Substitusikan persamaan $y = -10x - 17$ ke persamaan I, diperoleh:

$$\begin{aligned} -51x - 28y &= 18 \\ -51x - 28(-10x - 17) &= 18 \\ -51x + 280x + 476 &= 18 \\ 229x &= -458 \\ x &= -\frac{458}{229} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai $x = -2$ ke $y = -10x - 17$ diperoleh nilai $y = 3$.

Jadi nilai $xy = -6$.

E. Kunci Jawaban Uji Kompetensi

1. *Salah.* Persamaan tersebut merupakan persamaan linear dua variabel.
2. *Salah.*

$$\begin{aligned} \frac{-3}{2}(4) + 5(-1) & \stackrel{?}{=} -1 \\ -6 - 5 & \stackrel{?}{=} -1 \\ -11 & \stackrel{?}{=} -1 \end{aligned}$$

Jadi $(4, -1)$ bukan merupakan penyelesaian dari persamaan $\frac{-3}{2}x + 5y = -1$.

3. *Salah.* Metode eliminasi dilakukan dengan cara menghilangkan (mengeliminasi) salah satu variabel dari sistem persamaan tersebut untuk menentukan nilai variabel lain.

4. *Benar.*
5. Tak hingga penyelesaian.
6. a. Himpunan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel $2x + 5y = 14$ dengan nilai x dan y anggota bilangan cacah adalah $\{(2,2), (7,0)\}$.
 b. himpunan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel $2x + 5y = 14$ dengan nilai x dan y anggota bilangan real adalah $\{(x,y) | 2x + 5y = 14; x, y \in \mathbb{R}\}$.
7. Misalkan p = harga satu tangkai bunga lili
 q = harga satu tangkai bunga mawar
 persamaan linear dua variabel dari masalah tersebut adalah $3p + 10q = 86.000$.

Untuk mengerjakan permasalahan nomor 8 dan 11-25 peserta didik dapat menggunakan metode grafik, eliminasi, substitusi, atau campuran.

8. Untuk menentukan penyelesaian dari sistem persamaan berikut peserta didik dapat menggunakan metode grafik, eliminasi, substitusi, atau campuran.

a.
$$\begin{cases} -x + 3y = -5 & \text{persamaan I} \\ 2x - 5y = 8 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Untuk mengeliminasi variabel x , persamaan I dikalikan dengan 2 dan persamaan II dikalikan dengan 1.

$$\begin{array}{r} -x + 3y = -5 \quad | \times 2 \quad | -2x + 6y = -10 \\ 2x - 5y = 8 \quad | \times 1 \quad | 2x - 5y = 8 \\ \hline y = -2 \end{array} +$$

Substitusikan nilai y ke persamaan I

$$\begin{aligned} -x + 3y &= -5 \\ -x + 3(-2) &= -5 \\ -x - 6 &= -5 \\ -x &= 1 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Jadi penyelesaian dari $\begin{cases} -x + 3y = -5 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases}$ adalah $(-1; -2)$.

$$\text{b. } \begin{cases} x - 2y = -9 & \text{persamaan I} \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 10 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Persamaan I $x - 2y = -9$ diubah menjadi $x = 2y - 9$.

Substitusikan $x - 2y = -9$ ke persamaan ke II, diperoleh:

$$\frac{1}{4}(2y - 9) - \frac{1}{2}y = 10$$

$$\frac{1}{2}y - \frac{9}{4} - \frac{1}{2}y = 10$$

$$-\frac{9}{4} = 10$$

Jadi sistem persamaan $\begin{cases} x - 2y = -9 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 10 \end{cases}$ tidak memiliki penyelesaian.

$$\text{c. } \begin{cases} 5x + 10y = 25 & \text{persamaan I} \\ 15x + 30y = 75 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Untuk mengeliminasi variabel x , persamaan I dikalikan dengan 3 dan persamaan II dikalikan dengan 1.

$$\begin{array}{r} 5x + 10y = 25 \quad | \times 3 \quad | \quad 15x + 30y = 75 \\ 15x + 30y = 75 \quad | \times 1 \quad | \quad 15x + 30y = 75 \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$

Jadi sistem persamaan $\begin{cases} 5x + 10y = 25 \\ 15x + 30y = 75 \end{cases}$ memiliki banyak penyelesaian.

9. Ingat jika diberikan sistem persamaan $\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$ dengan $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} \neq \frac{c}{r}$ maka sistem persamaan linear tersebut tidak memiliki penyelesaian.

$$\text{a. } \begin{cases} -x + 2y = -7 \\ 2x - ny = 9 \end{cases}$$

$$\frac{-1}{2} = \frac{2}{-n}$$

$$-1(-n) = 2(2)$$

$$n = 4$$

Jadi nilai n agar sistem persamaan $\begin{cases} -x + 2y = -7 \\ 2x - ny = 9 \end{cases}$ tidak memiliki penyelesaian adalah $n = 4$.

$$b. \begin{cases} 7x - 3y = -13 \\ nx - 6y = 23 \end{cases}$$

$$\frac{7}{n} = \frac{-3}{-6}$$

$$7(-6) = n(-3)$$

$$-42 = -3n$$

$$n = \frac{-42}{-3}$$

$$n = 14$$

Jadi nilai n agar sistem persamaan $\begin{cases} 7x - 3y = -13 \\ nx - 6y = 23 \end{cases}$ tidak memiliki penyelesaian adalah $n = 14$.

10. Ingat jika diberikan sistem persamaan $\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$ dengan $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} \neq \frac{c}{r}$, maka sistem persamaan linear tersebut mempunyai banyak penyelesaian.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 7 + p \\ (p - 2)x - 4y = 9 - q \end{cases}$$

Mencari nilai p

$$\frac{3}{p-2} = \frac{4}{-4}$$

$$3(-4) = 4(p-2)$$

$$-12 = 4p - 8$$

$$-4p = 4$$

$$p = \frac{-4}{4}$$

$$p = -1$$

Mencari nilai q

$$\frac{4}{-4} = \frac{7+p}{9-q}$$

$$\frac{4}{-4} = \frac{7-1}{9-q}$$

$$\frac{4}{-4} = \frac{6}{9-q}$$

$$4(9-q) = 6(-4)$$

$$36 - 4q = -24$$

$$-4q = -24 - 36$$

$$-4q = -60$$

$$q = \frac{-60}{-4}$$

$$q = 15$$

Jadi $p + q = -1 + 15 = 14$

11. Misalkan x merupakan harga satu kilogram jeruk dan y merupakan harga satu kilogram apel, maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 125.000 & \text{persamaan I} \\ 3x + 4y = 131.000 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Untuk mengeliminasi variabel y , persamaan I dikalikan dengan 2 dan persamaan II dikalikan dengan 1.

$$\begin{array}{r} 5x + 2y = 125.000 \quad | \times 2 \\ 3x + 4y = 131.000 \quad | \times 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} 10x + 4y = 250.000 \\ 3x + 4y = 131.000 \\ \hline 7x = 119.000 \\ x = \frac{119.000}{7} \\ x = 17.000 \end{array} \right.$$

Substitusikan nilai x ke persamaan I

$$\begin{array}{l} 5x + 2y = 125.000 \\ 5(17.000) + 2y = 125.000 \\ 85.000 + 2y = 125.000 \\ 2y = 125.000 - 85.000 \\ 2y = 40.000 \\ y = \frac{40.000}{2} \\ y = 20.000 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 7x + y = 7(17.000) + 20.000 \\ = 119.000 + 20.000 \\ = 139.000 \end{array}$$

Jadi uang yang harus dibayarkan apabila membeli 7 kg jeruk dan 1 kg apel adalah Rp139.000,00.

12. Misalkan x dan y merupakan dua sudut yang saling berpenyiku, dengan x merupakan sudut yang lebih besar. Diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} x + y = 90 & \text{persamaan I} \\ x = 6 + 4y & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Substitusikan persamaan II ke persamaan I, diperoleh:

$$\begin{array}{l} x + y = 90 \\ 6 + 4y + y = 90 \\ 6 + 5y = 90 \\ 5y = 90 - 6 \\ 5y = 84 \\ y = \frac{84}{5} \\ y = 16,8 \end{array}$$

Substitusikan nilai $y = 16,8$ ke $x + y = 90$ diperoleh nilai $x = 73,2$.
Jadi besar kedua sudut tersebut adalah $16,8^\circ$ dan $73,2^\circ$.

13. Misalkan x merupakan waktu balapan sepeda (dalam detik) dan y merupakan jarak yang ditempuh (dalam meter).

Kasus Dava

Diketahui dua titik $(6, 180)$ dan $(9, 270)$

$$\begin{aligned} \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} &= \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \\ \frac{y - 180}{270 - 180} &= \frac{x - 6}{9 - 6} \\ \frac{y - 180}{90} &= \frac{x - 6}{3} \\ 3(y - 180) &= 90(x - 6) \\ 3y - 540 &= 90x - 540 \\ 3y &= 90x \\ y &= 30x \end{aligned}$$

Kasus Alex

Diketahui kecepatan 30 meter per detik. Ingat rumus kecepatan adalah jarak dibagi waktu sehingga di peroleh persamaan $y = 30x$. Pada permasalahan ini diperoleh sistem persamaan

$$\begin{cases} y = 30x & \text{persamaan kasus Dava} \\ y = 30x & \text{persamaan kasus Alex} \end{cases}$$

Jika digambar grafik kedua garis berimpit, artinya perlombaan seri.

14. Misalkan x merupakan banyak pinjaman pertama dan y merupakan banyak pinjaman kedua, maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} x + y = 8.000.000 & \text{persamaan I} \\ 0,05x + 0,03y = 310.000 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Persamaan I diubah bentuk menjadi $x = 8.000.000 - y$

Substitusikan $x = 8.000.000 - y$ ke persamaan II, diperoleh:

$$\begin{aligned} 0,05x + 0,03y &= 310.000 \\ 0,05(8.000.000 - y) + 0,03y &= 310.000 \\ 400.000 - 0,05y + 0,03y &= 310.000 \\ -0,02y &= -90.000 \\ y &= 4.500.000 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai $y = 4.500.000$ ke $x = 8.000.000 - y$ diperoleh nilai $x = 3.500.000$.

Jadi banyak pinjaman pertama adalah Rp3.500.000,00 dan pinjaman kedua Rp4.000.000,00.

15. Misalkan p dan q berturut-turut menyatakan kecepatan motor dan mobil.

Ingat rumus kecepatan = $\frac{\text{jarak}}{\text{waktu}}$ Diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} \frac{240}{p} = \frac{222}{q} & \text{persamaan I} \\ p = q + 6 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Substitusikan persamaan II ke persamaan I, diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{240}{p} &= \frac{222}{q} \\ \frac{240}{q+6} &= \frac{222}{q} \\ 240q &= 222(q+6) \\ 240q &= 222q + 1332 \\ 240q - 222q &= 1332 \\ 18q &= 1332 \\ q &= \frac{1332}{18} \\ q &= 74 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai $q = 74$ ke persamaan II diperoleh nilai $p = 80$.
Jadi kecepatan motor dan mobil berturut-turut adalah 80 km/jam dan 74 km/jam.

16. Misalkan x merupakan kecepatan bola dan y merupakan kecepatan angin, maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} x - y = 6 & \text{persamaan I} \\ x + y = 10 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Persamaan I diubah bentuk menjadi $x = 6 + y$.

Substitusikan $x = 6 + y$ ke persamaan II, diperoleh:

$$\begin{aligned} x + y &= 10 \\ 6 + y + y &= 10 \\ 6 + 2y &= 10 \\ 2y &= 10 - 6 \\ 2y &= 4 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai $y = 2$ ke $x = 6 + y$ diperoleh nilai $x = 8$.

Jadi kecepatan bola adalah 8 m/s dan kecepatan angin adalah 2 m/s.

17. Misalkan x merupakan banyak bubuk pertama (dalam miligram) dan y merupakan banyak bubuk kedua (dalam miligram), maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} 0,2x + 0,15y = 130 & \text{persamaan I} \\ 0,1x + 0,2y = 80 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Untuk mengeliminasi variabel x , persamaan I dikalikan dengan 1 dan persamaan II dikalikan dengan 2.

$$\begin{array}{r} 0,2x + 0,15y = 130 \quad | \times 1 \\ 0,1x + 0,2y = 80 \quad | \times 2 \\ \hline 0,2x + 0,15y = 130 \\ 0,2x + 0,4y = 160 \\ \hline -0,25y = -30 \\ y = 120 \end{array}$$

Substitusikan nilai x ke persamaan I

$$\begin{aligned} 0,2x + 0,15y &= 130 \\ 0,2x + 0,15(120) &= 130 \\ 0,2x + 18 &= 130 \\ 0,2x &= 130 - 18 \\ 0,2x &= 112 \\ x &= 560 \end{aligned}$$

Jadi banyak bubuk pertama adalah 560 mg dan banyak bubuk kedua 120 mg.

18. Misalkan x merupakan besar uang yang diinvestasikan pada rekening pertama dan y merupakan besar uang yang diinvestasikan pada rekening kedua, maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} x + y = 84.000.000 & \text{persamaan I} \\ 0,04x + 0,06y = 4.560.000 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Persamaan I diubah bentuk menjadi $x = 84.000.000 - y$.

Substitusikan $x = 84.000.000 - y$ ke persamaan II, diperoleh:

$$\begin{aligned} 0,04x + 0,06y &= 4.560.000 \\ 0,04(84.000.000 - y) + 0,06y &= 4.560.000 \\ 3.360.000 - 0,04y + 0,06y &= 4.560.000 \\ 0,02y &= 1.200.000 \\ y &= 60.000.000 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai $y = 60.000.000$ ke $x = 84.000.000 - y$ diperoleh nilai $x = 24.000.000$.

Jadi besar uang pada tiap rekening adalah Rp24.000.000,00 dan Rp60.000.000,00.

$$19. \begin{cases} x + 2y = 180 \\ 3x - 70 + y = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 180 & \text{persamaan I} \\ 3x + y = 250 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Persamaan I diubah bentuk menjadi $x = 180 - 2y$.

Substitusikan $x = 180 - 2y$ ke persamaan II, diperoleh:

$$\begin{aligned} 3x + y &= 250 \\ 3(180 - 2y) + y &= 250 \\ 540 - 6y + y &= 250 \\ -5y &= -290 \\ y &= 58 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai $y = 58$ ke $x = 180 - 2y$ diperoleh nilai $x = 64$.

Jadi $\angle y = 58^\circ$ dan $\angle x = 64^\circ$.

20. Misalkan x merupakan berat logam pertama dan y merupakan berat logam kedua, maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} x + y = 32 \\ 0,48x + 0,84y = 0,75(32) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 32 & \text{persamaan I} \\ 0,48x + 0,84y = 24 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Persamaan I diubah bentuk menjadi $x = 32 - y$.

Substitusikan $x = 32 - y$ ke persamaan II, diperoleh:

$$\begin{aligned} 0,48x + 0,84y &= 24 \\ 0,48(32 - y) + 0,84y &= 24 \\ 15,36 - 0,48y + 0,84y &= 24 \\ 0,36y &= 8,64 \\ y &= 24 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai $y = 24$ ke $x = 32 - y$ diperoleh nilai $x = 8$.

Jadi berat dari masing-masing logam asli yang harus digunakan adalah 8 gram dan 24 gram.

21. Misalkan x merupakan kecepatan pesawat jet dan y merupakan kecepatan angin, maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} x + y = 550 & \text{persamaan I} \\ x - y = 460 & \text{persamaan II} \end{cases} \quad \begin{array}{r} x + y = 550 \\ x - y = 460 + \\ \hline 2x = 1010 \\ x = 505 \end{array}$$

Substitusikan nilai x ke persamaan I

$$\begin{aligned} x + y &= 550 \\ 505 + y &= 550 \\ y &= 45 \end{aligned}$$

Jadi kecepatan pesawat jet adalah 505 km/jam dan kecepatan angin 45 km/jam.

22. Misalkan x merupakan banyak tiket untuk orang dewasa yang terjual dan y merupakan banyak tiket untuk orang anak yang terjual, maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} x + y = 120 & \text{persamaan I} \\ 75.000x + 35.000y = 7.560.000 & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Persamaan I diubah bentuk menjadi $x = 120 - y$.

Substitusikan $x = 120 - y$ ke persamaan II, diperoleh:

$$\begin{aligned} 75.000x + 35.000y &= 7.560.000 \\ 75.000(120 - y) + 35.000y &= 7.560.000 \\ 9.000.000 - 75.000y + 35.000y &= 7.560.000 \\ -40.000y &= -1.440.000 \\ y &= 36 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai $y = 36$ ke $x = 120 - y$ diperoleh nilai $x = 84$.

Jadi banyak tiket yang terjual adalah 84 tiket dewasa dan 36 tiket anak.

Penalaran

$$23. \begin{cases} 4(x - y) + 3(x + y) - 21 = 23 \\ \frac{x + y}{3} - \frac{(x - y)}{2} = \frac{19}{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4(x - y) + 3(x + y) = 44 & \text{persamaan I} \\ 2(x + y) - 3(x - y) = \frac{19}{2} & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Eliminasi pada persamaan I dan II

$$\begin{array}{r} 4(x-y) + 3(x+y) = 44 \\ 2(x+y) - 3(x-y) = \frac{19}{2} \end{array} \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 3 \end{array} \begin{array}{l} 8(x-y) + 6(x+y) = 88 \\ 6(x+y) - 9(x-y) = \frac{57}{2} \end{array} -$$
$$17(x-y) = \frac{119}{2}$$

$$x-y = 3,5 \quad \text{persamaan III}$$

Substitusi $x-y = 3,5$ ke persamaan pertama

$$\begin{aligned} 4(x-y) + 3(x+y) &= 44 \\ 4(3,5) + 3(x+y) &= 44 \\ 14 + 3(x+y) &= 44 \\ 3(x+y) &= 30 \\ x+y &= 10 \quad \text{persamaan IV} \end{aligned}$$

eliminasi variabel y pada persamaan III dan IV

$$\begin{aligned} x-y &= 3,5 \\ x+y &= 10 \\ \hline 2x &= 13,5 \\ x &= \frac{13,5}{2} \\ x &= 6,75 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai x ke persamaan III atau ke IV diperoleh $y = 3,25$.
Jadi nilai $x = 6,75$ dan $y = 3,25$.

24. Misalkan x merupakan waktu (dalam jam), y merupakan jarak yang ditempuh (dalam kilometer), dan m merupakan kecepatan Tata berangkat sekolah, maka diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut:

$$\begin{cases} y = 40x & \text{persamaan I} \\ y = m\left(x - \frac{1}{4}\right) & \text{persamaan II} \end{cases}$$

Mores dapat menyusul Ampong dalam waktu 45 menit atau $\frac{3}{4}$ jam, sehingga diperoleh $x = \frac{3}{4}$.

Substitusikan $x = \frac{3}{4}$ ke persamaan I

$$\begin{aligned} y &= 40x \\ y &= 40\left(\frac{3}{4}\right) \\ y &= 30 \end{aligned}$$

Substitusikan dan ke persamaan II diperoleh $m = 60$.

Jadi Mores dapat menyusul Ampong dalam waktu 45 menit apabila menempuh perjalanan dengan kecepatan 60 km/jam.

25. Grafik pada sistem persamaan tersebut berimpit sehingga persamaan linear dua variabel memiliki banyak penyelesaian.

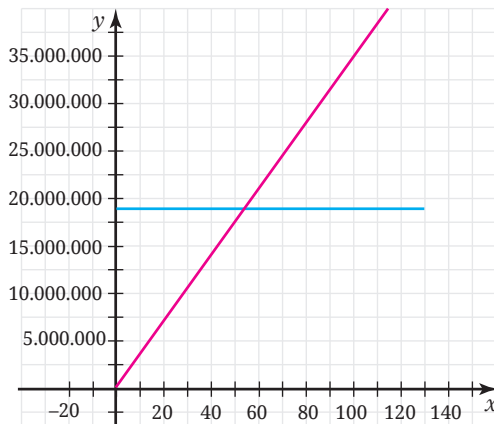
F. Kunci Jawaban Proyek

- a. Misalkan Biaya listrik Rp428.637,00 setiap bulan dengan kapasitas maksimal 900watt (diasumsikan biaya dan penggunaan tetap untuk setiap bulan). Berikut tabel untuk melihat kumulatif biaya listrik.

Tabel 1.6 Biaya Listrik

Waktu (dalam bulan)	Kumulatif Biaya listrik (dalam rupiah)
1	428.637
2	857.274
3	1.285.911
4	1.714.548
5	2.143.185
...	...

- b. Biaya pembelian panel surya dengan 900watt Rp18.775.000,00. Biaya ini tidak diasumsikan untuk memenuhi 24jam karena banyak faktor yang mempengaruhi seperti penggunaan beban yang tidak terkontrol, sinar matahari tidak stabil, dan keterbatasan sistem. Panel surya ini bertahan sampai 10 tahun.
- c. Misalkan x merupakan waktu (dalam bulan) dan y merupakan biaya listrik (dalam rupiah), maka diperoleh model matematika
- $$\begin{cases} y = 428.637x \\ y = 18.775.000 \end{cases}$$



Gambar 1.11 Grafik $\begin{cases} y = 428.637x \\ y = 18.775.000 \end{cases}$

- d. Titik potong grafik $(43,8; 18.775.000)$ yang berarti bahwa pada bulan ke 43,8 biaya listrik sama dengan biaya penggunaan panel surya.
- e. Perusahaan listrik menjadi pilihan terbaik sebelum bulan ke 43,8.
- f. Perusahaan listrik berhenti menjadi pilihan terbaik ketika lebih dari 43,8 bulan.
- g. Perusahaan panel surya menjadi pilihan terbaik ketika $43,8 < x < 120$.
- h. Jawaban peserta didik akan berbeda-beda.

G. Refleksi Guru

Ingat-ingat kembali pengalaman mengajar di Bab 1 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel ini. Setelah itu, refleksikan pengalaman mengajar dengan menanggapi pertanyaan atau pernyataan panduan berikut.

1. Apakah aktivitas pembuka yang Bapak/Ibu lakukan dapat mengarahkan dan mempersiapkan peserta didik dalam belajar Bab 1?
2. Strategi-strategi mengajar seperti apa yang Bapak/Ibu gunakan untuk mengajar Bab 1 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel? Apakah semua strateginya sudah membantu peserta didik untuk belajar secara optimal?
3. Pelajaran berharga apa yang telah Bapak/Ibu dapatkan? Bagaimana caranya agar pembelajaran yang telah dilakukan dapat lebih baik lagi? Kemampuan apa yang perlu Bapak/Ibu kembangkan lagi agar dapat menghadapi situasi tersebut dengan lebih baik lagi?

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Buku Panduan Guru Matematika
untuk SMP/MTs Kelas IX
Penulis: Yosep Dwi Kristanto, dkk
ISBN: 978-602-427-901-1 (jil. 3)

Panduan Khusus

Bab II

Bangun Ruang



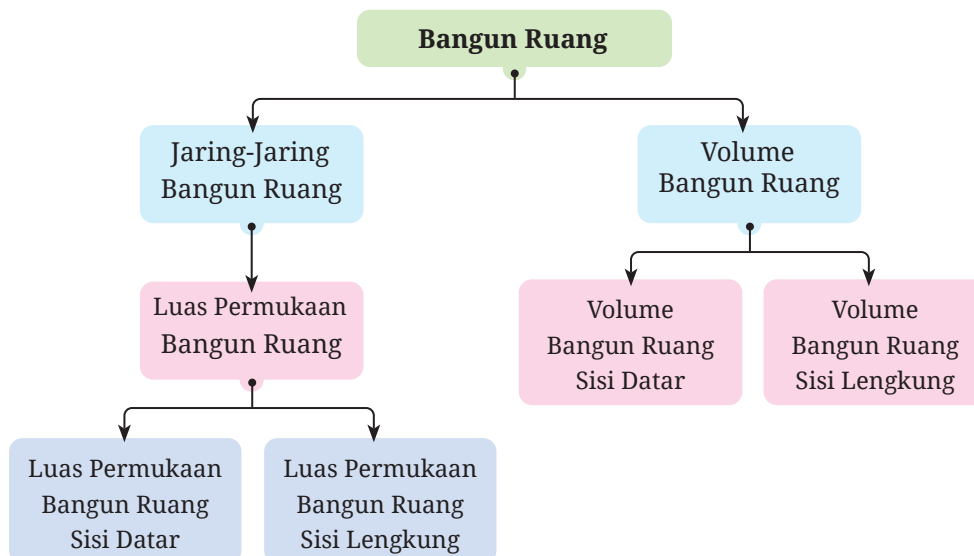
A. Pendahuluan

1. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, peserta didik diharapkan mampu

- Menjelaskan cara untuk menentukan luas lingkaran.
- Menyelesaikan masalah yang terkait dengan luas lingkaran.
- Membuat jaring- jaring bangun ruang (prisma, tabung, limas dan kerucut) dan membuat bangun ruang tersebut dari jaring-jaringnya.
- Menjelaskan cara untuk menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang.
- Menyelesaikan masalah yang terkait dengan luas permukaan dan volume bangun ruang.
- Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional dari bangun datar dan bangun ruang terhadap ukuran panjang, besar sudut, luas, dan/atau volume.

2. Pokok Materi



3. Hubungan dengan Materi Lain

Pada jenjang SD, peserta didik telah diperkenalkan dengan bangun ruang termasuk bagian-bagian dan jenis-jenisnya. Materi tersebut menjadi bekal peserta didik untuk mempelajari lebih jauh tentang bangun ruang, yakni jaring-jaring, luas permukaan, dan volumenya. Penjelasan eksplorasi pada bab ini bersifat induktif. Peserta didik digiring dari pengalaman belajar mereka untuk dapat memahami bagaimana menemukan rumus luas permukaan dan volume. Materi bangun ruang ini akan dipelajari secara lebih dalam di kelas yang lebih atas dan dibuktikan secara lebih formal dengan menggunakan kalkulus.

B. Kaitan dengan Profil Pelajar Pancasila

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
A. Klasifikasi Bangun Ruang dan Jaring-jaring	Aktivitas 1 <ul style="list-style-type: none">Memahami klasifikasi bangun ruang.	Bergotong royong <ul style="list-style-type: none">Kerja sama.Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama.Bernalar kritisMenganalisis dan mengevaluasi penalaran dan prosedurnya.
	Aktivitas 2 <ul style="list-style-type: none">Menggambarkan jaring-jaring bangun ruang.	<ul style="list-style-type: none">Kerja sama.Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama.Bernalar kritis.Menganalisis dan mengevaluasi penalaran dan prosedurnya.
B. Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Datar	Aktivitas 1 <ul style="list-style-type: none">Menemukan ide konsep luas permukaan secara umum.	<ul style="list-style-type: none">Bergotong royong.Kerja sama.Bernalar kritis.Menganalisis.Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
	Aktivitas 2 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus luas permukaan kubus, balok, dan prisma. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
	Aktivitas 3 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus luas permukaan limas segi banyak. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
	Aktivitas 4 <ul style="list-style-type: none"> Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi datar terhadap luas permukaannya. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
C. Volume Bangun Ruang Sisi Datar	Aktivitas 1 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan ide konsep volume secara umum. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
	Aktivitas 2 <ul style="list-style-type: none"> Menentukan rumus volume kubus, balok, dan prisma. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
	Aktivitas 3 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus volume limas segi banyak. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
	Aktivitas 4 <ul style="list-style-type: none"> Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi datar terhadap volumenya. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
D. Lingkaran	Aktivitas 1 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan ide konstanta pi. Menemukan rumus keliling lingkaran. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
	Aktivitas 2 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus luas lingkaran. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
	Aktivitas 3 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus untuk mencari panjang busur. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
	Aktivitas 4 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus untuk mencari luas juring. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
E. Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Lengkung	Aktivitas 1 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus luas permukaan tabung. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
	Aktivitas 2 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus luas permukaan kerucut. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
	Aktivitas 3 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus luas permukaan bola. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
	Aktivitas 4 <ul style="list-style-type: none"> Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi lengkung terhadap luas permukaannya. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
F. Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung	Aktivitas 1 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus volume tabung. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
	Aktivitas 2 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus volume kerucut. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.
	Aktivitas 3 <ul style="list-style-type: none"> Menemukan rumus volume bola. 	<ul style="list-style-type: none"> Bergotong royong. Kerja sama. Bernalar kritis. Menganalisis. Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
	<p>Aktivitas 4</p> <ul style="list-style-type: none"> • Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi lengkung terhadap volumenya. 	<ul style="list-style-type: none"> • Bergotong royong. • Kerja sama. • Bernalar kritis. • Menganalisis. • Merefleksi pemikiran dan proses berpikir.

C. Skema Pembelajaran

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
Klasifikasi Bangun Ruang dan Jaringan-jaring	5	<ul style="list-style-type: none"> Memahami klasifikasi bangun ruang. Menggambarkan jaring-jaring bangun ruang. 	Bangun Ruang	Jaring-jaring	Memilih dan menalar Diskusi matematika produktif	Buku Siswa	
Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Datar	7	<ul style="list-style-type: none"> Menjelaskan cara untuk menentukan luas permukaan bangun ruang sisi datar. Menyelesaikan masalah yang terkait dengan luas permukaan bangun ruang sisi datar. Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi datar terhadap luas permukaannya. 	Bangun Ruang		Memilih dan menalar Diskusi matematika produktif	Buku Siswa	-

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
Volume Bangun Ruang Sisi Datar	7	<ul style="list-style-type: none"> • Menjelaskan cara untuk menentukan volume bangun ruang sisi datar. • Menyelesaikan masalah yang terkait dengan volume bangun ruang sisi datar. • Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi datar terhadap volumenya. • Menjelaskan definisi lingkaran. • Menentukan keliling lingkaran dengan menggunakan fakta bahwa π merupakan perbandingan keliling lingkaran dengan panjang diameternya. 	Bangun Ruang		Memilih dan menalar Diskusi matematika produktif	Buku Siswa	

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
Lingkaran	7	<ul style="list-style-type: none"> Menentukan luas lingkaran. Menentukan panjang busur lingkaran. Menentukan luas juring lingkaran. Menjelaskan cara untuk menentukan luas permukaan bangun ruang sisi lengkung. 	Bangun Ruang		Memilih dan menalar Diskusi matematika produktif	Buku Siswa	
Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Lengkung	7	<ul style="list-style-type: none"> Menyelesaikan masalah yang terkait dengan luas permukaan bangun ruang sisi lengkung. Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi lengkung terhadap luas permukaannya. 	Bangun Ruang		Memilih dan menalar Diskusi matematika produktif	Buku Siswa	

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung	7	<ul style="list-style-type: none"> • Menjelaskan cara untuk menentukan volume bangun ruang sisi lengkung. • Menyelesaikan masalah yang terkait dengan volume bangun ruang sisi lengkung. • Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi datar terhadap volumenya. 	Bangun Ruang		Memilih dan menalar Diskusi matematika produktif	Buku Siswa	

D. Panduan Pembelajaran

1. Subbab A Klasifikasi Bangun Ruang dan Jaring-Jaring

a. Tujuan Pembelajaran

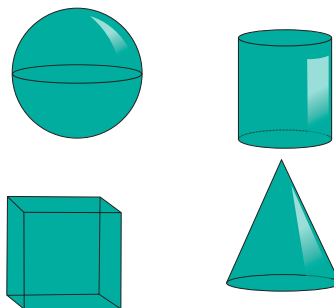
- Memahami klasifikasi bangun ruang
- Menggambarkan jaring-jaring bangun ruang

b. Aktivitas Pembuka

Bapak/Ibu guru dapat mengajak peserta didik untuk mengingat-ingat materi bangun ruang yang telah peserta didik pelajari di SD. Misalnya, Bapak/Ibu guru dapat menanyakan kepada peserta didik, bangun ruang apa saja yang mereka ingat atau contoh bangun ruang yang mereka lihat di ruangan kelas atau di rumah.

Alternatif Pembelajaran

Sebagai alternatif aktivitas pembuka, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan aktivitas memilih dan menalar berikut untuk membantu peserta didik mengingat jenis-jenis bangun ruang. Secara singkat, aktivitas memilih dan menalar dapat diartikan sebagai aktivitas untuk memilih sesuatu yang berbeda dan kemudian memberikan alasannya.



Gambar 2.1 Memilih dan Menalar Bangun Ruang

Salah satu skema pengelolaan kelas untuk aktivitas ini dapat dilakukan sebagai berikut:

1. Tampilkan Gambar 2.1 di layar atau karton besar dengan tulisan “Pilih satu gambar yang tidak serupa dengan yang lain”. Mintalah peserta didik untuk memilih satu gambar dan menyiapkan alasannya.
2. Selanjutnya, mintalah peserta didik berdiri dan menuju ke pojok kelas sesuai dengan gambar yang dipilih mereka.
3. Setelah semua peserta didik sudah menuju ke pojok kelas yang sesuai, pilihlah beberapa orang untuk menjelaskan alasan matematis mengapa gambar yang mereka pilih tidak serupa dengan yang lain.

Bapak/Ibu guru diharapkan memberikan topangan, jika dibutuhkan, agar peserta didik menggunakan kosakata yang berkaitan dengan bangun ruang dalam menjelaskan alasan-alasan mereka. Selain itu, jangan lupa untuk memberikan kesimpulan di akhir kegiatan yang menyebutkan bahwa soal ini tidak ada jawaban tunggal yang benar, semua jawaban benar bergantung pada sudut pandang yang dipilih serta alasan matematis yang tepat.

c. Aktivitas 1

Bagilah kelas menjadi beberapa kelompok. Aktivitas 1 bertujuan untuk mengajak peserta didik agar memahami klasifikasi bangun-bangun ruang secara natural. Peserta didik akan diajak untuk membayangkan mereka membeli belanjaan untuk ibunya, seperti yang dapat dilihat pada Eksplorasi 2.1 yang mana telah diberikan ilustrasinya. Selain menggunakan konteks yang telah diberikan pada Eksplorasi 2.1, Bapak/Ibu guru juga dapat memodifikasinya dengan menyesuaikan konteks belanja yang lebih relevan dengan kekhasan daerah masing-masing. Artinya, barang belanjaan, kemasan barang, serta benda-benda yang akan dijadikan konteks untuk memahami berbagai macam bentuk bangun ruang sederhana diserahkan kepada kreativitas Bapak/Ibu guru.

Eksplorasi**2.1****Mengelompokkan Kemasan**

Ajaklah peserta didik untuk memperhatikan Gambar 2.2 (dalam Buku Siswa) dan bimbing mereka untuk menjawab pertanyaan 1-4.

1. Pertanyaan pertama ini bertujuan untuk mengajak peserta didik untuk mencari pola dari kesamaan dan perbedaan yang peserta didik observasi dari beberapa benda di Gambar 2.2. Ajak peserta didik untuk memperhatikan aspek visual apa saja yang tampak dari benda-benda di Gambar 2.2. Pertanyaan pertama ini akan dieksekusi ulang pada pertanyaan ketiga namun dengan memberikan jenis-jenis bangun ruang.
2. Pertanyaan kedua mengajak peserta didik untuk merasionalisasikan penggunaan suatu bentuk bangun ruang tertentu untuk keperluan praktis kemasan barang. Harapannya peserta didik mampu mengapresiasi desain kemasan suatu barang dagangan yang mereka temukan di konteks Robi maupun konteks lain yang Bapak/Ibu berikan kepada peserta didik.
3. Pada pertanyaan ketiga ini, peserta didik diajak untuk beralih dari bentuk konkret menuju ke bentuk abstrak. Ajaklah peserta didik untuk mencocokkan benda-benda nyata di Gambar 2.2 ke dalam gambar-gambar geometris di Gambar 2.3 (dalam Buku Siswa).
4. Pertanyaan keempat ditujukan agar peserta didik menyelidiki karakteristik beberapa bangun ruang.

Setelah mengikuti Eksplorasi 2.1, diharapkan peserta didik dapat memahami berbagai macam contoh bangun ruang sederhana, nama, dan klasifikasinya. Untuk melatih kembali pengalaman belajar yang telah didapatkan di Eksplorasi 2.1, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan Contoh 2.1 dan Ayo Mencoba 2.1.

**Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.1**

- a. Prisma segi lima

- b. Tabung
- c. Prisma segitiga
- d. Prisma segi enam
- e. Bola
- f. Balok

Pada bab ini, tidak akan dibahas lebih detil terkait sifat dari tiap jenis bangun ruang. Jika dirasa perlu dan ada waktu lebih, Bapak/Ibu guru, dapat menggunakan fitur Ayo Berpikir Kritis 2.1 sebagai diskusi pembuka untuk membahas secara mendalam sifat-sifat dan karakteristik bangun ruang serta definisi formal dari tiap bangun ruang. Pada bab ini, pengalaman belajar yang diharapkan akan lebih berfokus kepada jaring dan pengukuran pada bangun ruang.

d. Aktivitas 2

Pada Aktivitas 2, Bapak/Ibu guru akan membimbing peserta didik untuk menguasai kemampuan untuk menggambar jaring-jaring melalui praktik nyata dengan aktivitas *hands-on* melalui Eksplorasi 2.2. Sebelum memulai mengerjakan Eksplorasi 2.2, peserta didik dikelompokkan dalam grup yang berisi 3-4 orang. Bapak/Ibu guru diharapkan untuk membantu peserta didik menemukan berbagai macam kardus atau kemasan makanan yang bervariasi. Bantuan dapat dilakukan dengan cara memberikan kemasan yang sudah disiapkan oleh guru ataupun dengan mengarahkan bagaimana caranya mendapatkan kardus atau kemasan makanan yang diinginkan. Siapkan cadangan kemasan jika ada peserta didik yang memotong kardus tidak sama dengan yang kita inginkan.

Eksplorasi 2.2 Memotong Kardus Kemasan

Setelah setiap kelompok mendapatkan dua kemasan dengan bentuk yang sama, mintalah peserta didik untuk memotong kemasan dengan *cutter* atau gunting pada bagian lipatan. Arahkan peserta

didik agar pemotongan dilakukan sedemikian sehingga kardus dapat direbahkan pada permukaan datar dan tetap utuh tidak ada yang terpisah.

Setelah itu, mintalah peserta didik untuk mendiskusikan pertanyaan 1 dan 2 di kelompok mereka. Untuk pertanyaan kedua, guru meminta peserta didik untuk mengeksplorasi lebih lanjut jaring-jaring lain yang mungkin dari suatu bangun ruang. Namun, yang wajib dari eksplorasi ini adalah mengajak anak untuk merasakan pengalaman nyata bagaimana “menguliti” sebuah kemasan dengan bentuk bangun ruang sehingga diperoleh sebuah jaring-jaring. Dua alternatif jaring-jaring sudah cukup untuk memberikan gambaran bahwa jaring-jaring tidak tunggal.

Setelah selesai mengerjakan dua soal tersebut, mintalah tiap kelompok untuk menunjukkan hasil diskusi di depan kelas. Pada tahap inilah pentingnya memilih kemasan dengan bentuk bangun ruang yang berbeda terasa. Harapannya peserta didik berpengalaman dalam berbagai macam bentuk jaring-jaring dari bangun ruang yang berbeda.

Pada Eksplorasi 2.2, peserta didik belajar tentang bagaimana sebuah bangun ruang diubah menjadi sebuah jaring-jaring. Selanjutnya, tugas Bapak/Ibu guru adalah untuk membimbing peserta didik untuk berlatih memvisualisasikan bagaimana mengetahui bentuk bangun ruang jika diketahui jaring-jaringnya. Untuk keperluan ini, Bapak/Ibu dapat menggunakan Contoh 2.2 dan Ayo Mencoba 2.2.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.2

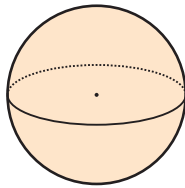
- a. Limas segitiga
- b. Prisma segi delapan
- c. Tabung
- d. Kerucut

Sebagai aplikasi dan perluasan dari materi bangun ruang, fitur Matematika dan Sains dapat dimanfaatkan untuk menambah wawasan peserta didik terkait jenis-jenis bangun ruang sisi datar secara umum bukan hanya yang sering diajarkan seperti prisma dan limas.

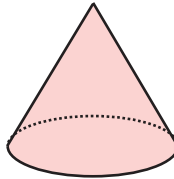
Kunci Jawaban Latihan A Klasifikasi Bangun Ruang dan Jaring-Jaring

1. Kubus, balok, prisma, limas, tabung, kerucut, bola
2. Jaring-jaring adalah bentuk dua dimensi yang dapat digambar, dipotong, dan dirangkai sedemikian rupa sehingga menjadi sebuah bangun tiga dimensi.
3. *Iya*
6. Berikut adalah gambar dari bangun-bangun yang bersesuaian.

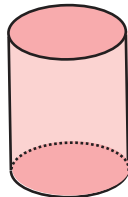
a.



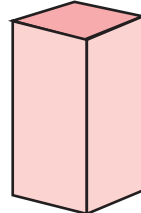
b.



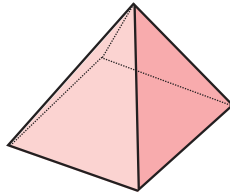
c.



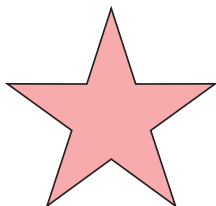
d.



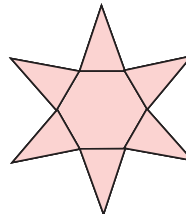
e.

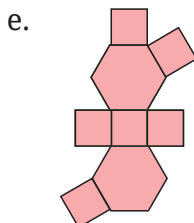
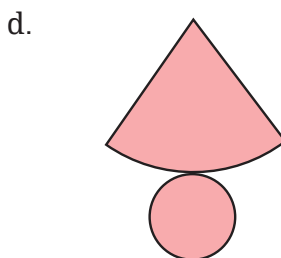
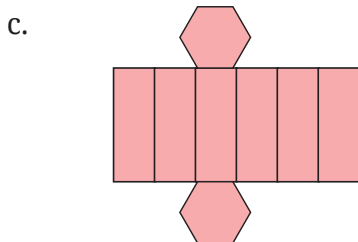


7. a.



b.





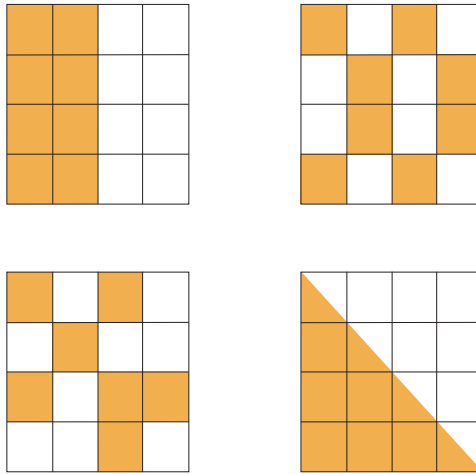
2. Subbab B Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Datar

a. Tujuan Pembelajaran

- Menjelaskan cara untuk menentukan luas permukaan bangun ruang sisi datar.
- Menyelesaikan masalah yang terkait dengan luas permukaan bangun ruang sisi datar.
- Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi datar terhadap luas permukaannya.

b. Aktivitas Pembuka

Untuk aktivitas pembuka, Bapak/Ibu guru bisa mengajak peserta didik untuk mengingat kembali ide dasar tentang luas yang telah dipelajari di SD. Untuk tujuan ini, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan aktivitas memilih dan menalar. Secara singkat, aktivitas memilih dan menalar dapat diartikan sebagai aktivitas untuk memilih sesuatu yang berbeda. Lalu, caranya bagaimana?



Gambar 2.2 Memilih dan Menalar Luas

Salah satu skema pengelolaan kelas untuk aktivitas ini dapat dilakukan sebagai berikut:

1. Tampilkan Gambar 2.2 di layar atau karton besar dengan tulisan “Pilih satu gambar yang tidak serupa dengan yang lain.” Mintalah peserta didik untuk memilih satu gambar dan menyiapkan alasannya.
2. Selanjutnya, bagi empat sudut kelas untuk empat gambar. Mintalah peserta didik berdiri dan menuju ke pojok kelas sesuai dengan gambar yang dipilih mereka.
3. Setelah semua peserta didik sudah menuju ke pojok kelas yang sesuai, pilihlah beberapa orang untuk menjelaskan alasan matematis mengapa gambar yang mereka pilih tidak serupa dengan yang lain.

Bapak/Ibu guru diharapkan memberikan topangan, jika dibutuhkan, agar peserta didik menggunakan ide luas dalam menjelaskan alasan-alasan mereka. Selain itu, jangan lupa untuk memberikan kesimpulan di akhir kegiatan yang menyebutkan bahwa soal ini tidak ada jawaban tunggal yang benar, semua jawaban benar dan bergantung dengan sudut pandang yang dipilih serta alasan matematis yang tepat.

c. Aktivitas 1

Setelah menyelesaikan aktivitas pembuka, aktivitas pertama pada subbab ini berfokus untuk membimbing peserta didik untuk menemukan ide intuitif tentang luas permukaan. Untuk tujuan ini, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan Eksplorasi 2.3. Peralatan yang perlu dipersiapkan adalah notes tempel (atau kertas persegi dan perekat atau perekat lain) dan lemari (atau benda lain yang berbentuk balok dan cukup besar untuk ditempel notes tempel yang banyak).

Eksplorasi 2.3 Menempel Notes Tempel

Pertama-tama, Peserta didik diminta untuk menuliskan angka-angka bilangan asli pada Notes tempel atau kertas berbentuk persegi yang telah Bapak/Ibu guru siapkan. Tidak perlu banyak-banyak, yang terpenting akan cukup untuk menutupi sebagian sisi lemari seperti pada Gambar 2.10 di Buku Siswa. Bapak/Ibu guru menempelkan beberapa notes tempel sebagai contoh untuk peserta didik, selanjutnya peserta didik yang akan melanjutkan menempelkan notes tempel di lemari. Setelah notes tempel tertempel cukup banyak seperti pada Gambar 2.10 di Buku Siswa, arahkanlah peserta didik untuk mengerjakan soal 1-3.

1. Pertanyaan ini bertujuan untuk memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk mengeksplorasi cara untuk memvisualisasikan bagaimana supaya seluruh permukaan lemari tertutupi oleh notes tempel. Dengan demikian, peserta didik akan berusaha secara mental menghitung berapa banyak notes tempel yang dibutuhkan untuk tiap sisi.
2. Pertanyaan kedua ini lebih bertujuan untuk mengeksplorasi berbagai alternatif strategi matematis untuk memperkirakan banyaknya notes tempel untuk memenuhi seluruh sisi lemari.
3. Pertanyaan ini difungsikan untuk membantu peserta didik mengasah kemampuan komunikasi matematis mereka. Berilah umpan balik agar cara mereka menyampaikan ide matematis mereka menjadi lebih baik lagi.

Setelah menyelesaikan diskusi kelompok, pilihlah beberapa peserta didik, tidak harus tiap kelompok, yang memiliki jawaban yang berbeda.

Mintalah mereka untuk mempresentasikan hasil diskusi mereka di depan kelas. Di akhir, silakan Bapak/Ibu guru menekankan tentang **ukuran banyaknya notes tempel persegi yang dibutuhkan untuk menutupi seluruh sisi lemari** disebut sebagai **luas permukaan lemari dalam satuan notes tempel persegi**.

Selanjutnya, silakan Bapak/Ibu guru memperkenalkan istilah luas permukaan bangun yang mana ide intuitifnya sudah dibangun di kegiatan Eksplorasi 2.3. Bapak/Ibu guru dapat merujuk ke Buku Siswa untuk melihat pengertian luas permukaan sebuah bangun ruang, yakni: **Luas permukaan sebuah bangun ruang adalah total luas dari semua sisi bangun ruang tersebut**.

d. Aktivitas 2

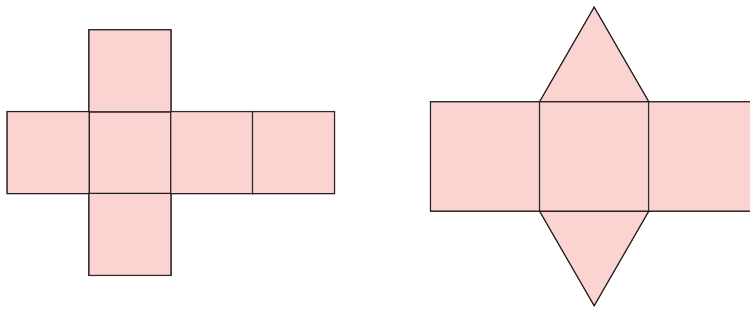
Sebagai kelanjutan aktivitas sebelumnya yang membahas ide matematis luas permukaan bangun ruang, Aktivitas 2 bertujuan untuk membantu peserta didik untuk menemukan rumus luas permukaan beberapa bangun ruang sisi datar: kubus, balok, dan prisma. Sebelum mengerjakan Eksplorasi 2.4, peserta didik dikelompokkan, dengan anggota setiap kelompok 4-5 orang.

Eksplorasi 2.4

Luas Permukaan Kubus, Balok, dan Prisma

Bapak/Ibu guru tugaskan peserta didik untuk menggunakan pengetahuan dan kecakapan mereka dalam menggambar jaring-jaring, jika diberikan beberapa bentuk bangun ruang.

1. Untuk mengerjakan soal ini, guru dapat membimbing peserta didik untuk mengingat atau membayangkan ketika bangun-bangun tersebut “dibuka” sehingga menghasilkan sebuah jaring-jaring. Salah satu contoh jaring-jaring yang dapat dibentuk adalah sebagai berikut.



2. Bimbing peserta didik agar dapat memberi label panjang pada jaring-jaring yang sudah digambar untuk memudahkan penghitungan. Setelah itu, bimbing mereka untuk menghitung beberapa (atau semua) bangun datar yang terbentuk pada jaring-jaring. Setelah itu, bantu mereka untuk memformulasikan hasil perhitungan mereka secara aljabar.
3. Berdasarkan Poin 1 & 2, peserta didik diminta untuk melengkapi tabel yang telah tersedia di Buku Siswa. Bapak/Ibu guru dapat melakukan topangan dengan mengarahkan peserta didik untuk menggambar jaring-jaring bangun-bangun tersebut terlebih dahulu. Kemudian, arahkan mereka untuk memisalkan panjang sisi-sisi alas dan tinggi prisma.
4. Pada pertanyaan ini, bimbinglah peserta didik untuk menemukan pola yang tampak dari penjabaran luas permukaan beberapa jenis prisma. Bapak/Ibu guru dapat memberikan bantuan kepada peserta didik dengan memberikan petunjuk untuk memperhatikan alas, keliling alas, dan tinggi. Tujuan akhirnya adalah supaya peserta didik dapat menyatakan rumus luas permukaan prisma secara umum sebagai " $2 \times \text{luas alas} + \text{keliling alas} \times \text{tinggi}$."

Harapannya, dengan menyelesaikan Eksplorasi 2.4, peserta didik dapat menemukan dan menguasai rumus untuk menentukan luas permukaan kubus, balok, dan prisma secara umum. Selain dengan Eksplorasi 2.4, Bapak/Ibu juga dapat menggunakan Pembelajaran Alternatif berikut yang memanfaatkan GeoGebra.

Alternatif Pembelajaran

Sebagai alternatif untuk Aktivitas 2, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan aktivitas interaktif di GeoGebra yang dapat di akses dengan tautan <http://ringkas.kemdikbud.go.id/LuasPermukaan>. Selain itu, Bapak/Ibu juga bisa memindai kode QR.



Aktivitas ini berisi kegiatan untuk mengeksplorasi luas permukaan balok. Di sana, balok digambarkan dengan sisi-sisi yang terbagi menjadi berhingga persegi satuan. Peserta didik dapat memainkan berapa panjang, lebar, dan tinggi yang diinginkan. Selain itu, disediakan pula fitur animasi untuk mengubah dari bentuk bangun ruang menjadi jaring-jaring.

Dengan aktivitas interaktif di GeoGebra ini, progres pembelajaran peserta didik dari kegiatan sebelumnya yang memakai persegi satuan akan digunakan di sini secara eksplisit. Sehingga, Bapak/Ibu guru juga bisa menggunakan aktivitas ini sebelum mengerjakan Eksplorasi 2.4. Jika diperlukan, Bapak/Ibu guru juga dapat melakukan modifikasi aktivitas di GeoGebra yang telah disediakan sehingga akan mencakup beberapa bangun lain atau dengan tanpa menggunakan bantuan persegi satuan. Tugas Bapak/Ibu guru adalah membantu peserta didik untuk menemukan rumus untuk kubus, balok, dan prisma secara umum.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.3

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan kubus} &= 6 \times s \times s \\ &= 6 \times 5 \times 5 \\ &= 150 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan balok} &= 2(p \times l + p \times t + l \times t) \\ &= 2(4 \times 5 + 4 \times 6 + 5 \times 6) \\ &= 2(20 + 24 + 30) \\ &= 148 \text{ cm}^2\end{aligned}$$



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.4

1. Banyaknya warna yang dibutuhkan bergantung terhadap banyaknya sisi pada rubik. Karena rubik berbentuk kubus, maka rubik memiliki enam sisi. Oleh karena itu, Ahmad butuh enam jenis warna stiker.
2. Karena setiap warna akan memenuhi tiap sisi, maka banyaknya sticker dapat dihitung dengan menghitung banyaknya kotak yang ada pada tiap sisi, yakni 25. Oleh karena itu, Ahmad butuh 25 stiker untuk tiap warna.
3. Karena rubik memiliki enam sisi dan tiap sisi butuh 25 stiker, maka total stiker yang dibutuhkan adalah 150.

e. Aktivitas 3

Aktivitas 3 bertujuan untuk membantu peserta didik menemukan formula untuk luas permukaan limas. Peserta didik akan diajak untuk memperhatikan limas segi beraturan dan akan dibimbing untuk menemukan rumus umum untuk luas permukaan limas segi- n beraturan. Bapak/Ibu guru sebaiknya mengatur peserta didik untuk membentuk beberapa kelompok sebelum mengerjakan Eksplorasi 2.5.

Eksplorasi 2.5

Luas Permukaan Limas Segi- n Beraturan

Solusi Alternatif:

1. Luas dari tiap sisi tegak dari limas segi delapan tersebut adalah $\frac{1}{2}bl$. Jika memiliki panjang sisi s dan tinggi segitiga sisi tegak h , maka luas dari tiap sisi tegak limas segi- n adalah $\frac{1}{2}sh$.
2. Total luas dari semua sisi tegak limas segi delapan adalah $4bl$. Total luas dari semua sisi tegak limas segi- n adalah $\frac{1}{2}nsh$.
3. Luas dari alas limas segi delapan tersebut adalah $4ba$. Jika apotema segi- n adalah a , maka luas dari alas limas segi- n adalah $\frac{1}{2}nsa$.

4. Luas permukaan limas segi delapan tersebut dalam panjang sisi b , apotema a , dan tinggi sisi tegak l adalah $4b(l+a)$. Luas permukaan limas segi- n dalam n , panjang sisi b , apotema a , dan tinggi sisi tegak h adalah $\frac{1}{2}nb(h+a)$.
5. Luas permukaan limas segi delapan tersebut dalam keliling alas k , apotema a , dan tinggi sisi tegak l adalah $\frac{k}{2}(l+a)$. Luas permukaan limas segi- n dalam keliling alas k , apotema a , dan tinggi sisi tegak l adalah $\frac{k}{2}(l+a)$.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.5

Luas permukaan limas tersebut merupakan gabungan dari luas empat segitiga dengan panjang alas 4 cm dan tinggi 6 cm, dan persegi dengan panjang sisi 4 cm. Oleh karena itu, luas permukaan limas tersebut adalah $4 \times (\frac{1}{2} \times 4 \times 6) + 4 \times 4 = 64 \text{ cm}^2$.

f. Aktivitas 4

Pada aktivitas ini, peserta didik diajak untuk memahami perubahan skala dari bangun ruang. Ajak peserta didik untuk memperhatikan penjelasan di buku terkait makna perubahan skala dari sebuah bangun ruang. Selanjutnya, ajak peserta didik untuk mengerjakan Ayo Mencoba 2.6 dengan memperhatikan Contoh 2.6. Harapannya, peserta didik mampu mendapatkan pengalaman belajar dalam hal mengamati perubahan skala sebuah kubus terhadap luas permukaannya. Ajak peserta didik untuk memperhatikan permasalahan ini pada kasus-kasus lain seperti balok, limas, dan prisma segitiga. Arahkan mereka untuk dapat membuat dugaan terkait pola dari akibat perubahan skala bangun ruang sisi datar terhadap luas permukaannya.

Kunci Jawaban **Latihan B** Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Datar

- Jaring-jaring adalah bentuk dua dimensi yang dapat digambar, dipotong, dan dirangkai sedemikian rupa sehingga menjadi sebuah bangun tiga dimensi.
- Luas permukaan sebuah bangun ruang adalah total luas dari semua sisi bangun ruang tersebut.

3.

Luas lahan parkir	Meter persegi, Sentimeter persegi
Volume botol minum	Liter, Meter kubik
Luas permukaan mesin cuci	Meter persegi, Sentimeter persegi
Panjang benang	Meter
Volume air danau	Liter, Meter kubik

- Untuk mencari luas permukaan kubus yang diketahui panjang sisinya adalah s , kita dapat menghitungnya dengan rumus $6 \times s^2$. Untuk mencari luas permukaan balok yang diketahui ukuran panjang p , lebar l , dan tinggi t , kita dapat menghitungnya dengan rumus $2 \times (pl + pt + lt)$.
- Untuk mencari luas permukaan prisma, kita bisa menghitungnya dengan luas dua tutup + luas sisi tegak. Sedangkan untuk mencari luas permukaan limas, dapat dicari dengan menghitung luas alas + luas sisi tegak.
- Berikut adalah luas dari masing-masing kubus
 - $0,012167 \text{ m}^2 \approx 1,22 \times 10^{-2} \text{ m}^2$
 - 10^9 mm^2
 - $15,625 \times 10^{18} \text{ mm}^2 = 1,56 \times 10^{19}$
- Berikut adalah luas permukaan dari prisma terkait
 - 198 cm^2
 - 34 cm^2
 - $50(8 + 3\sqrt{2}) \text{ m}^2$
 - $40,25 \text{ m}^2$
 - $1850 + 100\sqrt{29} \text{ m}^2$
 - 3000 m^2
- Luas logam yang dibutuhkan kurang lebih 580 cm^2
- $96 + 8\sqrt{3} \text{ m}^2$
- $405 + \frac{81}{2}\sqrt{3} \text{ cm}^2$

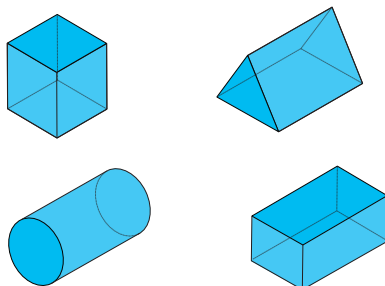
3. Subbab C Volume Bangun Ruang Sisi Datar

a. Tujuan Pembelajaran

- Menjelaskan cara untuk menentukan volume bangun ruang sisi datar.
- Menyelesaikan masalah yang terkait dengan volume bangun ruang sisi datar.
- Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi datar terhadap volumenya.

b. Aktivitas Pembuka

Bapak/Ibu guru dapat memberikan “pemanasan” kepada peserta didik dengan menggunakan aktivitas memilih dan menalar dengan menggunakan Gambar 2.3. Untuk rangkaian kegiatannya akan serupa dengan dua aktivitas pembuka pada dua subbab sebelumnya.



Gambar 2.3 Memilih dan Menalar Volume

c. Aktivitas 1

Bapak/Ibu guru memberikan informasi kepada peserta didik bahwa mereka akan diajak menemukan ide intuitif volume bangun ruang. Persiapan yang perlu dilakukan oleh Bapak/Ibu guru adalah menyiapkan kubus satuan yang terbuat dari plastik atau kayu. Kubus satuan seperti ini dapat dibeli secara daring. Alternatifnya, Bapak/Ibu

guru dapat menampilkan Gambar 2.16 pada Buku Siswa, di layar atau karton besar di depan kelas.

Eksplorasi 2.6 Apa Itu Volume?

Tujuan eksplorasi ini adalah untuk memperkenalkan ide dasar volume tanpa menyebutkan atau menggunakan istilah volume terlebih dahulu. Pada aktivitas pertama, peserta didik diajak untuk memilih satu susunan kubus satuan yang paling berbeda dan memberikan alasan logis terhadap pilihannya. Sedangkan pada aktivitas kedua, peserta didik diajak untuk mengkonstruksi ide “volume” sebagai ukuran untuk berapa banyak kubus satuan yang dimuat oleh suatu bangun ruang. Pada pertanyaan pertama dan kedua, di aktivitas kedua, peserta didik dihadapkan kepada susunan yang terdiri dari delapan kubus satuan. Sehingga, harapannya, respon peserta didik adalah bahwa kedua bangun sama besar dengan alasan sama-sama tersusun atas delapan kubus satuan, walaupun susunannya berbeda atau bentuknya berbeda.

Setelah menyelesaikan Eksplorasi 2.6, silahkan Bapak/Ibu guru memperkenalkan istilah volume sebagai berikut. Volume sebuah bangun ruang adalah suatu ukuran untuk seberapa banyak ruang yang ditempati oleh bangun ruang tersebut yang dinyatakan dalam kubus satuan (satuan kubik).

d. Aktivitas 2

Ajaklah peserta didik untuk membentuk kelompok. Bapak/Ibu guru memberikan informasi kepada peserta didik bahwa mereka akan diajak menemukan rumus volume kubus, balok, dan prisma. Seperti aktivitas sebelumnya, Bapak/Ibu sebaiknya mempersiapkan alat peraga berupa kubus satuan. Pada Eksplorasi 2.7, peserta didik akan diajak untuk memainkan alat peraga dengan membangun beberapa bangun yang gambarnya sudah disediakan. Aktivitas di sana didesain agar peserta didik bermain dengan benda nyata dan *hands-on* dan kemudian secara gradual, dibimbing untuk menuju ke abstrak. Selanjutnya, Bapak/Ibu

guru dipersilakan untuk memodifikasi sendiri, seperti apa bangun yang sebaiknya peserta didik bentuk dari kubus-kubus satuan yang telah disediakan.

Eksplorasi

2.7

Menghitung Volume Kubus, Balok, dan Prisma

Pada aktivitas pertama di Eksplorasi 2.7, dipilih balok terlebih dahulu karena bentuk yang sederhana dan tidak monoton seperti kubus. Jika Bapak/Ibu guru menginginkan kubus untuk eksplorasi terlebih dahulu, hal itu juga diperbolehkan. Pada aktivitas ini, peserta didik diberi kesempatan untuk bermain-main dan bereksplorasi dengan kubus satuan untuk membangun balok sesuai dengan Gambar 2.17 di Buku Siswa. Selain itu, fokus aktivitas ini adalah untuk mengajak peserta didik mendiskusikan beberapa strategi yang dapat mereka pakai untuk menghitung volume dan mengkonstruksi balok.

Aktivitas kedua di Eksplorasi 2.7 memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk menggunakan strategi mereka sebelumnya untuk menghitung volume balok di Gambar 2.18. Mungkin peserta didik masih menggunakan alat peraga kubus satuan untuk keperluan ini. Selanjutnya, peserta didik diajak untuk mentransfer pengalaman dengan alat peraga matematika ke bentuk yang lebih abstrak yakni jika hanya diketahui panjang, lebar, dan tinggi dari sebuah balok dalam p , l , dan t satuan panjang.

Dua aktivitas terakhir serupa dengan aktivitas kedua pada Eksplorasi 2.7, namun dengan fokus yang berbeda, yakni kubus dan prisma segitiga. Di akhir, Bapak/Ibu guru bertugas membimbing peserta didik agar menemukan pola dari ketiga kasus khusus volume prisma (balok, kubus, dan prisma segitiga). Tujuan akhirnya adalah agar peserta didik mampu menyatakan rumus volume prisma secara umum sebagai luas alas dikalikan dengan tinggi.

Setelah mengerjakan Eksplorasi 2.7, peserta didik diharapkan bisa memahami rumus volume kubus, balok, dan prisma. Selanjutnya, berikan kesempatan peserta didik untuk mencermati Contoh 2.7 dan Contoh 2.8 serta mengerjakan Ayo Mencoba 2.7 dan Ayo mencoba 2.8.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.7

Strategi 1: Kita dapat memandang volume bangun ruang pada Gambar 2.23 sebagai setengah dari sebuah kubus dengan dimensi $4 \times 4 \times 4$. Oleh karena itu, volumenya adalah $\frac{1}{2} \times (4 \times 4 \times 4) = 32$ satuan kubik.

Strategi 2: Kita dapat memindahkan satu tumpukan empat kubus satuan di sebelah pojok kanan bawah menuju ke pojok kiri atas sedemikian sehingga, terbentuk balok dengan dimensi $2 \times 4 \times 4$. Oleh karena itu, volumenya adalah $2 \times 4 \times 4 = 32$ satuan kubik.

Bapak/Ibu juga bisa menggunakan strategi partisi ataupun yang lain seperti pada Penyelesaian Alternatif Contoh 2.7.

Pada Ayo Mencoba 2.7 yang terdapat bantuan visual berupa gambaran persegi satuan. Selanjutnya, pada Ayo Mencoba 2.8 peserta didik akan dihadapkan pada latihan tanpa menggunakan bantuan visual tersebut.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.8

Strategi 1: Kita dapat memandang volume bangun ruang yang diberikan sebagai setengah dari sebuah balok dengan dimensi $3 \times 8 \times 8$. Oleh karena itu, volumenya adalah $\frac{1}{2} \times (3 \times 8 \times 8) = 96$ satuan kubik.

Strategi 2: Kita dapat memindahkan satu tumpukan balok di sebelah atas menuju kanan bawah sedemikian sehingga, terbentuk balok dengan dimensi $2 \times 8 \times 6$. Oleh karena itu, volumenya adalah $2 \times 8 \times 6 = 96$ satuan kubik.

Bapak/Ibu juga bisa menggunakan strategi partisi ataupun yang lain seperti pada Penyelesaian Alternatif Contoh 2.8.

Sejauh ini, bentuk bangun ruang yang dipelajari volumenya selalu tegak. Lalu bagaimana jika kita memiliki balok miring, kubus miring, atau prisma miring. Selanjutnya, Bapak/Ibu guru dapat memberikan pelajaran tambahan kepada peserta didik tentang volume bangun-bangun tersebut dengan prinsip Cavalieri. Caranya dapat dilakukan dengan menyimak fitur Ayo Berpikir Kreatif 2.1.

e. Aktivitas 3

Bahasan terakhir dalam kategori volume bangun ruang sisi datar adalah tentang volume limas. Ajak peserta didik untuk membentuk kelompok. Bapak/Ibu guru memberikan informasi kepada peserta didik bahwa mereka akan diajak untuk menduga volume limas terhadap prisma yang terkait dengan kegiatan *hands-on*.

Eksplorasi 2.8 Menduga Volume Limas

Jawaban Alternatif:

1. Tiga kali proses.
2. Volume limas adalah sepertiga volume prisma, dengan asumsi bahwa kedua bangun ruang memiliki alas dan tinggi yang sama.

Harapannya, setelah menemukan dugaan keterkaitan antara volume limas dan volume prisma, Bapak/Ibu guru merujuk kembali kepada rumus prisma yang sebelumnya telah dipelajari. Selanjutnya, Bapak/Ibu guru dapat mengajak peserta didik untuk menyimpulkan bahwa volume limas dapat dicari dengan $\frac{1}{3}At$ jika A adalah luas alas limas dan t adalah tinggi limas.

Bapak/Ibu dapat memberikan latihan kepada peserta didik dari fitur Ayo Mencoba 2.9 setelah mengajak mereka mengamati Contoh 2.9.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.9

Diketahui bahwa piramida Khafre berbentuk limas persegi dengan panjang rusuk alasnya 215,5 m dan tingginya 136,4 m. Dengan demikian, volumenya dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3} \times A \times t \\ &= \frac{1}{3} \times (215,5)^2 \times 136,4 \\ &\approx 2.111.483,37\end{aligned}$$

Jadi, volume piramida Khafre tersebut adalah sekitar 2.111.483,37 m³.

Kegiatan pembelajaran tambahan untuk materi volume limas dapat diberikan oleh Bapak/Ibu guru dengan materi menemukan volume limas terpancung atau terpotong. Narasi awal dari materi ini dapat diambil dari fitur Ayo Berpikir Kritis.

f. Aktivitas 4

Pada aktivitas ini, peserta didik diajak untuk memahami akibat perubahan skala dari bangun ruang sisi datar terhadap volumenya. Ajak peserta didik untuk mengerjakan, secara kelompok, Ayo Mencoba 2.10 dengan memperhatikan Contoh 2.10. Harapannya, peserta didik mampu mendapatkan pengalaman belajar dalam hal mengamati perubahan skala sebuah kubus terhadap volumenya. Ajak peserta didik untuk memperhatikan permasalahan ini pada kasus-kasus lain seperti balok, limas, dan prisma segitiga. Arahkan mereka untuk dapat membuat dugaan terkait pola dari akibat perubahan skala bangun ruang sisi datar terhadap volumenya.

Kunci Jawaban **Latihan C** Volume Bangun Ruang Sisi Datar

1. Volume sebuah bangun ruang adalah suatu ukuran untuk seberapa banyak ruang yang ditempati oleh bangun ruang tersebut yang dinyatakan dalam kubus satuan (satuan kubik).
2. Berikut adalah rumus-rumus dari volume kubus, balok, dan prisma
 - a. Jika diketahui panjang sisi kubus adalah s , maka volume dari kubus tersebut adalah s^3 .
 - b. Jika diketahui sebuah balok memiliki ukuran panjang p , lebar l , dan tinggi t , maka volume balok tersebut dapat ditentukan dengan rumus plt .
 - c. Jika diketahui sebuah prisma dengan luas alas A , dan tinggi t , maka volume prisma tersebut dapat ditentukan dengan rumus At .
3. Volume limas tersebut adalah sepertiga dari volume prisma
4. Berikut adalah volume dari masing-masing bangun
 - a. 24 satuan kubik
 - b. 150 m^3
 - c. 1.080 cm^3

5. $6a^2b$ satuan kubik
6. Volume pinggiran atap yang dibutuhkan adalah 480,000 cm kubik.
7. 6.720 satuan kubik

4. Subbab D Lingkaran

a. Tujuan Pembelajaran

Berikut ini adalah tujuan pembelajaran yang dicapai di Subbab D Lingkaran.

- Menjelaskan definisi lingkaran.
- Menentukan keliling lingkaran dengan menggunakan fakta bahwa π merupakan perbandingan keliling lingkaran dengan panjang diameternya.
- Menentukan luas lingkaran.
- Menentukan panjang busur lingkaran.
- Menentukan luas juring lingkaran.

b. Aktivitas Pembuka

Di aktivitas pembuka, ajak peserta didik untuk membaca dan mengerjakan kegiatan Eksplorasi 2.9 secara mandiri selama kurang lebih 3–5 menit. Di dalam kegiatan itu, peserta didik diminta untuk memilih satu bangun datar yang menurut mereka berbeda dengan yang lain. Beberapa kemungkinan jawaban dari peserta didik disajikan sebagai berikut.

Eksplorasi

2.9

Memilih Bangun Datar

- Ketika peserta didik memilih bangun pertama, mungkin mereka beralasan bahwa bangun itu merupakan satu-satunya yang memiliki tiga sisi.
- Untuk yang memilih bangun kedua, mereka kemungkinan beralasan bahwa bangun tersebut merupakan satu-satunya yang memiliki empat sisi.

- Untuk yang memilih bangun ketiga, mereka mungkin akan beralasan bahwa bangun tersebut merupakan satu-satunya yang memiliki lima sisi. Selain itu, mungkin juga ada yang mengatakan bahwa bangun itu merupakan satu-satunya yang memiliki besar sudut dalam lebih dari 180° .
- Untuk yang memilih bangun keempat, peserta didik kemungkinan akan beralasan bahwa bangun tersebut merupakan satu-satunya yang tidak memiliki sisi.

Setelah itu, mintalah peserta didik untuk berpasangan. Dalam pasangan itu, mintalah tiap-tiap peserta didik membagikan jawabannya kepada temannya. Berilah waktu sekitar 5 menit bagi tiap pasangan untuk berdiskusi. Setelah itu, mintalah beberapa pasangan untuk membagikan hasil diskusinya ke kelas.

Bapak/Ibu guru selanjutnya dapat menyoroti presentasi pasangan yang memilih bangun keempat (yaitu lingkaran) dengan mengajukan pertanyaan kepada seluruh peserta didik apa saja karakteristik yang membedakan bangun tersebut dengan yang lain. Setelah itu, tunjukkan gambar benda-benda di sekitar peserta didik yang bentuknya berupa lingkaran. Untuk melakukannya, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan Gambar 2.38 pada Buku Siswa.

Tunjuk salah satu peserta didik untuk memberikan pendapatnya tentang karakteristik lingkaran berdasarkan pengamatannya terhadap gambar yang ditunjukkan oleh Bapak/Ibu sebelumnya. Catatlah kata-kata penting yang dinyatakan oleh peserta didik tersebut di papan tulis. Tunjuk peserta didik lain untuk melengkapi pendapat peserta didik sebelumnya. Catatlah juga kata-kata penting yang diungkap peserta didik kedua tersebut. Lanjutkan teknik ini sampai Bapak/Ibu merasa bahwa pendapat peserta didik yang ditunjuk cukup untuk mendeskripsikan karakteristik dari lingkaran. Setelah itu, tegaskan definisi lingkaran dengan mengajak peserta didik mencermati Definisi 2.1 di Buku Siswa tentang lingkaran. Kenalkan juga istilah-istilah penting yang sangat terkait dengan definisi tersebut, yaitu jari-jari dan titik pusat lingkaran.

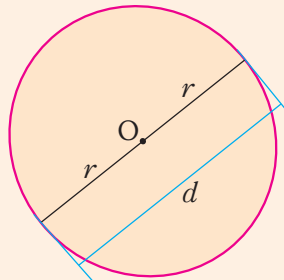
c. Aktivitas 1

Tujuan Aktivitas 1 adalah agar peserta didik dapat menentukan keliling lingkaran dengan menggunakan fakta bahwa π merupakan perbandingan keliling lingkaran dengan panjang diameternya. Untuk itu, Bapak/Ibu guru perlu mengenalkan satu unsur lingkaran yang disebut dengan diameter. Diameter merupakan ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran dan melalui titik pusat. Setelah peserta didik mengenal diameter, ajaklah mereka untuk mengerjakan Ayo Berpikir Kritis 2.5 dan menyimpulkan bahwa panjang diameter lingkaran sama dengan dua kali panjang jari-jarinya. Berikut ini contoh pengerjaan Ayo Berpikir Kritis 2.5.



Ayo Berpikir Kritis 2.5

Gambar 2.4 berikut ini adalah contoh sembarang diameter suatu lingkaran.



Gambar 2.4 Diameter dan Jari-Jari Lingkaran

Misalkan \overline{CD} merupakan diameter lingkaran yang panjangnya d . Akibatnya, \overline{OC} dan \overline{OD} merupakan jari-jari lingkaran tersebut karena kedua ruas garis tersebut menghubungkan titik pusat lingkaran dengan titik di lingkaran tersebut. Karena panjang jari-jari lingkaran untuk lingkaran selalu sama, kita misalkan panjang jari-jari tersebut adalah r . Dengan demikian,

$$d = r + r = 2r$$

Terbukti bahwa panjang diameter suatu lingkaran sama dengan dua kali panjang jari-jarinya.

Setelah itu, Bapak/Ibu perlu mengatur agar peserta didik bekerja di dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari 3–4 orang. Di dalam kelompok tersebut, mintalah mereka untuk berdiskusi dan mengerjakan kegiatan Eksplorasi 2.10. Selama mereka mengerjakan, Bapak/Ibu guru berkeliling dari satu kelompok ke kelompok lainnya untuk memantau pekerjaan kelompok dan memberikan bantuan jika diperlukan. Berikut ini alternatif penyelesaian untuk kegiatan Eksplorasi 2.10.

Eksplorasi 2.10

Membandingkan Keliling dan Panjang Diameter

1. Di langkah ini, tiap peserta didik telah membawa benda-benda dari rumah mereka (atau dari sekitarnya) yang berbentuk lingkaran. Benda-benda tersebut misalnya tutup botol, kaleng, jam dinding, koin, gulungan selotip, dan lain sebagainya. Selain itu, mereka juga telah membawa penggaris atau mistar.
2. Di langkah ini, tiap kelompok mengukur panjang diameter dan keliling benda-benda yang telah dibawa oleh anggota-anggota kelompoknya. Penting bagi Bapak/Ibu guru untuk mengingatkan setiap peserta didik untuk melakukan pengukuran dengan teliti.
3. Di langkah ini, tiap kelompok menghitung perbandingan keliling dan diameter untuk benda-benda yang telah dibawanya. Di akhir langkah ini, peserta didik diharapkan dapat menyimpulkan bahwa perbandingan tersebut konstan dan nilainya mendekati 3,14.

Setelah peserta didik menyelesaikan Eksplorasi 2.10, mintalah beberapa kelompok untuk membagikan kesimpulannya terhadap kegiatan eksplorasi tersebut. Bapak/Ibu guru kemudian menguatkan kesimpulan beberapa kelompok tersebut dan mengkoneksikannya dengan Sifat 2.6 yang tertulis di dalam Buku Siswa. Tegaskan bahwa perbandingan keliling dan diameter lingkaran merupakan konstanta yang disebut dengan pi atau π . Nilai π mendekati 3,14 atau $\frac{22}{7}$.

Peserta didik diminta untuk mencermati Contoh 2.11. Di dalam contoh tersebut, peserta didik akan ditunjukkan bagaimana menggunakan nilai π untuk menentukan keliling lingkaran. Setelah itu, ajaklah mereka secara mandiri untuk mengerjakan Ayo Mencoba 2.11. Berikut ini alternatif penyelesaiannya.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.9

Diketahui sebuah lingkaran panjang jari-jarinya 25 cm, sehingga panjang diameternya 50 cm. Dengan demikian, keliling lingkaran tersebut dapat ditentukan dengan cara seperti ini.

$$\pi = \frac{K}{d}$$

Sifat 2.6

$$K = \pi d$$

Kalikan kedua ruas dengan d

$$\approx 3,14 \cdot 50 = 157$$

Substitusi

Jadi, keliling lingkaran yang diberikan adalah 157 cm.

Setelah menyelesaikan Ayo Mencoba, mintalah tiap-tiap peserta didik untuk berdiskusi dengan teman sebangkunya (atau teman di sebelahnya) dan membandingkan jawaban mereka masing-masing. Setelah itu, ajak mereka untuk mendiskusikan jawaban Ayo Mencoba tersebut secara klasikal.

Antisipasi Miskonsepsi

Kemungkinan besar, banyak peserta didik kurang memahami kapan menggunakan simbol sama dengan “=” dan simbol hampir sama dengan “≈”. Untuk itu, Bapak/Ibu guru perlu menjelaskan perbedaan kedua simbol tersebut. Sebagai contoh, ketika menuliskan rumus keliling lingkaran, simbol yang digunakan adalah simbol sama dengan, yaitu $K = \pi d$. Akan tetapi, ketika π dalam rumus tersebut diganti dengan pendekatannya, misalnya 3,14, berarti selanjutnya perlu digunakan simbol hampir sama dengan, yaitu

$$K = \pi d \approx 3,14 \cdot 25$$

Di langkah berikutnya, Bapak/Ibu guru perlu mengajak peserta didik untuk mencermati lagi Contoh 2.11 dan pekerjaan mereka masing-masing dalam mengerjakan Ayo Mencoba 2.11. Bapak/Ibu guru kemudian dapat mengajak pertanyaan seperti ini, “Apakah ada cara

yang lebih cepat untuk menentukan keliling lingkaran?” Pandulah peserta didik untuk menemukan bahwa dalam menentukan keliling lingkaran, mereka dapat langsung mengalikan π dengan panjang diameter lingkaran tersebut. Untuk lebih memudahkan, jelaskan juga teknik pemilihan konstanta π , yaitu $\pi \approx \frac{22}{7}$ ketika panjang diameternya kelipatan dari 7; 0,7; 0,07; dan seterusnya, dan $\pi \approx 3,14$ ketika panjang diameternya merupakan bilangan selain itu.

Di akhir Aktivitas 1, Bapak/Ibu guru dapat memberikan penugasan yang ada kaitannya dengan konsep π dan penentuan keliling lingkaran. Untuk itu, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan soal-soal Latihan D nomor 2, 3, dan 6.

d. Aktivitas 2

Tujuan Aktivitas 2 adalah agar peserta didik dapat menentukan luas lingkaran. Aktivitas ini diawali dengan pengenalan dua unsur lingkaran, yaitu busur dan juring, kemudian dilanjutkan dengan pengerjaan Eksplorasi 2.11. Di akhir kegiatan eksplorasi tersebut peserta didik diharapkan akan menemukan rumus untuk menentukan luas lingkaran jika diketahui panjang jari-jari lingkaran tersebut. Rumus tersebut kemudian akan digunakan untuk menentukan luas lingkaran di Ayo Mencoba 2.12.

Pertama, bukalah Aktivitas 1 ini dengan pengenalan dua unsur lingkaran, yaitu busur dan juring lingkaran. Jelaskan bahwa busur merupakan bagian lingkaran, sedangkan juring merupakan daerah yang dibatasi dua jari-jari lingkaran dan busur di antara jari-jari tersebut. Untuk memvisualisasikan dua konsep tersebut, mintalah peserta didik untuk mencermati Gambar 2.41 di dalam Buku Siswa.

Setelah itu, Bapak/Ibu perlu mengorganisasikan peserta didik untuk berkelompok yang terdiri dari 3–4 orang. Mintalah tiap-tiap kelompok untuk berdiskusi dan mengerjakan kegiatan Eksplorasi 2.11. Selama peserta didik berdiskusi, Bapak/Ibu berkeliling dari satu kelompok ke kelompok lainnya untuk memantau pekerjaannya dan memberikan bantuan jika diperlukan. Berikut ini alternatif penyelesaian untuk kegiatan eksplorasi tersebut.

Eksplorasi 2.11 Menentukan Luas Lingkaran

- Perhatikan lingkaran yang dilukis pada kertas berpetak pada Gambar 2.42.
 - Sekitar 52 petak.
 - Sekitar $4 \cdot 52 = 208$ petak.
- Alas jajar genjang yang terbentuk sama dengan setengah keliling lingkaran, yaitu $\frac{1}{2}K$ dan tingginya sama dengan panjang jari-jari lingkaran tersebut, yaitu r .
- Luas lingkarannya adalah:
$$L = \frac{1}{2}K \cdot r = \frac{1}{2}(\pi d)r = \frac{1}{2}[\pi(2r)]r = \pi r^2$$
Jadi, luas lingkaran yang panjang jari-jarinya r adalah $L = \pi r^2$.

Setelah itu, mintalah perwakilan dari 2 atau 3 kelompok untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya. Di akhir presentasi tersebut, Bapak/Ibu guru perlu mengkoneksikan kesimpulan kelompok-kelompok tersebut dan menegaskan strategi untuk menentukan luas lingkaran. Setelah itu, mintalah peserta didik untuk membandingkan kesimpulannya dengan Sifat 2.7 yang tertulis di Buku Siswa.

Setelah peserta didik memahami Sifat 2.7, ajak mereka untuk mencermati Contoh 2.12. Di contoh tersebut, mereka akan mempelajari bagaimana menentukan luas suatu lingkaran jika diketahui panjang diameternya. Kemudian, mintalah mereka untuk mengerjakan Ayo Mencoba 2.12 secara mandiri. Pilih salah satu peserta didik untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya dan ajak peserta didik lain untuk mendiskusikannya. Berikut ini alternatif penyelesaian Ayo Mencoba 2.12.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.12

Karena panjang jari-jari lingkaran yang diberikan adalah 28 cm, luas lingkaran tersebut dapat ditentukan seperti berikut.

$$L = \pi r^2 \approx \frac{22}{7} \cdot 28^2 = 2.464$$

Jadi, luas lingkaran tersebut adalah 2.464 cm².

Di akhir Aktivitas 2, Bapak/Ibu guru dapat memberikan tugas kepada peserta didik tentang penentuan luas lingkaran. Soal Latihan D yang dapat digunakan sebagai penugasan misalnya soal nomor 4 dan 6.

e. Aktivitas 3

Di akhir Aktivitas 3 ini, peserta didik diharapkan mampu menentukan panjang busur lingkaran. Aktivitas ini dimulai dengan pengenalan satu unsur lingkaran, yaitu sudut pusat. Kegiatan pembelajaran dilanjutkan dengan pengerjaan kegiatan Eksplorasi 2.12 yang tujuannya untuk menemukan hubungan antara besar sudut pusat dengan panjang busur di hadapan sudut pusat tersebut. Hubungan tersebut kemudian digunakan untuk menentukan panjang busur lingkaran di dalam Contoh 2.13 dan Ayo Mencoba (dalam konteks panjang jalan).

Bapak/Ibu guru dapat memulai pembelajaran dengan mengenalkan satu unsur lingkaran, yaitu sudut pusat. Sudut pusat merupakan sudut yang dibentuk oleh dua jari-jari lingkaran. Untuk lebih memahaminya, peserta didik dapat diminta untuk mencermati contoh sudut pusat pada Gambar 2.45 yang ada di Buku Siswa.

Bapak/Ibu guru selanjutnya mengorganisasi peserta didik agar berkelompok yang beranggotakan 3–4 orang. Mintalah mereka untuk berdiskusi dan mengerjakan kegiatan Eksplorasi 2.12. Selama peserta didik berdiskusi, Bapak/Ibu guru perlu berkeliling ke tiap-tiap kelompok untuk memantau pekerjaan mereka dan memberikan bantuan jika diperlukan. Berikut ini alternatif penyelesaian kegiatan Eksplorasi 2.12.

Eksplorasi 2.12 Menentukan Panjang Busur Lingkaran

Di aktivitas ini kalian akan menentukan busur lingkaran jika diketahui sudut pusat yang menghadap busur tersebut.

1. Kelilingnya adalah 14π atau sekitar 44 satuan panjang.
2. Berikut ini alternatif jawaban untuk soal nomor 2.
 - a. Sudut θ besarnya $\frac{2}{12}$ dari satu putaran. Padahal, besar sudut satu putaran adalah 360° . Dengan demikian, besar sudut θ dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\theta = \frac{2}{12} \cdot 360^\circ = 60^\circ$$

- b. Baik Paulina maupun Abel memiliki pemikiran yang tepat. Paulina berpikiran bahwa panjang busur \widehat{AB} sama dengan $\frac{2}{12}$ kali keliling lingkarannya. Hal ini tepat karena busur tersebut merupakan $\frac{2}{12}$ bagian dari lingkarannya. Alasan yang serupa untuk pemikirannya Abel. Akan tetapi, Abel menggunakan $\frac{60}{360}$ karena membandingkan sudut pusat yang menghadap busur tersebut dengan sudut satu putaran.
- c. Berdasarkan penjelasan sebelumnya, panjang busur \widehat{AB} dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\widehat{AB} = \frac{2}{12}[\pi(2 \cdot 7)] \approx \frac{1}{6}\left[\frac{22}{7} \cdot 14\right] = 7\frac{1}{3}$$

Jadi, panjang busur \widehat{AB} adalah sekitar $7\frac{1}{3}$ satuan panjang.

Perwakilan dari 2 atau 3 kelompok mempresentasikan hasil pekerjaan kelompoknya. Di akhir presentasi tersebut, Bapak/Ibu guru mengajak peserta didik untuk menyimpulkan tentang hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur. Setelah itu, ajak mereka untuk membandingkan kesimpulan tersebut dengan Sifat 2.8 di Buku Siswa.

Setelah peserta didik memahami Sifat 2.8, mereka diminta untuk membaca Contoh 2.13 secara cermat. Di contoh itu, mereka akan melihat demonstrasi bagaimana sifat yang baru saja mereka temukan dapat diaplikasikan untuk menghitung panjang jalan. Setelah itu, peserta didik diminta untuk mengerjakan Ayo Mencoba 2.13 secara mandiri. Alternatif penyelesaiannya ditunjukkan sebagai berikut.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.13

Diketahui panjang jari-jari Bundaran HI adalah 50 m dan besar sudut pusatnya adalah 20° . Dengan demikian, panjang busur lingkaran jalan yang dimaksud adalah

$$\frac{20^\circ}{360^\circ}(3,14 \cdot 2 \cdot 50) \approx 17,44$$

Jadi, panjang bagian Bundaran HI yang dimaksud adalah sekitar 17,44 m.

Peserta didik diajak untuk membandingkan dan mendiskusikan jawabannya dengan teman sebangku (atau teman di sebelahnya). Selama diskusi tersebut, Bapak/Ibu guru mengamati jalannya diskusi. Pilihlah satu atau dua pasangan (khususnya yang anggotanya memiliki jawaban berbeda) untuk membagikan hasil diskusinya ke kelas. Bapak/Ibu guru kemudian membahas dan menegaskan penyelesaian soal tersebut secara klasikal.

Di akhir pembelajaran Bapak/Ibu guru dapat memberikan penugasan yang terkait dengan penentuan panjang busur lingkaran. Di dalam Latihan D, soal yang bersesuaian adalah soal nomor 5 dan 7.

f. Aktivitas 4

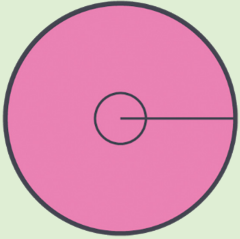
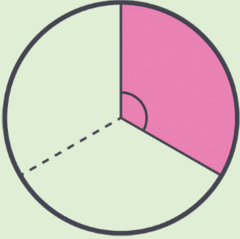
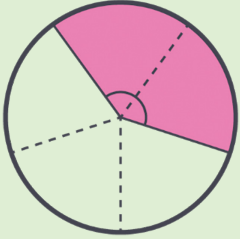
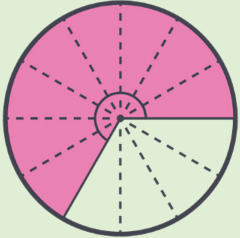
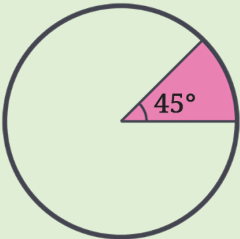
Di akhir Aktivitas 4, peserta didik diharapkan dapat menentukan luas juring lingkaran. Kegiatan pembelajaran diawali dengan pengerjaan Eksplorasi 2.13 secara berkelompok. Eksplorasi tersebut bertujuan untuk memandu peserta didik menemukan hubungan antara besar sudut pusat dan juring yang dibentuk oleh sudut pusat tersebut. Setelah itu, hubungan tersebut digunakan peserta didik untuk menentukan luas juring suatu lingkaran.

Pertama, Bapak/Ibu guru mengelompokkan peserta didik yang beranggotakan 3–4 orang. Setelah itu, mereka diminta berdiskusi untuk mengerjakan Eksplorasi 2.13. Selama mereka berdiskusi, Bapak/Ibu guru berkeliling ke tiap-tiap kelompok untuk memantau proses diskusinya dan memberikan bantuan jika diperlukan. Berikut ini alternatif penyelesaian kegiatan eksplorasi tersebut.

Eksplorasi 2.13 Menentukan Luas Juring Lingkaran

1. Tabel 2.1 berikut menyajikan informasi yang lengkap dari sudut pusat, pecahan, dan luas juring yang diberikan.

Tabel 2.1 Luas Juring Lingkaran

Gambar	Sudut Pusat	Pecahan	Luas
	360°	1	314
	120°	$\frac{1}{3}$	104,67
	144°	$\frac{2}{5}$	125,6
	240°	$\frac{2}{3}$	209,33
	45°	$\frac{1}{8}$	39,25

2. Luas suatu juring jika diketahui sudut pusatnya θ adalah

$$\frac{\theta}{360}L$$

dengan L adalah luas lingkaran.

3. Berikut ini jawaban nomor 3.
 - a. Artinya, besarnya sudut pusat sebanding (berbanding lurus) dengan luas juring yang dibentuknya.
 - b. Setuju karena setiap perubahan sudut pusat selalu diikuti dengan perubahan luas juring secara konstan.

Bapak/Ibu guru menunjuk perwakilan dari beberapa kelompok untuk mempresentasikan hasil pekerjaan kelompoknya. Bapak/Ibu guru membahas dan menghubungkan hasil pekerjaan yang dipresentasikan oleh perwakilan kelompok tersebut secara klasikal. Peserta didik menyimpulkan dan membandingkannya dengan Sifat 2.9 di Buku Siswa. Tegaskan juga bahwa besar sudut pusat proporsional dengan juring yang dibentuknya, yaitu

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\text{Luas juring}_1}{\text{Luas juring}_2}$$

Setelah peserta didik memahami Sifat 2.9, Bapak/Ibu guru meminta mereka untuk mencermati Contoh 2.14. Di contoh tersebut, mereka akan melihat bagaimana menentukan luas juring. Setelah itu, mintalah peserta didik untuk mengerjakan Ayo Mencoba 2.14 secara mandiri.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.14

Diketahui panjang jari-jari sebuah lingkaran adalah 21 cm. Luas juring lingkaran tersebut dengan besar sudut pusat $\theta = 135^\circ$ dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\frac{135^\circ}{360^\circ} \left(\frac{22}{7} \cdot 21^2 \right) = 519,75$$

Jadi, luas juring tersebut adalah 519,75 cm².

Di akhir pembelajaran, Bapak/Ibu guru dapat memberikan penugasan yang terkait dengan penentuan luas juring lingkaran. Untuk itu, Bapak/Ibu dapat menggunakan Latihan D nomor 7.

Kunci Jawaban **Latihan D** Lingkaran

1. *Salah*. Jari-jari lingkaran menghubungkan titik pusat dan satu titik pada lingkaran tersebut.
2. *Benar*. Panjang diameter lingkaran sama dengan dua kali panjang jari-jari lingkaran tersebut.
3. 3,14 atau $\frac{22}{7}$.
4. $L = \frac{1}{4} \pi d^2$
5. $\frac{\theta}{360^\circ} (2\pi r)$
6.
 - a. Kelilingnya 75,36 cm dan luasnya 452,16 cm².
 - b. Kelilingnya 157 cm dan luasnya 1962,5 cm².
 - c. Kelilingnya 22 cm dan luasnya 38,465 cm².
7.
 - a. Panjang busurnya 55 cm dan luas juringnya 577,5 cm².
 - b. Panjang busurnya 82,5 cm dan luas juringnya 866,25 cm².
 - c. Panjang busurnya 110 cm dan luas juringnya 1155 cm².

8.
 - a. Luas daerah yang berwarna hijau dapat dihitung dengan mengurangi luas lingkaran yang panjang diameternya 117 m dengan lingkaran yang lebih kecil (panjang diameternya 40 m) dan empat jalan (berbentuk persegi panjang). Panjang tiap-tiap jalan dapat ditentukan dengan mengurangi panjang jari-jari lingkaran besar dengan jari-jari lingkaran kecil, yaitu

$$p = \frac{117}{2} - \frac{40}{2} = 38,5$$

Selanjutnya, luas daerah berwarna hijau dapat ditentukan sebagai berikut.

$$L \approx 3,14 \left(\frac{117}{2} \right)^2 - 3,14 \left(\frac{40}{2} \right)^2 - 4(38,5 \cdot 3) = 9027,865$$

Jadi, luas daerah berwarna hijau sekitar 9.027,865 m².

Catatan untuk guru: Penghitungan luas tersebut merupakan suatu taksiran karena jalannya diasumsikan persegi panjang. Dengan menggunakan metode yang lebih teliti, yaitu dengan integral tentu, luas daerah yang diperoleh tidak terlalu jauh berbeda, yaitu sekitar 9032,5 m².

- b. Total biaya, B , dapat ditentukan dengan mengalikan luas dengan harga rumput per m².

$$B \approx 9.027,865 \cdot 55.000 = 496.532.575$$

Jadi, biaya total untuk pembelian rumput sekitar Rp495.532.575,00.

- c. Apabila orang tersebut berlari mengitari taman tersebut berlawanan arah putaran jarum jam, dapat dianggap bahwa orang tersebut menempuh jarak sebesar satu keliling lingkaran besar (yang panjang diameternya 125 m) dalam satu putaran, yaitu

$$K_{\text{besar}} \approx 3,14 \cdot 125 = 392,5 \text{ m}$$

Padahal, orang tersebut ingin berlari sejauh 8 km atau 8.000 m. Dengan demikian, banyaknya putaran yang perlu diitari orang tersebut adalah

$$\frac{8.000}{392,5} \approx 20,4$$

Apabila orang tersebut berlari searah putaran jarum jam, banyaknya putaran yang perlu dia lakukan adalah

$$\frac{8.000}{3,14 \cdot 117} \approx 21,8$$

9. a. Luas daerah yang akan ditanami rumput dapat ditentukan seperti berikut.

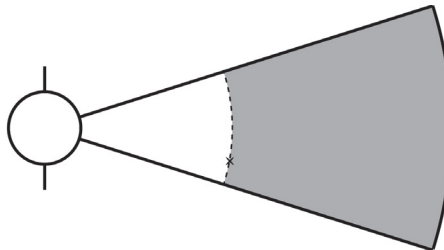
$$L \approx \frac{34,92^\circ}{360^\circ} \cdot 3,14(20)^2 - \frac{34,92^\circ}{360^\circ} \cdot 3,14\left(\frac{2,135}{2}\right)^2 \approx 121,5$$

Biaya total, B , pembelian rumput dapat ditentukan dengan mengalikan luas dengan harga rumput per m^2 .

$$B \approx 121,5 \cdot 45.000 = 5.467.500$$

Jadi, biaya untuk pembelian rumputnya sekitar Rp5.467.500,00.

- b. Daerah yang diarsir pada Gambar 2.5 berikut ini adalah kemungkinan target lemparan Abel apabila Abel ingin lebih baik dari percobaan sebelumnya.



Gambar 2.5 Daerah Target Lemparan Abel

4. Subbab E Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Lengkung

a. Tujuan Pembelajaran

- Menjelaskan cara untuk menentukan luas permukaan bangun ruang sisi lengkung.
- Menyelesaikan masalah yang terkait dengan luas permukaan bangun ruang sisi lengkung.
- Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi lengkung terhadap luas permukaannya.

b. Aktivitas Pembuka

Bapak/Ibu guru dapat menggali pengetahuan awal peserta didik dan keterampilan peserta didik terkait jenis-jenis dan contoh-contoh bangun ruang sisi lengkung. Kalau di bangun ruang sisi datar ada kubus, prisma, dan limas, maka di bangun ruang sisi lengkung ada bola, tabung, dan kerucut. Mintalah peserta didik untuk menyebutkan benda-benda yang mereka temukan di sekitar mereka yang berbentuk bola, tabung, maupun kerucut.

c. Aktivitas 1

Bapak/Ibu dipersilakan mengatur peserta didik agar dapat berkelompok untuk mengerjakan Eksplorasi 2.14. Aktivitas ini bertujuan untuk membantu peserta didik untuk menemukan luas permukaan tabung. Caranya serupa dengan yang sudah dilakukan pada subbab B. Ide besarnya adalah dengan mengajak peserta didik untuk “membedah” tabung sehingga didapatkan jaring-jaringnya. Namun, untuk kasus tabung, mungkin Bapak/Ibu bisa mengajarkan bagaimana cara menggambar jaring-jaring tabung yang bendanya bisa kita pegang, misalnya kaleng minuman bersoda. Bapak/Ibu diharapkan dapat mempersiapkan kaleng soda atau wadah makanan lain yang berbentuk tabung.

Bapak/Ibu guru dipersilakan untuk memberikan beberapa benda berbentuk tabung kepada kelompok yang sudah terbentuk. Benda yang dipilih tidak harus sesuai dengan Gambar 2.55 di Buku Siswa. Selanjutnya, ajak peserta didik untuk mengerjakan pertanyaan 1-5. Gambaran jawaban alternatif dari pertanyaan 1-5 kurang lebih sebagai berikut.

1. Ada tiga sisi dari tabung yang kita bisa sebut dengan alas, atap, dan selimut. Alas dan atap dari tabung berupa lingkaran sedangkan selimut tabung berbentuk persegi panjang.
2. Jaring-jaring tabung yang digambarkan peserta didik akan sesuai dengan benda yang dipilih. Namun, Bapak/Ibu bisa mengarahkan peserta didik untuk menggambar selimutnya dulu baru alas dan atapnya. Selimut dapat digambarkan dengan bantuan menandai kaleng, kemudian menggelingkannya. Untuk alas dan atap, dapat dijiplak dengan meletakkan kaleng di atas kertas.
3. Mintalah peserta didik mengukur jari-jari dan ukuran panjang dan lebar selimut dengan mengukur jaring-jaring yang sudah digambar. Kemudian menentukan luas dari jaring-jaring.
4. Jawaban akan bervariasi tergantung pada benda berbentuk tabung yang Bapak/Ibu guru pilihkan untuk peserta didik.
5. Pada soal ini, peserta didik diajak untuk menemukan rumus umum menghitung luas permukaan tabung dari hasil perhitungan luas permukaan benda-benda nyata yang telah dilakukan pada langkah 4. Arahkan peserta didik agar mereka dapat menemukan bahwa

$$\begin{aligned}\text{Luas Permukaan Tabung} &= 2 \times \text{Luas Alas} + \text{Luas Sisi Tegak} \\ &= 2(\pi r^2) + (2\pi r t)\end{aligned}$$

Selanjutnya, ajaklah peserta didik untuk mencermati Contoh 2.15 dan mengerjakan Ayo Mencoba 2.15.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.15

Pertama-tama kita akan mengestimasi luas permukaan satu drum.

$$\begin{aligned}\text{Luas Permukaan Tabung} &= 2 \times \text{Luas Alas} + \text{Luas Sisi Tegak} \\ &= 2(\pi r^2) + (2\pi r t) \\ &= 2\left(\pi \left(\frac{1}{2} \text{Diameter}\right)^2\right) + (2\pi \left(\frac{1}{2} \text{Diameter}\right) t) \\ &= 2(\pi(27,5)^2) + (2\pi(27,5)90) \\ &= \pi \times 1.512,5 + \pi \times 4.950 \\ &= \pi \times 6.462,5 \\ &\approx 20.292,25 \text{ cm}^2 \\ &\approx 2,03 \text{ m}^2\end{aligned}$$

Selanjutnya, kita coba cari berapa liter yang kita butuhkan.

$$\begin{aligned}\text{Volume (liter) cat yang diperlukan} &= \frac{\text{Luas permukaan} \times \text{DFT}}{\text{VS}\% \times 10} \\ &= \frac{2,03 \times 50}{45 \times 10} \\ &\approx 0,23\end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan di atas, Kabo dapat menggunakan seperempat liter cat *MowiPaint* untuk mengecat satu drum.

d. Aktivitas 2

Peserta didik diajak untuk membentuk kelompok. Bapak/Ibu guru memberikan informasi kepada peserta didik bahwa mereka akan menemukan rumus luas permukaan kerucut melalui Eksplorasi 2.15. Sebelum mulai mengerjakan aktivitas eksplorasi tersebut, peserta didik sebaiknya sudah menyiapkan kertas yang akan digunakan untuk menjiplak beberapa gabungan bangun datar dan gunting.

Eksplorasi 2.15 Luas Permukaan Kerucut

Di awal aktivitas eksplorasi ini, peserta didik diminta untuk memilih gabungan bangun datar yang merupakan jaring-jaring

kerucut. Hal ini dimaksudkan agar mereka dapat mengidentifikasi karakteristik jaring-jaring kerucut sehingga pada akhirnya mereka dapat membuat sendiri jaring-jaring sebuah kerucut jika diketahui panjang jari-jari (atau diameter) alasnya dan tingginya. Pengetahuan dan keterampilan tersebut selanjutnya mereka gunakan untuk menemukan luas permukaan sembarang kerucut.

Berikut ini alternatif jawaban soal-soal di dalam aktivitas Eksplorasi 2.15.

1. Gabungan bangun datar c merupakan satu-satunya potongan kertas yang dapat digunakan untuk membuat kerucut.
2. *Setuju*. Sebuah juring lingkaran apabila direkatkan jari-jarinya akan membentuk sebuah kerucut dengan keliling alas yang sama dengan busur juring tersebut.
3. Informasi yang diperlukan Dhien adalah panjang jari-jari juringnya. Jari-jari juring yang sering disebut dengan garis pelukis tersebut dapat ditentukan dengan menggunakan teorema Pythagoras, yaitu:

$$s = \sqrt{r^2 + t^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

Karena panjang jari-jari dan busur juring telah diketahui, selanjutnya dapat ditentukan besar sudut pusat juring tersebut, yaitu

$$\theta = \frac{2\pi r}{2\pi s} \times 360^\circ = \frac{r}{s} \times 360^\circ = \frac{5}{13} \times 360^\circ \approx 138,5^\circ$$

4. Luas permukaan kerucut yang panjang jari-jari alasnya 5 dan tingginya 12 cm, dengan demikian, dapat ditentukan seperti berikut.

$$L = \text{luas alas} + \text{luas selimut} = \pi \times 5^2 + \frac{5}{13} \times \pi \times 13^2 = 90\pi$$

5. Untuk sembarang kerucut yang panjang jari-jari alasnya r , tingginya t , dan panjang garis pelukisnya s , luas permukaannya adalah

$$L = \pi r^2 + \frac{r}{s}(\pi s^2) = \pi r^2 + \pi r s$$

Karena $s = \sqrt{r^2 + t^2}$, maka rumus di atas dapat dituliskan menjadi

$$L = \pi r^2 + \pi r \sqrt{r^2 + t^2}$$

Kemudian, Bapak/Ibu guru dapat mengarahkan peserta didik untuk menyimak Contoh 2.16 dan mengerjakan Ayo Mencoba 2.16.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.16

Pertama-tama, kita akan mencari luas dari sisi lengkung dari satu kerucut (tanpa alas). Karena kita sudah tahu jari-jari alas (sebut $r=50$ inci) panjang sisi miring (sebut $l=60$ inci) dari kerucut, perhitungan bisa kita lakukan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\text{Luas Sisi Lengkung} &= \text{Luas Juring} \\ &= \pi r l \\ &\approx 3,14 \times 50 \times 60 \\ &= 9.420 \text{ inci}^2\end{aligned}$$

Karena kerucut tembaganya ada 100 buah, maka estimasi total permukaan yang akan disemprot oksidator adalah 942.000 inci². Akibatnya, oksidator yang dibutuhkan adalah sebanyak $\frac{942.000}{5000} = 188,4$ liter. Oleh karena itu, biaya yang dibutuhkan adalah Rp 800.000,00 \times 188,4 = Rp 150.720.000,00.

Melalui fitur Matematika dalam Budaya, Bapak/Ibu guru dapat menggugah rasa nasionalisme peserta didik dengan mengagumi kebudayaan nenek moyang yang salah satunya berupa peninggalan rumah adat Mbaru Niang. Rumah ini memiliki bentuk geometris yang sederhana yakni berupa kerucut. Ajaklah peserta didik untuk mengamati dan menyelidiki mengapa desainnya seperti itu serta makna filosofisnya apa.

e. Aktivitas 3

Bapak/Ibu guru memberikan informasi kepada peserta didik bahwa mereka akan diajak menemukan luas permukaan bola secara berkelompok. Bapak/Ibu guru mempersiapkan bola-bola kecil yang mudah digunting. Usahakan ada beberapa variasi ukuran bola. Artinya, tidak semua bola yang diberikan kepada peserta didik berukuran sama persis.

Eksplorasi 2.16 Luas Permukaan Bola

Pada eksplorasi ini, peserta didik diajak untuk melakukan aktivitas aktif dan *hands-on* pada aktivitas pertama. Tujuannya agar mereka memiliki pengalaman nyata dan menemukan sendiri berdasarkan aktivitas dan perhitungan tentang keterkaitan antara luas permukaan bola dan luas lingkaran dengan jari-jari yang sama. Selanjutnya, pengalaman ini dibawa ke aktivitas kedua dimana peserta didik diajak untuk bermain di ranah abstrak matematis untuk memperumum hasil yang sebelumnya mereka peroleh. Tujuan akhirnya adalah agar peserta didik menemukan bahwa jika bola memiliki jari-jari r , maka

$$\text{Luas Permukaan Bola} = 4\pi r^2$$

Selanjutnya, ajak peserta didik untuk memperhatikan Contoh 2.17 dan mengerjakan Ayo Mencoba 2.17.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.17

Untuk menyelesaikan permasalahan ini, kita akan mencari estimasi luas permukaan Uranus.

$$\begin{aligned}\text{Luas Permukaan Uranus} &= 4\pi(r_{\text{Uranus}})^2 \\ &\approx 4(3,14) (25.559)^2 \\ &= 8.204.976.761,36 \text{ km}^2\end{aligned}$$

Selanjutnya, kita akan mencari estimasi luas permukaan Neptunus.

$$\begin{aligned}\text{Luas Permukaan Neptunus} &= 4\pi(r_{\text{Neptunus}})^2 \\ &\approx 4(3,14) (24.764)^2 \\ &= 7.702.491.541,76 \text{ km}^2\end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, maka, kurang lebih, kita dapat menghitung perbandingan luas permukaan Uranus dan Neptunus:

$$\frac{\text{Luas Permukaan Uranus}}{\text{Luas Permukaan Neptunus}} = \frac{8.204.976.761,36 \text{ km}^2}{7.702.491.541,76 \text{ km}^2} \approx 1,07.$$

f. Aktivitas 4

Pada aktivitas ini, peserta didik diajak untuk memahami akibat perubahan skala dari bangun ruang sisi lengkung terhadap luas permukaannya. Ajak peserta didik untuk mengerjakan, secara kelompok, Ayo Mencoba 2.18 dengan memperhatikan Contoh 2.18. Harapannya, peserta didik mampu mendapatkan pengalaman belajar dalam hal mengamati perubahan skala sebuah tabung terhadap luas permukaannya. Ajak peserta didik untuk memperhatikan permasalahan ini pada kasus-kasus lain seperti kerucut dan bola. Giring mereka untuk dapat membuat dugaan terkait pola dari akibat perubahan skala bangun ruang sisi lengkung terhadap luas permukaannya.

Kunci Jawaban **Latihan E** Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Lengkung

1. Jika diketahui sebuah tabung memiliki jari-jari alas r dan tinggi tabung t , maka luas permukaan tabung tersebut dapat dicari dengan rumus

$$\begin{aligned}\text{Luas Permukaan Tabung} &= 2 \times \text{Luas Alas} + \text{Luas Sisi Tegak} \\ &= 2(\pi r^2) + (2\pi r t)\end{aligned}$$

2. Jika diketahui sebuah kerucut memiliki jari-jari alas r dan tinggi t , maka luas permukaan kerucut tersebut dapat dicari dengan rumus

$$\begin{aligned}\text{Luas Permukaan Kerucut} &= \text{Luas Alas} + \text{Luas Sisi Tegak} \\ &= \text{Luas Lingkaran} + \text{Luas Juring} \\ &= (\pi r^2) + (\pi(r^2 + t^2)) \times \frac{2\pi r}{2\pi\sqrt{r^2 + t^2}} \\ &= (\pi r^2) + (\pi r\sqrt{r^2 + t^2}) \\ &= \pi r(r + \sqrt{r^2 + t^2})\end{aligned}$$

3. Luas permukaan bola sama dengan empat kali luas lingkaran yang memiliki jari-jari yang sama.
4. Jika diketahui sebuah bola memiliki jari-jari r , maka luas permukaan bola tersebut dapat dicari dengan rumus: Luas Permukaan Bola $= 4\pi r^2$.
5. Berikut adalah luas permukaan tabung yang bersesuaian:
 - a. $5.700 \pi \text{ cm}^2$
 - b. $96 \pi \text{ cm}^2$

- c. $300 \pi \text{ cm}^2$
 - d. $5\sqrt{119} \pi \text{ inci}^2$
 - e. $70,56 \pi \text{ m}^2$
 - f. $48 + 20 \pi \text{ m}^2$
6. Luas permukaan satu bola adalah 1.256 cm^2 . Sehingga, diperkirakan, 1 m^2 cukup untuk 7 bola.
 7. Permasalahan ini dapat diselesaikan dengan mencari luas selimut kerucut tanpa mencari luas alas. Panjang jari-jari selimut dapat dicari dengan teorema Pythagoras, yakni $l = \sqrt{1325} \approx 36,40$.
 $\pi r l \approx 3,14 \times 10 \times 36,40 = 1142,96 \text{ cm}^2$.
 8. $31,4 \text{ dm}^2$
 9. $\frac{16}{9}$

5. Subbab F Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung

a. Tujuan Pembelajaran

- Menjelaskan cara untuk menentukan volume bangun ruang sisi lengkung.
- Menyelesaikan masalah yang terkait dengan volume bangun ruang sisi lengkung.
- Menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional bangun ruang sisi lengkung terhadap volumenya.

b. Aktivitas Pembuka

Bapak/Ibu guru dapat menggali pengetahuan awal peserta didik dan keterampilan peserta didik terkait menentukan volume prisma dan limas. Paling tidak, akan dijelaskan bahwa kita bisa menganalogikan keterkaitan antara volume kerucut dengan volume limas dan volume tabung dengan volume prisma. Selain itu, Bapak/Ibu guru juga dapat

menggunakan Pembelajaran Alternatif berikut sebagai aktivitas pembuka untuk subbab ini.

c. Aktivitas 1

Bapak/Ibu guru memberikan informasi kepada peserta didik bahwa mereka akan diajak menemukan rumus volume tabung dengan bekerja secara berkelompok. Untuk tujuan ini, silakan Bapak/Ibu menggunakan Eksplorasi 2.17. Tujuan utamanya adalah untuk menjembatani peserta didik berdasarkan pengetahuan mereka tentang volume prisma yang kemudian dibangun untuk menemukan rumus volume tabung.

Eksplorasi 2.17 Volume Tabung

Pada aktivitas pertama, ide yang harapannya dapat dibangun oleh peserta didik adalah bahwa kita dapat memandang volume sebagai tumpukan dari beberapa atau satu kepingan (lempengan) daerah yang memiliki tebal satu satuan. Dengan kata lain, ide bahwa luas alas dikali tinggi pada prisma, dapat kita terapkan untuk tabung. Bapak/Ibu tidak perlu menyebutkan ide ini secara eksplisit, namun nanti di akhir perlu disimpulkan demikian. Lebih baik lagi jika beberapa peserta didik dapat mengungkapkan ini secara eksplisit.

Setelah melihat ide dasar dalam bentuk tumpukan kepingan pada aktivitas pertama pada Gambar 2.65 di Buku Siswa, selanjutnya peserta didik diajak untuk lepas dari bantuan visual berupa ketebalan. Pada aktivitas kedua, Bapak/Ibu guru diharapkan membantu peserta didik untuk mengingat kembali rumus volume prisma, dan dalam hal ini, balok. Kemudian, bantu peserta didik agar menemukan bahwa kita bisa mengadopsi ide ini ke dalam tabung. Tujuan akhirnya adalah supaya peserta didik menemukan bahwa

$$\text{Volume Tabung} = \text{Luas Alas} \times \text{Tinggi} = \pi r^2 t$$

Selanjutnya ajaklah peserta didik untuk memperhatikan Contoh 2.19 serta mengerjakan Ayo Mencoba 2.19.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.19

Diketahui panjang jari-jari luar bis beton tersebut adalah $R = 100$ cm. Karena ketebalannya 10 cm, maka panjang jari-jari dalamnya adalah $r = 100 - 10 = 90$ cm. Panjang bis beton tersebut adalah $t = 50$ cm. Dengan demikian, volumenya dapat ditentukan seperti berikut.

$$\begin{aligned}V &= \pi R^2 t - \pi r^2 t \\&= \pi t (R^2 - r^2) \\&= \pi t (R + r)(R - r) \\&\approx 3,14 \times 50 \times (100 + 90)(100 - 90) \\&= 298.300\end{aligned}$$

Jadi, volume bis beton tersebut adalah sekitar 298.300 cm^2 .

d. Aktivitas 2

Bapak/Ibu guru memberikan informasi kepada peserta didik bahwa mereka akan diajak menemukan kerucut dengan bekerja secara berkelompok. Bapak/Ibu guru dipersilakan untuk menggunakan Eksplorasi 2.18 untuk keperluan ini. Tidak seperti Ekplorasi 2.17 sebelumnya, Eksplorasi 2.18 lebih bersifat *hands-on*. Sebaiknya Bapak/Ibu mempersiapkan atau mengarahkan peserta didik untuk menyiapkan kerucut tanpa alas dan tabung tanpa tutup yang memiliki jari-jari dan tinggi yang sama. Siapkan pula pasir atau butiran styrofoam.

Eksplorasi 2.18 Volume Kerucut

Pada kegiatan ini, ajak peserta didik untuk mendemonstrasikan mengisi penuh tabung dengan kerucut yang penuh dengan pasir atau butiran styrofoam. Setelah itu, arahkan peserta didik untuk mengerjakan empat soal yang ada di Eksplorasi 2.18. Tujuannya adalah agar peserta didik menggunakan pengalaman bermain dengan pasir atau butiran styrofoam untuk menemukan rumus

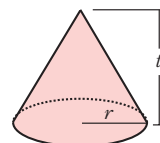
volume kerucut dengan bantuan rumus tabung yang sudah mereka ketahui.

Jawaban Alternatif:

- Dibutuhkan tiga kerucut penuh berisi pasir untuk mengisi tabung sampai penuh.
- Volume kerucut setara dengan sepertiga volume tabung jika keduanya memiliki jari-jari dan tinggi yang sama.

c. Volume kerucut = $\frac{1}{3}$ volume tabung.

d. Volume Kerucut = $\frac{1}{3} \times \text{Luas Alas} \times t$
= $\frac{1}{3} \pi r^2 t$



Ajak peserta didik untuk menyimak Contoh 2.20 serta mengerjakan Ayo mencoba 2.20.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.20

Pertama-tama, kita akan mencari volume dari prisma persegi dan volume kerucut. Karena panjang sisi persegi sama dengan diameter lingkaran, maka jari-jari lingkaran memiliki ukuran 6 cm.

$$\begin{aligned} \text{Volume Prisma Persegi} &= \text{Luas Alas} \times \text{Tinggi} \\ &= (20 \times 20) \times 30 \\ &= 12.000 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Volume Kerucut} &= \frac{1}{3} \times \text{Luas Alas} \times \text{Tinggi} \\ &= \frac{1}{3} \times (\pi \times (10)^2) \times 30 \\ &= \pi \times \frac{1}{3} \times 100 \times 30 \\ &= \pi \times 1000 \\ &\approx 3,14 \times 1000 \\ &= 3.140 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Untuk mencari volume dari prisma yang tidak terisi oleh kerucut, kita dapat mengurangi volume prisma persegi dengan volume kerucut. Akibatnya, kita dapat tulis:

$$\text{Volume prisma yang tidak terisi oleh kerucut} = \text{Volume prisma} - \text{Volume kerucut}$$

$$\begin{aligned} &= 12.000 \text{ cm}^3 - 3.140 \text{ cm}^3 \\ &= 8.860 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

Jika masih ada waktu yang memungkinkan, Bapak/Ibu guru dapat mengajak peserta didik untuk menelisik lebih jauh tentang kerucut dengan Aktivitas Interaktif yang telah disediakan di Buku Siswa. Pada aktivitas tersebut, peserta didik akan diajak untuk menelisik keterkaitan besar sudut pada sebuah juring dengan tinggi kerucut yang dihasilkan jika juringnya dibuat sebagai selimut kerucut.

e. Aktivitas 3

Volume bola adalah topik bahasan terakhir pada bab ini. Bapak/Ibu guru memberikan informasi kepada peserta didik akan diajak menemukan volume bola dengan bantuan pengetahuan mereka tentang volume tabung dan kerucut. Kemudian, ajak peserta didik untuk mengerjakan Eksplorasi 2.19.

Eksplorasi 2.19 Menemukan Volume Bola

Fokus kegiatan eksplorasi ini adalah untuk mengkoneksikan pengetahuan awal peserta didik tentang volume kerucut dengan volume bola. Koneksi tersebut akan digunakan peserta didik untuk menemukan sendiri strategi dan rumus penentuan volume sebuah bola.

Berikut ini kemungkinan jawaban yang dapat digunakan untuk menjawab soal-soal dalam Eksplorasi 2.19.

1. Di sini, peserta didik mengukur panjang diameter atau jari-jari bola mainan yang mereka gunakan. Bapak/Ibu guru dapat membantu mereka dalam pengukuran tersebut agar hasilnya teliti. Selain itu, di tahap ini peserta didik memotong bola tersebut sehingga diperoleh dua setengah bola.
2. Pada tahap ini peserta didik membuat jaring-jaring sebuah kerucut terbuka yang panjang jari-jari alasnya dan tingginya

sama dengan jari-jari bola mereka. Penting bagi Bapak/Ibu guru untuk memandu mereka melakukannya agar kerucut yang mereka peroleh sesuai dengan perintah soal.

Misalkan jari-jari bola tersebut adalah r_0 , maka panjang jari-jari alas dan tinggi kerucut yang akan dibuat juga sama dengan r_0 . Karena jaring-jaring kerucut terbuka tersebut berupa juring sebuah lingkaran, maka peserta didik perlu menentukan ukuran juring tersebut. Jari-jari juring tersebut dapat ditentukan seperti berikut.

$$s_0 = \sqrt{r_0^2 + r_0^2} = r_0 \sqrt{2}$$

Besar sudut pusat juring tersebut dapat dicari seperti berikut.

$$\theta = \frac{r_0}{s_0} \times 360^\circ = \frac{r_0}{r_0 \sqrt{2}} \times 360^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 360^\circ \approx 254,6^\circ$$

Dengan demikian, jaring-jaring kerucut terbuka yang dimaksud berbentuk juring lingkaran yang panjang jari-jarinya dan besar sudut pusatnya $254,6^\circ$.

3. Di tahap ini peserta didik menggunakan jaring-jaring yang telah mereka buat di nomor 2 untuk membuat sebuah kerucut terbuka. Bapak/Ibu guru dapat meminta mereka untuk memastikan apakah kerucut terbuka yang terbentuk memiliki panjang jari-jari dan tinggi yang sama dengan jari-jari bola yang mereka gunakan.
4. Dibutuhkan dua kali pengisian beras/butiran strofoam dari kerucut terbuka ke setengah bola agar setengah bola tersebut terisi penuh. Artinya, volume setengah bola sama dengan dua kali volume kerucut yang panjang jari-jari dan tingginya sama dengan jari-jari setengah bola tersebut.
5. Berdasarkan percobaan sebelumnya, volume bola memiliki rumus sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 V_{\text{bola}} &= 2 \times V_{\text{setengah bola}} \\
 &= 2 \times [2 \times V_{\text{kerucut}}] \\
 &= 4 \times V_{\text{kerucut}} \\
 &= 4 \times \frac{1}{3} \pi r^2 t \\
 &= \frac{4}{3} \pi r^2 t \\
 &= \frac{4}{3} \pi r^2 r \\
 &= \frac{4}{3} \pi r^3
 \end{aligned}$$

Jadi, volume sebuah bola yang panjang jari-jarinya r adalah $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

6. Percobaan dan hasil pada nomor 1–5 sesuai dengan yang disampaikan video pembelajaran di Buku Siswa.

Setelah menemukan rumus bola, ajaklah peserta didik untuk menyimak Contoh 2.21 dan mengerjakan Ayo Mencoba 2.21.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 2.21

Berdasarkan Contoh 2.21, diameter bumi adalah sekitar 12.750 km. Karena panjang diameter Mars kurang lebih setengah dari panjang diameter bumi, maka panjang diameter Mars sekitar 6.375 km. Dengan demikian, volume Mars nilainya sebagai berikut.

Selanjutnya, volume kerak Mars dapat diperoleh dengan mengurangi volume Mars dengan volume Mars yang bukan kerak.

$$\begin{aligned}
 V_{\text{kerak}} &= V_{\text{Mars}} - V_{\text{bukan kerak}} \\
 &= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{6.375}{2} \right)^3 - \frac{4}{3} \pi \left(\frac{6.375}{2} - 50 \right)^3 \\
 &= \frac{4}{3} \pi \left[\left(\frac{6.375}{2} \right)^3 - \left(\frac{6.375}{2} - 50 \right)^3 \right] \\
 &= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{3.000.484.375}{2} \right)
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, persentase kerak Mars dibandingkan dengan volume Mars dapat dicari seperti berikut.

$$\frac{V_{\text{kerak}}}{V_{\text{Mars}}} \times 100\% = \frac{\frac{4}{3} \pi \left(\frac{3.000.484.375}{2} \right)}{\frac{4}{3} \pi \left(\frac{6.375}{2} \right)^3} \times 100\% \approx 4,63\%$$

Jadi, bagian Mars yang merupakan kerak adalah sekitar 4,63%.

f. Aktivitas 4

Pada aktivitas ini, peserta didik diajak untuk memahami akibat perubahan skala dari bangun ruang sisi lengkung terhadap luas permukaan dan volumenya. Ajak peserta didik untuk mengerjakan, secara kelompok, Ayo Mencoba 2.22 dengan memperhatikan Contoh 2.22. Harapannya, peserta didik mampu mendapatkan pengalaman belajar dalam hal mengamati perubahan skala sebuah bangun ruang sisi lengkung terhadap luas permukaan dan volumenya. Ajak peserta didik untuk memperhatikan permasalahan ini pada kasus lain seperti tabung dan gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung lainnya. Arahkan mereka untuk dapat membuat dugaan terkait pola dari akibat perubahan skala bangun ruang sisi lengkung terhadap luas permukaan dan volumenya.

Kunci Jawaban **Latihan** **F** Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Lengkung

1. Jika diketahui sebuah tabung memiliki jari-jari alas r dan tinggi tabung t , maka luas permukaan tabung tersebut dapat dicari dengan rumus: Volume Tabung = Luas Alas \times Tinggi = $\pi r^2 t$.
2. Volume kerucut sama dengan sepertiga volume tabung.
3. Volume kerucut = $\frac{1}{3} \pi r^2 t$
4. Jika tinggi dan jari-jari kerucut dan tabung sama dengan jari-jari bola, maka berlaku: Volume Bola = Volume Tabung + Volume Kerucut.
5. Volume bola = $\frac{4}{3} \pi r^3$

6. a. $240.000\pi \text{ cm}^3$ d. $100\pi \text{ inci}^3$
 b. $\frac{28}{3}\pi \text{ m}^3$ e. $98,784\pi \text{ m}^3$
 c. $\frac{2000}{3}\pi \text{ cm}^3$ f. $24\pi \text{ dm}^3$
7. $30,15 \text{ m}^3$
 8. $37.680 \text{ dm}^3 = 37.680 \text{ liter}$
 9. $133,97 \text{ cm}^3$
 10. $4.186.666,67 \text{ dm}^3 = 4.186.666,67 \text{ liter}$

E. Kunci Jawaban Uji Kompetensi

1. *Salah*
2. *Benar*
3. *Salah*
4. 3:1

Penerapan

5. Volume Bola : Volume kubus = $\pi:6$
6. a. Volume prisma : Volume kerucut = $12:\pi$;
 b. Luas permukaan prisma : Luas permukaan kerucut
 $= 8(r+t) : \pi(r + \sqrt{r^2 + t^2})$
7. a. Volume = 24 satuan kubik
 Luas = 56 satuan persegi
 b. Volume = $500\sqrt{3} \text{ m}^3$
 Luas = 300 m^2
 c. Volume = $640\pi \text{ m}^3$
 Luas = $8(8+2\sqrt{41}) \pi \text{ m}^2$
 d. Volume $\approx 43,69\pi \text{ m}^3$
 Luas = $40,96\pi \text{ m}^2$
 e. Volume = $72\pi \text{ cm}^3$
 Luas = $(60\pi+48) \text{ cm}^3$
 f. Volume = 72.000 m^3
 Luas = 12.000 m^3

8. Berdasarkan perhitungan berikut, air yang dibutuhkan untuk mengisi penuh kolam adalah $5.100 \text{ m}^3 = 5.100 .000$ liter.

$$\begin{aligned} \text{Volume prisma} &= \text{Luas alas} \times \text{tinggi} \\ &= (\text{Luas persegi panjang} + \text{Luas trapesium}) \times \text{tinggi} \\ &= (50 + 120) \times 30 \\ &= 5.100 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

9. a. Bentuk alas Ka'bah hampir menyerupai persegi panjang, namun tiap sisinya berbeda. Untuk keperluan estimasi, kita akan menggunakan persegi panjang untuk memperkirakan luas alas. Selanjutnya, kita akan mengasumsikan panjang dan lebar dari persegi panjang ini sebagai rata-rata dari "panjang" dan "lebar" alas Ka'bah ini.

$$p = \frac{13,16 + 12,84}{2} = 13$$

$$l = \frac{11,53 + 11,28}{2} = 11,405$$

Selanjutnya, kita anggap Ka'bah berbentuk balok. Sehingga, volume adalah:

$$V = p \times l \times t = 13 \times 11,405 \times 13,1 = 1942,2715 \text{ m}^3$$

- b. Karena *kiswah* tidak menutupi atap dan alas, maka luas *kiswah* dapat kita estimasi dengan $L = 2(l + p)t = 639,411 \text{ m}^2$
 $314.000 \text{ cm}^3 = 314$ liter

10. $h = \frac{40\sqrt{2\pi^2}}{121}$

Penalaran

11. a. $V = \frac{1}{3} \pi (h_1 - h_2) (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$

b. $L = \pi (r_1 + r_2) s$

12. a. Desain pertama karena volume balok pada desain pertama lebih kecil daripada volume prisma segitiga pada desain kedua.
 b. Disesuaikan dengan jawaban peserta didik.
13. a. Desain pertama karena volume balok pada desain pertama lebih kecil daripada volume prisma segitiga pada desain kedua.
 b. Disesuaikan dengan jawaban peserta didik.

F. Kunci Jawaban Proyek

Untuk proyek di Bab 2, Bapak/Ibu guru tidak akan diberikan kunci melainkan panduan bagaimana menilai karya peserta didik. Salah satu hal yang ingin ditekankan di sini adalah asesmen yang berdiferensiasi produk. Artinya, luaran dari proyek ini tidak tunggal. Peserta didik dapat memilih menggunakan ekspresi tulisan melalui esai, ekspresi verbal melalui podcast, ekspresi visual melalui karya seni maupun video. Selain itu, Bapak/Ibu juga dapat menerapkan pembelajaran yang berdiferensiasi proses dimana langkah dan laju pengerjaan proyek disesuaikan dengan kemampuan dan kebutuhan peserta didik. Rubrik ini hanya bersifat panduan dan dapat disesuaikan dan diperinci sesuai kebutuhan Bapak/Ibu guru.

Aspek Penilaian	Bobot
Peserta didik menggunakan pengetahuan yang ada di Bab 2 Bangun Ruang	30
Peserta didik menjelaskan sisi budaya dari karya desain rumah impiannya	30
Originalitas dan kreativitas peserta didik dalam membuat desain	20

G. Refleksi Guru

Ingat-ingat kembali pengalaman mengajar di Bab 2 Bangun Ruang ini. Setelah itu, refleksikan pengalaman mengajar dengan menanggapi pertanyaan atau pernyataan panduan berikut.

1. Apakah aktivitas pembuka yang Bapak/Ibu lakukan dapat mengarahkan dan mempersiapkan peserta didik dalam belajar Bab 2?
2. Strategi-strategi mengajar seperti apa yang Bapak/Ibu gunakan untuk mengajar Bab 2 Bangun Ruang? Apakah semua strateginya sudah membantu peserta didik untuk belajar secara optimal?
3. Pelajaran berharga apa yang telah Bapak/Ibu dapatkan? Bagaimana caranya agar pembelajaran yang telah dilakukan dapat lebih baik lagi? Kemampuan apa yang perlu Bapak/Ibu kembangkan lagi agar dapat menghadapi situasi tersebut dengan lebih baik lagi?

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Buku Panduan Guru Matematika
untuk SMP/MTs Kelas IX
Penulis: Yosep Dwi Kristanto, dkk
ISBN: 978-602-427-901-1 (jil. 3)

Panduan Khusus

Bab III

Transformasi Geometri



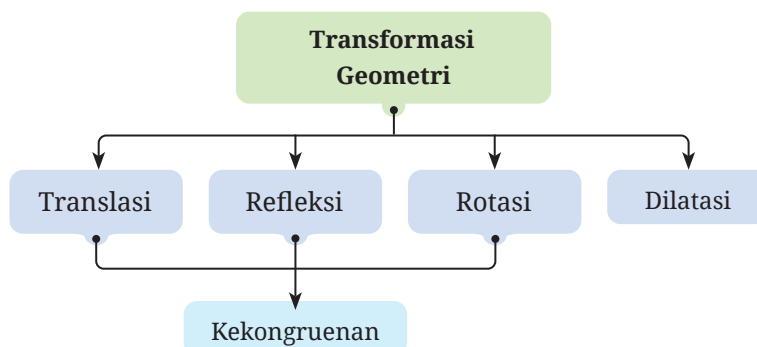
A. Pendahuluan

1. Tujuan Pembelajaran

Berikut ini adalah tujuan pembelajaran yang dicapai di Bab 3.

- Menjelaskan pengertian Translasi/Pergeseran.
- Mendeskripsikan translasi menggunakan koordinat Kartesius.
- Menerapkan translasi dalam permasalahan nyata.
- Menjelaskan pengertian Refleksi/Pencerminan.
- Mendeskripsikan refleksi menggunakan koordinat Kartesius.
- Menerapkan refleksi dalam permasalahan nyata.
- Menjelaskan pengertian rotasi/perputaran.
- Mendeskripsikan rotasi menggunakan koordinat Kartesius.
- Menerapkan rotasi dalam permasalahan nyata.
- Memahami karakteristik transformasi kaku (translasi, refleksi, dan rotasi) berdasarkan bentuk dan ukurannya.
- Menjelaskan pengertian kekongruenan berdasarkan karakteristik transformasi kaku (translasi, refleksi, dan rotasi).
- Menganalisis karakteristik kekongruenan pada segi banyak.
- Menganalisis karakteristik kekongruenan pada segitiga.
- Menjelaskan pengertian dilatasi/pembesaran.
- Mendeskripsikan dilatasi menggunakan koordinat Kartesius.
- Menerapkan dilatasi dalam permasalahan nyata.

2. Pokok Materi



3. Hubungan dengan Materi Lain

Materi transformasi geometri di dalam buku siswa sangat berkaitan erat dengan sistem koordinat Kartesius yang sebelumnya sudah dipelajari oleh peserta didik di kelas VIII. Selain itu, peserta didik juga diharapkan telah dibekali dengan pemahaman yang baik tentang persamaan garis lurus, karena objek transformasi yang dipelajari pada bab ini berupa titik, garis dan bangun datar. Pada bab ini, diberikan juga materi tentang kekongruenan sebagai lanjutan materi kesebangunan yang telah peserta didik pelajari di kelas VII. Materi kekongruenan tersebut dipandang sebagai hasil dari transformasi kaku (translasi, refleksi, dan rotasi). Sedangkan untuk materi dilatasi dibangun oleh pemahaman peserta didik dikaitkan dengan kesebangunan. Materi-materi tersebut merupakan prasyarat untuk peserta didik belajar transformasi geometri. Materi-materi transformasi geometri yang disajikan pada bab ini juga membangun atau menjadi syarat untuk mempelajari materi matriks yang dipelajari pada jenjang SMA.

B. Kaitan dengan Profil Pelajar Pancasila

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
Translasi	Aktivitas 1 <ul style="list-style-type: none">• Menjelaskan pengertian Translasi/Pergeseran.• Mendeskripsikan translasi menggunakan koordinat Kartesius.• Menerapkan translasi dalam permasalahan nyata.	Bergotong royong <ul style="list-style-type: none">• Bekerja sama.• Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. Bernalar kritis <ul style="list-style-type: none">• Menganalisis• Merefleksikan pemikiran dan proses berpikir.• Kreatif dalam menemukan gagasan

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
Refleksi	<p>Aktivitas 1</p> <ul style="list-style-type: none"> Menjelaskan pengertian Refleksi. <p>Aktivitas 2</p> <ul style="list-style-type: none"> Mendesripsikan refleksi pada sumbu x, sumbu y, dan titik pusat $(0, 0)$ menggunakan koordinat Kartesius. <p>Aktivitas 3</p> <ul style="list-style-type: none"> Mendesripsikan refleksi pada garis $y = x$ dan $y = -x$ menggunakan koordinat Kartesius. <p>Aktivitas 4</p> <ul style="list-style-type: none"> Mendesripsikan refleksi pada garis $x = k$ dan $y = h$ menggunakan koordinat Kartesius. 	<p>Bergotong royong</p> <ul style="list-style-type: none"> Bekerja sama. Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. <p>Bernalar kritis</p> <ul style="list-style-type: none"> Menganalisis Merefleksikan pemikiran dan proses berpikir. Kreatif dalam menemukan gagasan
	<p>Aktivitas 1</p> <ul style="list-style-type: none"> Menjelaskan pengertian rotasi/perputaran. 	<p>Bernalar kritis</p> <ul style="list-style-type: none"> Menganalisis Merefleksikan pemikiran dan proses berpikir. Kreatif dalam menemukan gagasan
Rotasi	<p>Aktivitas 2</p> <ul style="list-style-type: none"> Mendesripsikan rotasi menggunakan koordinat Kartesius. Menerapkan rotasi dalam permasalahan nyata. 	<p>Bergotong royong</p> <ul style="list-style-type: none"> Bekerja sama. Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. <p>Bernalar kritis</p> <ul style="list-style-type: none"> Menganalisis Merefleksikan pemikiran dan proses berpikir. Kreatif dalam menemukan gagasan.

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
Kekongruenan	<p>Aktivitas 1</p> <ul style="list-style-type: none"> Memahami karakteristik transformasi kaku (translasi, refleksi, dan rotasi) berdasarkan bentuk dan ukurannya. <p>Aktivitas 2</p> <ul style="list-style-type: none"> Menjelaskan pengertian kekongruenan berdasarkan karakteristik transformasi kaku (translasi, refleksi, dan rotasi). <p>Aktivitas 3</p> <ul style="list-style-type: none"> Menganalisis karakteristik kekongruenan pada segi banyak. <p>Aktivitas 4</p> <ul style="list-style-type: none"> Menganalisis karakteristik kekongruenan pada segitiga. 	<p>Bergotong royong</p> <ul style="list-style-type: none"> Bekerja sama. Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. <p>Bernalar kritis</p> <ul style="list-style-type: none"> Menganalisis Merefleksikan pemikiran dan proses berpikir. Kreatif dalam menemukan gagasan.
Dilatasi	<p>Aktivitas 1</p> <ul style="list-style-type: none"> Menjelaskan pengertian dilatasi/pembesaran. 	<p>Bernalar kritis</p> <ul style="list-style-type: none"> Menganalisis Merefleksikan pemikiran dan proses berpikir. Kreatif dalam menemukan gagasan
	<p>Aktivitas 2</p> <ul style="list-style-type: none"> Mendesripsikan dilatasi menggunakan koordinat Kartesius. Menerapkan dilatasi dalam permasalahan nyata. 	<p>Bergotong royong</p> <ul style="list-style-type: none"> Bekerja sama. Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. <p>Bernalar kritis</p> <ul style="list-style-type: none"> Menganalisis Merefleksikan pemikiran dan proses berpikir. Kreatif dalam menemukan gagasan.

C. Skema Pembelajaran

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
A	4	<ul style="list-style-type: none"> Menjelaskan pengertian translasi/ pergeseran. Mendeskripsikan translasi menggunakan koordinat Kartesius. Menerapkan translasi dalam permasalahan nyata. 	Translasi titik, garis, dan bangun.	Translasi/ pergeseran	<ol style="list-style-type: none"> Eksplorasi Diskusi Ekspositori 	Buku Siswa	https://buku.kemdikbud.go.id/katalog/Buku-Matematika-Kelas-IX
B	12	<ul style="list-style-type: none"> Menjelaskan pengertian refleksi/ pencerminan. Mendeskripsikan refleksi menggunakan koordinat Kartesius. Menerapkan refleksi dalam permasalahan nyata. 	Refleksi terhadap sumbu x , refleksi terhadap sumbu y , refleksi terhadap titik pusat O , refleksi terhadap garis $y = x$, refleksi terhadap garis $y = -x$, refleksi terhadap garis $x = k$, refleksi terhadap garis $x = k$.	Refleksi/ pencerminan	<ol style="list-style-type: none"> Eksplorasi Diskusi Ekspositori 	Buku Siswa	https://buku.kemdikbud.go.id/katalog/Buku-Matematika-Kelas-IX

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
C	4	<ul style="list-style-type: none"> • Menjelaskan pengertian rotasi/perputaran. • Mendeskripsikan rotasi menggunakan koordinat Kartesius. • Menerapkan rotasi dalam permasalahan nyata. 	Rotasi terdapat titik pusat $O(0,0)$	Rotasi/perputaran	<ol style="list-style-type: none"> 1. Eksplorasi 2. Diskusi 3. Ekspositori 	Buku Siswa	https://buku.kemdikbud.go.id/katalog/Buku-Matematika-Kelas-IX
D	4	<ul style="list-style-type: none"> • Menjelaskan pengertian kekongruenan. • Menjelaskan syarat-syarat dua bangun saling kongruen. • Menerapkan kekongruenan dalam permasalahan nyata. 	Kekongruenan	Kekongruenan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Eksplorasi 2. Diskusi 3. Ekspositori 	Buku Siswa	https://buku.kemdikbud.go.id/katalog/Buku-Matematika-Kelas-IX

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
E	4	<ul style="list-style-type: none"> • Menjelaskan pengertian dilatasi/dilatasi/pembesaran. • Mendeskripsikan dilatasi menggunakan koordinat Kartesius. • Menerapkan dilatasi dalam permasalahan nyata. 	Dilatasi $[O, k]$	Dilatasi	<ol style="list-style-type: none"> 1. Eksplorasi 2. Diskusi 3. Ekspositori 	Buku Siswa	https://buku.kemdikbud.go.id/katalog/Buku-Matematika-Kelas-IX

D. Panduan Pembelajaran

1. Subbab A Translasi (Pergeseran)

a. Tujuan Pembelajaran

Tujuan pembelajaran yang dicapai di Subbab A Translasi (Pergeseran) adalah sebagai berikut.

- Menjelaskan pengertian translasi/pergeseran.
- Mendeskripsikan translasi menggunakan koordinat Kartesius.
- Menerapkan translasi dalam permasalahan nyata.

b. Aktivitas Pembuka

Sebagai apersepsi untuk memulai pembelajaran di Subbab A, Bapak/Ibu guru dapat meminta peserta didik untuk menggerakkan benda-benda yang berada di sekitar mereka seperti kotak pensil, kursi, atau meja. Kemudian mintalah salah satu peserta didik untuk menjelaskan cara mereka menggerakkan benda tersebut. Peserta didik dapat pula menandai posisi awal benda dan posisi setelah digerakkan, selanjutnya mengukur seberapa jauh benda telah berpindah. Berikan istilah translasi sebagai istilah lain dari pergeseran.

c. Aktivitas 1

Pada aktivitas 1 ini diharapkan peserta didik dapat menjelaskan pengertian translasi. Aktivitas ini diawali dengan mengerjakan Eksplorasi 3.1. Sebelum memulai aktivitas, peserta didik diharapkan sudah mempersiapkan perlengkapan yang diperlukan, seperti kertas dan gunting. Eksplorasi ini dapat dikerjakan secara berkelompok. Bapak/Ibu guru membimbing jalannya diskusi dan memastikan bahwa setiap anggota kelompok dapat bekerja sama dengan baik.

Eksplorasi 3.1

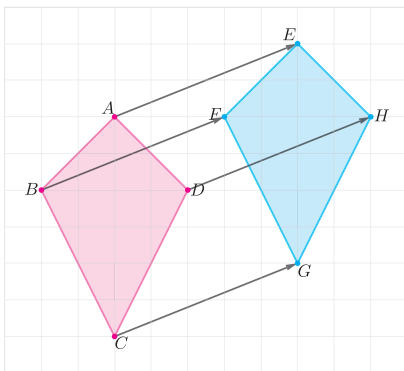
Translasi Bangun Datar

Mintalah peserta didik untuk menjiplak dan menggunting layang-layang dengan tepat sama dengan layang-layang $ABCD$ (berwarna merah). Ingatkan pula peserta didik untuk berhati-hati dalam menggunakan gunting.

Berikut ini contoh jawaban yang mungkin.

1. Tidak ada.

2.



Gambar 3.1 Ruas Garis Berarah

3. Sisi AB pada layang-layang $ABCD$ sejajar dengan sisi EF pada layang-layang $EFGH$. Sisi lainnya yang sejajar adalah

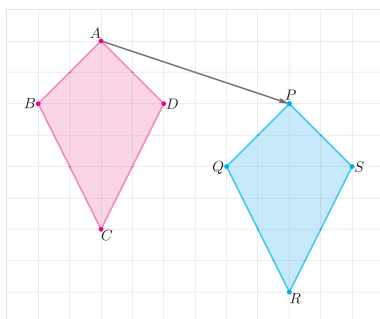
AD dengan EF

BC dengan FG

CD dengan GH

4. Layang-layang $ABCD$ dengan $EFGH$ memiliki bentuk dan ukuran yang sama.

5.



Gambar 3.2 Translasi layang-layang A ke C

6. Bangun datar $TUVW$ bukan hasil translasi dari bangun datar $PQRS$ karena walaupun memiliki ukuran panjang sisi yang sama, yaitu 5 cm, kedua bangun datar tersebut memiliki bentuk yang berbeda. Berdasarkan ciri-cirinya, $TUVW$ berbentuk belah ketupat sedangkan $PQRS$ berbentuk persegi.

Antisipasi Miskonsepsi

Peserta didik mungkin dalam menjiplak atau menggunting layang-layang tidak teliti sehingga memiliki ukuran yang berbeda. Bapak/Ibu guru diharapkan dapat memastikan bahwa bangun layang-layang yang dibentuk memiliki ukuran yang sama. Sebagai alternatif, Bapak/Ibu guru dapat terlebih dahulu menyiapkan potongan-potongan bangun datar yang nantinya dapat digunakan peserta didik untuk melakukan Eksplorasi 3.1.

Setelah menyelesaikan Eksplorasi 3.1, mintalah satu atau lebih kelompok untuk mempresentasikan hasil pengerjaannya. Setelah itu, diskusikan hasil pekerjaan tersebut dan kaitkan terhadap pengertian translasi sebagai perubahan posisi suatu objek dengan ukuran jarak dan arah tertentu. Bapak/Ibu guru dapat menggunakan Definisi 3.1 untuk memberikan penegasan terhadap kesimpulan yang peserta didik buat.

Translasi (Pergeseran)

Translasi (pergeseran) adalah suatu perubahan posisi suatu objek (titik, garis, atau bangun) dengan ukuran jarak dan arah yang tertentu.

Untuk membantu visualisasi peserta didik, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan aplikasi geogebra dan mengarahkan peserta didik melakukan aktivitas interaktif berikut.

Aktivitas Interaktif

Untuk lebih memahami mengenai translasi, peserta didik dapat diarahkan untuk memindai kode QR atau mengunjungi tautan berikut:
<http://ringkas.kemdikbud.go.id/translasi>



Setelah peserta didik diajak untuk memahami pengertian translasi, arahkan mereka untuk berdiskusi untuk menjawab pertanyaan: “Bagaimana kalian dapat menentukan nilai koordinat pada bidang Kartesius jika titik tersebut digerakkan secara horizontal atau vertikal?”

Ajak peserta didik untuk mengamati perubahan nilai sumbu x dan sumbu y . Berikan ilustrasi sebuah translasi titik seperti pada Gambar 3.4. (dalam Buku Siswa) Bapak/Ibu Guru dapat juga menggunakan *Geogebra* secara *online/offline* untuk membantu visualisasi peserta didik. *Geogebra* dapat Bapak/Ibu Guru akses melalui website www.geogebra.org. Pandu peserta didik sehingga memperoleh kesimpulan mengenai nilai dari pergerakan objek berupa titik, garis atau bangun secara horizontal atau vertikal.

- Jika a bernilai positif, maka objek (titik, garis, atau bangun) ditranslasikan ke arah kanan. Sebaliknya, jika a bernilai negatif, maka objek ditranslasikan ke arah kiri.
- Jika b bernilai positif, maka objek (titik, garis, atau bangun) ditranslasikan ke arah atas. Sebaliknya, jika b bernilai negatif, maka objek ditranslasikan ke arah bawah.

Untuk mempertegas kesimpulan diskusi, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan Sifat 3.1 dalam Buku Siswa.

Sifat 3.1 Translasi sebuah Titik Koordinat

Bayangan titik $A(x, y)$ oleh translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ adalah $A'(x + a, y + b)$.

Setelah itu, ajaklah peserta didik untuk mencermati Contoh 3.1 dan 3.2. Melalui contoh tersebut, diharapkan peserta didik dapat lebih

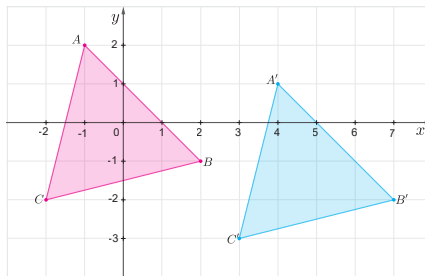
memahami pengertian translasi dan menerapkannya pada bidang koordinat. Kemudian, mintalah peserta didik untuk mengerjakan Ayo Mencoba 3.1 dan 3.2 bersama kelompoknya. Setelah selesai, mintalah beberapa dari mereka untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.1

Tabel 3.1 Translasi $\triangle ABC$ oleh $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

Titik Awal	Translasi	Titik Bayangan
$A(-1,2)$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$	$A'((-1)+5,2+(-1))=A'(4,1)$
$B(2,-1)$		$B'(2+5,(-1)+(-1))=B'(7,-2)$
$C(-2,-2)$		$C'((-2)+5,(-2)+(-1))=C'(3,-3)$



Gambar 3.3 Hasil Translasi $\triangle ABC$ oleh $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.2

Untuk memperoleh hasil translasi garis lurus $3x - 2y = 12$ oleh $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$, kita dapat mengambil terlebih dahulu dua buah titik pada garis tersebut. Misalkan dicari titik potong $3x - 2y = 12$ pada sumbu x dan sumbu y .

Tabel 3.2 Mencari Titik pada Garis $3x - 2y = 12$

$3x - 2y = 12$		
x	4	0
y	0	-6
(x, y)	(4, 0)	(0, -6)

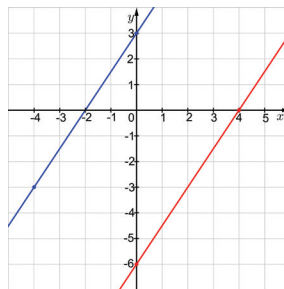
Selanjutnya dicari hasil translasi $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ terhadap titik $(4, 0)$ dan titik $(0, -6)$.

Tabel 3.3 Translasi Titik pada Garis $3x - 2y = 12$ oleh $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

Titik Awal	Translasi	Bayangan
$(4, 0)$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$	$(0, 3)$
$(0, -6)$		$(-4, -3)$

Dari titik bayangan tersebut, dibuat persamaan garis lurus nya, diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{y-3}{-3-3} &= \frac{x}{-4} \\ \frac{y-3}{-6} &= \frac{x}{-4} \\ (-4)(y-3) &= -6x \\ -4y+12 &= -6x \\ 6x-4y &= -12 \\ 3x-2y &= -6. \end{aligned}$$



Gambar 3.4 Hasil Translasi Garis $3x - 2y = 12$ oleh $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

Jadi, hasil translasi $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ pada garis $3x - 2y = 12$ adalah garis $3x - 2y = -6$.

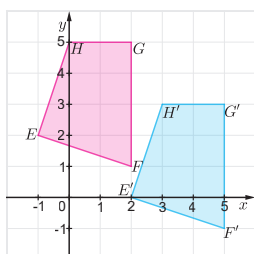
Selama peserta didik mengerjakan, Bapak/Ibu perlu memantau dan memandu mereka. Setelah itu pilihlah perwakilan tiga peserta didik untuk mempresentasikan hasil pekerjaan masing-masing untuk Ayo Mencoba 3.1 dan 3.2.

Untuk memperdalam pemahaman peserta didik terhadap materi translasi, mintalah mereka untuk mengerjakan latihan A-Translasi.

Kunci Jawaban **Latihan A** Translasi

- Hasil translasi.
 - Bukan hasil translasi.
 - Hasil translasi.
 - Bukan hasil translasi.
 - Bukan hasil translasi.
 - Hasil translasi.
- Salah.
- Benar.

4.



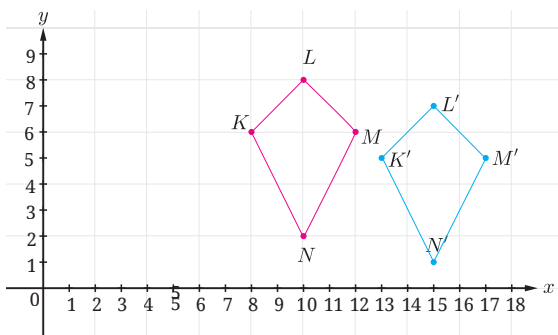
Gambar 3.5 Hasil Translasi segi empat $EFGH$

5. b. $A'(-6,8)$

6. a. $\begin{pmatrix} 6 \\ 13 \end{pmatrix}$

7. **Tabel 3.5** Translasi Layang-layang $KLMN$ oleh $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

Titik Awal	Translasi	Titik Bayangan
$K(8,6)$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$	$K'(13,5)$
$L(10,8)$		$L(15,7)$
$M(12,6)$		$M(17,5)$
$N(10,2)$		$N(15,1)$



Gambar 3.6 Translasi Layang-layang $KLMN$

8. $T(5, -8), R(0,9), \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

9. $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}, B'(0,6), C'(2,9)$

10. a. Translasi pencuri $\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

b. Tidak

c. $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$

2. Subbab B Refleksi (Pencerminan)

a. Tujuan Pembelajaran

Tujuan pembelajaran yang dicapai di Subbab B Refleksi (Pencerminan) adalah sebagai berikut.

- Menjelaskan pengertian refleksi/pencerminan.
- Mendeskripsikan refleksi menggunakan koordinat Kartesius.
- Menerapkan refleksi dalam permasalahan nyata.

b. Aktivitas Pembuka

Sebagai apersepsi untuk memulai pembelajaran di Subbab B, Bapak/Ibu dapat menggunakan cermin sebagai media pembelajaran dengan meminta peserta didik menaruh benda di depan cermin tersebut. Mintalah peserta didik untuk mengamati bayangan benda dan menjelaskan hasil pengamatannya saat benda tersebut digerakkan mendekati cermin, menjauhi cermin, bergerak ke kanan, ke kiri, ke atas, atau ke bawah. Ajukan beberapa pertanyaan kepada peserta didik, seperti “bagaimana jarak benda dan bayangan ke cermin?”, “adakah perbedaan bentuk benda dengan bayangannya?”, dan sebagainya. Pertanyaan-pertanyaan tersebut diharapkan dapat mengarahkan peserta didik pada istilah refleksi atau pencerminan dan sifat-sifatnya.

c. Aktivitas 1

Pada aktivitas 1 ini diharapkan peserta didik dapat menggambarkan hasil refleksi untuk dapat menyimpulkan pengertian refleksi. Aktivitas ini diawali dengan mengerjakan Eksplorasi 3.2 secara berkelompok. Bapak/Ibu guru membimbing jalannya diskusi dan memastikan bahwa setiap anggota kelompok dapat bekerja sama dengan baik.

Eksplorasi 3.2 Menggambar Bayangan Hasil Refleksi

1. Kemungkinan jawaban peserta didik adalah kedua garis saling berpotongan. Bapak/Ibu guru dapat mengarahkan peserta didik untuk lebih memperjelas jawabnya dengan mengajukan pertanyaan “bagaimana sudut yang terbentuk antara kedua ruas garis?”. Pertanyaan tersebut untuk mengarahkan peserta didik memperoleh jawaban jika kedua ruas garis saling berpotongan “tegak lurus”.
2. Dengan mencermati pengukuran yang dilakukan peserta didik, titik potong kedua garis berada di tengah-tengah ruas garis AB . Pastikan jika pengukuran yang dilakukan peserta didik tepat.
3. Kondisi yang benar adalah gambar (2) dan (4).

Mintalah beberapa kelompok untuk berbagi hasil diskusi dan memberikan kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Setelah selesai menyampaikan hasil diskusi, mintalah memahami Definisi 3.2 mengenai refleksi titik terhadap garis. Berikan ilustrasi refleksi titik terhadap garis, kemudian mintalah salah satu peserta didik untuk menyimpulkan tentang sifat-sifat refleksi titik terhadap garis berdasarkan Definisi 3.2 dan Eksplorasi 3.2.

Sifat 3.2 Sifat Refleksi Titik Terhadap Garis

1. Jarak titik asal A terhadap cermin (garis) l sama dengan jarak bayangan A' terhadap cermin (garis) l .
2. Garis yang menghubungkan titik asal dan bayangan, yaitu AA' , tegak lurus terhadap cermin (garis) l .

Setelah peserta didik memahami definisi dan sifat refleksi titik terhadap garis, selanjutnya ajaklah peserta didik untuk memahami langkah-langkah dalam merefleksikan garis. Mintalah peserta didik untuk menggambarkan kembali refleksi garis pada Gambar 3.18 (dalam Buku Siswa) berdasarkan Langkah-langkah yang diberikan. Langkah merefleksikan garis AB pada garis refleksi l sebagai berikut.

1. Menentukan bayangan titik A , yaitu A' , dan bayangan titik B , yaitu B' dengan menerapkan Sifat 3.2 seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.18 (ii).
2. Menghubungkan titik A' dengan titik B' seperti Gambar 3.18(iii).

Pandu peserta didik hingga mendapatkan kesimpulan pada sifat Sifat 3.2 dalam Buku Siswa.

Sebagai diskusi, ajukan pertanyaan kepada peserta didik:

- a. “Apa yang terjadi jika cermin diwakilkan oleh sebuah titik?”
- b. “Apakah kalian tahu kamera Pinhole? Apa pendapat kalian terhadap kamera tersebut?”.

Pertanyaan tersebut diharapkan dapat menggiring peserta didik memahami refleksi terhadap titik seperti pada Gambar 3.20 pada Buku Siswa.

Setelah peserta didik diberikan pemahaman mengenai refleksi, selanjutnya mulailah peserta didik diajak untuk mempelajari refleksi terhadap sumbu x , sumbu y , dan titik pusat $O(0,0)$ melalui Eksplorasi 3.3.

d. Aktivitas 2

Pada aktivitas 2 ini diharapkan peserta didik dapat mendeskripsikan hasil refleksi terhadap sumbu x , Sumbu y , dan Titik Pusat $(0,0)$ melalui Eksplorasi 3.3 secara berkelompok. Bapak/Ibu guru membimbing jalannya diskusi dan memastikan bahwa setiap anggota kelompok dapat bekerja sama dengan baik.

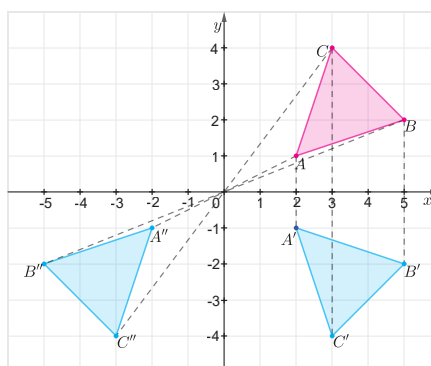
Eksplorasi 3.3

Refleksi terhadap Sumbu x , Sumbu y , dan Titik Pusat $O(0,0)$

1. Titik A' merupakan bayangan dari titik A terhadap sumbu x sedangkan titik A'' bukan bayangan dari titik A' terhadap sumbu y . Karena jarak titik A' terhadap sumbu y tidak sama dengan jarak titik A'' terhadap sumbu y .

2. **Tabel 3.5** Refleksi $\triangle ABC$ Terhadap Sumbu x dan Sumbu y

Titik Awal	Refleksi sumbu x	Refleksi sumbu y
$A(2,1)$	$A'(2,-1)$	$A''(-2,-1)$
$B(5,2)$	$B'(5,-2)$	$B''(-5,-2)$
$C(3,4)$	$C'(3,-4)$	$C''(-3,-4)$



Gambar 3.7 Refleksi $\triangle ABC$ terhadap Sumbu x , Sumbu y , dan $O(0,0)$

- Hasil translasi sebarang titik $A(x,y)$ terhadap sumbu X adalah $A'(x,-y)$ dan hasil translasi sebarang titik $A(x,y)$ terhadap sumbu Y adalah $A'(-x,y)$.
- Garis yang menghubungkan titik A dan A' , titik B dan B' , dan titik C dan C' melalui titik pusat $O(0,0)$ dengan titik pusat tersebut berada di tengah-tengah ketiga garis.
- Buatlah garis lurus yang menghubungkan titik awal A ke titik bayangan A' yang melalui titik pusat $O(0,0)$ dan panjang OA sama dengan panjang OA' . Hasil refleksi sebarang titik $A(x,y)$ terhadap titik pusat adalah $A'(-x,-y)$.

Mintalah beberapa kelompok untuk berbagi hasil diskusi dan memberikan kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Setelah selesai menyampaikan hasil diskusi, Bapak/Ibu guru dapat memberikan Sifat 3.4 dalam Buku Siswa sebagai penguatan kembali mengenai koordinat hasil refleksi dari sembarang titik pada bidang Kartesius sekaligus terhadap Sumbu x , Sumbu y , dan Titik Pusat $(0, 0)$.

Sifat 3.3**Refleksi terhadap Sumbu x , Sumbu y , dan Titik Pusat $O(0,0)$**

1. Bayangan dari titik $P(x,y)$ yang di refleksikan terhadap sumbu x adalah $P'(x, -y)$.
2. Bayangan dari titik $P(x,y)$ yang di refleksikan terhadap sumbu y adalah $P'(-x, y)$.
3. Bayangan dari titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap titik pusat $O(0,0)$ adalah $P'(-x, -y)$.

Untuk membantu visualisasi peserta didik, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan aplikasi geogebra dan mengarahkan peserta didik melakukan aktivitas interaktif berikut.

Aktivitas Interaktif

Untuk lebih memahami mengenai refleksi terhadap sumbu x , sumbu y , dan pusat $O(0,0)$, peserta didik dapat diarahkan untuk memindai kode QR atau mengunjungi tautan berikut:

<http://ringkas.kemdikbud.go.id/refleksi1>



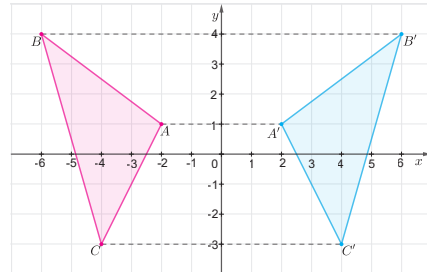
Setelah itu, ajaklah peserta didik untuk mencermati Contoh 3.3, 3.4, dan 3.5. Melalui contoh tersebut, diharapkan peserta didik dapat lebih memahami refleksi terhadap sumbu x, y dan titik pusat $O(0,0)$ dan menerapkannya dalam koordinat Kartesius. Kemudian, mintalah peserta didik untuk mengerjakan Ayo Mencoba 3.3, 3.4, dan 3.5 secara berkelompok. Minta perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil pengerjaannya.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.3

Tabel 3.6 Refleksi $\triangle ABC$ Terhadap Sumbu y

Titik Awal	Refleksi	Titik Bayangan
$A(-2,1)$	Sumbu y	$A'(2,1)$
$B(-6,4)$		$B'(6,4)$
$C(-4,-3)$		$C'(4,-3)$



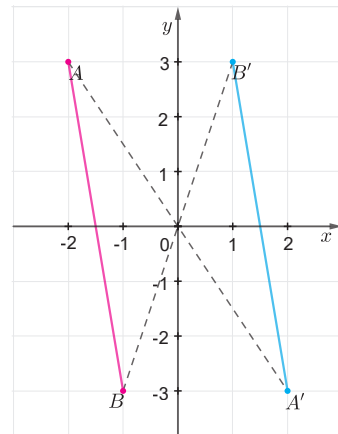
Gambar 3.8 Refleksi $\triangle ABC$ Terhadap Sumbu y



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.4

Tabel 3.7 Refleksi Garis AB Terhadap $O(0,0)$

Titik Awal	Refleksi	Titik Bayangan
$A(-2,3)$	Titik pusat $O(0,0)$	$A'(2,-3)$
$B(-1,-3)$		$B'(1,3)$



Gambar 3.9 Refleksi Ruas Garis AB Terhadap $O(0,0)$



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.5

Untuk memperoleh hasil refleksi garis lurus $y=3x-4$ terhadap sumbu x , kita dapat mengambil terlebih dahulu dua buah titik pada garis tersebut.

$y = 3x - 4$		
x	2	0
y	2	-4
(x, y)	(2, 2)	(0, -4)

Selanjutnya dicari hasil refleksi titik (2,2) dan (0, -4).

Titik Awal	Refleksi	Bayangan
(2,2)	Sumbu x	(2, -2)
(0, -4)		(0, 4)

Dari dua bayangan tersebut, dibuat persamaan garis lurusnya, diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{y-4}{-2-4} &= \frac{x}{2} \\ \frac{y-4}{-6} &= \frac{x}{2} \\ (y-4) &= -3x \\ y-4 &= -3x \\ y &= -3x+4 \end{aligned}$$



Gambar 3.10 Refleksi $y = 3x - 4$ Terhadap Sumbu x

Jadi, hasil refleksi garis $y = 3x - 4$ terhadap sumbu y adalah $y = -3x + 4$.

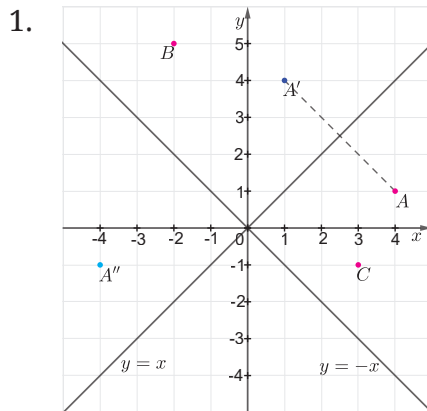
Selama mengerjakan, Bapak/Ibu perlu memantau dan memandu peserta didik. Mintalah beberapa peserta didik untuk menyampaikan hasil pengerjaannya di depan kelas. Selanjutnya peserta didik diajak untuk mempelajari refleksi terhadap garis $y = x$ dan $y = -x$.

e. Aktivitas 3

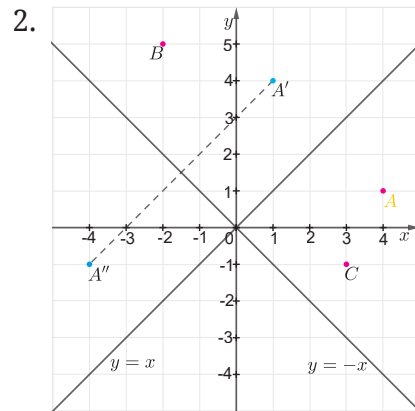
Pada aktivitas 3 ini diharapkan peserta didik dapat mendeskripsikan hasil refleksi terhadap garis $y = x$ dan garis $y = -x$ melalui eksplorasi 3.4 secara berkelompok. Bapak/Ibu guru membimbing jalannya diskusi dan memastikan bahwa setiap anggota kelompok dapat bekerja sama dengan baik.

Eksplorasi 3.4

Refleksi terhadap Garis $y = x$ dan Garis $y = -x$



Gambar 3.11 Refleksi Terhadap $y = x$



Gambar 3.12 Refleksi Terhadap $y = -x$

3.

Titik Asal	Bayangan Refleksi Garis $y = x$	Bayangan Refleksi Garis $y = -x$
A(4,1)	A'(1,4)	A''(-4,-1)
B(-2,5)	B'(5,-2)	B''(2,-5)
C(3,-1)	C'(-1,3)	C''(-3,1)

4. Hasil bayangan dari sebarang titik $P(y,x)$ yang direfleksikan terhadap garis $y = x$ adalah $P'(y,x)$ Dan hasil bayangan dari sebarang titik $Q(x,y)$ yang direfleksikan terhadap garis $y = -x$ adalah $Q'(-y, -x)$.

Mintalah beberapa kelompok untuk berbagi hasil diskusi dan memberikan kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Setelah selesai menyampaikan hasil diskusi, Bapak/Ibu guru dapat memberikan penguatan dengan memberikan penjelasan kembali mengenai hasil refleksi dari sembarang titik pada bidang Kartesius terhadap garis $y = x$ dan garis $y = -x$ yang terdapat pada Sifat 3.5 dalam Buku Siswa.

Sifat 3.4 Refleksi terhadap Garis $y = x$ dan $y = -x$

- Bayangan dari titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap garis $y = x$ adalah $P'(y,x)$.
- Bayangan dari titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap garis $y = -x$ adalah $P(-y, -x)$.

Untuk membantu visualisasi peserta didik, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan aplikasi geogebra dan mengarahkan peserta didik melakukan aktivitas interaktif berikut.

Aktivitas Interaktif

Untuk lebih memahami mengenai refleksi terhadap garis $y = x$ dan garis $y = -x$, peserta didik dapat diarahkan untuk memindai kode QR atau mengunjungi tautan berikut:
<http://ringkas.kemdikbud.go.id/refleksi3>



Setelah itu, ajaklah peserta didik untuk mencermati Contoh 3.6. Melalui contoh tersebut, diharapkan peserta didik dapat lebih memahami refleksi terhadap garis $y = x$ dan $y = -x$ dan menerapkannya dalam koordinat Kartesius. Selanjutnya mintalah peserta didik untuk mengerjakan Ayo Mencoba 3.6.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.6

Bayangan titik $V(2, 5)$ setelah direfleksikan terhadap garis $y = x$ dan $y = -x$ secara berturut-turut memiliki koordinat di $(5, 2)$ dan $(-5, -2)$. Bayangan titik $W(-3, 7)$ setelah direfleksikan terhadap garis $y = x$ dan $y = -x$ secara berturut-turut memiliki koordinat di $(7, -3)$ dan $(-7, 3)$.

Saat menunggu, Bapak/Ibu guru dapat memantau dan memberikan bantuan seperlunya jika peserta didik mengalami kesulitan. Mintalah salah satu peserta didik untuk mempresentasikan kepada teman-teman kelasnya.

Selanjutnya ajak peserta didik untuk mempelajari refleksi terhadap garis $x = k$ dan $y = h$. Untuk memahami materi ini, pastikan peserta didik telah menguasai refleksi terhadap sumbu x dan sumbu y .

f. Aktivitas 4

Pada aktivitas 4 ini diharapkan peserta didik dapat mendeskripsikan hasil refleksi terhadap garis $x = h$ melalui Eksplorasi 3.5 secara berkelompok. Bapak/Ibu guru membimbing jalannya diskusi dan memastikan bahwa setiap anggota kelompok dapat bekerja sama dengan baik.

Eksplorasi 3.5 Refleksi terhadap Garis $x = k$

Titik sudut ΔABC	Refleksi $x = 0$	Refleksi $x = 1$	Refleksi $x = 2$	Refleksi $x = 3$
$A(2, -2)$	$A'(-2, -2)$	$A'(0, -2)$	$A'(2, -2)$	$A'(4, -2)$
$B(5, -1)$	$B'(-5, -1)$	$B'(-3, -1)$	$B'(-1, -1)$	$B'(1, -1)$
$C(4, 2)$	$C'(-4, 2)$	$C'(-2, 2)$	$C'(0, 2)$	$C'(2, 2)$

1. Nilai pada sumbu X .
2. Hasil bayangan refleksi untuk $A(x,y)$ terhadap garis $x = k$ adalah $A'(2k - x, y)$.
3. $Z(1,-4)$.

Mintalah beberapa kelompok untuk berbagi hasil diskusi dan memberikan kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Setelah selesai menyampaikan hasil diskusi, Bapak/Ibu guru memberikan penguatan dengan menjelaskan kembali hasil refleksi dari sembarang titik pada bidang Kartesius refleksi terhadap garis $x = k$ yang terdapat pada Sifat 3.6 dalam Buku Siswa.

Sifat 3.5 Refleksi terhadap Garis

Bayangan dari titik $P(x,y)$ yang direfleksikan terhadap garis $x = k$ adalah $P'(2k - x, y)$.

Mintalah peserta didik untuk mendiskusikan bagaimana cara untuk menentukan bayangan refleksi sembarang titik terhadap garis $x = k$ pada Ayo Berpikir Kreatif.

Sifat 3.5 Refleksi terhadap Garis $x = k$

Hasil bayangan refleksi untuk $A(x,y)$ terhadap garis $y = h$ adalah $A'(x, 2h - y)$.

Untuk membantu visualisasi peserta didik, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan aplikasi geogebra dan mengarahkan peserta didik melakukan aktivitas interaktif berikut.

Aktivitas Interaktif

Untuk lebih memahami mengenai refleksi terhadap sembarang garis vertikal, peserta didik dapat diarahkan untuk mengunjungi tautan berikut:

<http://ringkas.kemdikbud.go.id/refleksi4>
atau menindai kode QR di samping.



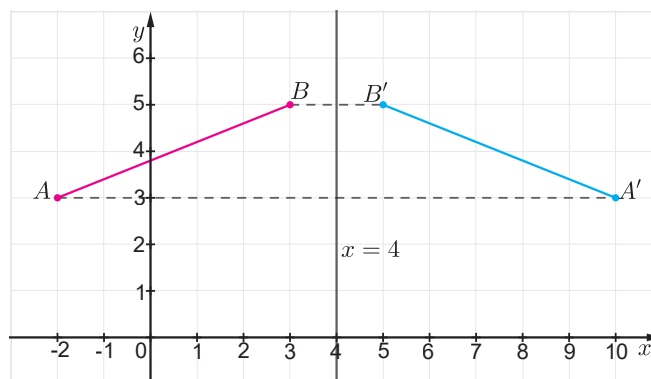
Setelah itu, ajaklah peserta didik untuk mencermati Contoh 3.7 dan 3.8. Melalui contoh tersebut, diharapkan peserta didik dapat lebih memahami refleksi terhadap garis $x = k$ dan $y = h$ dan menerapkannya dalam koordinat Kartesius. Selanjutnya mintalah peserta didik untuk mengerjakan Ayo Mencoba 3.7 dan 3.8.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.7

Tabel 3.8 Refleksi Ruas Garis AB Terhadap Garis $x=4$

Titik Awal	Refleksi	Titik Bayangan
$A(-2,3)$ $B(3,5)$	Garis $x=4$	$A'(10,3)$ $B'(5,5)$



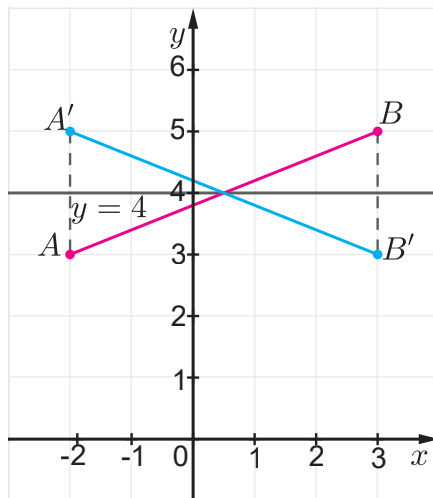
Gambar 3.13 Refleksi Titik A dan Titik B Terhadap $x=4$



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.8

Tabel 3.9 Refleksi Ruas Garis AB Terhadap Garis $y = 4$

Titik Awal	Refleksi	Titik Bayangan
$A(-2,3)$	Garis $y = 4$	$A'(-2,5)$
$B(3,5)$		$B'(3,3)$



Gambar 3.14 Refleksi Titik A dan Titik B Terhadap $y = 4$

Saat menunggu, Bapak/Ibu guru dapat memantau dan memberikan bantuan seperlunya saat peserta didik mengalami kesulitan. Mintalah salah satu peserta didik untuk mempresentasikan kepada teman-teman kelasnya.

Ajukan pertanyaan kepada peserta didik. “Masih ingatkah kalian dengan refleksi terhadap titik pusat $O(0,0)$? Bagaimana cara kalian menentukan refleksi terhadap sembarang titik, misalnya titik $P(a, b)$?”

Minta peserta didik untuk mendiskusikan aktivitas 3.1 Ayo Berpikir Kritis bersama kelompoknya.



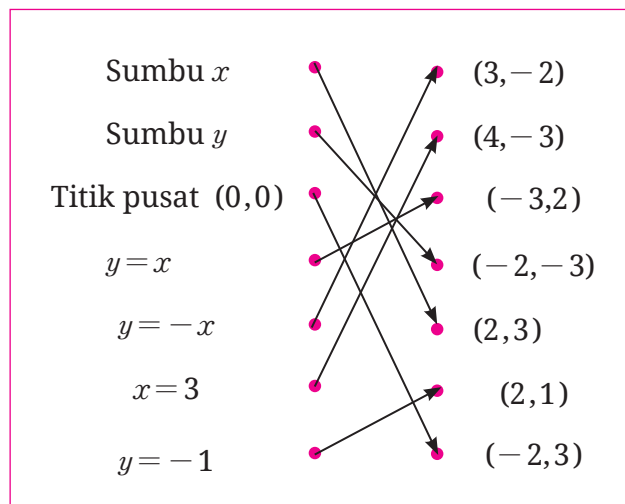
Ayo Berpikir Kritis 3.1

- Koordinat akhir bayangan ΔPQR adalah $P(1,2)$, $Q(-4,2)$, dan $R(-1,-4)$.
- Refleksi ΔPQR terhadap garis $x=3$ yang dilanjutkan dengan garis $y=4$ menghasilkan bayangan yang sama dengan refleksi terhadap titik $(3,4)$

Minta salah satu perwakilan untuk menyampaikan hasil diskusi kelompoknya dan beri kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Untuk memperdalam pemahaman peserta didik terhadap materi refleksi, mintalah mereka untuk mengerjakan latihan B-Refleksi.

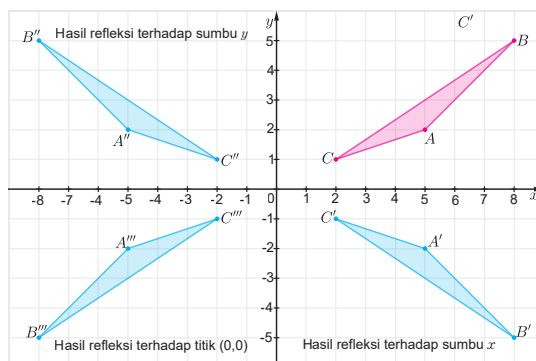
Kunci Jawaban **Latihan B** Refleksi

- Bukan hasil pencerminan
 - Hasil pencerminan
 - Hasil pencerminan
 - Hasil pencerminan.
- Pasangan yang benar hasil refleksi titik $(2,-3)$



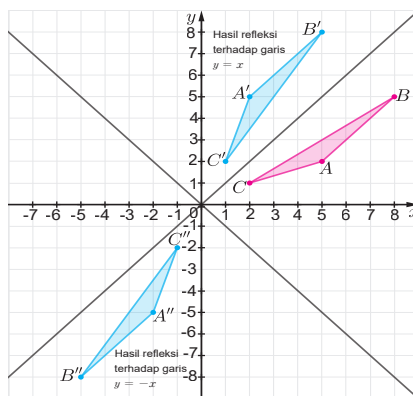
- Refleksi terhadap sumbu X : $A'(5,-2)$, $B'(8,-5)$, dan $C'(2,-1)$.
 - Refleksi terhadap sumbu Y : $A'(-5,2)$, $B'(-8,5)$, dan $C'(-2,1)$.

- c. Refleksi terhadap titik pusat $O(0,0)$: $A'(-5,-2)$, $B'(-8,-5)$ dan $C'(-2,-1)$.



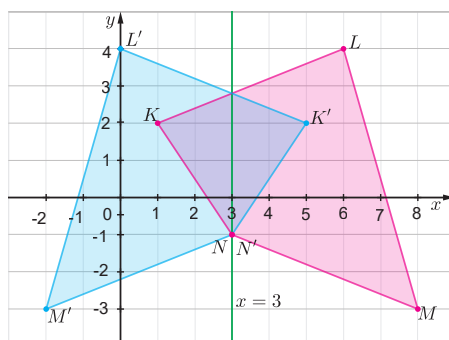
Gambar 3.15 Hasil Refleksi Terhadap Sumbu x , Sumbu y , dan $O(0,0)$

- d. Refleksi terhadap $y = x$: $A'(2,5)$, $B'(5,8)$, dan $C'(1,2)$.
 e. Refleksi terhadap $y = -x$: $A'(-2,-5)$, $B'(-5,-8)$, dan $C'(-1,-2)$.



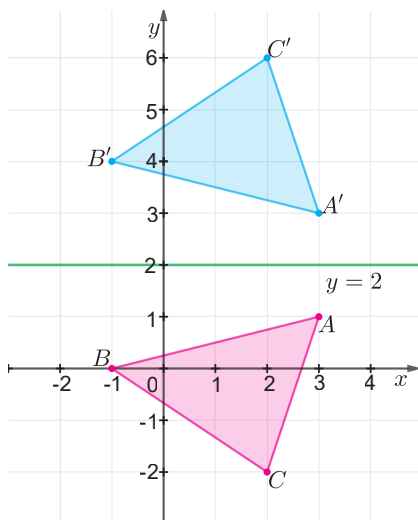
Gambar 3.16 Hasil Refleksi Terhadap Garis $y = x$ dan Garis $y = -x$

4. Refleksi terhadap $x = 3$: $K'(5,2)$, $L'(0,4)$, $M'(-2,-3)$, dan $N'(3,-1)$.



Gambar 3.17 Refleksi Segi Empat $KLMN$ Terhadap $x = 3$

5. Hasil refleksi $\triangle ABC$ terhadap garis $y = 2$.



Gambar 3.18 Refleksi $\triangle ABC$ terhadap $y = 2$

3. Subbab C Rotasi (Perputaran)

a. Tujuan Pembelajaran

Tujuan pembelajaran yang dicapai di Subbab C Rotasi (Perputaran) adalah sebagai berikut.

- Menjelaskan pengertian rotasi/perputaran.
- Mendeskripsikan rotasi menggunakan koordinat Kartesius.
- Menerapkan rotasi dalam permasalahan nyata.

b. Aktivitas Pembuka

Sebagai apersepsi untuk memulai pembelajaran di Subbab C, Bapak/Ibu guru dapat meminta peserta didik untuk mencari benda-benda disekitarnya yang dapat bergerak secara melingkar, seperti jam dinding atau ban sepeda. Bapak/Ibu guru juga dapat menunjukkan Gambar 3.35 (dalam Buku Siswa) sebagai ilustrasi rotasi. Berikan unsur-unsur

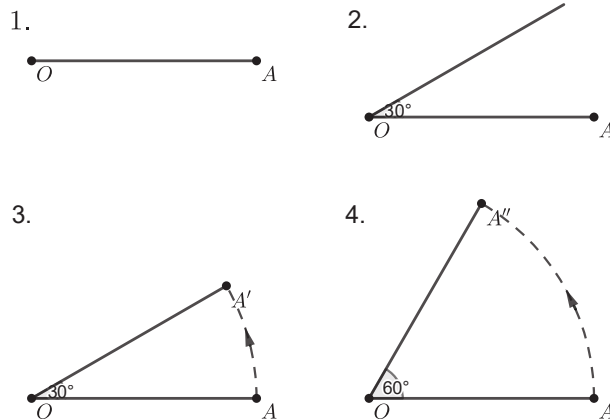
yang menentukan suatu rotasi, yaitu **pusat rotasi**, **besar sudut rotasi**, dan **arah rotasi**. Munculkan istilah rotasi sebagai kejadian gerak secara melingkar. Secara baku, rotasi dapat diartikan sebagai bentuk transformasi dengan memutar suatu objek sampai sudut dan arah tertentu terhadap titik yang tetap/titik pusat rotasi.

Selanjutnya peserta didik diajak untuk melakukan aktivitas untuk memahami tentang pusat dan arah rotasi pada Eksplorasi 3.6.

c. Aktivitas 1

Pada Aktivitas 1 ini diharapkan peserta didik dapat menggambarkan hasil refleksi untuk dapat menentukan pusat rotasi pada bangun datar. Aktivitas ini diawali dengan mengerjakan eksplorasi 3.6 secara mandiri. Bapak/Ibu guru membimbing peserta didik untuk melakukan aktivitasnya dengan tepat.

Eksplorasi 3.6 Rotasi pada Bidang Datar



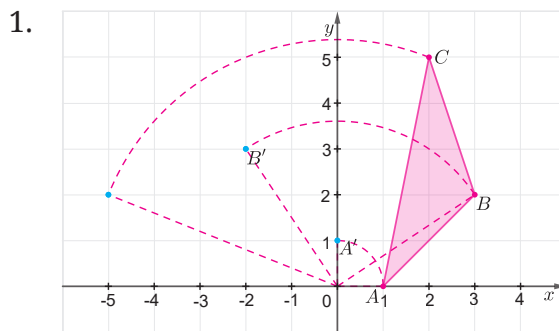
Gambar 3.19 Pusat dan Arah Rotasi

Mintalah peserta didik untuk menyimpulkan bagaimana cara merotasikan titik pada bidang datar. Selanjutnya ajak peserta didik untuk mempelajari rotasi terhadap titik pusat $O(0,0)$ pada bidang Kartesius.

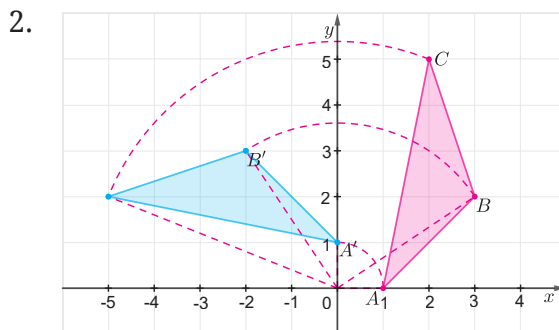
d. Aktivitas 2

Pada Aktivitas 2 ini diharapkan peserta didik dapat mendeskripsikan hasil rotasi terhadap titik pusat $(0,0)$ pada bidang Kartesius melalui eksplorasi 3.7 secara berkelompok. Bapak/Ibu guru membimbing jalannya diskusi dan memastikan bahwa setiap anggota kelompok dapat bekerja sama dengan baik.

Eksplorasi 3.7 Rotasi pada Bidang Datar

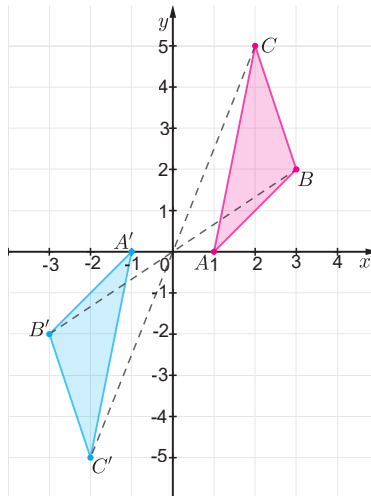


Gambar 3.20 Rotasi Titik A dan Titik B



Gambar 3.21 Rotasi Segitiga ABC

3. Refleksi terhadap titik pusat $O(0,0)$.



Gambar 3.22 Rotasi $[O, 180^\circ]$ Sama Dengan Refleksi Terhadap Titik Pusat O

4. **Tabel 3.10** Hasil Rotasi Titik (x,y)

Titik Awal	Pusat Rotasi	Sudut Rotasi	Arah Rotasi	Bayangan Hasil Rotasi
$(2, 3)$	$(0, 0)$	-90°	Searah jarum jam	$(3, -2)$
(x, y)	$(0, 0)$	-90°	Searah jarum jam	$(y, -x)$
(x, y)	$(0, 0)$	90°	Berlawanan arah jarum jam	$(-y, x)$
$(-3, 2)$	$(0, 0)$	180°	Berlawanan arah jarum jam	$(3, -2)$
(x, y)	$(0, 0)$	180°	Searah jarum jam	$(-x, -y)$
(x, y)	$(0, 0)$	-180°	Berlawanan arah jarum jam	$(-x, -y)$
(x, y)	$(0, 0)$	-270°	Searah jarum jam	$(-y, x)$
(x, y)	$(0, 0)$	270°	Berlawanan arah jarum jam	$(y, -x)$

Mintalah beberapa kelompok untuk berbagi hasil diskusi dan memberikan kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Setelah peserta didik selesai menyampaikan hasil diskusi, Bapak/Ibu guru dapat memberikan penjelasan kembali terkait hasil rotasi dari sembarang titik pada bidang Kartesius terhadap titik pusat (0,0).

Untuk membantu visualisasi peserta didik, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan aplikasi geogebra dan mengarahkan peserta didik melakukan aktivitas interaktif berikut.

Aktivitas Interaktif

Untuk lebih memahami mengenai rotasi terhadap titik pusat (0,0), peserta didik dapat diarahkan untuk mengunjungi tautan berikut:
<http://ringkas.kemdikbud.go.id/rotasi>
atau memindai kode QR di samping.

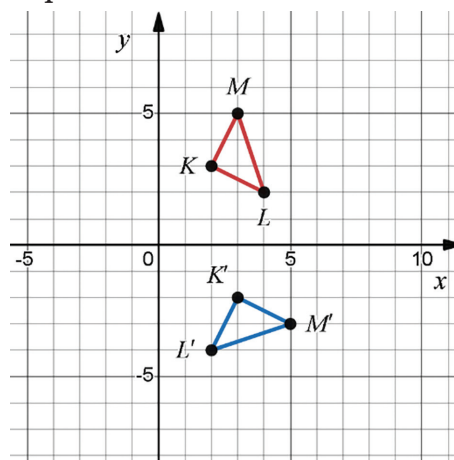


Selanjutnya, ajaklah peserta didik untuk mencermati Contoh 3.9 yang kemudian dilanjutkan dengan aktivitas Ayo Mencoba 3.9.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.9

Bayangannya adalah segitiga $K'L'M'$ dengan $K'(3, -2)$, $L'(2, -4)$, dan $M'(5, -3)$. Gambar bayangan tersebut dibandingkan dengan segitiga aslinya ditunjukkan pada Gambar di bawah ini.



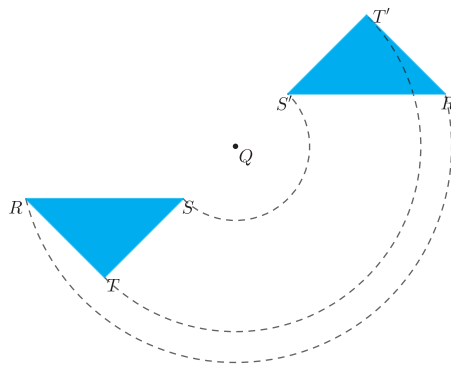
Gambar 3.23 Segitiga KLM dan Hasil Rotasinya

Saat menunggu, Bapak/Ibu guru dapat memantau dan memberikan bantuan seperlunya saat peserta didik mengalami kesulitan. Mintalah salah satu peserta didik untuk mempresentasikan kepada teman-teman kelasnya.

Untuk memperdalam pemahaman peserta didik terhadap materi rotasi, mintalah mereka untuk mengerjakan latihan C-Rotasi.

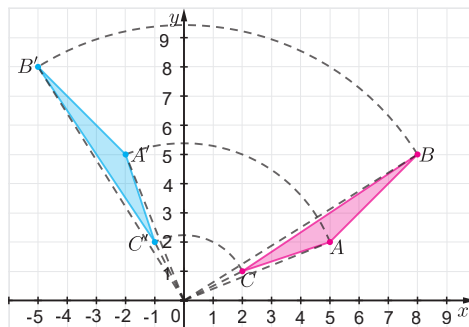
Kunci Jawaban Latihan **C** Rotasi

1. a. Ya, rotasi sebesar 90° berlawanan arah jarum jam.
 b. Bukan.
 c. Ya, rotasi sebesar 90° berlawanan arah jarum jam.
 d. Ya, rotasi sebesar 180° berlawanan arah jarum jam.
- 2.



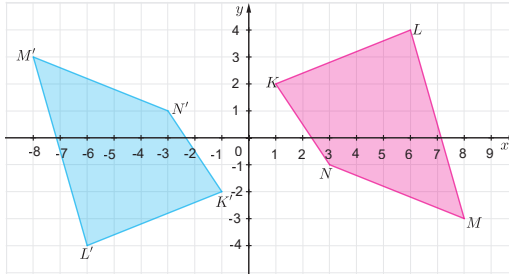
Gambar 3.24 Rotasi Segitiga RST Terhadap Pusat Q

3. $A'(-2,5)$, $B'(-5,8)$, dan $C'(1,-2)$



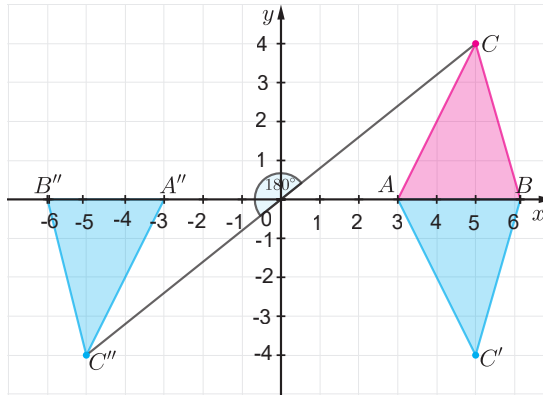
Gambar 3.25 Rotasi $\triangle ABC$ terhadap Pusat $O(0,0)$ Sebesar 90°

4. $K'(-1, -2)$, $L(-6, -4)$, $M(-8, 3)$, dan $N(-3, 1)$



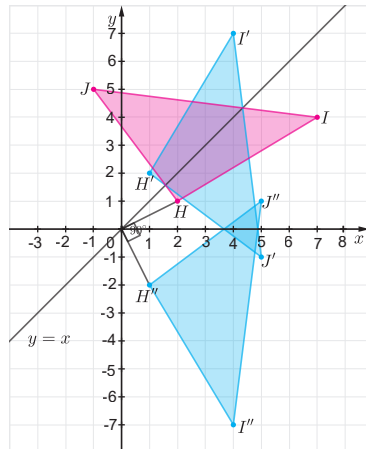
Gambar 3.26 Rotasi Segi Empat $KLMN$ Terhadap Pusat $O(0,0)$ Sebesar 180°

5. a. $A''(-3,0)$, $B''(-6,0)$, dan $C''(-5,-4)$. Berotasi sebesar 180° .



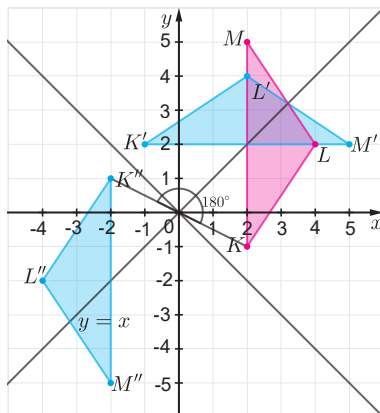
Gambar 3.27 Rotasi ΔABC Terhadap Pusat $O(0,0)$ Sebesar 180°

- b. $H''(1, -2)$, $I''(4, -7)$, dan $J''(5, 1)$. Berotasi sebesar 90° searah jarum jam.



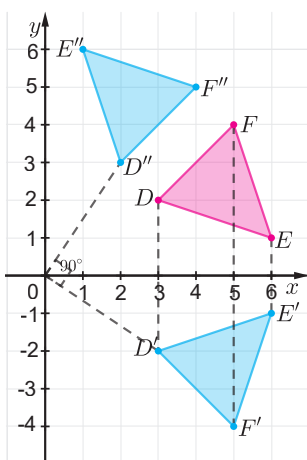
Gambar 3.28 Rotasi ΔHIJ Terhadap Pusat $O(0,0)$ Sebesar 90°

- c. $K''(-2,1)$, $L''(-4,-2)$, dan $M''(-2,-5)$. Berotasi sebesar 180° .



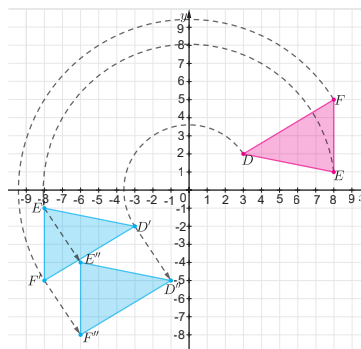
Gambar 3.29 Rotasi $\triangle KLM$ Terhadap $O(0,0)$ Sebesar 180°

6. a.



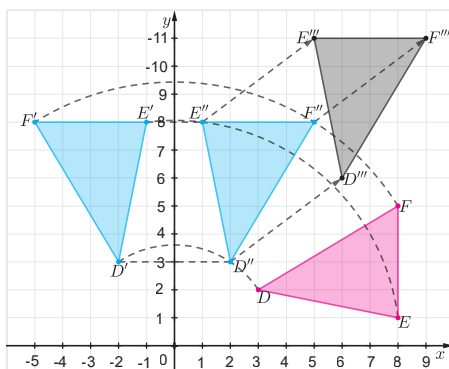
Gambar 3.30
Transformasi 6.a.

- b.



Gambar 3.31
Transformasi 6.b.

- c.



Gambar 3.32 Transformasi 6.c.

4. Subbab D Kekongruenan

a. Tujuan Pembelajaran

Tujuan pembelajaran yang dicapai di Subbab D Kekongruenan adalah sebagai berikut.

- Memahami karakteristik transformasi kaku (translasi, refleksi, dan rotasi) berdasarkan bentuk dan ukurannya.
- Menjelaskan pengertian kekongruenan berdasarkan karakteristik transformasi kaku (translasi, refleksi, dan rotasi).
- Menganalisis karakteristik kekongruenan pada segi banyak.
- Menganalisis karakteristik kekongruenan pada segitiga.

Kekongruenan yang dibahas (dalam Buku Siswa) dan Buku Panduan Guru ini sedikit berbeda dengan kekongruenan yang dibahas dalam buku teks pelajaran pada umumnya. Di sini, kekongruenan didefinisikan dengan menggunakan transformasi geometri, khususnya translasi, refleksi, dan rotasi. Jika Bapak/Ibu guru ingin mendapatkan rasionalisasi dan pembahasan lebih lanjut tentang kekongruenan seperti ini, silakan kunjungi tautan <https://wp.me/p72UHu-q8> atau pindai kode QR di samping.



b. Aktivitas Pembuka

Sebagai apersepsi untuk memulai pembelajaran di Subbab D, Bapak/Ibu guru dapat mengajak peserta didik untuk mengingatkan kembali materi yang telah mereka pelajari sebelumnya tentang translasi, refleksi, dan rotasi. Ajukan pertanyaan kepada peserta didik, “bagaimana bentuk bayangan dari hasil translasi, refleksi, dan rotasi, apakah berubah?”. “bagaimana ukurannya, apakah ada perubahan?”. Untuk menjawab pertanyaan tersebut, ajaklah peserta didik untuk melakukan aktivitas pada Eksplorasi 3.8.

c. Aktivitas 1

Pada Aktivitas 1 ini, peserta didik diharapkan dapat memahami karakteristik translasi, refleksi, dan rotasi melalui Eksplorasi 3.8 secara berkelompok. Bapak/Ibu guru membimbing jalannya diskusi dan memastikan bahwa setiap anggota kelompok dapat bekerja sama dengan baik.

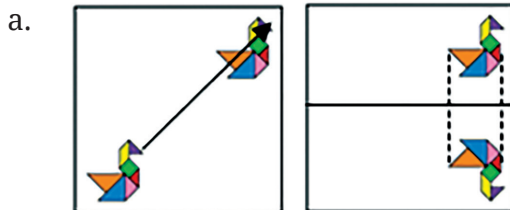
Eksplorasi 3.8

1. Persamaan:

- Bayangan hasil translasi, refleksi, dan rotasi memiliki bentuk dan ukuran yang sama dengan objek aslinya.

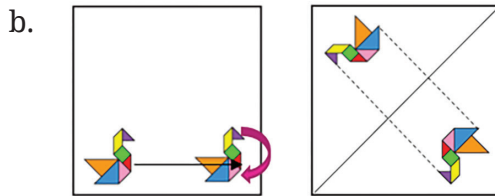
Perbedaan:

- Posisi dan arah bayangan untuk tiap-tiap transformasi (translasi, refleksi, dan rotasi) dapat berbeda dengan objek aslinya.
 - Arah bayangan hasil translasi sama dengan objek aslinya.
 - Arah bayangan hasil refleksi terbalik dengan objek aslinya. Sedangkan arah bayangan hasil rotasi mengikuti arah rotasi objek.
2. Translasi, refleksi, dan rotasi tidak mengubah bentuk dan ukuran terhadap objek aslinya.
 3. Langkah transformasi yang dipilih peserta didik dapat beragam, di sini diberikan salah satu jawaban yang mungkin.



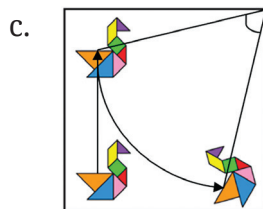
Gambar 3.33 Rangkaian Transformasi 3.a

Transformasi yang mungkin yang dapat digunakan adalah pertama translasi dari pojok kiri bawah ke pojok kanan atas, kedua refleksi terhadap garis tengah kotak.



Gambar 3.34 Rangkaian Transformasi 3.b.

Transformasi pertama yang dapat dilakukan adalah translasi dari pojok kiri bawah ke pojok kanan bawah. Transformasi kedua rotasikan objek sebesar 180° searah jarum jam. Transformasi ketiga refleksikan terhadap diagonal kotak.



Gambar 3.35 Rangkaian Transformasi 3.c.

Transformasi pertama yang dapat dilakukan adalah translasi dari pojok kiri bawah ke pojok kiri atas, selanjutnya rotasi dengan pusat rotasi di pojok kanan atas.

- d. Bayangan hasil rangkaian translasi, refleksi, dan rotasi tidak mengubah bentuk dan ukuran objek.
4. a. Ada, yaitu pasangan (b). Karena pasangan tersebut memiliki bentuk dan ukuran yang sama.
- b. Jawaban peserta didik dapat beragam, salah satu kemungkinannya adalah peserta didik menentukan titik pusat rotasi untuk merotasikan segitiga merah ke segitiga biru.

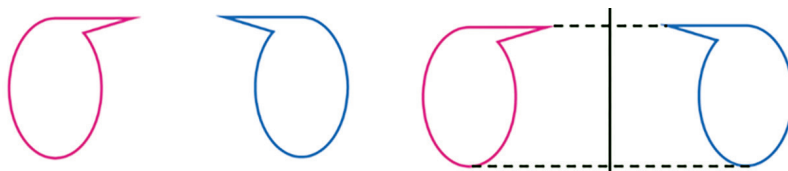
Mintalah beberapa kelompok untuk berbagi hasil diskusi dan memberikan kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Setelah peserta didik selesai menyampaikan hasil diskusi, ajaklah peserta didik untuk memahami Sifat 3.6, dan mintalah mereka untuk menyimpulkannya. Munculkan istilah **transformasi kaku untuk** translasi, refleksi, dan rotasi sebagai pengertian bahwa translasi, refleksi, dan rotasi tidak mengubah bentuk dan ukuran objek yang ditransformasikan.

Selanjutnya, ajaklah peserta didik untuk memahami Contoh 3.10 mengenai penggunaan karakteristik transformasi kaku, kemudian dilanjutkan dengan aktivitas Ayo Mencoba 3.10.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.10

Pada Gambar 3.49 (dalam Buku Siswa), kedua objek memiliki ukuran dan bentuk yang sama. Oleh karena itu, ada serangkaian transformasi kaku yang membawa objek sebelah kiri berimpit dengan objek sebelah kanan.



Gambar 3.36 Rangkaian Transformasi Kaku

Transformasi pertama yang dapat digunakan adalah translasi ke atas. Setelah itu, bayangannya di refleksikan terhadap garis yang berada diantara kedua objek. Dengan rangkaian dua transformasi tersebut, objek sebelah kiri tepat berimpit dengan objek sebelah kanan.

d. Aktivitas 2

Pada aktivitas ini, diharapkan peserta didik telah memahami pengertian transformasi kaku (translasi, refleksi, dan rotasi). Selanjutnya, Bapak/Ibu Guru dapat munculkan istilah kongruen sebagai pernyataan bahwa dua bangun datar memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Ajaklah peserta didik untuk memahami pengertian kekongruenan pada Definisi 3.3.

Selanjutnya, ajak peserta didik untuk mencermati Contoh 3.11 untuk menentukan kekongruenan dua bangun datar.

Melalui Contoh 3.11, peserta didik diharapkan mendapatkan kesimpulan sebagai berikut.

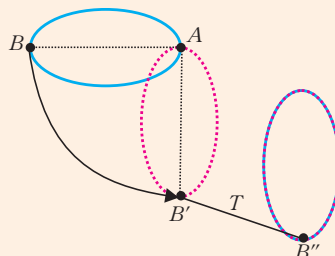
- Untuk membuktikan bahwa dua bangun datar kongruen, kita harus menunjukkan bahwa kedua bangun datar tersebut memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Dengan demikian, kita perlu menunjukkan

- bahwa terdapat transformasi kaku tunggal atau rangkaiannya yang membuat bangun datar pertama tepat berimpit dengan bangun datar kedua.
- Untuk membuktikan bahwa dua bangun datar tidak kongruen, kita perlu menunjukkan bahwa kedua bangun datar tersebut memiliki bentuk yang tidak sama atau ukuran yang tidak sama.



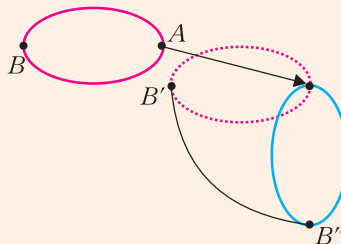
Ayo Berpikir Kritis 3.3

- a. Transformasi pertama yang dilakukan Ahmad adalah merotasikan sebesar 90° terhadap pusat A . Selanjutnya melakukan rotasi sejauh T .



Gambar 3.37 Rangkaian Transformasi Kaku yang Dilakukan Ahmad

- b. Jawaban peserta didik dapat beragam. Salah satu contoh yang dapat dibuat adalah melakukan translasi terlebih dahulu kemudian rotasi.



Gambar 3.38 Rangkaian Transformasi Kaku Lain yang Dapat Dilakukan Ahmad

Untuk memperdalam pemahaman peserta didik terhadap materi kekongruenan, mintalah mereka untuk mengerjakan latihan D-Kekongruenan.

Aktivitas 3

Pada aktivitas ini, peserta didik diajak untuk mempelajari kekongruenan khusus untuk segi banyak. Ingatkan kembali pengetahuan peserta didik mengenai titik-titik, sisi-sisi, dan sudut-sudut yang **bersesuaian**. Melalui Gambar 3.59 (dalam Buku Siswa), peserta didik diperlihatkan dua segi empat yang kongruen. Mintalah peserta didik untuk menemukan rangkaian transformasi kakunya!

Selanjutnya, ajaklah peserta didik untuk menyelidiki sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian dari segi banyak pada Eksplorasi 3.9 secara berkelompok. Bapak/Ibu guru membimbing jalannya diskusi dan memastikan bahwa setiap anggota kelompok dapat bekerja sama dengan baik.

Eksplorasi 3.9

Menyelidiki Sisi-Sisi dan Sudut-Sudut yang Bersesuaian dari Segi Banyak

1. Pastikan peserta didik menggunakan penggaris untuk pengukurannya. Bapak/Ibu guru dapat menilai ketelitian peserta didik pada aktivitas ini.
2. Pastikan peserta didik menggunakan busur derajat untuk pengukurannya.
3. Kedua bangun datar tepat berimpit, sehingga dikatakan bahwa kedua bangun datar kongruen.
4. Dua segi banyak dikatakan kongruen jika memenuhi dua syarat, yaitu
 - a. Sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua segi banyak tersebut sama panjang.
 - b. Sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua segi banyak tersebut sama besar.

Mintalah beberapa kelompok untuk berbagi hasil diskusinya dan memberikan kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Setelah peserta didik selesai menyampaikan hasil diskusi, ajaklah peserta didik untuk memahami Sifat 3.7 mengenai karakteristik segi banyak yang kongruen, dan mintalah mereka untuk menyimpulkannya.

Untuk menguatkan pemahaman peserta didik mengenai kekongruenan pada segi banyak, mintalah peserta didik untuk mencermati Contoh 3.12, kemudian dilanjutkan dengan aktivitas Ayo Mencoba 3.12.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.12

Segi empat II memiliki bentuk yang berbeda dengan segi empat I. Dengan demikian, segi empat I tidak kongruen dengan segi empat II.

Sudut-sudut yang bersesuaian dalam jajar genjang I dan jajar genjang III sama. (Mengapa?). Dengan mengukur sisi-sisi kedua jajar genjang secara mandiri, peserta didik akan mendapati bahwa sisi-sisi yang bersesuaian juga sama. Alternatif lain peserta didik dapat menjiplak jajar genjang I. Kemudian dengan menggunakan serangkaian transformasi kaku akan didapati jajar genjang I berhimpit dengan jajar genjang III. Dengan demikian, jajar genjang I kongruen dengan jajar genjang III.

Aktivitas 4

Pada aktivitas ini, peserta didik akan diajak untuk menemukan cara yang lebih sederhana yang dapat dilakukan untuk menguji dua segitiga kongruen. Secara individu, arahkan peserta didik untuk melakukan aktivitas pada Eksplorasi 3.10 untuk melihat kekongruenan pada segitiga jika diketahui dua sudut dan satu sisi yang diapitnya.

Eksplorasi

3.10

Membuat Segitiga Jika Diketahui Dua Sudut dan Satu Sisi yang Diapitnya

Sebelum memulai aktivitas eksplorasi ini, peserta didik diharapkan terlebih dahulu mempersiapkan alat dan bahan yang diperlukan, yaitu, kertas, penggaris, busur derajat, pensil, dan gunting.

Selanjutnya, mintalah peserta didik melaksanakan langkah (1) dan (2) dengan teliti dan cermat.

Pada langkah (3), mintalah peserta didik untuk menukar potongan segitiga miliknya dengan teman sebangku. Masing-masing peserta didik mengkoreksi hasil yang dibuat oleh temannya, apakah besar dua sudut dan panjang sisi yang diapit kedua sudut sudah sesuai. Jika belum, mintalah mereka untuk membantu temannya sehingga memenuhi informasi yang diberikan.

Dengan mengamati semua potongan segitiga yang dibuat oleh peserta didik, didapatkan kesimpulan bahwa jika dua segitiga memiliki dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar dan satu sisi di antara kedua sudut sama panjang maka kedua segitiga tersebut kongruen.

Mintalah salah satu peserta didik untuk memberikan kesimpulan dari aktivitas Eksplorasi 3.10. Selanjutnya, ajaklah peserta didik untuk memahami Sifat 3.8 mengenai kriteria kekongruenan segitiga.

Untuk lebih menguatkan pemahaman peserta didik mengenai kriteria kekongruenan pada segitiga, mintalah peserta didik mencermati Contoh 3.13, kemudian melakukan aktivitas Ayo Mencoba 3.13.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.13

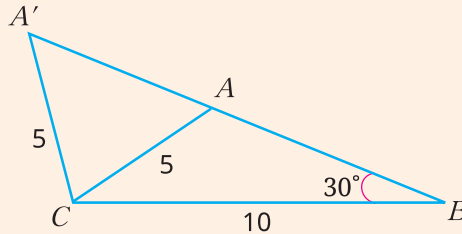
Perhatikan bahwa $\overline{KM} = \overline{KL}$, dan $\angle MKN = \angle LKN$. Karena pada segitiga KNL dan KNM memiliki sisi yang sama yaitu KN maka dengan menggunakan kriteria S-Sd-S, $\triangle KNL$ kongruen dengan $\triangle KNM$ atau dapat dinotasikan $\triangle KNL \cong \triangle KNM$. Jadi, terbukti bahwa $\triangle KNL \cong \triangle KNM$.

Bapak/Ibu guru dapat menekankan kepada peserta didik, jika dalam penulisan penamaan dua segitiga yang kongruen memperhatikan urutan sudut-sudut yang bersesuaiannya. Untuk meningkatkan kemampuan berpikir kritis, ajaklah peserta didik untuk melakukan aktivitas pada Ayo Berpikir Kritis 3.3.



Ayo Berpikir Kritis 3.3

Dua segitiga yang memiliki kriteria dua sisi dan satu sudut yang ukurannya sama (S-S-Sd) belum tentu kongruen. Sebagai contoh ditunjukkan pada Gambar 3.39.



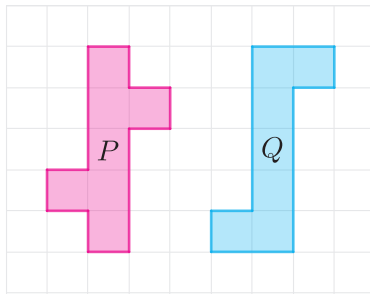
Gambar 3.39 Contoh Segitiga Tidak Kongruen Dengan Kriteria S-S-Sd

Perhatikan $\triangle ABC$ dan $\triangle A'BC$ Kedua segitiga tersebut memiliki dua sisi dan satu sudut yang ukurannya sama, namun tidak kongruen.

Minta salah satu peserta didik untuk menyampaikan hasil pengerjaannya dan beri kesempatan peserta didik lain untuk menanggapi. Di akhir pembelajaran, minta kembali salah satu peserta didik untuk memberikan kesimpulan mengenai pembelajaran yang telah mereka lakukan. Selanjutnya untuk memperdalam pemahaman peserta didik terhadap materi kekongruenan, mintalah mereka untuk mengerjakan latihan D.

Kunci Jawaban **Latihan D** Kekongruenan

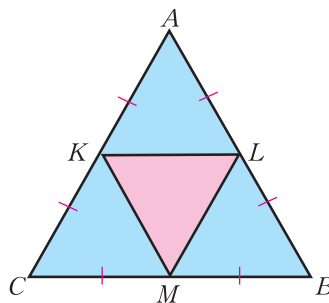
1. Benar. Bangun yang kongruen pastilah sebangun.
2. Salah. Bangun yang memiliki luas dan keliling yang sama belum tentu kongruen. Sebagai contoh,



Gambar 3.40 Bangun P dan Bangun Q

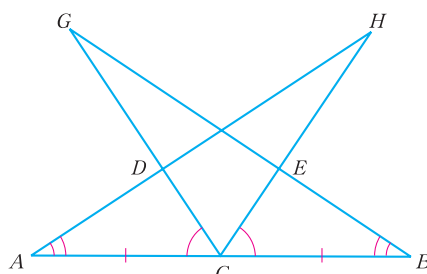
Bangun P memiliki luas dan keliling yang sama dengan bangun Q , tetapi kedua bangun tidak kongruen.

3. Salah. Kita dapat menguji hanya dengan menunjukkan terdapat dua sisi yang sama panjang dan sudut yang diapitnya sama besar.
4. S-Sd-S.
5. $MN = KG$.
6. Translasikan bangun datar $AMBON$ sejauh $\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$. Selanjutnya refleksikan terhadap titik pusat $O(0,0)$.
7. Bangun datar yang kongruen dengan I adalah bangun datar III . Karena jika bangun datar I ditranslasikan sejauh $\begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$ lalu direfleksikan terhadap sumbu y maka akan berhimpit dengan bangun datar III .
8. Ya, kedua segi enam beraturan tersebut kongruen. Karena semua sisi dan sudut sama.
9. Ya, karena panjang $KC = KA = AL = LB = BM = MC$ dan sudut $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$, maka panjang haruslah $KM = KL = LM$.



Gambar 3.41 Segitiga ABC

10. Perhatikan bangun segi banyak berikut



Gambar 3.42 Segi Banyak

Misalkan $\angle GCH = \alpha$. Sehingga

$$\angle ACH = \angle ACG + \alpha = \angle BCH + \alpha = \angle BCG \dots (1)$$

Karena $\angle HAC = \angle GBC$, $\overline{AC} = \overline{BC}$, dan $\angle ACH = \angle BCG$, maka $\triangle ACH \cong \triangle BCG$ (Sd-S-Sd).

Perhatikan bahwa $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (Sd-S-Sd). Sehingga dengan menggunakan sifat sudut bertolak belakang diperoleh

$$\angle GDF = \angle ADC = \angle BEC = \angle HEF \dots (2)$$

Hal yang sama juga berlaku untuk $\angle FDG = \angle FEH \dots (3)$

Perhatikan bahwa $\triangle AFB$ sama kaki ($\overline{AF} = \overline{BF}$) dan $\overline{AD} = \overline{BE}$, maka haruslah $\overline{DF} = \overline{EF} \dots (4)$.

Berdasarkan (2), (3), dan (4) terbukti bahwa $\triangle DFG \cong \triangle EFH$ (Sd-S-Sd).

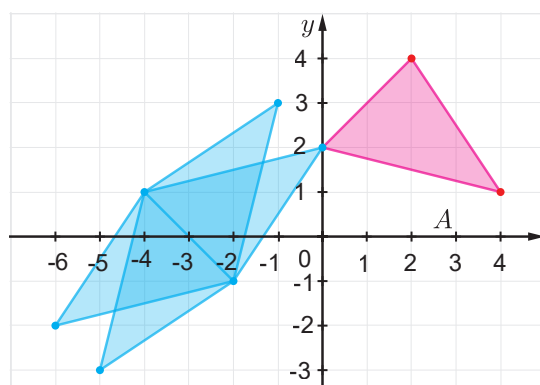
11. Terdapat 4 kemungkinan titik agar kedua segitiga kongruen.

Kemungkinan I : (0,2)

Kemungkinan II : (-1,3)

Kemungkinan III : (-6,-2)

Kemungkinan IV : (-5,-3)



Gambar 3.43 Kemungkinan Segitiga-Segitiga yang Kongruen

5. Subbab E Dilatasi (Pembesaran)

a. Tujuan Pembelajaran

Tujuan pembelajaran yang dicapai di Subbab E Dilatasi adalah sebagai berikut.

- Menjelaskan pengertian dilatasi/pembesaran.
- Mendeskripsikan dilatasi menggunakan koordinat Kartesius.
- Menerapkan dilatasi dalam permasalahan nyata.

b. Aktivitas Pembuka

Sebagai apersepsi untuk memulai pembelajaran di Subbab E, Bapak/Ibu guru dapat mengingatkan kembali mengenai materi kesebangunan yang sudah dipelajari oleh peserta didik di kelas VII. Melalui Gambar 3.34 (dalam Buku Siswa) atau ilustrasi lainnya seperti membuat bayangan hewan dengan tangan dan senter, bantu peserta didik untuk memahami istilah faktor skala dan pusat pembesaran, serta istilah dilatasi sebagai pembesaran atau pengecilan suatu bangun. Selanjutnya ajaklah peserta didik untuk melakukan aktivitas Eksplorasi 3.11 mengenai faktor skala.

c. Aktivitas 1

Pada aktivitas 1 ini, peserta didik diharapkan dapat memahami faktor skala melalui Eksplorasi 3.11 secara mandiri. Bapak/Ibu guru membimbing peserta didik jika terdapat kesulitan.

Eksplorasi 3.11 Faktor Skala

1. $A(1,1)$, $B(2,1)$, $C(1,3)$, $A'(2,2)$, $B'(4,2)$, $C'(2,6)$
2. Panjang OA dan OA' memiliki perbandingan 1:2. Untuk perbandingan panjang OB dengan OB' dan OC dengan OC' memiliki perbandingan yang sama dengan panjang OA dan OA' , yaitu 1:2.

3. $OA' = 2 \times OA$, $OB' = 2 \times OB$, dan $OC' = 2 \times OC$.
4. Besar faktor skala $\Delta A'B'C'$ terhadap ΔABC adalah 2.
5. Besar faktor skala $\Delta A''B''C''$ terhadap ΔABC adalah 4.

Mintalah beberapa peserta didik untuk menyampaikan hasil pengerjaannya di depan kelas dan berikan kesempatan peserta didik lain untuk menanggapi. Setelah menyelesaikan Eksplorasi 3.11, Bapak/Ibu guru dapat menjelaskan kembali mengenai faktor skala sebagai hasil bagi antara nilai absis atau ordinat dari koordinat bayangan dan koordinat asal. Bapak/Ibu guru juga dapat memberikan notasi untuk dilatasi terhadap pusat O dengan faktor skala k dalam bentuk $[O, k]$.

Sifat 3.7 Faktor Skala k dan Notasi Dilatasi

Setiap titik A yang didilatasikan pada pusat O dan faktor skala k berlaku $\overrightarrow{OA'} = k\overrightarrow{OA}$.

$$\text{Faktor skala} = \left(\frac{|\overrightarrow{OA'}|}{|\overrightarrow{OA}|} \right)$$

Faktor skala dapat bernilai negatif jika $\overrightarrow{OA'}$ berlawanan arah dengan \overrightarrow{OA} .

Dilatasi dengan pusat O dan faktor skala k dapat dinotasikan dengan $[O, k]$.

Selanjutnya, ajak peserta didik untuk mencoba menggambar bayangan hasil dilatasi yang terdapat pada aktivitas Eksplorasi 3.12.

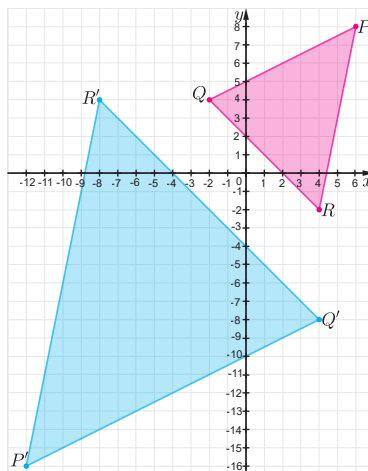
d. Aktivitas 2

Pada aktivitas 2 ini, peserta didik diharapkan dapat menggambar bayangan hasil dilatasi pada bidang kartesius melalui Eksplorasi 3.12 secara berkelompok. Bapak/Ibu guru membimbing jalannya diskusi dan memastikan bahwa setiap anggota kelompok dapat bekerja sama dengan baik.

Eksplorasi 3.12 Menggambar Bayangan Hasil Dilatasi

Titik awal	Dilatasi dengan pusat dilatasi $O(0,0)$ dan faktor skala 2	Bayangan
$P(6,8)$	$P'(2 \times 6, 2 \times 8)$	$P'(12,16)$
$Q(-2,4)$	$Q'(2 \times (-2), 2 \times 4)$	$Q'(-4,8)$
$R(4,-2)$	$R'(2 \times 4, 2 \times (-2))$	$R'(8,-4)$

1. Faktor yang menentukan dalam proses dilatasi adalah pusat dilatasi dan faktor skala.
2. Untuk $k > 1$ atau $k < -1$ bentuk bangun diperbesar. Untuk $-1 < k < 1$ bentuk bangun diperkecil.
3. $P'(-12, -16)$, $Q'(4, -8)$, dan $R'(-8, 4)$.



Gambar 3.44 Hasil Dilatasi ΔPQR

Hasil dilatasi ΔPQR oleh faktor skala -2 yaitu $\Delta P'Q'R'$ mengalami pembesaran 2 kali lipat namun memiliki orientasi terbalik.

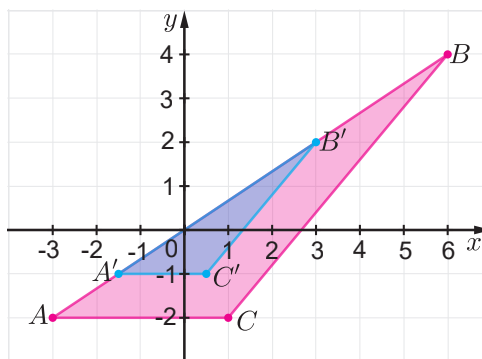
Setelah menyelesaikan Eksplorasi 3.12, Bapak/Ibu guru dapat menjelaskan kembali hasil dilatasi dari sembarang titik pada bidang Kartesius terhadap titik pusat $(0,0)$ dan faktor skala k .

Selanjutnya ajak peserta didik untuk mengamati Contoh 3.14 dan mengerjakan kegiatan di Ayo Mencoba 3.14.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 3.14

Titik Awal	Dilatasi	Titik Bayangan
$A(-3, -2)$	Garis $y = 4$	$A'(-\frac{3}{2}, -1)$
$B(6, 4)$		$B'(3, 2)$
$C(1, -2)$		$C'(\frac{1}{2}, -1)$



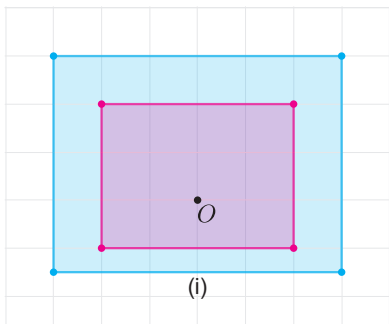
Gambar 3.45 Dilatasi ΔABC Terhadap $[0, \frac{1}{2}]$

Mintalah beberapa kelompok untuk berbagi hasil diskusi dan memberikan kesempatan kelompok lain untuk menanggapi. Selanjutnya, untuk memperdalam pemahaman peserta didik terhadap materi dilatasi, mintalah mereka untuk mengerjakan latihan E-Dilatasi.

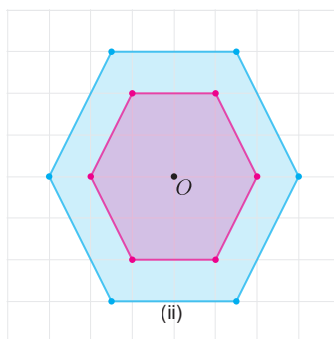
Kunci Jawaban **Latihan E** **Dilatasi**

1. a. Bukan hasil dilatasi.
 b. Hasil dilatasi.
 c. Hasil dilatasi.
 d. Hasil dilatasi.
 e. Bukan hasil dilatasi.
 f. Hasil dilatasi.
2. a. Faktor skala 2.
 b. Faktor skala $\frac{1}{3}$.
 c. Faktor skala $2\frac{1}{2}$.
 d. Faktor skala $\frac{3}{2}$.

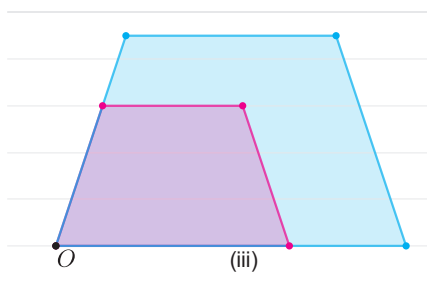
3.



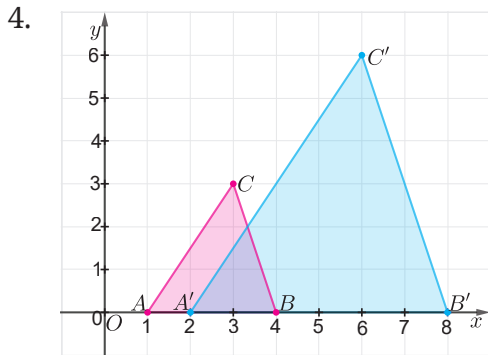
Gambar 3.46 Dilatasi Persegi Terhadap $[O, 1\frac{1}{2}]$



Gambar 3.47 Dilatasi Segi Enam Terhadap $[O, 1\frac{1}{2}]$

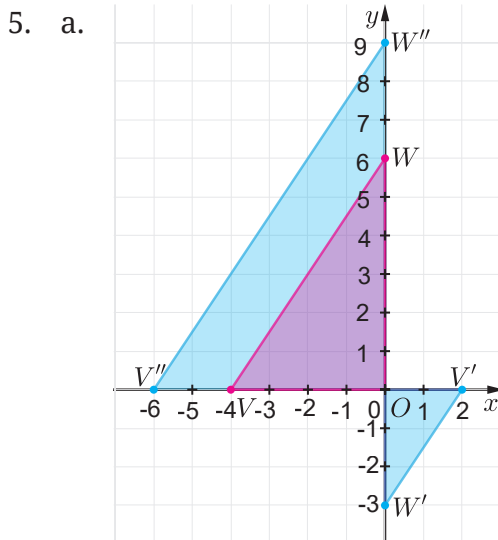


Gambar 3.48 Dilatasi Trapesium Terhadap $[O, 1\frac{1}{2}]$



Gambar 3.49 Dilatasi ΔABC Terhadap $[0,2]$

- a. Luas $\Delta ABC = 4,5$ satuan luas. Luas $\Delta A'B'C' = 18$ satuan luas.
- b. 1:4



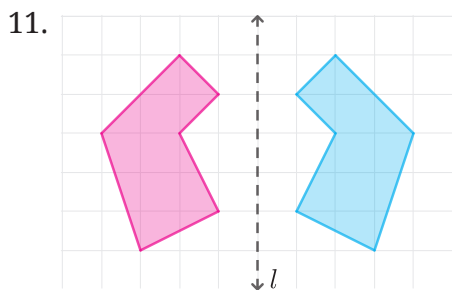
Gambar 3.50 Dilatasi ΔOVW

- b. $V'(2,0)$, $W'(0,-3)$, $V''(-6,0)$, dan $W''(0,9)$.
 - c. $-\frac{1}{3}$.
6. Karena panjang $A'B' = 3 \times 8 = 24$ cm dan $BC = 3 \times 15 = 45$ cm maka luas dari $\Delta A'B'C'$ adalah $\frac{1}{2} \times 24 \times 45 = 540$ cm².

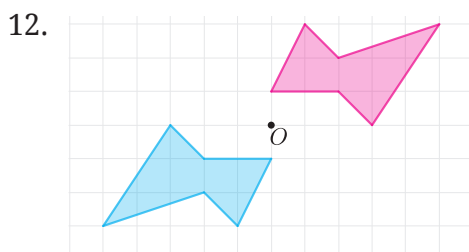
E. Kunci Jawaban Uji Kompetensi

1. *Salah.* Transformasi dilatasi mengalami perubahan ukuran pada bangun datar dengan faktor skala $\neq 1$.
2. *Ya.* Bayangan hasil refleksi memiliki orientasi berlawanan dengan bentuk awal.
3. *Ya.* $((x + 5) - 8, (y + 4) - 6) = (x - 3, y - 2)$.
4. *Ya.* $140^\circ + 260^\circ = 400^\circ$ bernilai sama dengan 40° .
5. *Salah.* $A'(-3, -4)$.
6. *Salah.* Syarat kongruen tidak cukup.
7. *Salah.* Bangun A dikatakan kongruen dengan bangun B jika bangun A merupakan hasil transformasi kaku atau *rigid* (translasi, refleksi, dan/atau rotasi) dari bangun B .
8. *Salah.* Jika suatu persegi didilatasikan dengan faktor skala 2 maka luas permukaan bayangan menjadi 4 kali dari luas persegi awal.
9. *Benar.*
 $A'(\frac{1}{2} \times (-2), \frac{1}{2} \times 3) = A'(-1, \frac{3}{2})$,
 $B'(\frac{1}{2} \times 4, \frac{1}{2} \times 1) = B'(2, \frac{1}{2})$,
 $C'(\frac{1}{2} \times (-2), \frac{1}{2} \times 1) = C'(-1, \frac{1}{2})$

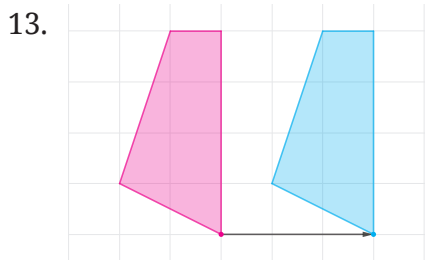
10. *Ya.*



Gambar 3.51 Hasil Refleksi Terhadap Garis Refleksi l

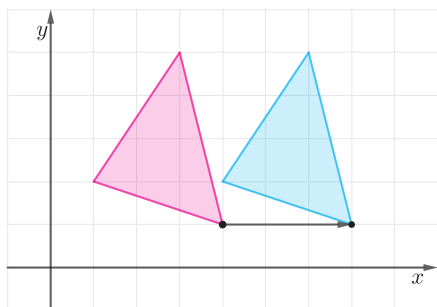


Gambar 3.52 Hasil Rotasi Titik Pusat O Sebesar 180°



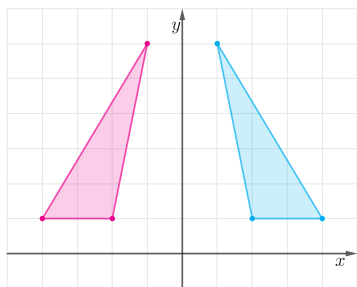
Gambar 3.53 Hasil Translasi Segi Empat

14. Translasi $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$



Gambar 3.54 Transformasi $(x,y) \rightarrow (x+3,y)$

15. Refleksi terhadap sumbu y



Gambar 3.55 Transformasi $(x,y) \rightarrow (-x,y)$

16. 180°

17. $A'(3,4)$

18. $(-y, x)$

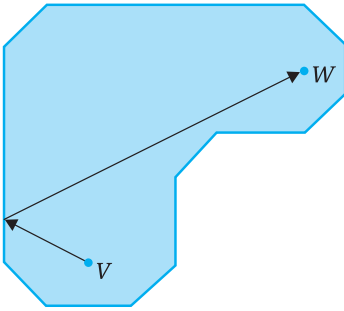
19. $P'(3,2)$

20. $3x + y = -6$

21. $M(5,4)$

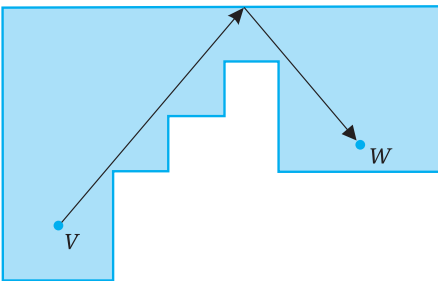
22. 1

23.



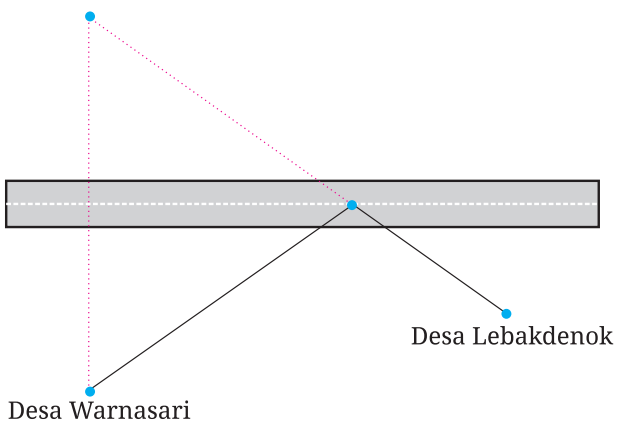
Gambar 3.56 Permainan Golf I

24.



Gambar 3.57 Permainan Golf II

25.



Gambar 3.58 Menemukan Persimpangan Terdekat

26. Untuk menunjukkan bahwa $AC = BC + DE$, kita perhatikan dua pasang segitiga yaitu $\triangle DBC$ dengan $\triangle DEC$ dan $\triangle ABC$ dengan $\triangle AED$.

Perhatikan bahwa $\triangle DBC$ kongruen dengan $\triangle DEC$, karena terdapat satu sisi bersesuaian yang sama panjang yaitu DC dan dua sudut bersesuaian sama besar yaitu $\angle DBC = \angle DEC$ dan $\angle BCD = \angle ECD$ (CD garis bagi). Sehingga $EC = BC$.

Sedangkan $\triangle ABC$ dan $\triangle AED$ sebangun, karena terdapat 2 sudut yang sama besar yaitu $\angle BAC = \angle EAD$ dan $\angle ABC = \angle AED$. Dan karena $AB = BC$, maka $AE = DE$. Dengan demikian

$$\begin{aligned} AC &= EC + AE \\ &= BC + DE \end{aligned}$$

Terbukti.

F. Kunci Jawaban Proyek

Desain Batik Kamu Sendiri

Pada proyek ini, Bapak/Ibu guru dapat berkolaborasi dengan mata pelajaran seni budaya, prakarya atau informatika. Kreativitas peserta didik perlu Bapak/Ibu apresiasi, salah satunya dengan cara menyelenggarakan pameran sebagai unjuk karya desain batik dengan menggunakan geogebra yang telah dibuat oleh peserta didik.

G. Refleksi Guru

Ingat-ingat kembali pengalaman mengajar di Bab 3 Transformasi Geometri ini. Setelah itu, refleksikan pengalaman mengajar dengan menanggapi pertanyaan atau pernyataan panduan berikut.

1. Apakah aktivitas pembuka yang Bapak/Ibu lakukan dapat mengarahkan dan mempersiapkan peserta didik dalam belajar Bab 3?

2. Strategi-strategi mengajar seperti apa yang Bapak/Ibu gunakan untuk mengajar Bab 3 Transformasi Geometri? Apakah semua strateginya sudah membantu peserta didik untuk belajar secara optimal?
3. Pelajaran berharga apa yang telah Bapak/Ibu dapatkan? Bagaimana caranya agar pembelajaran yang telah dilakukan dapat lebih baik lagi? Kemampuan apa yang perlu Bapak/Ibu kembangkan lagi agar dapat menghadapi situasi tersebut dengan lebih baik lagi?

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Buku Panduan Guru Matematika
untuk SMP/MTs Kelas IX
Penulis: Yosep Dwi Kristanto, dkk
ISBN: 978-602-427-901-1 (jil. 3)

Panduan Khusus

Bab IV

Peluang dan Pemilihan Sampel



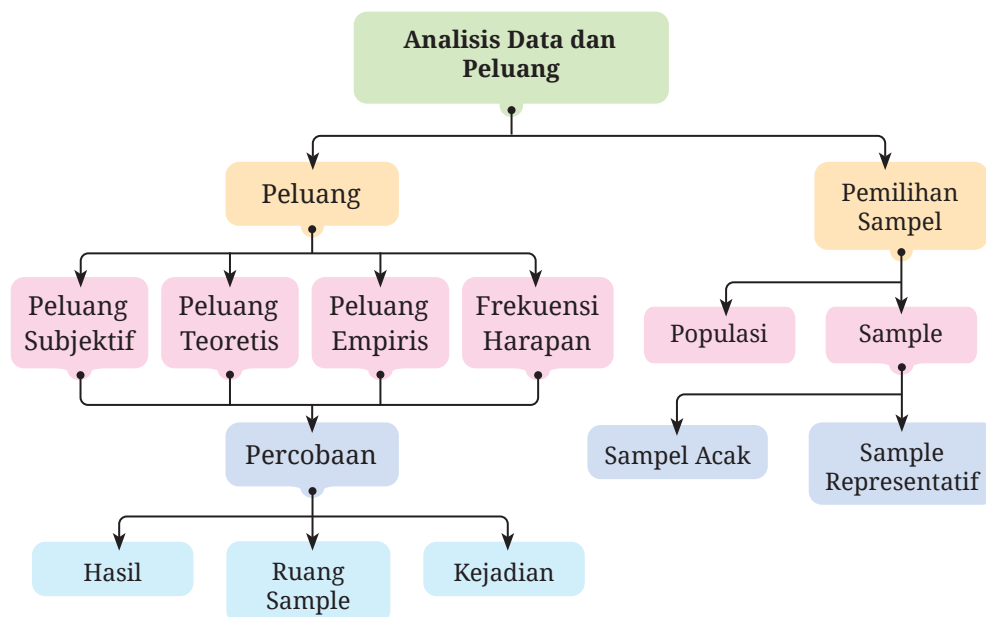
A. Pendahuluan

1. Tujuan Pembelajaran

Berikut ini adalah tujuan pembelajaran yang dicapai di Bab 4.

- Menentukan ruang sampel suatu kejadian, baik dengan mendaftar, tabel, ataupun diagram pohon.
- Menentukan nilai peluang suatu kejadian.
- Mengetahui rentang nilai peluang, kejadian pasti, dan kejadian yang mustahil.
- Menentukan frekuensi relatif suatu kejadian.
- Menentukan hubungan antara frekuensi relatif dan peluang teoretik.
- Menduga ruang sampel suatu kejadian setelah melakukan percobaan.
- Menentukan frekuensi harapan suatu kejadian.
- Menentukan populasi dan sampel dari suatu masalah.
- Mengidentifikasi sampel yang representatif dari suatu populasi.
- Melakukan pemilihan sampel secara acak dari suatu populasi.
- Menyelesaikan masalah-masalah matematis dan kontekstual dengan mengintegrasikan pengetahuan dan keterampilan mengenai topik peluang dan pemilihan sampel.

2. Pokok Materi



3. Hubungan dengan Materi Lain

Materi peluang dan pemilihan sampel masuk ke dalam elemen analisis data dan peluang. Oleh karena itu, materi tersebut sangat terkait dengan materi-materi lain yang masuk di dalam elemen yang sama. Materi peluang dan pemilihan sampel di dalam buku siswa banyak menggunakan tabel dan diagram statistika. Untuk itu, materi tersebut dibangun oleh kemampuan awal peserta didik terkait dengan penyajian data dalam tabel dan diagram statistika. Diagram statistika yang sering digunakan dalam bab ini adalah diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran.

Salah satu konsep di dalam pemilihan sampel adalah sampel-sampel yang representatif. Untuk dapat memahami konsep tersebut, peserta didik perlu memahami konsep-konsep distribusi, ukuran pemusatan, dan ukuran penyebaran. Konsep-konsep tersebut dipelajari pada Fase D dan pada umumnya diberikan pada kelas VIII.

Selain materi-materi di dalam elemen analisis data dan peluang, ada materi-materi lain di dalam bab ini yang memerlukan materi prasyarat yang dipelajari pada kelas sebelumnya. Misalnya, materi himpunan menjadi prasyarat untuk materi konsep kejadian dan ruang sampel serta sampel dan populasi. Materi tentang bilangan bulat dan pecahan serta operasi-operasinya menjadi prasyarat untuk materi penghitungan peluang dan frekuensi relatif suatu kejadian.

Materi-materi yang disajikan dalam bab ini juga akan membangun atau menjadi prasyarat materi-materi lain di jenjang selanjutnya, diantaranya peluang dan frekuensi harapan untuk kejadian majemuk; peluang untuk kejadian saling lepas dan saling bebas; dan penggunaan distribusi binomial dan distribusi normal untuk menyelesaikan masalah.

B. Hubungan dengan Profil Pelajar Pancasila

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
A. Peluang	Aktivitas Pembuka Membuat prediksi atau dugaan secara subjektif tentang kemungkinan terjadinya suatu kejadian.	Bernalar kritis <ul style="list-style-type: none"> • Mengajukan pertanyaan • Mengidentifikasi, mengklarifikasi, dan mengolah informasi dan gagasan
	Aktivitas 1 Menentukan ruang sampel suatu kejadian, baik dengan mendaftar, tabel, ataupun diagram pohon.	Mandiri <ul style="list-style-type: none"> • Percaya diri, tangguh (resilient), dan adaptif. Bernalar kritis <ul style="list-style-type: none"> • Menganalisis dan mengevaluasi penalaran dan prosedurnya. Kreatif <ul style="list-style-type: none"> • Menghasilkan gagasan yang orisinal.
	Aktivitas 2 Menentukan nilai peluang suatu kejadian.	Bergotong royong <ul style="list-style-type: none"> • Kerja sama. • Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. Bernalar kritis <ul style="list-style-type: none"> • Menganalisis dan mengevaluasi penalaran dan prosedurnya.
	Aktivitas 3 Mengetahui rentang nilai peluang, kejadian pasti, dan kejadian yang mustahil.	Bergotong royong <ul style="list-style-type: none"> • Kerja sama. • Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. Kreatif <ul style="list-style-type: none"> • Menghasilkan gagasan yang orisinal.
B. Peluang Empiris	Aktivitas Pembuka Memosisikan beberapa pecahan pada garis bilangan sebagai persiapan belajar frekuensi relatif.	Bernalar kritis <ul style="list-style-type: none"> • Mengajukan pertanyaan.

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
	<p>Aktivitas 1 Menentukan frekuensi relatif suatu kejadian.</p>	<p>Bernalar kritis</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mengidentifikasi, mengklarifikasi, dan mengolah informasi dan gagasan. • Menganalisis dan mengevaluasi penalaran dan prosedurnya.
	<p>Aktivitas 2 Memahami hubungan antara frekuensi relatif dan peluang teoretis.</p>	<p>Bergotong royong</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kerja sama. • Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. • Bernalar kritis • Mengidentifikasi, mengklarifikasi, dan mengolah informasi dan gagasan. • Menganalisis dan mengevaluasi penalaran dan prosedurnya.
	<p>Aktivitas 3 Menduga ruang sampel suatu kejadian setelah melakukan percobaan.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Bergotong royong • Kerja sama. • Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. • Koordinasi sosial. • Bernalar kritis • Mengidentifikasi, mengklarifikasi, dan mengolah informasi dan gagasan. • Menganalisis dan mengevaluasi penalaran dan prosedurnya.
<p>C. Frekuensi Harapan</p>	<p>Aktivitas Pembuka Menduga banyaknya kemunculan suatu kejadian dalam sebuah eksperimen.</p>	<p>Bernalar kritis</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mengajukan pertanyaan. • Merefleksi dan mengevaluasi pemikirannya sendiri. <p>Mandiri</p> <ul style="list-style-type: none"> • Percaya diri, tangguh (<i>resilient</i>), dan adaptif.

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
	<p>Aktivitas 1 Menentukan frekuensi harapan suatu kejadian</p>	<p>Bernalar kritis</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mengidentifikasi, mengklarifikasi, dan mengolah informasi dan gagasan. • Menganalisis dan mengevaluasi penalaran dan prosedurnya. • Bergotong royong • Kerja sama. • Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. • Koordinasi sosial.
D. Pemilihan Sampel	<p>Aktivitas Pembuka Mencermati beberapa visualisasi data dengan diagram batang sebagai persiapan belajar tentang pemilihan sampel.</p>	<p>Mandiri</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mengenali kualitas dan minat diri serta tantangan yang dihadapi. <p>Bernalar kritis</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mengajukan pertanyaan.
	<p>Aktivitas 1 Menentukan populasi dan sampel dari suatu masalah.</p>	<p>Bernalar kritis</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mengajukan pertanyaan. • Mengidentifikasi, mengklarifikasi, dan mengolah informasi dan gagasan.
	<p>Aktivitas 2 Mengidentifikasi sampel yang representatif dari suatu populasi.</p>	<p>Bergotong royong</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kerja sama. • Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. • Bernalar kritis • Mengajukan pertanyaan. • Mengidentifikasi, mengklarifikasi, dan mengolah informasi dan gagasan. <p>Kreatif</p> <ul style="list-style-type: none"> • Menghasilkan gagasan yang orisinal.

Subbab	Aktivitas	Profil Pelajar Pancasila
	<p>Aktivitas 3 Memilih sampel secara acak dari suatu populasi.</p>	<p>Bergotong royong</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kerja sama. • Komunikasi untuk mencapai tujuan bersama. • Bernalar kritis • Mengajukan pertanyaan. • Mengidentifikasi, mengklarifikasi, dan mengolah informasi dan gagasan. <p>Kreatif</p> <ul style="list-style-type: none"> • Menghasilkan gagasan yang orisinal.

C. Skema Pembelajaran

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
A. Peluang	6	<ul style="list-style-type: none"> Menentukan ruang sampel suatu kejadian, baik dengan mendaftar, tabel, ataupun diagram pohon. Menentukan nilai peluang suatu kejadian. Mengetahui rentang nilai peluang, kejadian pasti, dan kejadian yang mustahil. 	Peluang	Percobaan; hasil percobaan; ruang sampel; kejadian; peluang; kejadian pasti; kejadian mustahil	<ul style="list-style-type: none"> M14: Dukungan Diskusi M6: Diskusi Matematika Produktif M5: Diskusi Berpasangan (<i>Think Pair Share</i> atau TPS) 	Buku Siswa	[1] dan [2]

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
B. Peluang Empiris	6	<ul style="list-style-type: none"> Menentukan frekuensi relatif suatu kejadian. Memahami hubungan antara frekuensi relatif dan peluang teoretik. Menduga ruang sampel suatu kejadian setelah melakukan percobaan. 	Peluang Empirik	Frekuensi relatif	M4: Percakapan Matematika M3: Jajak Pendapat Kelas M6: Diskusi Matematika Produktif	Buku Siswa	[3], [4], dan [5]
C. Frekuensi Harapan	2	Menentukan frekuensi harapan suatu kejadian.	Frekuensi Harapan	Frekuensi harapan	M13: Membandingkan dan Menghubungkan M6: Diskusi Matematika Produktif	Buku Siswa	[6]

Subbab	Waktu (JP)	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata/Frasa Kunci	Metode dan Aktivitas Pembelajaran	Sumber Utama	Sumber Lain
D. Pemilihan Sampel	6	<ul style="list-style-type: none"> Menentukan populasi dan sampel dari suatu masalah. Mengidentifikasi sampel yang representatif dari suatu populasi. Memilih sampel secara acak dari suatu populasi. 	Pemilihan Sampel	Populasi; sampel; ukuran populasi; ukuran sampel; sampel representatif; sampel acak	<ul style="list-style-type: none"> M1: Memilih dan Menalar M14: Dukungan Diskusi M6: Diskusi Matematika Produktif 	Buku Siswa	[7]

D. Sumber Lain

- Nawastiti, N. (2021). Ruang Sampel. Rumah Belajar. <https://sumber.belajar.kemdikbud.go.id#!/Content/Home/Details/639aaa5d569c4d0e81dc4e62325e2b49>
- Nurhayati, A. S. (tanpa tahun). Ruang Sampel Suatu Percobaan. Rumah Belajar. <https://sumber.belajar.kemdikbud.go.id#!/Package/Home/Details/505d4bd44c9643fd8ae8374df3ce2641>
- Suryani, C. (2021). Peluang Empirik. Rumah Belajar. <https://sumber.belajar.kemdikbud.go.id#!/Content/Home/Details/2ec05238a2ea4852bc355c071123563d>
- Widnyana, I. W. (2021). Peluang Empirik. Rumah Belajar. <https://sumber.belajar.kemdikbud.go.id#!/Content/Home/Details/732dd9eb49b940f6ba114283b4537361>
- Yuliana, F. M. (tanpa tahun). Peluang Empirik dan Teoritik. Rumah Belajar. <https://sumber.belajar.kemdikbud.go.id#!/Package/Home/Details/0db656e0db19471a87b6fde37a822b38>
- Kristanto, Y. D., & Padmi, R. S. (2018). Super Modul Matematika SMP/MTs Kelas VII, VIII, IX. Jakarta: Grasindo.
- Kristanto, Y. D. (2021). Metode Statistik: Jilid 1. Yogyakarta: Kanisius.

E. Panduan Pembelajaran

1. Subbab A Peluang

a. Tujuan Pembelajaran

Tujuan pembelajaran yang dicapai di Subbab A Peluang adalah sebagai berikut.

- Menentukan ruang sampel suatu kejadian, baik dengan mendaftar, tabel, ataupun diagram pohon.
- Menentukan nilai peluang suatu kejadian.
- Mengetahui rentang nilai peluang, kejadian pasti, dan kejadian yang mustahil.

b. Aktivitas Pembuka

Tujuan aktivitas pembuka ini adalah untuk membuat prediksi atau dugaan secara subjektif tentang kemungkinan terjadinya suatu kejadian. Metode pembelajaran yang digunakan di dalam aktivitas ini adalah M14: Dukungan Diskusi.

Aktivitas pembuka ini dapat digunakan sebagai kegiatan apersepsi di Subbab A. Untuk melakukannya, Bapak/Ibu guru dapat menampilkan dan menceritakan berita daring/cetak tentang kemungkinan Indonesia menjadi negara maju di tahun 2045. Dua contoh beritanya dapat diakses di tautan <http://ringkas.kemdikbud.go.id/IDMaju>. Setelah itu, ajaklah peserta didik untuk mengerjakan Eksplorasi 4.1. Berikut ini alternatif penyelesaian aktivitas eksplorasi tersebut.

Eksplorasi 4.1

Menjadi Negara Maju di Tahun 2045

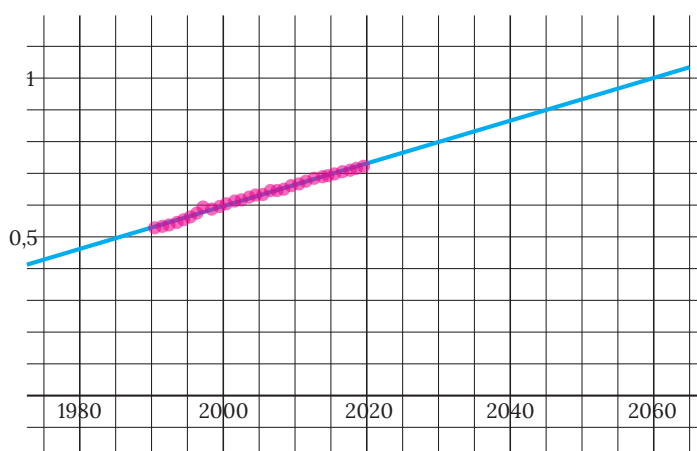
Di aktivitas eksplorasi ini, peserta didik diharapkan mengenal istilah-istilah yang terkait dengan peluang, yaitu tidak mungkin, kecil kemungkinannya, mungkin iya mungkin tidak, sangat mungkin,

dan pasti. Selain itu, jawaban peserta didik di eksplorasi ini juga diharapkan akan beragam.

Berikut ini hanya contoh jawaban yang mungkin.

Umumnya, jawaban peserta didik yang satu dengan yang lainnya akan berbeda.

Berdasarkan pola pada grafik IPM Indonesia 1990–2019, IPM Indonesia akan lebih dari 8. Untuk menunjukkannya, Bapak/Ibu guru bisa memperlihatkan grafik di tautan <http://ringkas.kemdikbud.go.id/IPMIndonesia>. Grafik ini diperlihatkan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Prediksi IPM Indonesia

Dari pola itu, IPM Indonesia pada tahun 2045 diprediksi sekitar 0,9. Setelah melakukan prediksi, ajaklah peserta didik untuk mencari informasi atau berita-berita tentang syarat-syarat lain Indonesia dapat menjadi negara maju di tahun 2045. Ajaklah mereka untuk juga mengklarifikasi dan mengolah informasi dalam berita-berita tersebut.

(Untuk diskusi lebih lanjut, Bapak/Ibu guru dapat mengajak peserta didik untuk mengajukan pertanyaan tentang kelemahan prediksi IPM tersebut. Salah satu kelemahannya, dengan mengikuti pola linear, IPM Indonesia mencapai lebih dari 1 akan terjadi mulai tahun 2060. Tentu saja hal ini tidak mungkin karena nilai maksimum IPM adalah 1.)

Antisipasi Miskonsepsi

Ketika menjawab soal nomor 2 di kegiatan Eksplorasi 4.1, mungkin kebanyakan peserta didik memprediksi bahwa IPM Indonesia di tahun 2045 nilainya sangat tinggi, yaitu kurang lebih 0,9. Dengan demikian, mereka menyimpulkan bahwa peluang Indonesia menjadi negara maju di tahun 2045 sangatlah besar. Menanggapi hal ini, Bapak/Ibu guru perlu mengingatkan peserta didik tentang hal-hal berikut ini.

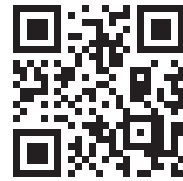
- Data IPM yang dimiliki oleh peserta didik adalah data yang merentang mulai tahun 1990 sampai 2019. Kemudian data itu digunakan untuk memprediksi IPM pada tahun 2045. Hal semacam ini disebut dengan ekstrapolasi data. Ekstrapolasi data seringkali menghasilkan kesimpulan yang keliru. Sebagai analogi, Bapak/Ibu guru tidak dapat menggunakan data tinggi badan anak-anak berumur 10 sampai 18 tahun untuk memprediksi tinggi badan seseorang yang umurnya 60 tahun karena tingkat pertumbuhannya berbeda.
- Pola linear digunakan untuk memprediksi IPM Indonesia tahun 2045. Untuk kasus ini, pola ini memiliki kelemahan. Salah satu kelemahannya, dengan mengikuti pola linear tersebut, IPM Indonesia akan lebih dari 1 mulai sekitar tahun 2060. Tentu saja hal ini tidak mungkin karena nilai maksimum IPM adalah 1.
- Banyak syarat yang perlu dipenuhi agar Indonesia menjadi negara maju di tahun 2045. Salah satu syaratnya, Indonesia perlu memiliki SDM yang berkualitas dan menyiapkan generasi muda secara optimal. Hal ini mungkin dapat digunakan oleh Bapak/Ibu guru untuk memberikan motivasi kepada peserta didik untuk terus mengembangkan diri. Hal ini penting, karena merekalah generasi emas Indonesia 2045 yang memiliki usia produktif di tahun 2045.

Setelah menyelesaikan Eksplorasi 4.1, Bapak/Ibu guru perlu menegaskan bahwa apa yang dilakukan oleh peserta didik tersebut adalah menduga kemungkinan suatu kejadian secara subjektif. Contoh-contoh lainnya dapat ditemukan di Buku Siswa.

Alternatif Pembelajaran

Alternatif 1

Alternatif pembelajaran pertama ini sama dengan pembelajaran yang dipaparkan sebelumnya. Akan tetapi, pembelajarannya merupakan pembelajaran daring (tidak harus pembelajaran jarak jauh). Untuk melakukannya, Bapak/Ibu dapat menggunakan aktivitas pembelajaran di tautan <http://ringkas.kemdikbud.go.id/Menuju2045> atau dengan memindai kode QR di samping.

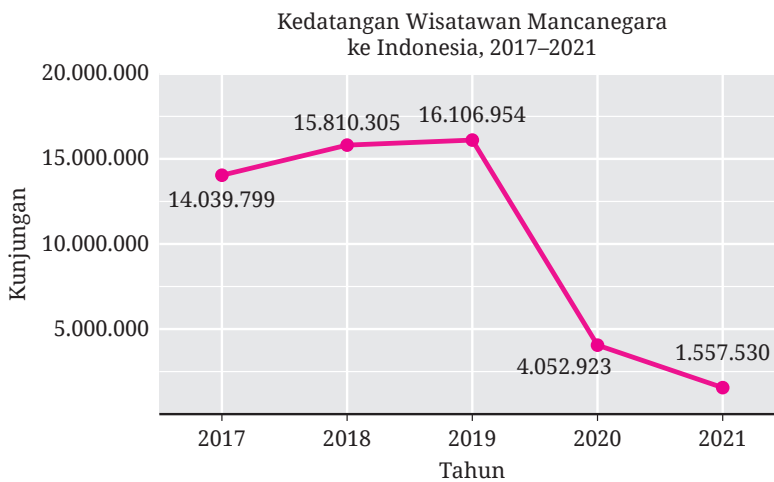
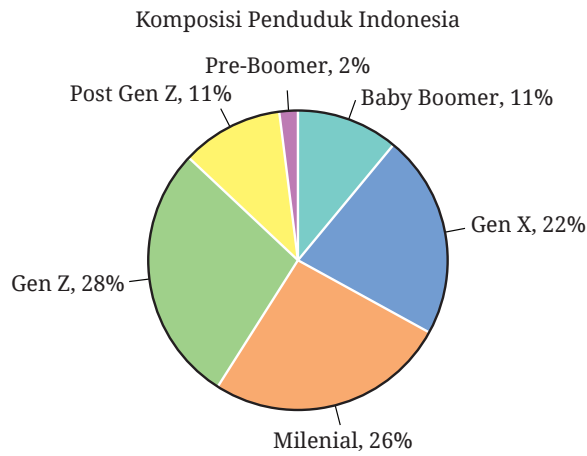
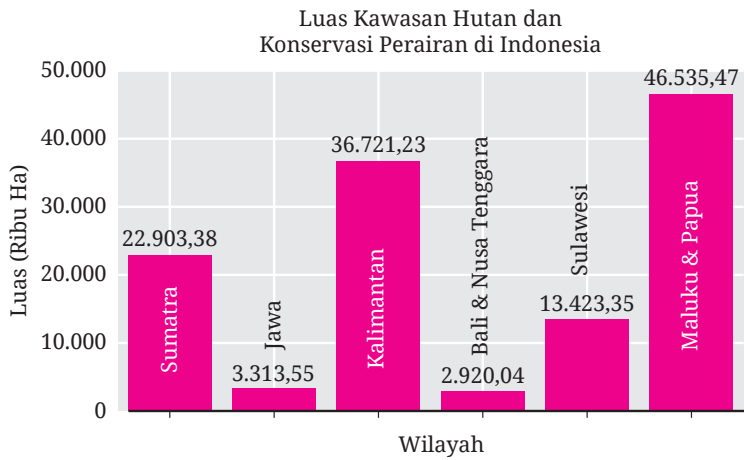


Alternatif 2

Fokus di dalam bab ini adalah mempelajari peluang dan pemilihan sampel. Untuk itu, di aktivitas pembuka, Bapak/Ibu guru dapat mengingatkan kembali materi-materi prasyarat tentang kedua topik tersebut. Pertama, Bapak/Ibu guru perlu bertanya tentang bagaimana peserta didik melakukan investigasi statistika. Dengan pertanyaan ini, mereka diharapkan menjawab tahapan-tahapan penting investigasi statistika, yaitu merumuskan pertanyaan, mengumpulkan data, analisis data, dan memaknai/interpretasi hasilnya. Diskusikan secara ringkas masing-masing tahapan itu. Investigasi statistika tersebut kemungkinan telah peserta didik pelajari di kelas VII.

Selanjutnya, Bapak/Ibu guru perlu mengingatkan juga tentang berbagai macam diagram dan tabel yang digunakan untuk menyajikan data. Diagram tersebut adalah diagram batang, diagram lingkaran, dan diagram garis. Untuk melakukannya, Bapak/Ibu guru dapat memperlihatkan contoh-contohnya dan meminta mereka membaca dan memaknai contoh-contoh diagram tersebut.

Gambar 4.2 berikut memperlihatkan contoh-contoh penyajian data dengan diagram batang, diagram lingkaran, dan diagram garis.



Gambar 4.2 Contoh Diagram Batang, Diagram Lingkaran, dan Diagram Garis

Berbagai macam diagram tersebut akan sering peserta didik temukan di dalam bab ini. Untuk itu, Bapak/Ibu guru perlu memastikan bahwa mereka mampu membaca dan membuat diagram-diagram tersebut.

c. Aktivitas 1

Aktivitas 1 digunakan untuk mencapai tujuan pembelajaran pertama, yaitu menentukan ruang sampel suatu kejadian, baik dengan mendaftar, tabel, ataupun diagram pohon. Metode pembelajaran yang dapat digunakan dalam aktivitas ini adalah M14: Dukungan Diskusi. Aktivitas ini diawali dengan pengerjaan Eksplorasi 4.2.

Melalui kegiatan Eksplorasi 4.2, peserta didik diharapkan dapat menggunakan intuisinya untuk membandingkan peluang satu kejadian dengan kejadian lainnya. Peran Bapak/Ibu guru di sini adalah memandu mereka untuk percaya diri membuat dugaan dan memberikan alasan terhadap dugaannya tersebut, serta tangguh dan adaptif apabila dugaan dan alasan sebelumnya kurang tepat.

Eksplorasi 4.2 Memenangkan Sebuah Gim

Berikut ini adalah jawaban yang benar untuk soal-soal di Eksplorasi 4.2.

1. Aturan (b) yang dipilih karena kemungkinannya paling banyak dibandingkan yang lain. Kemungkinan tersebut yaitu munculnya mata dadu 2, 4, atau 6.
2. Aturan (a) yang dipilih karena aturan ini berisi dua kemungkinan sedangkan aturan (b) hanya memuat satu kemungkinan.
3. Urutannya adalah (c), (a), dan (b).

Antisipasi Miskonsepsi

Kemungkinan akan ada beberapa peserta didik yang mengalami kesulitan dalam memahami kata-kata di dalam Eksplorasi 4.2 yang melibatkan kata “atau” dan “dan”. Untuk itu, Bapak/Ibu guru perlu menjelaskan makna kedua kata itu. Di nomor 1(c), jelaskan maksud dari kata diperolehnya mata dadu 1 atau 5. Di nomor 2(a), jelaskan makna dari diperolehnya satu sisi angka dan satu sisi gambar.

Setelah itu, peserta didik diajak untuk membandingkan bagaimana cara mereka mengerjakan Eksplorasi 4.2 dengan cara Abel di Eksplorasi 4.3. Kegiatan Eksplorasi 4.3 ini ditujukan agar peserta didik dapat menganalisis dan mengevaluasi penalaran dan prosedur Abel dalam memecahkan permasalahan. Selain itu, di akhir kegiatan eksplorasi itu peserta didik diharapkan dapat mengenal ide mengenai percobaan, hasil percobaan, ruang sampel, dan kejadian.

Eksplorasi 4.3 Mencermati Cara Abel

Berikut ini jawaban dari soal-soal dalam Eksplorasi 4.3.

1. Abel sudah mendaftar semua kemungkinannya. Untuk soal ini, Bapak/Ibu guru perlu menyoroti penggunaan tabel untuk mempermudah dalam mendaftar semua kemungkinan hasilnya.
2. Pekerjaan Abel sudah tepat. Sekali lagi, Bapak/Ibu guru juga perlu menyoroti penggunaan tabel di soal ini.
3. Setuju dengan pemikirannya Abel karena semakin banyak kemungkinan hasilnya, maka kejadian tersebut memiliki peluang yang besar untuk terjadi.

Setelah menyelesaikan Eksplorasi 4.3, Bapak/Ibu guru perlu mengenalkan empat istilah penting, yaitu percobaan, hasil percobaan, ruang sampel, dan kejadian, dan menghubungkannya dengan apa yang telah dilakukan Abel. Peserta didik kemudian diminta untuk membaca

Definisi 4.1 dan Contoh 4.1 secara cermat. Setelah itu, mintalah peserta didik untuk mengerjakan Ayo Mencoba 4.1 secara mandiri.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 4.1

Ruang sampel percobaan pelemparan tiga buah koin adalah sebagai berikut.

$$S = \{(A, A, A), (A, A, G), (A, G, A), (A, G, G), (G, A, A), (G, A, G), (G, G, A), (G, G, G)\}$$

Jika waktunya memungkinkan, selanjutnya, Bapak/Ibu guru dapat meminta peserta didik mengerjakan Ayo Berpikir Kreatif 4.1 secara berkelompok. Kegiatan ini juga dapat dijadikan tugas rumah untuk peserta didik.



Ayo Berpikir Kreatif 4.1

Sejatinya, kegiatan ini ditujukan agar peserta didik dapat menggunakan pengetahuannya mengenai ruang sampel untuk menemukan pola dan melakukan generalisasi terhadap banyaknya anggota ruang sampel dalam percobaan pelemparan satu atau lebih koin. Berikut ini adalah jawaban untuk banyaknya ruang sampel dalam percobaan pelemparan 1, 2, 3, dan 4 koin.

Tabel 4.1 Banyaknya Anggota Ruang Sampel Pelemparan Koin

Banyak Koin	1	2	3	4
$n(S)$	2	4	8	16

Berikut ini jawaban untuk poin a dan b.

- Banyak anggota ruang sampel dalam pelemparan 6 dan 10 koin secara berturut-turut adalah $2^6 = 64$ dan $2^{10} = 1.024$.
- Dalam pelemparan n koin, banyak anggota ruang sampelnya adalah 2^n .

Penugasan lain yang dapat Bapak/Ibu guru berikan kepada peserta didik terkait dengan Aktivitas 1 ini adalah pengerjaa soal-soal latihan nomor 1, 4, dan 5.

d. Aktivitas 2

Tujuan Aktivitas 2 adalah menentukan nilai peluang suatu kejadian. Aktivitas ini sebaiknya dilakukan dengan menerapkan metode pembelajaran M6: Diskusi Matematika Produktif. Aktivitas ini dimulai dengan pengerjaan Eksplorasi 4.4 oleh peserta didik di dalam kelompok-kelompok kecil. Ketika peserta didik mengerjakan Eksplorasi 4.4, peran Bapak/Ibu guru adalah untuk memantau dan memandu jalannya diskusi dalam kelompok. Peran pemantauan ini penting agar Bapak/Ibu guru dapat memilih kelompok mana yang akan mempresentasikan hasil pekerjaannya.

Eksplorasi 4.4 Memilih Gim

Eksplorasi 4.4 ini agak berbeda dengan Eksplorasi 4.2 dalam hal kejadian yang dibandingkan. Jika kejadian yang dibandingkan dalam Eksplorasi 4.2 memiliki ruang sampel yang sama, kejadian yang dibandingkan di Eksplorasi 4.4 ini memiliki ruang sampel yang berbeda. Hal ini diharapkan dapat memantik intuisi peserta didik untuk mempertimbangkan banyaknya anggota ruang sampelnya (yang secara formal nantinya berperan sebagai pembagi dalam menentukan peluang).

1. Jika yang dipilih adalah peluang menang yang lebih besar, maka peserta didik seharusnya memilih gim yang kedua: dalam lempar undi sebuah koin, pemain akan menang jika mendapatkan sisi gambar.
2. Pemikiran Sondang kurang tepat. Meskipun gim pertama memiliki kemungkinan hasil yang lebih banyak, tetapi banyaknya anggota ruang sampelnya adalah 6. Di gim kedua, banyaknya anggota kejadiannya hanya 1. Akan tetapi, banyaknya anggota ruang sampelnya adalah 2.

Nomor 2 ini sangat cocok untuk mengajak peserta didik agar mereka mampu menganalisis dan mengevaluasi penalaran dan prosedur orang lain, yaitu Sondang. Selain itu, aktivitasi ini diharapkan dapat menyadarkan peserta didik pentingnya mempertimbangkan banyaknya anggota ruang sampelnya. Bapak/Ibu guru selanjutnya dapat memperkenalkan penggunaan proporsi banyaknya anggota kejadian dan banyaknya anggota ruang sampelnya. Secara formal, selanjutnya proporsi inilah yang didefinisikan sebagai peluang kejadian tersebut.

Antisipasi Miskonsepsi

Mungkin ada beberapa peserta didik yang masih kurang memahami bagaimana membandingkan pecahan. Padahal, di dalam Eksplorasi 4.4 nomor 2, pemahaman tentang bagaimana membandingkan pecahan tersebut diperlukan. Pecahan yang dibandingkan adalah $\frac{2}{6}$ (peluang mendapatkan mata dadu 1 atau 5 dalam lempar undi satu dadu) dan $\frac{1}{2}$ (peluang mendapatkan sisi gambar dalam pelemparan satu koin). Untuk peserta didik yang mengalami kesulitan tersebut, Bapak/Ibu guru perlu memberikan dukungan khusus agar mereka dapat menyelesaikan kegiatan eksplorasi dengan baik.

Setelah peserta didik menyadari untuk mempertimbangkan ruang sampel setiap kejadian, Bapak/Ibu guru selanjutnya dapat mengenalkan konsep peluang. Secara formal, konsep ini dijelaskan dalam Definisi 4.2. Mintalah peserta didik untuk membaca definisi tersebut secara cermat.

Setelah peserta didik memahami konsep peluang, ajaklah mereka untuk mencermati Contoh 4.2. Bapak/Ibu guru juga dapat mengenalkan bahwa gambar yang ada pada bola-bola dalam contoh tersebut merupakan dua hewan endemik di Indonesia, yaitu burung maleo dan komodo. Setelah itu, mintalah peserta didik secara individu untuk mengerjakan Ayo Mencoba di Contoh 4.2.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 4.2

Percobaannya adalah pengambilan satu kartu secara acak dari satu pak kartu yang berisi kartu-kartu bernomor 10–20. Dengan demikian,

$$n(S) = 11$$

Misalkan A adalah kejadian diperoleh kartu bernomor ganjil, maka

$$A = \{10, 12, 14, 16, 18, 20\} \text{ dan } n(A) = 6$$

Dengan demikian, peluang kejadian tersebut adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{11}$$

Bentuk desimalnya adalah sekitar 0,55 dan bentuk persennya sekitar 54,54.

Berikutnya peserta didik diminta untuk mendiskusikan masalah dalam Ayo Berpikir Kritis 4.1. Masalah ini dapat digunakan oleh Bapak/Ibu guru untuk mencegah miskonsepsi yang mungkin terjadi dalam penentuan peluang.



Ayo Berpikir Kritis 4.1

Perhitungan peluangnya tidak tepat. Dalam menghitung peluang terpilihnya ketua kelas berjenis kelamin perempuan, perlu diperhitungkan banyaknya anak yang berjenis kelamin laki-laki dan perempuan.

Penugasan yang dapat Bapak/Ibu berikan terkait dengan Aktivitas 2 ini adalah pengerjaan soal-soal latihan nomor 2 dan 6.

e. Aktivitas 3

Tujuan pembelajaran yang dicapai di Aktivitas 3 adalah mengetahui rentang nilai peluang, serta mengetahui kejadian pasti dan kejadian yang mustahil. Aktivitas ini dapat dilakukan dengan menggunakan metode

M5: Diskusi Berpasangan (*Think Pair Share* atau TPS). Aktivitas ini dimulai dengan pengerjaan Eksplorasi 4.5. Melalui kegiatan eksplorasi tersebut, peserta didik akan menemukan bahwa kejadian merupakan himpunan bagian dari ruang sampelnya. Dengan demikian, banyaknya anggota suatu kejadian lebih kecil atau sama dengan banyaknya anggota ruang sampel. Dengan menggunakan definisi peluang, berdasarkan hal tersebut dapat disimpulkan bahwa nilai peluang suatu kejadian merentang dari 0 sampai 1.

Kegiatan Eksplorasi 4.5 dapat dikerjakan secara berpasangan. Ketika peserta didik mengerjakan, penting bagi Bapak/Ibu guru untuk memantau dan memandu jalannya diskusi agar tetap produktif. Berikut ini alternatif penyelesaian dari Eksplorasi 4.5.

Eksplorasi 4.5 Rentang Nilai Peluang

1. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
2. Anggota kejadian-kejadian yang dimaksud adalah sebagai berikut.
 - a. $A = \{ \}$. Bapak/Ibu guru perlu menekankan di sini bahwa ada kejadian yang tidak memiliki anggota, sehingga banyaknya anggotanya adalah $n(A) = 0$. Pandulah beberapa peserta didik yang mungkin tidak ingat bagaimana menyimbolkan sebuah himpunan yang tidak memiliki anggota atau himpunan kosong.
 - b. $B = \{2, 3, 5\}$.
 - c. $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Untuk kejadian ini, Bapak/Ibu guru perlu menekankan bahwa anggota kejadiannya haruslah yang dimuat oleh ruang sampelnya. Karena berdasarkan definisinya, ruang sampel memuat semua kemungkinan hasil percobaan yang mungkin.
3. Kejadian merupakan himpunan bagian dari ruang sampel. Dengan demikian, banyaknya anggota kejadian kurang dari atau sama dengan ruang sampelnya.
4. Nilai peluang suatu kejadian merentang dari 0 sampai dengan 1.

Antisipasi Miskonsepsi

Soal nomor 2(a) dan 2(c) di dalam Eksplorasi 4.5 berpotensi menimbulkan kekeliruan. Kemungkinan ada peserta didik yang menjawab $\{7\}$ dan $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ di kedua nomor tersebut. Untuk itu, Bapak/Ibu guru perlu menegaskan bahwa anggota kejadian adalah hasil-hasil percobaan yang mungkin terjadi.

Setelah itu, ajaklah peserta didik untuk membaca Sifat 4.1. Melalui sifat itu, tegaskan bahwa nilai peluang suatu kejadian merentang dari 0 sampai 1. Kemudian, kenalkan dua istilah baru, yaitu kejadian pasti dan kejadian yang mustahil.

Setelah memahami Sifat 4.1, mintalah peserta didik untuk mencermati Contoh 4.3 dan mengerjakan Ayo Mencoba di contoh tersebut secara individu. Berikut ini alternatif penyelesaian untuk Ayo Mencoba tersebut.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 4.3

- Kejadian di poin a bukanlah kejadian yang pasti ataupun kejadian yang mustahil karena nilai peluangnya di antara 0 dan 1, yaitu $1/13$.
- Kejadian di poin b merupakan kejadian pasti karena semua mata dadu merupakan bilangan asli sehingga peluang mendapatkan dadu dengan mata dadu bilangan asli adalah 1.
- Kejadian di poin c merupakan kejadian yang mustahil karena tidak ada anggota ruang sampelnya yang merupakan bola merah. Dengan demikian peluang terambilnya bola merah adalah 0.

Selama mengerjakan Ayo Mencoba 4.3, Bapak/Ibu perlu memantau dan memandu peserta didik. Setelah itu, pilihlah beberapa peserta didik untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya. Bahaslah dan diskusikan jawaban peserta didik tersebut secara klasikal.

Kegiatan pembelajaran dilanjutkan ke pengerjaan Ayo Berpikir Kreatif 4.2. Melalui kegiatan ini, peserta didik secara berkelompok mengingat dan menemukan sendiri makna komplemen suatu kejadian dan bagaimana hubungan nilai peluang suatu kejadian dengan peluang kejadian komplemennya. Untuk itu, dalam memandu kegiatan ini, Bapak/Ibu guru perlu mengingatkan peserta didik tentang komplemen suatu himpunan dan menghubungkannya dengan komplemen suatu kejadian.



Ayo Berpikir Kreatif 4.2

1. a. Jawaban dapat bervariasi. Pola yang mungkin ditemukan oleh peserta didik adalah bahwa kejadian 2 memuat semua anggota ruang sampelnya yang tidak dimuat oleh kejadian 1. Dengan pola ini, isi dari sel yang kosong adalah “dalam lempar undi dua buah koin, diperoleh sisinya tidak semuanya gambar.” Anggota kejadian ini adalah (A, A), (A, G), dan (G, A).
 - b. Komplemen suatu kejadian, misalnya A , adalah kejadian yang memuat semua anggota ruang sampel yang tidak dimuat kejadian A tersebut.
2. a. Peluang kejadiannya adalah $1/6$. Komplemennya adalah diperoleh mata dadu yang bukan 1, yaitu 2, 3, 4, 5, atau 6. Peluang komplemennya adalah $5/6$.
 - b. Peluang kejadiannya adalah $1/13$. Komplemennya adalah diperoleh kartu yang bukan kartu As. Peluang komplemennya adalah $12/13$.
3. Jawaban dapat bervariasi. Akan tetapi, peserta didik diharapkan dapat mengamati pekerjaannya di nomor 2 untuk menyimpulkan bahwa

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Setelah menyelesaikan diskusi di dalam kelompok kecil, mintalah perwakilan beberapa kelompok untuk mempresentasikan hasilnya. Peran Bapak/Ibu guru di sini adalah untuk menggunakan pekerjaan

kelompok yang dipresentasikan untuk memantik diskusi yang produktif dan kemudian menegaskan terkait dengan peluang komplemen suatu kejadian.

Di akhir Aktivitas 3, Bapak/Ibu guru dapat melihat seberapa baik pemahaman peserta didik terhadap komplemen suatu kejadian dengan memintanya mengerjakan Latihan nomor 6.c.

Alternatif Pembelajaran

Pembelajaran alternatif yang mungkin dapat dilakukan adalah pembelajaran berbasis masalah, yaitu dengan menggunakan soal Latihan nomor 7. Untuk melakukannya, bagilah peserta didik ke dalam kelompok-kelompok kecil. Setelah itu, berilah masing-masing kelompok satu buah tas yang berisi empat kartu berukuran sama yang diberi angka 1, 2, 3, dan 4. Untuk memulai diskusi di masing-masing kelompok, mintalah peserta didik untuk menduga jawaban dari soal nomor 7 tersebut.

Setelah itu, mintalah masing-masing peserta didik di dalam kelompok melakukan percobaan sesuai dengan soal nomor 7 dan mencatat hasilnya, yaitu mencatat pada pengambilan ke berapa mereka mendapatkan kartu bernomor tiga. Pencatatan dapat dilakukan dengan menggunakan turus dan dituliskan ke dalam Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Pencatatan Hasil Percobaan Soal Latihan A Nomor 7

Percobaan Ke	Turus	Jumlah
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Dan seterusnya		

Setelah setiap anggota dalam masing-masing kelompok selesai melakukan percobaan dan pencatatan, data semua kelompok kemudian diakumulasi menjadi satu. Kemudian, mintalah masing-masing kelompok untuk melihat data akumulatif tersebut dan memikirkan apakah dugaan mereka sebelumnya sesuai dengan data tersebut atau tidak.

Setelah itu, pandulah peserta didik untuk menentukan peluang mereka mendapatkan kartu bernomor tiga di percobaan pertama, kedua, ketiga, dan seterusnya. Dari sini, mereka akan menyadari bahwa mereka memiliki peluang yang paling besar untuk mendapatkan kartu bernomor tiga di pengambilan pertama.

Kunci Jawaban **Latihan A** Peluang

1. Benar, karena setiap anggota kejadian merupakan anggota ruang sampelnya.
2. $n(A); n(S)$
3. 0; 1
4. a. $S = \{\text{Januari, Februari, Maret, April, Mei, Juni, Juli, Agustus, September, Oktober, November, Desember}\}$
 b. $S = \{a, i, u, e, o\}$
 c. Semua anggota ruang sampel S disajikan dalam Tabel 4.3 berikut.

Tabel 4.3 Ruang Sampel S

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

5. a. $n(S) = 52$

- b. $n(S) = 365$ [atau $n(S) = 366$]
 - c. $n(S) = 30$
6.
 - a. Jawaban bervariasi.
 - b. Jawaban bervariasi.
 - c. $P(A) = \frac{1}{2}$.
 7. Kartu bernomor tiga berpeluang besar didapatkan di pengambilan pertama.

2. Subbab B Peluang Empiris

a. Tujuan Pembelajaran

Tujuan pembelajaran yang dicapai di Subbab B Peluang Empirik adalah sebagai berikut.

- Menentukan frekuensi relatif suatu kejadian.
- Memahami hubungan antara frekuensi relatif dan peluang teoretis.
- Menduga ruang sampel suatu kejadian setelah melakukan percobaan.

b. Aktivitas Pembuka

Tujuan aktivitas pembuka ini adalah memposisikan beberapa pecahan pada garis bilangan sebagai persiapan belajar frekuensi relatif. Kemampuan memposisikan pecahan pada garis bilangan tersebut penting untuk mempelajari frekuensi relatif atau peluang empiris, khususnya dalam merepresentasikan frekuensi relatif tersebut pada diagram garis. Metode pembelajaran yang digunakan adalah M4: Percakapan Matematika.

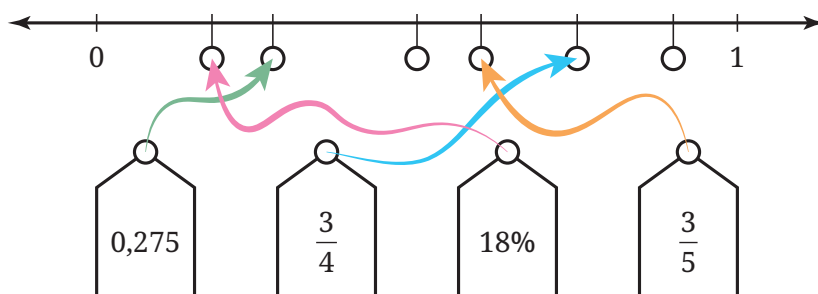
Pertama, tampilkan soal dalam Eksplorasi 4.6 agar semua peserta didik dapat mencermatinya. Mintalah peserta didik bekerja mandiri untuk menyelesaikan soal tersebut. Jika mereka telah

menyelesaikannya, mintalah mereka untuk memberi tanda, misalnya dengan mengacungkan jempol secara singkat.

Eksplorasi 4.6

Memposisikan Pecahan pada Garis Bilangan

Gambar 4.3 memperlihatkan jawaban terhadap soal pada aktivitas eksplorasi ini.



Gambar 4.3 Pecahan dan Posisinya pada Garis Bilangan

Strategi peserta didik dalam memposisikan pecahan-pecahan yang diberikan dapat bervariasi. Misalnya peserta didik dapat mengubah semua pecahan tersebut ke dalam satu jenis pecahan, misalnya pecahan desimal dan persen. Peserta didik juga dapat mengubah semua pecahan tersebut menjadi pecahan biasa, tetapi kemudian diikuti dengan penyamaan penyebut.

Selanjutnya Bapak/Ibu guru perlu menunjuk salah satu peserta didik untuk menuliskan jawaban beserta dengan caranya di papan tulis. Setelah itu, mintalah peserta didik lain yang memiliki strategi (atau jawaban) yang berbeda untuk menampilkan jawaban dan cara mendapatkannya. Untuk memastikannya, Bapak/Ibu guru perlu menanyakan terlebih dahulu apakah ada cara yang berbeda. Dengan metode seperti ini, peserta didik diharapkan memiliki pengetahuan berbagai macam strategi untuk memposisikan pecahan pada garis bilangan.

Alternatif Pembelajaran

Di Aktivitas Pembuka di dalam subbab ini, Bapak/Ibu guru perlu memberikan transisi yang halus kepada peserta didik yang sebelumnya telah mempelajari peluang teoretis untuk mempelajari peluang empiris. Untuk itu, Bapak/Ibu guru dapat mengulas kembali tentang materi peluang teoretis. Hal ini bisa dilakukan, salah satunya, dengan menggunakan metode M3: Jajak Pendapat Kelas. Buatlah jajak pendapat kelas agar peserta didik mengerjakan soal pilihan ganda berikut.

Sebuah tas berisi 3 kartu warna merah dan 7 kartu warna putih. Jika dalam tas tersebut diambil satu kartu secara acak, peluang terambilnya kartu berwarna putih adalah ...

- a. $\frac{3}{7}$ c. 0,3
b. $\frac{7}{3}$ d. 70%

Dari hasil jajak pendapat tersebut, Bapak/Ibu guru perlu menegaskan kembali tentang materi peluang teoretis. Jika ada peserta didik yang keliru, Bapak/Ibu guru perlu mendiskusikannya agar kekeliruannya dapat menjadi pembelajaran peserta didik lainnya.

c. Aktivitas 1

Tujuan akhir Aktivitas 1 adalah agar peserta didik mampu menentukan frekuensi relatif suatu kejadian. Aktivitas ini dilakukan dengan menggunakan metode pembelajaran M6: Diskusi Matematika Produktif.

Kegiatan pembelajaran diawali dengan aktivitas seperti yang tertulis dalam Eksplorasi 4.7 nomor 1. Sebelum itu, Bapak/Ibu guru perlu menyiapkan alat dan bahan sebagai berikut.

- Sejumlah 30 kartu yang bentuk dan ukurannya sama, terdiri dari 10 kartu warna merah, 15 kartu warna putih, dan 5 kartu warna kuning.
- Sebuah tas sebagai wadah kartu.

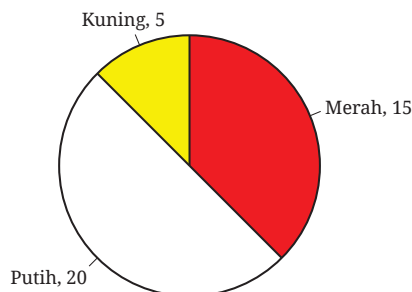
Bapak/Ibu guru perlu merahasiakan detail isi dari tas tersebut kepada peserta didik. Informasi yang dapat diberikan adalah bahwa tas tersebut berisi sejumlah kartu berwarna.

Setelah itu, ajaklah peserta didik untuk menebak kartu apa yang akan terpilih ketika mereka mengambil satu kartu secara acak dari tas tersebut. Karena informasi mengenai isi tas tersebut masih terbatas, peserta didik akan kesulitan dalam menjawabnya. Untuk itu, peran Bapak/Ibu guru di sini adalah untuk mengajak mereka mengajukan pertanyaan bagaimana caranya agar mereka dapat menebaknya secara lebih akurat.

Selanjutnya, peserta didik lanjut ke pengerjaan soal nomor 2. Pilihlah salah satu peserta didik untuk maju di depan kelas. Mintalah dia untuk mengambil satu kartu secara acak, menunjukkannya kepada teman-temannya dan mencatat warna di papan tulis, dan mengembalikan kartu tersebut ke dalam tas. Percobaan tersebut dilakukan sebanyak 5 kali. Kemudian, mintalah peserta didik untuk mengerjakan Eksplorasi 4.7 nomor 2 dan 3 secara berpasangan. Di soal nomor 3, peserta didik diharapkan dapat menganalisis informasi hasil percobaan yang diberikan untuk membuat kesimpulan mengenai peluang. Dengan demikian, soal tersebut penting untuk menjembatani peluang teoretik dengan peluang empirik.

Eksplorasi 4.7 Menduga Nilai Peluang

1. Jawaban bervariasi. Akan tetapi, dugaan akan sulit dilakukan karena tidak cukupnya informasi yang diperlukan.
2. Jawaban bervariasi. Percobaan yang dilakukan hanya 5 kali pada umumnya tidak cukup untuk menjawab soal 2.a. Untuk itu, di 2.b. bisa diusulkan untuk memperbanyak percobaannya.
3. Jawaban bervariasi. Akan tetapi, percobaan dari teman 1, 2, dan 3 dapat diakumulasi untuk membuat tebakan yang lebih akurat. Jika diakumulasi, percobaan ketiga teman tadi dapat digambarkan ke dalam diagram lingkaran seperti pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4 Hasil Percobaan Teman 1, 2, dan 3

Berdasarkan Gambar 4.4, kartu warna putih lebih sering muncul daripada kartu-kartu lainnya. Dengan demikian, dapat diduga bahwa jika satu kartu diambil secara acak, kartu putih berpeluang besar untuk terambil.

Setelah mengerjakan Eskplorasi 4.7, peserta didik diharapkan mengenal ide mengenai penggunaan hasil percobaan empiris untuk menentukan peluang suatu kejadian. Selanjutnya, mintalah peserta didik untuk membaca Definisi 4.3 secara cermat dan mempelajari Contoh 4.4.

Setelah itu, mintalah peserta didik untuk mengerjakan Ayo Mencoba 4.4 secara individu. Selama mengerjakan, Bapak/Ibu guru perlu memantau peserta didik dan memberikan bantuan jika diperlukan. Setelah selesai, mintalah dua atau lebih peserta didik untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya. Kemudian, ajaklah peserta didik untuk mendiskusikan hasil pekerjaan peserta didik tersebut. Peran Bapak/Ibu guru di sini adalah mengkoneksikan pekerjaan-pekerjaan tersebut dan menegaskan konsep-konsep penting.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 4.4

Banyaknya percobaan yang menghasilkan mata dadu ganjil adalah $10 + 10 + 8 = 28$. Total banyaknya percobaan adalah $10 + 5 + 10 + 8 + 8 + 9 = 50$. Dengan demikian, frekuensi relatif munculnya mata dadu ganjil adalah

$$\frac{28}{100} = \frac{7}{25}$$

Frekuensi relatif tersebut juga dapat dinyatakan menjadi 0,28 atau 28%.

Penugasan yang sesuai dengan Aktivitas 1 adalah pengerjaan soal-soal Latihan B nomor 1 dan 4. Penugasan ini bisa dilakukan di akhir pembelajaran atau digunakan sebagai pekerjaan rumah.

d. Aktivitas 2

Tujuan Aktivitas 2 adalah memahami hubungan antara frekuensi relatif dan peluang teoretik. Metode pembelajaran yang dapat digunakan untuk aktivitas ini adalah M6: Diskusi Matematika Produktif. Agar transisi pembelajarannya berjalan dengan halus, di awal pembelajaran, Bapak/Ibu guru dapat mengingatkan kembali tentang konsep peluang teoretik dan peluang empirik (frekuensi relatif).

Setelah itu, mintalah peserta didik secara berkelompok mengerjakan Eksplorasi 4.8. Di dalam eksplorasi tersebut, Bapak/Ibu guru penting untuk memastikan bahwa semua peserta didik memahami bagaimana menghitung frekuensi relatif munculnya angka di Tabel 4.5 kolom ketiga (dalam Buku Siswa) dan memahami bagaimana menggambar diagram garis pada Gambar 4.10 (dalam Buku Siswa). Kedua hal itu penting untuk pembelajaran-pembelajaran selanjutnya.

Eksplorasi

4.8

Menemukan Hubungan Antara Frekuensi Relatif dan Peluang Teoretik

1. Tabel 4.5 dibuat dengan menggunakan frekuensi relatif munculnya sisi angka. Misalkan, dalam nomor lemparan keempat frekuensi relatifnya adalah $\frac{3}{4}$ karena di lemparan keempat ini banyaknya percobaan yang menghasilkan sisi angka ada tiga, yaitu lemparan kedua, ketiga, dan keempat, total banyaknya percobaan adalah 4. Gambar 4.10 merupakan diagram garis yang menggambarkan frekuensi relatif munculnya sisi angka. Dengan demikian, diagram garis tersebut menunjukkan $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4},$ dan $\frac{3}{5}$ di lemparan pertama, kedua, ketiga, keempat, dan kelima.
2. Jawaban dapat bervariasi. Dengan banyaknya percobaan 20, kemungkinan besar di ujung kanan diagram garisnya sudah mulai mendekati nilai 0,5 atau $\frac{1}{2}$.
3. Ketika banyaknya percobaan semakin banyak, yaitu ketika diagram garisnya semakin ke kanan, nilai frekuensi relatifnya mendekati 0,5. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa frekuensi relatif akan mendekati peluang teoretiknya ketika banyaknya percobaan semakin banyak.

Setelah menyelesaikan Eksplorasi 4.8, mintalah perwakilan dari dua atau lebih kelompok untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya. Setelah itu, Bapak/Ibu guru perlu menegaskan bahwa dalam eksplorasi tersebut dapat disimpulkan bahwa frekuensi relatif (peluang empiris) suatu kejadian akan mendekati peluang teoretiknya jika banyaknya percobaan semakin banyak. Setelah itu, mintalah peserta didik untuk membaca Sifat 4.2 secara cermat.

Alternatif Pembelajaran

Sebagai alternatif, kegiatan Eksplorasi 4.8 dapat dilakukan dengan menggunakan teknologi. Untuk melakukannya, Bapak/Ibu dapat menggunakan rangkaian aktivitas pembelajaran dengan judul "Mencari Hubungan dalam Percobaan Berulang" yang dapat diakses melalui tautan <http://ringkas.kemdikbud.go.id/FrekuensiRelatif>. Bapak/Ibu dapat melihat video tutorial tentang bagaimana membuat kode kelas dan mengelola aktivitas pembelajaran semacam itu di alamat berikut ini.



 <https://youtu.be/CDKQh011k64>

Setelah memahami Sifat 4.2, mintalah peserta didik untuk mempelajari Contoh 4.5. Dalam contoh tersebut, peserta didik akan mempelajari bagaimana memilih kejadian yang tepat setelah diberikan grafik frekuensi relatif kejadian tersebut jika percobaan dilakukan secara berulang-ulang. Kemudian, mintalah mereka untuk mengerjakan Ayo Mencoba 4.5 secara mandiri. Ajaklah mereka mendiskusikan hasil pekerjaan mereka setelah mereka menyelesaikannya.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 4.5

Grafiknya menunjukkan bahwa ketika percobaannya semakin banyak, frekuensi relatifnya mendekati 0,75. Dengan demikian, kejadian yang paling tepat adalah kejadian a, yaitu ketika teman kalian diminta untuk memilih bilangan 1–4 secara acak, didapatkan bilangan yang lebih dari 1.

Penugasan yang sesuai dengan Aktivitas 2 adalah pengerjaan soal-soal Latihan B nomor 2, 3, dan 5. Penugasan ini bisa ditugaskan di akhir pembelajaran atau digunakan sebagai pekerjaan rumah.

e. Aktivitas 3

Aktivitas 3 bertujuan agar peserta didik mampu menduga ruang sampel suatu kejadian setelah melakukan percobaan. Metode yang dapat digunakan untuk melaksanakan aktivitas ini adalah M6: Diskusi Matematika Produktif. Untuk memulainya, Bapak/Ibu guru dapat menghubungkannya dengan penentuan peluang teoretik. Ketika menentukan peluang teoretik suatu kejadian, peserta didik perlu mengetahui ruang sampelnya. Di dalam aktivitas ini, Bapak/Ibu guru dapat mengawalinya dengan bertanya bagaimana jika peserta didik tidak mengetahui ruang sampelnya. Pertanyaan seperti ini dapat digunakan sebagai pertanyaan pemantik sebelum memulai Eksplorasi 4.9.

Buatlah beberapa kelompok yang terdiri dari 3–4 peserta didik. Mintalah masing-masing kelompok tersebut untuk berdiskusi mengerjakan Eksplorasi 4.9. Selama diskusi dalam kelompok kecil, Bapak/Ibu guru perlu memantau jalannya diskusi dan memberikan bantuan yang diperlukan.

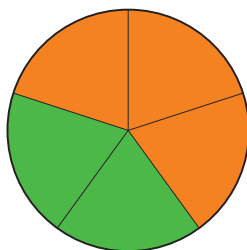
Eksplorasi 4.9

Menebak Muka Roda Putar

1. Jawaban bervariasi. Salah satu caranya adalah dengan menggunakan frekuensi relatif. Frekuensi relatif munculnya juring warna hijau dan jingga secara berturut-turut adalah 20% dan 80%. Dengan demikian, kemungkinan banyaknya juring warna hijau adalah $20\% \cdot 5 = 1$, sedangkan sisanya, yaitu 4, adalah juring warna jingga.
2. Jawaban bervariasi. Salah satu caranya serupa dengan nomor 1, yaitu dengan menggunakan frekuensi relatif. Banyaknya juring warna hijau adalah $42\% \cdot 5 \approx 2$, sedangkan sisanya, yaitu 3, adalah juring warna jingga.

Perlu didiskusikan dengan peserta didik bahwa dengan cara yang sama, nomor 1 dan 2 menghasilkan jawaban yang berbeda. Bapak/Ibu guru dapat menanyakan hal ini kepada peserta didik. Selain itu, Bapak/Ibu guru perlu mengajak peserta didik untuk bernalar, kira-kira jawaban yang lebih tepat yang mana. Karena nomor 2 memiliki lebih banyak percobaan, kemungkinan besar nomor 2 jawabannya lebih tepat.

3. Berdasarkan nomor 2, roda putar Dhien kemungkinan besar wujudnya seperti pada Gambar 4.5 berikut.



Gambar 4.5 Kemungkinan Roda Putar Dhien

Setelah pengerjaan selesai, pilihlah dua atau lebih kelompok agar perwakilannya mempresentasikan hasil pekerjaannya. Peran Bapak/Ibu guru selanjutnya adalah mengajak peserta didik berdiskusi tentang jawaban peserta didik yang presentasi. Selain itu, Bapak/Ibu guru perlu menegaskan bahwa frekuensi relatif dapat digunakan untuk menduga ruang sampel. Semakin banyak percobaannya, dugaan tersebut berpeluang besar akan benar. Hal ini bisa dikaitkan dengan hubungan antara peluang teoretik dan peluang empiris.

Setelah itu, ajaklah peserta didik untuk mencermati Contoh 4.6. Melalui contoh tersebut, mereka akan menguatkan pemahaman mereka tentang bagaimana menebak ruang sampel. Kemudian, mintalah mereka untuk mengerjakan Ayo Mencoba 4.6 secara mandiri. Setelah selesai, mintalah beberapa dari mereka untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya. Kemudian, Bapak/Ibu guru perlu mendiskusikan pekerjaan tersebut dan menegaskan konsep-konsep penting.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 4.6

Banyaknya kartu bergambar lingkaran adalah

$$\frac{93}{500} \cdot 5 = 0,93 \approx 1$$

Dengan demikian, sisa kartunya, yaitu 4, bergambar bintang

Setelah itu, ajaklah peserta didik untuk bermain melalui aktivitas Ayo Bekerja Sama 4.1. Dalam permainan tersebut, peserta didik dituntut untuk dapat menggunakan apa yang telah mereka pelajari di Aktivitas 3 ini. Selain itu, peserta didik juga perlu berbagi peran secara efektif untuk dapat mencapai tujuan pembelajaran aktivitas tersebut. Peran guru di sini adalah memantau diskusi mereka dan memberikan bantuan seperlunya.



Ayo Bekerja Sama 4.1

Jawaban dapat bervariasi. Untuk menjawab nomor 5, peserta didik dapat menggunakan frekuensi relatif munculnya kertas A, B, atau C dan mengalikannya dengan total banyaknya percobaan yang dilakukan. Semakin banyak percobaannya, mereka akan berpeluang besar untuk membuat dugaan yang akurat.

Penugasan yang sesuai dengan Aktivitas 3 ini adalah pengerjaan soal-soal Latihan B nomor 6 dan 7. Penugasan ini sebaiknya ditugaskan sebagai pekerjaan rumah.

Kunci Jawaban **Latihan B** Peluang Empiris

1. Frekuensi relatifnya n/m .
2. *Salah*, frekuensi relatif suatu kejadian belum tentu sama dengan peluang teoretiknya.
3. *Salah*. Untuk kejadian yang peluang teoretiknya sangat kecil, frekuensi relatif kejadian tersebut bisa jadi nol ketika banyaknya percobaannya sedikit.
4. Frekuensi relatifnya $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

5. Kejadian a mempunyai nilai peluang teoretik sebesar $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ sehingga grafik yang tepat untuk kejadian ini adalah gambar (ii). Kejadian b mempunyai nilai peluang teoretik sebesar $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ sehingga gambar yang tepat adalah gambar (i).
6. Banyaknya kartu bergambar tabung adalah $\frac{5}{50} \cdot 20 = 2$ dan banyaknya kartu bergambar kerucut adalah $\frac{14}{50} \cdot 20 = 5,6 \approx 6$. Sisanya, yaitu 12, merupakan kartu bergambar bola.
7. Dari grafik terlihat bahwa ketika percobaannya semakin banyak, frekuensi relatifnya mendekati 0,6. Dengan demikian, peluang teoretis diperoleh juring warna ungu kemungkinan besar adalah 0,6.
8. Diagram garis yang digambar oleh putu sudah tepat. Diagram garis tersebut menggambarkan secara presisi runtutan frekuensi relatif mulai dari percobaan pertama sampai kelima. Frekuensi relatif tersebut disajikan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4 Frekuensi Relatif Percobaan-Percobaan Putu

Percobaan	Hasil	Frekuensi Relatif Muncul Gambar (G)
1	A	0
2	G	$\frac{1}{2}$
3	A	$\frac{1}{3}$
4	G	$\frac{2}{4}$
5	A	$\frac{2}{5}$

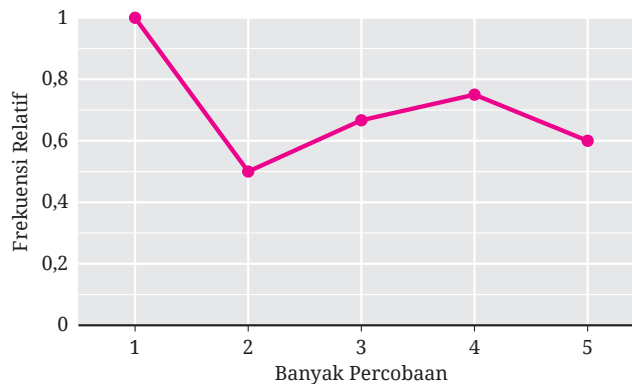
Sebaliknya, diagram garis yang disajikan oleh Sondang masih kurang tepat, khususnya pada percobaan kelima. Frekuensi relatif percobaan-percobaan Sondang disajikan dalam Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Frekuensi Relatif Percobaan-Percobaan Sondang

Percobaan	Hasil	Frekuensi Relatif Muncul Gambar (G)
1	G	1
2	A	$\frac{1}{2}$
3	G	$\frac{2}{3}$

Percobaan	Hasil	Frekuensi Relatif Muncul Gambar (G)
4	G	$\frac{3}{4}$
5	A	$\frac{3}{5}$

Dengan demikian, diagram garis yang sesuai untuk frekuensi relatif tersebut seharusnya ditunjukkan pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6 Frekuensi Relatif Percobaan-Percobaan Sondag

3. Subbab C Frekuensi Harapan

a. Tujuan Pembelajaran

Setelah menyelesaikan kegiatan pembelajaran dalam Subbab C, peserta didik dapat menentukan frekuensi harapan suatu kejadian.

b. Aktivitas Pembuka

Di dalam Aktivitas Pembuka, Bapak/Ibu guru dapat memulainya dengan mengajak peserta didik mengingat kembali topik yang telah dipelajari dalam subbab sebelumnya, yaitu tentang peluang empiris. Tekankan bahwa dalam menentukan peluang empiris, mereka perlu mengetahui atau melakukan percobaan. Kemudian, tanyakan pertanyaan pemantik seperti ini kepada peserta didik: Bagaimana jika kalian telah mengetahui peluang kejadiannya, tetapi kalian diminta untuk menentukan berapa kali kejadian tersebut muncul dalam percobaan yang berulang-ulang?

Setelah bertanya demikian, ajaklah peserta didik untuk mengerjakan Eksplorasi 4.10 nomor 1. Setelah itu, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan metode M13: Membandingkan dan Menghubungkan.

Di soal itu, peserta didik diminta untuk menentukan berapa kali kemunculan sisi angka jika mereka melempar undi sebuah koin sebanyak 10 kali. Melalui soal ini, diharapkan peserta didik akan memberikan jawaban yang bervariasi. Salah satu kemungkinannya, peserta didik akan lebih mengutamakan variasi. Mereka tidak dapat menduga dengan pasti karena percobaannya dilakukan secara acak. Kemungkinan lainnya, peserta didik akan menggunakan intuisinya untuk mengalikan peluang kejadian dengan banyaknya percobaan, yaitu $\frac{1}{2} \times 10 = 5$. Keberagaman jawaban tersebut memang diharapkan di aktivitas pembuka ini. Hal ini ditujukan untuk menekankan konsep variasi dalam percobaan acak dan juga konsep harapan.

Karena aktivitas ini menghargai keberagaman jawaban peserta didik, Bapak/Ibu guru perlu memberi kesempatan kepada peserta didik untuk percaya diri Ketika menyampaikan gagasannya. Ajaklah juga peserta didik lain untuk mengajukan pertanyaan terhadap gagasan peserta didik tersebut. Dengan demikian, peserta didik yang mengajukan gagasan tadi dapat merefleksikan dan mengevaluasi gagasannya sendiri.

c. Aktivitas 1

Tujuan aktivitas ini adalah agar peserta didik dapat menentukan frekuensi harapan suatu kejadian. Aktivitas ini dapat dilakukan dengan menggunakan metode M6: Diskusi Matematika Produktif. Untuk itu, mintalah peserta didik mengerjakan Eksplorasi 4.10 mulai nomor 2. Pengerjaan tersebut sebaiknya dilakukan secara berkelompok. Ketika mereka diskusi kelompok, guru perlu memantau jalannya diskusi dan memberikan bantuan seperlunya.

Eksplorasi 4.10

Menebak Munculnya Sisi Angka Sebuah Koin

Kegiatan Eksplorasi 4.10 dapat diganti dengan aktivitas pembelajaran digital. Silakan gunakan rangkaian aktivitas pembelajaran digital dengan judul "Menemukan Harapan di

dalam (Per)cobaan" yang dapat diakses di alamat <http://ringkas.kemdikbud.go.id/FrekuensiHarapan>. Jika Bapak/Ibu belum familier tentang bagaimana mengelola aktivitas pembelajaran seperti itu, Bapak/Ibu dapat menonton video tutorial berikut.

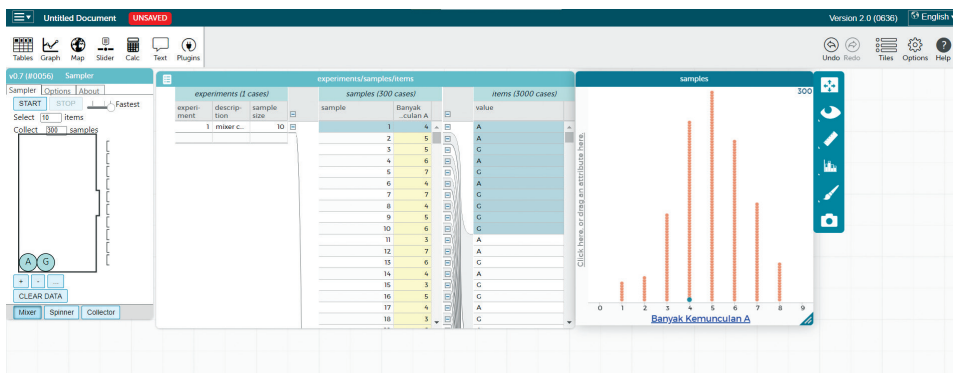
 <https://youtu.be/CDKQh011k64>

Alternatif Pembelajaran

Alternatif 2

Untuk mengilustrasikan ide tentang frekuensi harapan dengan menggunakan percobaan seperti percobaannya Putu di Eksplorasi 4.10, Bapak/Ibu dapat mengganti soal nomor 3 di eksplorasi tersebut dengan menggunakan simulasi. Simulasi tersebut dapat dilakukan dengan menggunakan CODAP, Ms. Excel, dan berbagai macam teknologi lainnya.

Untuk aplikasi CODAP (<https://codap.concord.org/app/>), Bapak/Ibu guru dapat menggunakan “Sampler” untuk membuat 300 sampel dari eksperimen lempar undi sebuah koin sebanyak 10 kali. Pemilihan sampel tersebut sebaiknya dimulai dengan kecepatan yang lambat agar peserta didik dapat melihat secara nyata simulasinya. Lambat laun, kecepatannya dapat diatur maksimal untuk menghemat waktu.



Gambar 4.7 Tangkapan Layar Simulasi di CODAP

Setelah semua sampel didapatkan, Bapak/Ibu guru dapat menampilkan grafik frekuensi diperolehnya sisi angka dalam 10 kali pelemparan koin (lihat Gambar 4.7). Dengan grafik tersebut, ajukan pertanyaan kepada peserta didik seperti ini: Berapa kali

kemunculan sisi angka dalam 10 kali pelemparan koin yang paling banyak terjadi? Arahkan jalannya diskusinya agar dapat berjalan secara produktif. Di akhir diskusi tersebut, Bapak/Ibu guru perlu menegaskan bahwa kebanyakan sisi angka muncul sebanyak 5 kali jika sebuah koin dilempar sebanyak 10 kali.

Jika Bapak/Ibu guru perlu mempelajari bagaimana penggunaan CODAP dalam melakukan simulasi eksperimen yang telah dijelaskan, Bapak/Ibu guru dapat menonton video tutorial berikut.

 <https://youtu.be/bUN6Y1vd3vM>

Video yang juga dapat ditonton peserta didik tersebut menjelaskan langkah demi langkah bagaimana melakukan simulasi dengan menggunakan CODAP.

Alternatif 2

Jika peserta didik Bapak/Ibu memiliki laptop/tablet yang terhubung internet, Bapak/Ibu dapat mengganti aktivitas Eksplorasi 4.10 dengan aktivitas pembelajaran interaktif yang berjudul “Menemukan Harapan di dalam (Per)cobaan”. Aktivitas tersebut dapat diakses melalui tautan <http://ringkas.kemdikbud.go.id/FrekuensiHarapan>.

Aktivitas interaktif tersebut selain bertujuan untuk memandu peserta didik membangun konsep frekuensi harapan, tetapi juga bertujuan untuk mengajak peserta didik memahami dua ide penting dalam peluang dan statistika, yaitu variabilitas dan ekspektasi. Untuk melakukannya, aktivitas tersebut menggunakan simulasi.

Setelah menyelesaikan Eksplorasi 4.10, mintalah dua atau lebih kelompok untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya. Setelah itu, diskusikan hasil pekerjaan tersebut dan koneksikan terhadap ide tentang frekuensi harapan. Untuk itu, setelah diskusi, mintalah peserta didik untuk membaca dan mencermati Definisi 4.4.

Setelah memahami Definisi 4.4, ajaklah peserta didik untuk mempelajari Contoh 4.7 dan mengerjakan Ayo Mencoba di contoh tersebut. Melalui kegiatan ini, peserta didik akan berlatih bagaimana menentukan frekuensi harapan suatu kejadian. Setelah selesai mengerjakan Ayo Mencoba tersebut, mintalah beberapa peserta

didik untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya. Dari presentasi tersebut, peran Bapak/Ibu guru adalah memandu jalannya diskusi dan melakukan penegasan.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 4.7

Dalam lempar undi sebuah dadu, peluang diperolehnya mata dadu bilangan-bilangan yang lebih dari tiga adalah $\frac{1}{2}$. Dengan demikian, dalam lempar undi sebanyak 300 kali, frekuensi harapan munculnya mata dadu bilangan yang lebih dari tiga adalah $\frac{1}{2} \cdot 300 = 150$.

Kegiatan selanjutnya adalah pengerjaan Ayo Bekerja Sama 4.2 secara berpasangan. Jika memungkinkan, kegiatan ini dapat dilakukan di akhir pembelajaran atau di satu pertemuan berikutnya. Jika tidak memungkinkan, kegiatan ini dapat digunakan sebagai pekerjaan rumah. Berikut ini alternatif penyelesaian untuk Ayo Bekerja Sama 4.2.



Ayo Bekerja Sama 4.2

Di aktivitas ini, peserta didik diharapkan dapat berkolaborasi dan berbagi peran dalam melakukan permainan “Gim Koin”. Di gim tersebut, peserta didik akan menggunakan pengetahuannya mengenai ruang sampel, peluang, dan frekuensi harapan untuk menganalisis permainan tersebut. Bapak/Ibu guru perlu menjelaskan aturan main gim ini secara jelas. Selain itu, Bapak/Ibu guru juga sebaiknya menyediakan alat dan bahan yang diperlukan untuk melakukan gim tersebut.

Berikut ini alternatif penyelesaian untuk tiap pertanyaan di Ayo Bekerja Sama 4.2.

1. Hal tersebut benar. Persegi A terletak 4 satuan di bawah kotak mulai pemain 1. Oleh karena itu, agar pion pemain 1 berada di persegi A, dia harus mendapatkan sisi gambar sebanyak 4 kali.
2. Setuju. Persegi B terletak 3 satuan di bawah kotak mulai pemain 1 dan 1 satuan di kiri kotak mulai pemain 1. Dengan demikian, agar pion pemain 1 sampai ke persegi B, pemain 1 tersebut perlu

mendapatkan tepat satu sisi angka. Semua kemungkinannya telah didaftar oleh Karuna, yaitu (G, G, G, A), (G, G, A, G), (G, A, G, G), dan (A, G, G, G).

3. Tabel 4.4 berikut ini menyajikan kemungkinan dan banyaknya cara agar pion pemain 1 dapat menuju persegi A, B, C, D, atau E.

Tabel 4.4 Kemungkinan dan Banyak Cara Pion Menuju Tujuan Akhir

Tujuan Akhir	Kemungkinan Kemunculan Sisi-Sisi Koin	Banyak Cara
A	(G, G, G, G)	1
B	(G, G, G, A) (G, G, A, G) (G, A, G, G) (A, G, G, G)	4
C	(G, G, A, A) (G, A, G, A) (G, A, A, G) (A, G, G, A) (A, G, A, G) (A, A, G, G)	6
D	(G, A, A, A) (A, G, A, A) (A, A, G, A) (A, A, A, G)	4
E	(A, A, A, A)	1

Berdasarkan tabel tersebut, banyaknya semua cara pion pemain 1 untuk sampai ke tujuan akhir adalah $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$.

a. $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

b. $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

c. $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

5. Frekuensi harapannya adalah $\frac{1}{8} \cdot 8 = 1$.

Penugasan lain yang sesuai di Aktivitas 1 ini adalah pengerjaan semua soal Latihan C.

Kunci Jawaban **Latihan C** Frekuensi Harapan

1. Frekuensi harapannya adalah $P(A) \cdot k$.
2. *Salah*. Ada kemungkinan frekuensi harapan sama dengan banyaknya percobaan yang dilakukan jika kejadiannya adalah kejadian pasti.
 - a. $3/8 \cdot 100 = 37,5$
 - b. $3/4 \cdot 100 = 75$
4. $28\% \cdot 75 = 21$
5. Frekuensi diperoleh sisi angka untuk data Bentang, Ulang, dan Duma adalah sebagai berikut.

Bentang	:	19
Ulang	:	25
Duma	:	21

Padahal, jika diasumsikan percobaannya acak dan peluang munculnya sisi angka $1/2$, maka banyaknya diperoleh sisi angka seharusnya $1/2 \cdot 40 = 20$. Yang paling jauh dari 20 adalah data dari Ulang. Dengan demikian, yang tidak biasa adalah data dari Ulang.

4. Subbab D Pemilihan Sampel

a. Tujuan Pembelajaran

Tujuan pembelajaran dalam Subbab D Pemilihan Sampel adalah sebagai berikut.

- Menentukan populasi dan sampel dari suatu masalah.
- Mengidentifikasi sampel yang representatif dari suatu populasi.
- Memilih sampel secara acak dari suatu populasi.

b. Aktivitas Pembuka

Tujuan aktivitas pembuka ini adalah untuk mencermati beberapa visualisasi data dengan diagram batang sebagai persiapan belajar tentang pemilihan sampel. Hal ini penting dilakukan karena penyajian data dengan diagram batang tersebut sering dilakukan di dalam pembelajaran topik pemilihan sampel. Selain itu, pengetahuan peserta didik mengenai diagram batang juga akan digunakan untuk memahami bagaimana penyajian data dengan diagram titik. Metode pembelajaran yang digunakan adalah M1: Memilih dan Menalar.

Pertama, Bapak/Ibu guru perlu menampilkan soal dalam Eksplorasi 4.11 dan mintalah peserta didik secara mandiri untuk memilih salah satu gambar (diagram batang) yang menurut mereka paling berbeda dibandingkan dengan gambar-gambar lainnya. Setelah menentukan pilihannya, peserta didik juga perlu memberikan alasan mengapa gambar yang mereka pilih berbeda dengan gambar-gambar lain.

Eksplorasi 4.11

Penyajian Data Mana yang Paling Berbeda?

Jawaban peserta didik bervariasi. Berikut ini kemungkinan alasan mereka mengapa memilih gambar a, b, c, atau d.

1. Dibandingkan dengan yang lainnya, diagram batang di nomor a menyajikan data yang ukurannya paling banyak.
2. Diagram batang di nomor b merupakan diagram batang satu-satunya yang menyajikan data dengan dua puncak. Artinya, distribusi datanya memiliki kecenderungan memusat di dua nilai.
3. Tidak seperti pada nomor b dan d, diagram batang nomor c menyajikan data yang simetris dan pusat distribusinya berada di tengah-tengah. Meskipun hal ini serupa dengan diagram batang di nomor a, tetapi di bagian b ini ukuran datanya lebih kecil.
4. Diagram batang di nomor d merupakan satu-satunya diagram batang yang menyajikan distribusi data yang tidak simetris.

Setelah setiap peserta didik menentukan pilihan dan menyiapkan alasannya, mintalah mereka untuk membagikan pemikirannya tersebut dengan temannya secara berpasangan. Di dalam pasangan tersebut, mintalah mereka untuk juga mengidentifikasi keunikan tiap-tiap gambar di Eksplorasi 4.11.

Alternatif Pembelajaran

Fokus di dalam subbab ini adalah mempelajari sampel. Untuk itu, di aktivitas pembuka, Bapak/Ibu guru dapat mengingatkan kembali materi-materi prasyarat tentang sampel, khususnya mengenai investigasi statistika. Berikut beberapa contoh pertanyaan (dan alternatif jawabannya) yang dapat digunakan.

- Apakah kalian masih ingat tentang investigasi statistika? Bagaimana melakukannya?
- (Secara umum, investigasi statistika dilakukan mulai dengan merumuskan pertanyaan, mengumpulkan data, analisis data, sampai dengan memaknai/menginterpretasi hasilnya.)
- Berikan contoh satu pertanyaan yang dapat dijawab dengan investigasi statistika! Bagaimana kalian menjawab pertanyaan tersebut.
- (Jawaban bervariasi. Variasi jawaban peserta didik selanjutnya dapat digunakan kembali di aktivitas pembelajaran berikutnya, yaitu di Aktivitas 1)

Dengan pertanyaan kedua, peserta didik diharapkan dapat mengingat dan mengilustrasikan tahapan-tahapan investigasi statistika. Selanjutnya, Bapak/Ibu perlu memfokuskan kepada salah satu tahapannya, yaitu tahapan pengumpulan data. Jelaskan pentingnya tahapan ini. Salah satu pentingnya adalah agar jawaban dari rumusan pertanyaan tidak hanya didasarkan pada asumsi dan anggapan semata, tetapi benar-benar didasarkan pada data dan fakta yang ada. Setelah itu, jelaskan bahwa fokus pembelajaran di subbab ini adalah tentang pengumpulan data.

c. Aktivitas 1

Di akhir Aktivitas 1, peserta didik diharapkan dapat menentukan populasi dan sampel dari suatu masalah. Metode pembelajaran yang dapat digunakan adalah M14: Dukungan Diskusi. Di awal aktivitas ini peserta didik diajak untuk membangun pemahaman sendiri mengenai populasi dan sampel melalui kegiatan Eksplorasi 4.12. Untuk itu, mintalah peserta didik untuk membaca dan mengerjakan kegiatan eksplorasi tersebut secara individu. Setelah itu, mintalah beberapa peserta didik untuk mengungkapkan gagasannya tentang jawaban dari kegiatan eksplorasi tersebut.

Eksplorasi 4.12 Menemukan Cara untuk Menjawab

Dua pertanyaan yang diberikan memiliki kesamaan dan perbedaan. Kesamaannya, kedua pertanyaan tersebut sama-sama menanyakan tentang waktu belajar siswa laki-laki dan perempuan. Perbedaannya, pertanyaan pertama cakupannya adalah satu sekolah sedangkan pertanyaan kedua cakupannya hanya satu kelas. Dengan demikian, pertanyaan yang lebih mudah adalah pertanyaan kedua.

Kedua pertanyaan yang diberikan dapat dijawab dengan melakukan investigasi statistika. Namun, Bapak/Ibu guru dapat memfokuskan ke pengumpulan datanya saja. Pertanyaan pertama dapat dijawab dengan mensurvei semua siswa dalam sekolah tersebut tentang waktu belajar per minggunya, sedangkan pertanyaan kedua dijawab dengan mensurvei semua siswa dalam satu kelas. Dari data yang terkumpul, kemudian dapat dianalisis kira-kira manakah yang memiliki waktu belajar per minggu lebih banyak, laki-laki atau perempuan.

Setelah itu, Bapak/Ibu perlu menghubungkan jawaban peserta didik terhadap kegiatan eksplorasi tersebut dengan konsep populasi dan sampel. Kemudian, mintalah peserta didik untuk mencermati Definisi 4.5 tentang populasi dan sampel.

Setelah peserta didik memahami konsep populasi dan sampel, mintalah mereka untuk mempelajari Contoh 4.8. Di contoh tersebut, mereka akan melihat bagaimana menentukan populasi dan sampel

dari permasalahan yang diberikan. Setelah itu, mintalah mereka untuk mengerjakan Ayo Mencoba di contoh tersebut secara individu. Pilihlah beberapa peserta didik untuk mempresentasikan dan mendiskusikan hasil pekerjaannya.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 4.8

Permasalahannya adalah menentukan rata-rata tinggi badan anak berusia 15 tahun di Indonesia. Untuk itu, populasinya adalah semua anak di Indonesia yang usianya 15 tahun. Sampel dari permasalahan ini bervariasi. Berikut ini beberapa kemungkinan sampelnya.

- Semua anak berusia 15 tahun di Provinsi Bengkulu.
- Semua anak berusia 15 tahun di Kota Gorontalo.
- Semua anak berusia 15 tahun di satu sekolah tertentu.
- Semua anak berusia 15 tahun di Indonesia yang nama depannya diawali dengan huruf Q.

Ketika peserta didik berdiskusi tentang jawaban peserta didik yang presentasi, Bapak/Ibu guru perlu memancingnya dengan bertanya tentang himpunan-himpunan yang bukan merupakan sampel dari permasalahan yang diberikan. Dengan cara seperti ini, peserta didik akan benar-benar memahami populasi dan sampel.

Penugasan yang sesuai dengan Aktivitas 1 adalah pengerjaan soal-soal Latihan D nomor 1 dan 4. Penugasan ini dapat diberikan untuk dikerjakan sebagai pekerjaan rumah.

d. Aktivitas 2

Tujuan aktivitas ini adalah agar peserta didik mampu mengidentifikasi sampel yang representatif dari suatu populasi. Aktivitas ini dapat dilakukan dengan metode M6: Diskusi Matematika Produktif. Untuk melakukannya, pertama, Bapak/Ibu guru perlu membagi kelas menjadi beberapa kelompok kecil untuk berdiskusi mengerjakan kegiatan Eksplorasi 4.13.

Eksplorasi 4.13 Memilih Sampel

1. Populasinya adalah semua siswa di sekolah tersebut.
2. Jawaban bervariasi. Meskipun demikian, Bapak/Ibu guru perlu mengantisipasi jawaban dari peserta didik. Biasanya, peserta didik akan menganggap bahwa sampel yang besar adalah sampel yang baik. Jika ada peserta didik yang memiliki pendapat demikian, pantiklah keingintahuan peserta didik tentang kebenaran hal itu dengan mengerjakan soal-soal berikutnya.
3. a. Artinya, ada dua siswa yang jarak rumahnya dengan sekolahnya 2 km.
b. Ukuran sampel Ahmad adalah 40.
c. Rata-ratanya 2,7025.
4. a. Ukuran sampel Paulina adalah 30.
b. Rata-ratanya 1,4267 (dibulatkan empat angka di belakang koma).
a. Ukuran sampel Sondang adalah 8.
b. Rata-ratanya 1,175.
5. Jawaban bervariasi. Bapak/Ibu guru dapat mengarahkan bahwa salah satu cara untuk menentukan baik tidaknya sampel adalah kedekatan rata-rata sampel tersebut dengan rata-rata populasinya. Dengan kriteria ini, sampel Paulina adalah sampel yang paling baik sedangkan sampel Ahmad tidak baik (meskipun ukurannya paling besar).
6. Di pembahasan selanjutnya, peserta didik akan mengetahui bahwa sampel yang baik adalah sampel yang distribusinya menyerupai distribusi populasinya. Dengan kriteria ini, sampel Paulina dan sampel Sondang dapat dikatakan baik meskipun ukuran kedua sampel tersebut lebih kecil daripada sampel Ahmad.

Setelah peserta didik menyelesaikan kegiatan eksplorasi tersebut, mintalah perwakilan dari beberapa kelompok untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya. Selanjutnya, Bapak/Ibu guru perlu mendiskusikan hasil pekerjaan tersebut secara klasikal dan menghubungkannya dengan konsep yang akan dipelajari, yaitu sampel representatif. Untuk itu, mintalah peserta didik untuk membaca Definisi 4.6 secara cermat. Kemudian, gunakan definisi tersebut untuk menjelaskan bahwa

sampel-sampel Paulina dan Sondang adalah contoh-contoh sampel yang representatif.

Untuk lebih memahami mengenai sampel yang representatif, ajaklah peserta didik untuk mencermati Contoh 4.9 dan mengerjakan Ayo Mencoba di dalam contoh tersebut secara individu.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 4.9

Sampel a merupakan sampel yang representatif karena distribusinya menyerupai populasinya. Distribusi sampel b tidak menyerupai populasinya sehingga sampel ini tidak representatif.

Mintalah beberapa peserta didik untuk mempresentasikan jawaban Ayo Mencoba tersebut. Setelah itu, Bapak/Ibu guru perlu mendiskusikan jawaban presenter tersebut secara klasikal dan memberikan penegasan terhadap sampel yang representatif.

Untuk keperluan penugasan yang terkait dengan Aktivitas 2 ini, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan soal-soal Latihan D nomor 2 dan 5.

e. Aktivitas 3

Tujuan Aktivitas 3 adalah memilih sampel secara acak dari suatu populasi. Untuk mencapai tujuan tersebut, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan metode pembelajaran M6: Diskusi Matematika Produktif. Kegiatan utama di aktivitas ini adalah mengajak peserta didik untuk membangun kepekaan mereka terhadap metode pemilihan sampel agar mendapatkan sampel yang representatif. Untuk melakukan hal ini, Bapak/Ibu guru perlu mengajak peserta didik secara berkelompok mengerjakan kegiatan Eksplorasi 4.14. Selama peserta didik berdiskusi dalam kelompok untuk mengerjakan eksplorasi tersebut, Bapak/Ibu guru perlu berkeliling memantau diskusinya dan memberikan bantuan seperlunya.

Eksplorasi 4.14 Membandingkan Cara Pemilihan Sampel

1. Cara pemilihan sampel a tidak menghasilkan sampel yang representatif karena akan mendapatkan data yang nilainya rendah. Cara b berpeluang besar mendapatkan sampel yang representatif karena pemilihannya acak. Artinya, setiap siswa memiliki kesempatan yang sama untuk terpilih. Dengan cara c, data yang diperoleh akan cenderung mengumpul sehingga cara ini kurang baik untuk memperoleh sampel yang representatif.
2. a. Kemungkinan besar akan diperoleh sampel yang representatif karena prosesnya acak.
b. Caranya berbeda. Cara 1b tidak memungkinkan seorang siswa terpilih lebih dari satu kali, sedangkan dengan cara guru tersebut ada kemungkinan seorang siswa terpilih lebih dari satu kali.

Setelah selesai, mintalah perwakilan dari beberapa kelompok untuk mempresentasikan jawabannya. Kemudian, ajaklah peserta didik yang lain untuk mendiskusikan jawaban tersebut. Bapak/Ibu guru kemudian perlu mengkoneksikan hasil diskusi tersebut dengan konsep sampel acak. Oleh karena itu, mintalah peserta didik untuk membaca Definisi 4.7 tentang sampel acak secara cermat.

Setelah itu, ajaklah peserta didik untuk membaca Contoh 4.10. Di contoh tersebut, mereka akan belajar berpikir kritis tentang berita di media massa yang terkait dengan pemilihan sampel. Kemudian, mintalah mereka untuk mengerjakan Ayo Mencoba di contoh tersebut secara individu.



Alternatif Penyelesaian Ayo Mencoba 4.10

Cara pemilihan sampel a akan mendapatkan peserta didik yang cenderung tinggi karena biasanya pemain bola basket memiliki tinggi badan yang tinggi. Cara b agak lebih baik daripada cara a karena pemilihannya acak. Tetapi, cara ini juga memiliki kecenderungan karena yang dipilih adalah peserta didik yang

paling senior, yaitu kelas 9. Cara c, meskipun tidak acak sempurna, berpeluang besar akan mendapatkan sampel yang representatif karena pemilihannya acak dari kelas 8, yaitu kelas tengah-tengah antara kelas 7 dan 9. Dengan demikian, urutan cara pemilihan sampel dimulai dari yang berpeluang besar mendapatkan sampel representatif adalah cara c, b, dan a.

Setelah itu, mintalah beberapa peserta didik untuk mempresentasikan hasil pekerjaannya. Kemudian, diskusikan jawaban peserta didik tadi dan berikan penegasan tentang cara mana yang paling berpeluang besar untuk mendapatkan sampel yang representatif.

Penugasan yang sesuai untuk Aktivitas 3 ini adalah pengerjaan Latihan D nomor 3 dan 6. Meskipun demikian, kedua soal tersebut juga dapat diberikan di akhir pembelajaran jika waktunya memungkinkan. Selain itu, kegiatan Ayo Mengomunikasikan 4.1 juga dapat digunakan untuk penugasan sebagai tugas rumah. Kegiatan tersebut cocoknya dikerjakan secara berkelompok.

Kunci Jawaban **Latihan D** Pemilihan Sampel

1. Sampel.
2. Representatif.
3. *Salah*. Ada kemungkinan sampel yang dipilih secara acak tidak representatif terhadap populasinya.
4. Populasinya adalah seluruh penduduk Indonesia yang berusia 12 tahun ke atas. Kemungkinan sampelnya bervariasi, misalnya seluruh penduduk Kabupaten Jayawijaya, Provinsi Papua yang usianya 12 tahun ke atas.
5. Sampel yang representatif adalah sampel a karena distribusinya serupa dengan populasinya. Sampel b tidak representatif karena data tekanan darah sistolik di sampel ini cenderung rendah.
6. Dihen seharusnya memilih cara b karena cara ini relatif lebih acak dan tidak memiliki kecenderungan.
7. Jawaban bervariasi. Jawaban benar jika semua data sampel yang direpresentasikan oleh Gambar 4.41 merupakan himpunan bagian dari populasi yang ditetapkan.
8. Peluangnya adalah $10/125$ atau $0,08$.

F. Kunci Jawaban Uji Kompetensi

Uji Pemahaman

1. *Benar.* Kejadian tersebut adalah kejadian yang mustahil.
2. *Salah.* Ada kejadian yang pasti, misalnya diperolehnya mata dadu yang lebih dari 0 dalam lempar undi satu buah dadu.
3. *Salah.* Pemerolehan mata dadu 6 bisa kurang atau lebih dari 10 kali.
4. \leq
5. $n(A)/n(S)$
6. $1 - P(B)$
7. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
8. $S = \{(A, A, A), (A, A, G), (A, G, A), (A, G, G), (G, A, A), (G, A, G), (G, G, A), (G, G, G)\}$ dan $A = \{(A, A, A), (A, A, G), (A, G, A), (G, A, A)\}$
9. $S = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4)\}$ dan $A = \{(1, 5), (2, 4), (4, 2), (5, 1)\}$
10. Kejadian mustahil karena nilai terkecil jumlah dua mata dadu adalah 2.
11. Kejadian pasti karena hanya tersedia bola merah.
12. Bukan kejadian pasti atau mustahil karena peluang kejadiannya $12/13$ yang tidak sama dengan 0 ataupun 1.
13. $7/12$
14. $37/50$
15. Grafik b karena ujung kanan grafiknya mendekati 0,7, yaitu peluang kejadian tersebut.
16. Grafik a karena ujung kanan grafiknya mendekati 0,9, yaitu peluang kejadian tersebut.
17. 2 bola merah, 13 bola kuning, dan 5 bola hijau.
18. bola biru dan 6 bola ungu.
19. 40
20. 50
21. Populasinya adalah seluruh penduduk Indonesia. Sampel yang mungkin di antaranya adalah (a) seluruh penduduk Indonesia yang tinggal di Jawa dan Bali; (b) seluruh penduduk Indonesia yang usianya 17 tahun ke atas; dan (c) 1000 penduduk Indonesia yang dipilih secara acak.

22. Populasinya adalah setiap hari di tahun 2022. Sampel yang mungkin di antaranya adalah (a) setiap hari di bulan Maret 2022; (b) tanggal 25 di setiap bulan di tahun 2022; dan 40 hari di tahun 2022 yang dipilih secara acak.
23. Sampel yang representatif adalah sampel a karena distribusinya serupa dengan distribusi populasinya.
24. Sampel yang representatif adalah sampel b karena distribusinya serupa dengan distribusi populasinya.
25. Salah satunya adalah dengan menggunakan roda putar yang dibagi menjadi 27 juring yang sama, kemudian roda putar tersebut diputar sebanyak tiga kali.
26. Salah satu caranya adalah dengan memilih dua bilangan acak dengan menggunakan komputer. Bilangan pertama merentang 1–23 yang digunakan untuk memilih halaman dan bilangan kedua merentang 1–20 yang digunakan untuk memilih ponsel nomor berapa dalam halaman yang terpilih. Misalnya, jika Karuna mendapatkan 3 dan 17, dia perlu memilih ponsel di halaman ketiga yang urutannya ke-17 di halaman tersebut. Hal tersebut dia lakukan sebanyak 40 kali.

Penerapan

27. Peluangnya $91/107$ atau sekitar 0,85.
28. Peluangnya $3/10$ atau 0,3.
29. a. Ada 6 penerbangan dari Medan ke Palembang di tanggal tersebut yang transit di Batam dan memerlukan lapor masuk (*check-in*) ulang.
 - b. $7/54$ atau sekitar 0,13.
 - c. $14/23$ atau sekitar 0,61.
30. a. $\frac{3}{4}$ atau 0,75.
 - b. $\frac{1}{4}$ atau 0,25.
31. a. Rata-ratanya Rp6.343.950,00.
 - b. Frekuensi relatifnya $11/20$.
32. Frekuensi relatifnya sekitar 0,08.

Penalaran

33. Peluangnya $\frac{1}{4}$ atau 0,25.
34. Kemungkinan besar dia akan memperoleh mata dadu dua. Ketika sebuah mata dadu dilempar undi sebanyak 5 kali dan semuanya diperoleh mata dadu dua, kemungkinan besar dadu tersebut

tidak adil. Artinya, mata dadu memiliki peluang yang lebih besar daripada mata dadu-mata dadu lainnya.

35. Dengan berdasarkan peluang teoretik, keputusan yang perlu dipilih adalah berganti pilihan tirai. Dengan memilih tirai awal, peluang menangnya hanya $\frac{1}{3}$. Jika berganti tirai, peluang menangnya menjadi $\frac{2}{3}$.
36. Tidak setuju. Dengan bertanya kepada 50% lebih dari teman-teman sekelasnya, tidak ada jaminan bahwa dia akan mendapatkan sampel yang representatif. Sebagai contoh, misalnya saja dalam satu kelas yang terdiri dari 30 peserta didik, 12 (40%) di antaranya memilih Putu sebagai ketua kelas. Ketika dia bertanya kepada 16 temannya, dia mungkin saja mendapatkan bahwa 11 (68,75%) di antaranya memilihnya sebagai ketua kelas. Persentase yang diperoleh dari populasi dan sampel tersebut sangat jauh. Hal ini menunjukkan bahwa ada kemungkinan dengan menggunakan caranya, dia mendapatkan sampel yang tidak representatif.
37. Sampel yang representatif terhadap populasinya adalah sampel 3 karena distribusi data yang disajikan lebih ke kanan. Dengan demikian, ukuran pemusatannya, yaitu rata-rata, juga akan lebih ke kanan (lebih besar).

G. Kunci Jawaban Proyek

Tujuan proyek ini adalah untuk menyelesaikan masalah dengan mengintegrasikan pengetahuan dan keterampilan mengenai peluang dan pemilihan sampel melalui pengerjaan proyek terpadu sains, teknologi, rekayasa, dan matematika. Untuk melakukannya, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan pembelajaran berbasis proyek.

Seberapa Akurat Ketapelmu?

Jawaban dan hasil pekerjaan peserta didik untuk nomor 1–3 bervariasi. Untuk menilainya, Bapak/Ibu guru dapat menggunakan sebuah rubrik penilaian. Sebagai contoh, rubrik tersebut terdiri dari beberapa kriteria berikut yang diberi skor mulai dari 1 sampai 5.

- Menggunakan konsep sains, teknologi, rekayasa, dan matematika untuk menyelesaikan masalah.
- Membuat ketapel secara cekatan dan terampil dengan alat dan bahan yang tersedia.

- Mengidentifikasi kelemahan dan kelebihan ketapel yang dibuat.
- Memperbaiki ketapel agar sesuai dengan kriteria yang ditetapkan.

Untuk nomor 4, jawaban peserta didik juga dapat beragam. Dari segi persentase, ketapel Paulina lebih baik daripada ketapel Karuna. Keakuratan ketapel Paulina adalah sekitar 83,33% sedangkan keakuratan ketapel Karuna sekitar 81,48%. Akan tetapi, banyaknya percobaan yang dilakukan oleh Karuna lebih banyak daripada percobaan Paulina. Bisa jadi, jika Paulina melakukan percobaan sebanyak percobaannya Karuna, dia mendapatkan persentase yang tidak lebih besar dari Karuna.

Sebagai catatan untuk Bapak/Ibu guru (tidak harus dijelaskan kepada peserta didik), nomor 4 dapat diselesaikan dengan menggunakan selang kepercayaan. Dengan menggunakan selang kepercayaan 90%, keakuratan ketapel Karuna terletak di antara 72,79% dan 90,18%, sedangkan ketapel Paulina terletak di antara 68,88% dan 97,78%. Hal ini menunjukkan bahwa keakuratan ketapel Paulina bisa jadi tidak lebih dari keakuratan ketapelnya Karuna.

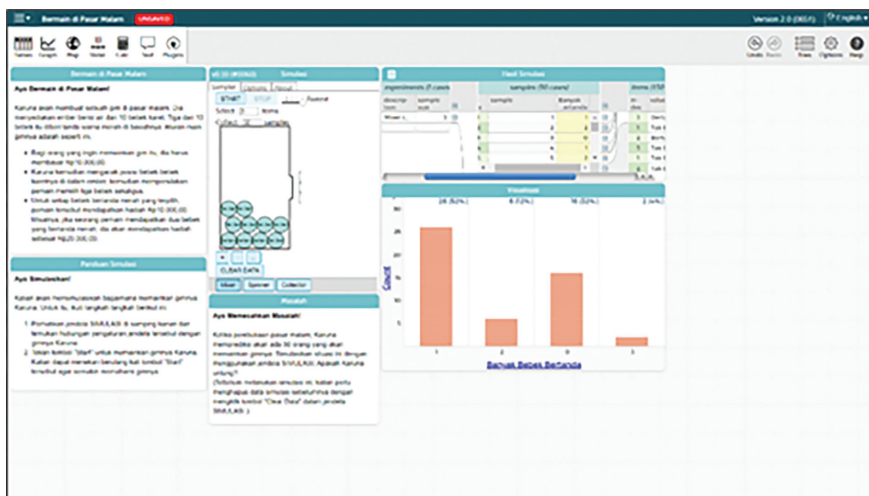
H. Pengayaan

1. Pemecahan Masalah

- a. Dengan memisalkan bebek-bebek karet yang tidak bertanda adalah B1, B2, B3, B4, B5, B6, dan B7 sedangkan bebek-bebek yang bertanda merah adalah M1, M2, dan M3, ruang sampelnya memiliki anggota yang sangat banyak, yaitu 720 anggota. Dari 720 kemungkinan tersebut, 210 kemungkinan pemain sama sekali tidak mendapatkan bebek bertanda merah, 378 kemungkinan pemain mendapatkan satu bebek bertanda merah, 128 kemungkinan pemain mendapatkan dua bebek bertanda merah, dan 6 kemungkinan pemain mendapatkan tiga bebek bertanda merah. Dari 720 kemungkinan tersebut, total pendapatan Karuna adalah 7,2 juta rupiah. Berdasarkan semua kemungkinan para pemain tersebut, total pengeluaran Karuna

adalah 6,48 juta rupiah. Jadi, teorinya, Karuna akan masih untung dengan aturan tersebut. Keuntungannya adalah Rp1.000,00 per pemain.

- b. Salah satu perangkat lunak yang dapat digunakan adalah CODAP. Gambar 4.8 berikut menyajikan contoh hasil simulasi yang dilakukan melalui CODAP. Simulasi tersebut langsung dapat dilakukan oleh peserta didik di laman <http://ringkas.kemdikbud.go.id/GimPasarMalam>



Gambar 4.8 Hasil Simulasi 50 Pemain

Dari simulasi tersebut, ada 26 pemain yang mendapatkan 1 bebek karet bertanda, 6 pemain memperoleh 2 bebek karet bertanda, dan 2 pemain mendapatkan 3 bebek bertanda. Pengeluaran Karuna berarti Rp440.000,00. Karena simulasinya untuk 50 pemain, berarti pendapatan Karuna Rp500.000,00. Dengan demikian, keuntungan totalnya Rp60.000 dan rata-rata keuntungan per pemainnya adalah Rp1.200,00.

- c. Jawaban bervariasi. Akan tetapi, perlu dipastikan bahwa saran tersebut dapat digunakan agar Karuna tetap memperoleh keuntungan.

I. Refleksi Guru

Di akhir pembelajaran Bab 4 Peluang dan Pemilihan Sampel, Bapak/Ibu Guru perlu merefleksikan kegiatan pembelajaran yang telah dilakukan. Refleksi ini dimaksudkan agar Bapak/Ibu guru dapat mengambil pelajaran berharga dalam pembelajaran tersebut dan merencanakan aksi untuk perbaikan di pembelajaran berikutnya.

Berikut ini beberapa pertanyaan panduan yang dapat Bapak/Ibu guru gunakan untuk melakukan refleksi.

1. Di dalam pembelajaran Bab 4 Peluang dan Pemilihan Sampel, peristiwa apa yang Bapak/Ibu refleksikan? Siapa saja yang terlibat dalam peristiwa tersebut? (Peristiwa tersebut misalnya berupa pengalaman dalam memandu aktivitas eksplorasi; pengalaman menanggapi pemikiran dan miskonsepsi peserta didik; pengalaman memandu jalannya diskusi dalam kelompok kecil atau secara klasikal; dan pengalaman-pengalaman lainnya.)
2. Bagaimana perasaan dan pikiran Bapak/Ibu pada saat peristiwa tersebut terjadi? Bagaimana perasaan dan pikiran Bapak/Ibu setelah peristiwa tersebut terjadi?
3. Bagaimana reaksi Bapak/Ibu pada saat peristiwa tersebut terjadi? Kira-kira, bagaimana reaksi orang lain terhadap peristiwa tersebut? Apakah ada hal-hal baik yang sudah terjadi dalam pengalaman tersebut? Apakah ada hal-hal yang masih bisa diperbaiki lagi ke depannya?
4. Mengapa beberapa hal telah berjalan dengan baik? Mengapa beberapa hal lainnya masih perlu diperbaiki?
5. Pelajaran berharga apa yang telah Bapak/Ibu dapatkan? Bagaimana caranya agar pembelajaran yang telah dilakukan dapat lebih baik lagi? Kemampuan apa yang perlu Bapak/Ibu kembangkan lagi agar dapat menghadapi situasi tersebut dengan lebih baik lagi?
6. Jika Bapak/Ibu menghadapi situasi yang sama ke depannya, apa yang akan Bapak/Ibu lakukan dengan cara yang berbeda? Bagaimana Bapak/Ibu mengembangkan kemampuan untuk menghadapi situasi tersebut?

Glosarium

Berpikir kritis Berpikir kritis merupakan kemampuan seseorang untuk mengolah informasi yang diterimanya, menemukan koneksi antarinformasi yang diterimanya, menganalisis dan mengevaluasi informasi tersebut untuk membuat sebuah kesimpulan dan inferensi.

Common Online Data Analysis Platform (CODAP) CODAP merupakan perangkat lunak pendidikan berbasis web yang dapat digunakan secara gratis untuk melakukan analisis data. Perangkat lunak ini memiliki alamat di <https://codap.concord.org/app/>.

Desmos Desmos merupakan platform atau layanan yang menawarkan berbagai macam sarana matematika (kalkulator grafik, kalkulator ilmiah, kalkulator empat fungsi, kalkulator matriks, dan sarana geometri), aktivitas matematika digital, dan kurikulum untuk memfasilitasi peserta didik belajar tingkat tinggi secara menyenangkan melalui web atau aplikasi iOS dan Android. Beranda Desmos dapat diakses di alamat <https://www.desmos.com/>.

GeoGebra GeoGebra merupakan salah satu perangkat lunak matematika yang menggabungkan geometri, aljabar, dan kalkulus sebagai alat bantu dalam pembelajaran matematika.

Gotong royong Gotong royong merupakan kemampuan melakukan pekerjaan secara bersama-sama atau berkolaborasi dan sukarela agar tujuannya dapat tercapai dengan lancar, mudah, dan ringan.

Komunikasi Di dalam pembelajaran matematika, komunikasi merupakan kemampuan peserta didik untuk mengorganisasi, mengkonsolidasi, dan menyampaikan pemikiran matematisnya kepada orang lain; kemampuan untuk menganalisis dan mengevaluasi pemikiran matematis dan strategi orang lain; serta kemampuan untuk menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematis secara akurat.

Kreatif Kreatif merupakan kemampuan seseorang untuk mengembangkan sesuatu yang orisinal dan berdampak.

Mandiri Di dalam pembelajaran, seorang peserta didik dikatakan mandiri jika dia bertanggung jawab terhadap proses dan hasil belajarnya sendiri.

Pelajar Pancasila Pelajar Pancasila merupakan pelajar Indonesia yang memiliki karakteristik belajar sepanjang hayat, berkompeten, dan berperilaku sesuai nilai-nilai Pancasila.

Profil Pelajar Pancasila Profil Pelajar Pancasila merupakan kompetensi-kompetensi yang dimiliki oleh pelajar Pancasila.

Daftar Pustaka

- Anton, Howard, Chris Rorres, dan Anton Kaul. *Elementary Linear Algebra, Applications Version*. 12th ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2019.
- As'ari, Abdur Rahman, Mohammad Tohir, Erik Valentino, Zainul Imron, dan Ibnu Taufiq. *Matematika Kelas VIII Semester 1. SIBI - Sistem Informasi Perbukuan Indonesia*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud, 2017. <https://buku.kemdikbud.go.id/book/detail/Matematika-Kelas-VIII-Semester-1>.
- Bakker, Arthur, Monica Wijers, dan Gail Burrill. "Second Chance." Essay. Dalam *Mathematics in Context*, disunting oleh Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute. Chicago, IL: Encyclopædia Britannica, Inc., 2006.
- Bertsekas, Dimitri P., dan John N. Tsitsiklis. *Introduction to Probability*. 2nd ed. Belmont, MA: Athena Scientific, 2008.
- Black, Keith, Ryan, Alison, Haese, Michael, Haese Robert, Haese, Sandra, Humphries, Mark. *IGCSE Cambridge International Mathematics*. Adelaide: Haese & Haris Publication, 2009.
- Binkley, Marilyn, Ola Erstad, Joan Herman, Senta Raizen, Martin Ripley, May Miller-Ricci, dan Mike Rumble. "Defining Twenty-First Century Skills." Essay. Dalam *Assessment and Teaching of 21st Century Skills*, disunting oleh Patrick Griffin, Barry McGaw, and Esther Care, 17–66. Educational Assessment in an Information Age. Dordrecht: Springer, 2012.
- Bonn, Tamara V. "Discovering and Applying Geometric Transformations: Transformations to Show Congruence and Similarity," 2015.
- Facione, Peter A. *Critical Thinking: A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction (The Delphi Report)*. Millbrae, CA: California Academic Press, 1990.
- Kristanto, Yosep Dwi, dan Russasmita Sri Padmi. *Super Modul Matematika SMP/MTs Kelas VII, VIII, IX*. Jakarta: Gramedia Widiasarana Indonesia, 2018.
- Kristanto, Yosep Dwi. "Pelatihan Desain Aktivitas Pembelajaran Matematika Digital Dengan Menggunakan Desmos." *Jurnal Pengabdian Kepada Masyarakat* 27, no. 3 (2021): 192–99.
- Kristanto, Yosep Dwi. *Metode Statistik: Jilid 1*. Yogyakarta: PT Kanisius, 2021.
- NCTM. *Principles Standards and for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- Nugroho H, dkk. *Matematika untuk SMP Kelas VIII*. Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional, 2009.
- Pusat Asesmen dan Pembelajaran, Aryadi Wijaya, dan Sofie Dewayani. *Framework Asesmen Kompetensi Minimum (AKM)*. Jakarta: Pusat Asesmen dan Pembelajaran, Badan Penelitian, Pengembangan dan Perbukuan, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2021.

- Setiawan dan Widdiharto R. *Kapita Selekta Pembelajaran Aljabar Kelas VIII SMP*. Yogyakarta: PPPPTK, 2009.
- Soebagyo J. *Matematika Teknik Aljabar Linear dan Matriks*. Bandung: Manggu Makmur Tanjung Lestari, 2020.
- Smith, Margaret S., dan Mary Kay Stein. *Five Practices for Orchestrating Productive Mathematical Discussion*. 2nd ed. Reston, VA: NCTM, 2018.
- Spence L, Insel A, Friedberg S. *Elementary Linear Algebra a Matrix Approach*. England: Pearson Education Limited, 2014.
- Sullivan, Patrick. "Using CODAP to Grow Students' Probabilistic Reasoning." *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12* 115, no. 4 (April 2022): 283–93. <https://doi.org/10.5951/mtlt.2021.0103>.
- Swokowski E. W, Cole J. A. *Algebra and Trigonometry with Analytic Geometry, Classic Twelfth Edition*, 2010.
- Yang, Der-Ching, dan Iwan Andi Jonri Sianturi. "The Earliest Teaching and Learning of Probability in Singapore, the US, and Indonesia from the Perspectives of Textbooks Analysis." *Irish Educational Studies* 38, no. 4 (September 14, 2019): 535–59. <https://doi.org/10.1080/03323315.2019.1664313>.
- Wu, Hung-Hsi. Ms. *Teaching Geometry According to the Common Core Standards*, 2013.
- Yohannes, Abeyayehu, dan Hsiu-Ling Chen. "GeoGebra in Mathematics Education: A Systematic Review of Journal Articles Published from 2010 to 2020." *Interactive Learning Environments*, December 19, 2021, 1–16. <https://doi.org/10.1080/10494820.2021.2016861>.
- Zwiers, Jeff, Jack Dieckmann, Sarah Rutherford-Quach, Vinci Daro, R. Skarin, Steven Weiss, dan James Malamut. *Principles for the design of mathematics curricula: Promoting language and content development*, 2017. <https://ul.stanford.edu/resource/supporting-ells-mathematics>.

Sumber Laman

- <https://www.desmos.com/calculator/mjzzlqcckl?lang=id>. "Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel". Diakses pada 3 Juli 2022.
- <https://buku.kemdikbud.go.id/katalog/Matematika-Kelas-VIII-Semester-1> "Buku Siswa Matematika untuk SMP/ MTs Kelas VIII Semester I". Diakses pada 27 Mei 2022.
- <https://sumber.belajar.kemdikbud.go.id/#!/Content/Home/Details/d52fa05d6a894104aabca282ef6a4730> "Sistem Persamaan Linear Dua Variabel". Diakses pada 8 Juni 2022.
- <https://im.kendallhunt.com/MS/students/3/4/10/index.html> "Linear Equations and Linear System". Diakses pada 29 Mei 2022.
- <https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/3/4/index.html>
- "Linear Equations and Linear System". Diakses pada 12 Juni 2022.

Index

B

Balok 101, 109
Bilangan 3, 37, 37, 38, 39, 40, 42,
267, 274, 259, ix, 274, 40
bilangan bulat 37, 38, 39, 207
bilangan cacah 37, 39, 69
Bola 132, 133, 142

C

CODAP 245, 246, 262

D

Desmos 22, 23, 24, 264, 265, 267
Dilatasi 149, 152, 194, 195, 196,
197, 198, 199

F

Frekuensi harapan 213
Frekuensi relatif 213, 236, 239,
242

G

Geogebra 156, 273
Geometri viii, 4, 8, 146, 203, 204,
, 274
Gotong royong 264, 267
Grafik , ix, ix, 28, 38, 23, 79, 80, 40,
267, 40, 42, 46, 47, 51, 61, 62,
72, 258

J

Jaring-jaring 83, 88, 97, 98, 106,
128, 130, 267

K

Kejadian 206, 227, 228, 241, 242,
257, 258, 267

Kerucut 96, 129, 133, 136, 137,
141, 267

Kongruen 191, 193, 267
Kreatif 9, 55, 147, 148, 149, 170,
208, 210, 211, 223, 228, 229
Kubus 97, 101, 107, 108, 109, 267

L

Limas 96, 104, 111, 267
Lingkaran 85, 90, 113, 115, 120,
122, 123, 133, 220
Luas permukaan 103, 104, 105,
106, 133, 134, 135, 136, 142

M

Mandiri 208, 209, 210
Metode campuran 31
Metode eliminasi 31, 68
Metode grafik 31
Metode substitusi 31

P

Pelajar pancasila 267
Peluang viii, 5, 8, 205, 206, 208,
212, 213, 215, 216, 227, 229,
231, 232, 235, 237, 241, 257,
263
Percobaan 212, 215, 230, 235, 242,
243
persamaan linear 2, 4, 6, 28, 29,
30, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39,
40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48,
49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 57, 58,
60, 61, 62, 64, 66, 68, 69, 70, 71,
78, 79
Persamaan linear 31, 36

Populasi 206, 214
Prisma 96, 101, 109, 137

R

Refleksi 11, 144, 146, 148, 150,
160, 161, 162, 163, 164, 165,
166, 167, 168, 169, 170, 171,
172, 173, 174, 175, 178, 200,
201, 263, 203, 167

Rotasi 146, 148, 151, 175, 176, 177,
178, 180, 181, 182, 200

Ruang sampel 223

Rotasi viii, 148, 150, 153, 179, 180,
181, 182, 183, 184, 185, 186,
204

Ruang sampel 227

S

Sampel viii, 8, 205, 210, 214, 215,
223, 231, 249, 252, 253, 254,
255, 256, 257, 258, 259, 260,
263

Sumbu x 162, 163, 164, 166, 173,
174

Sumbu y 162, 163, 164, 165, 173,
174

T

Tabung 96, 97, 128, 129, 133, 135,
141, 268

Translasi 146, 147, 150, 153, 154,
155, 156, 157, 158, 159, 184,
201

V

Variabel vii, 6, 28, 29, 33, 34, 36,
40, 43, 45, 80, 266, 268

Volume 86, 91, 107, 108, 111, 112,
113, 114, 129, 131, 134, 135,
136, 137, 138, 139, 140, 141,
142, 143

Profil Pelaku Perbukuan

Profil Penulis 1

Nama Lengkap : Yosep Dwi Kristanto, M.Pd.
Email : yosepdwikristanto@usd.ac.id
Instansi : Universitas Sanata Dharma
Alamat Instansi : Jl. Affandi, Mrican, Caturtunggal,
Depok, Sleman, DIY
Bidang Keahlian : **Pendidikan Matematika**



Riwayat Pekerjaan/Profesi

Dosen Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta (2016 – sekarang)

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar

1. S2: Program Pascasarjana/Pendidikan Matematika/Universitas Negeri Surabaya (2013 – 2015)
2. S1: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam/Pendidikan Matematika/Universitas Negeri Malang (2008 – 2012)

Judul Buku dan Tahun Terbit

1. Buku Siswa Matematika Tingkat Lanjut untuk SMA kelas XI. Penerbit Pusat Perbukuan Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi, tahun 2021
2. Buku Guru Matematika Tingkat Lanjut untuk SMA kelas XI. Penerbit Pusat Perbukuan Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi, tahun 2021
3. Metode Statistik: Jilid 1 (2021)
4. Metode Statistik: Jilid 2 (2021)
5. Super Modul Matematika SMP/MTs Kelas VII, VIII, IX (2018)
6. Aljabar dan Trigonometri (2017)
7. Matematika Langkah Demi Langkah untuk SMA/MA Kelas X (2016)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit

1. Towards a mathematics textbook for supporting 21st century learning: The student perspective (2020)
2. Using network analysis for rapid, transparent, and rigorous thematic analysis: A case study of online distance learning (2020)
3. Listening to the student voice on emergency remote teaching during the pandemic crisis (2020)
4. Development and validation of a test instrument to measure pre-service mathematics teachers' content knowledge and pedagogical content knowledge
5. Technology-enhanced pre-instructional peer assessment: Exploring students' perceptions in a Statistical Methods course (2018)

Portofolio selengkapnya dapat dilihat di laman <http://people.usd.ac.id/~ydkristanto/>.

Profil Penulis 2

Nama Lengkap : Muhammad Taqiyuddin
Email : taqimathed@gmail.com
Instansi : University of Auckland
Alamat Instansi : Selandia Baru
Bidang Keahlian : **Pendidikan Matematika**



Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Curruculum Specialist, Sekolah.mu, 2022
2. Asisten Dosen, 2020-2021
3. Guru Matematika Sekolah Menengah, 2016-2019

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar

1. S3, 2021-Sekarang, Pendidikan Matematika, University of Auckland, Selandia Baru
2. S2, 2019-2021, Pendidikan Matematika, University of Georgia, Amerika Serikat
3. S1, 2012-2016, Pendidikan Matematika, Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Buku Siswa Matematika Tingkat Lanjut untuk SMA kelas XI. Penerbit Pusat Perbukuan, Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi, tahun 2021
2. Buku Guru Matematika Tingkat Lanjut untuk SMA kelas XI. Penerbit Pusat Perbukuan, Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi, tahun 2021

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

[Google Scholar ID: 6drbwHQAAAA]

1. Pre-service teachers' operative and figurative actions: The case of one-variable inequality (2021)
2. Analisis buku matematika kurikulum 1975 dan kurikulum 2013 (2020)
3. A Note on Inclusion Properties of Weighted Orlicz Spaces (2020)
4. Analisis Buku Matematika Sekolah Menengah Atas Pada Topik Turunan (2019)
5. Telaah buku matematika Indonesia pada topik pertidaksamaan matematika (2018)
6. Inclusion properties of Orlicz spaces and weak Orlicz spaces generated by concave functions (2018)
7. Analysis of junior high school students' attempt to solve a linear inequality problem (2017)
8. Miskonsepsi siswa sekolah menengah pertama pada topik pertidaksamaan linear satu variabel (2017)

Profil Penulis 3

Nama Lengkap : Elyda Yulfiana, S.Pd.
Email : elydayulfiana@gmail.com
Instansi : SMA Negeri 7 Yogyakarta
Alamat Instansi : Jl. MT. Haryono No.47,
Suryodiningratan, Kec. Mantrijeron,
Kota Yogyakarta, Daerah Istimewa
Yogyakarta
Bidang Keahlian : **Guru Matematika**



Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir):

1. Guru matematika di SMP Negeri 2 Jetis Bantul (2016)
2. Guru matematika di SMA Negeri 7 Yogyakarta (2018 – sekarang)

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar:

1. Pendidikan Profesi Guru/ Universitas Sanata Dharma Yogyakarta (2018)
2. S1: Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan/ Pendidikan Matematika/ Universitas Sarjanawiyata Tamansiswa Yogyakarta (2012 - 2016)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Siswa Matematika Tingkat Lanjut untuk SMA kelas XI. Penerbit Pusat Perbukuan, Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi, tahun 2021
2. Buku Guru Matematika Tingkat Lanjut untuk SMA kelas XI. Penerbit Pusat Perbukuan, Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi, tahun 2021
3. Yulfiana, E. (2018). Jalan Menuju Guru yang Mencintai Anak Didik dan Murah Hati. In Eko Budi Santoso (Ed.), Jalan Menuju Guru Matematika yang Mencintai Anak Didik dan Profesinya (pp. 77-86). Yogyakarta: Sanata Dharma University Press.

Profil Penulis 4

Nama Lengkap : Indra Rukmana, M.Si.
Email : indra.math@raudhatuljannah.or.id
Instansi : SMAIT Raudhatul Jannah Cilegon
Alamat Instansi : Grand Cilegon Residence, Kel.
Cibeber Barat, Kec. Cibeber, Kota
Cilegon, Banten, 42423



Bidang Keahlian : **Guru Matematika**

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir):

1. Guru matematika di SMPIT Raudhatul Jannah Cilegon (2017 – 2019)
2. Guru matematika di SMAIT Raudhatul Jannah Cilegon (2022 – sekarang)

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar:

1. S1 : Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam / Matematika Analisis / Universitas Pendidikan Indonesia (2009 – 2013)
2. S2 : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam / Matematika Analisis / Institut Teknologi Bandung (2014 – 2016)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

Fatimah, S., Masta, A.A., Al Hazmy, S., Kustiawan, C., Rukmana, I. (2021). Discrete Orlicz-Morrey spaces and their inclusion properties. *Journal of Engineering Science and Tecnology*, 16(3), pp. 2018-2027

Profil Penelaah 1

Nama : Sugiman
Email : sugiman@uny.ac.id
Instansi : Universitas Negeri Yogyakarta
Alamat Instansi : Jl. Colombo No. 1 Yogyakarta
Bidang Keahlian : **Pendidikan Matematika**



Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir):

Dosen Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta (1991-sekarang)

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar:

1. S1: Pendidikan Matematika di IKIP Yogyakarta (1984-1989)
2. S2: Matematika di ITB (1995-1997)
3. S3: Pendidikan Matematika (2007-2010)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Matematika untuk SMP Kelas VII. Pusat Kurikulum dan Perbukuan. ISBN 978-602-244-514-2. (Penyadur dari Buku Tim Gakko Tosho tahun 2021)
2. Desain Pembelajaran Matematika untuk Melatihkan Higher Order Thinking Skills. UNY Press. ISBN:978-602-6338-22-8 (Penyusun Buku)
3. Kalkulus Lanjut Berbantuan Geogebra. UNY Press. ISBN:978-602-498-001-6 (Penyusun Buku)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

Artikel ilmiah yang telah terbit dapat dibuka <https://sinta.kemdikbud.go.id/authors/profile/6004246>

Profil Penelaah 2

Nama : Dr. Drs. Sugi Guritman
Email : sugigu@apps.ipb.ac.id
Instansi : Dept. Matematika FMIPA – IPB.
Alamat Instansi : Jln. Meranti, Kampus IPB Dramaga,
Bogor.
Bidang Keahlian : Teori Koding, Kriptografi, dan
Komputasi Aljabar.



Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir):

Dosen

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar:

1. Sarjana Matematika, UGM Yogyakarta, 1990.
2. Doktor Computational Methods, Delft University of Technology, Belanda, 2000.

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Matematika Diskret (Diktat Kuliah, Rev. 2020).
2. Geometri Analitik (Diktat Kuliah, Rev. 2020).
3. Pengantar Kriptografi (Diktat Kuliah, Rev. 2014).
4. Aljabar Linaer S2 (Lecture Notes, Rev. 2018).
5. Aljabar Bilangan dan Aplikasinya (Draf Buku Pengayaan, Topik: Struktur Aljabar dan Teori Bilangan).

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

Mengacu ke Google Scholar:

https://scholar.google.com/citations?view_op=new_articles&hl=id&imq=Sugi+Guritman#.

Profil Ilustrator

Nama : Ali Shandy Ramadhan
Email : alishandy6@gmail.com
Instansi : -
Alamat Instansi : -
Bidang Keahlian : **Ilustrasi.**



Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir):

Freelance

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar:

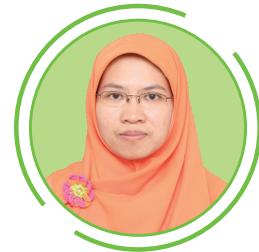
DKV ITS 2006

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

--

Profil Penyunting

Nama : Wahyu Setyaningrum
Email : wahyu_setyaningrum@uny.ac.id
Instansi : Universitas Negeri Yogyakarta
Alamat Instansi : Jl. Colombo No 1 Karangmalang
Yogyakarta
Bidang Keahlian : **Pendidikan Matematika.**



Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir):

1. Dosen Pendidikan Matematika, UNY (2003 – Sekarang)
2. Reviewer Buku (2016 – Sekarang)

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar:

1. S1 Pendidikan Matematika, UNY (1999 – 2003)
2. S2 *Mathematics and Science Education*, Monash University - Australia (2006 – 2009)
3. S3 Doctor of Philosophy, University of Dundee – UK (2011 – 2016)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

Media Pembelajaran Matematika (2013)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

Mengacu ke Google Scholar:

<https://scholar.google.co.id/citations?user=q-xFVuUAAAAJ&hl=en>

Profil Desainer

Nama : Suhardiman
Email : aksanst@gmail.com
Bidang Keahlian : **Layouter**

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir):

D3 Teknik Komputer, IAI-LPKIA Bandung (1992—1995).

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar:

1. Image Setter, PT. Mustika Rajawali Bandung (2004—2008).
2. Setter, Ragam Offset (2009—2010).
3. Freelancer (2010—sekarang).