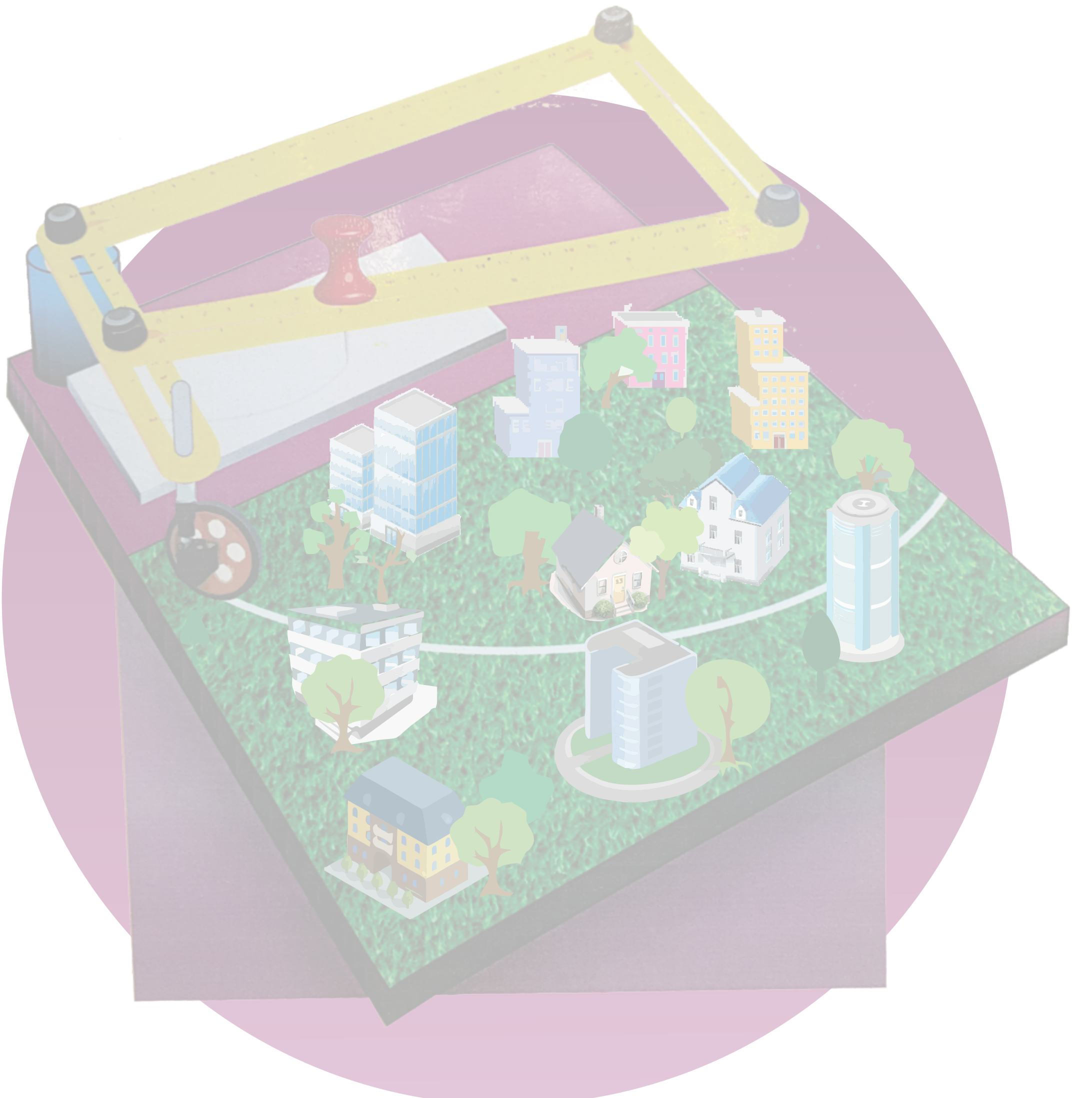
KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
BADAN STANDAR, KURIKULUM, DAN ASESMEN PENDIDIKAN
PUSAT PERBUKUAN

Buku Panduan Guru
Matematika
Sekolah Menengah Pertama



TIM GAKKO TOSHO
2022

SMP Kelas IX

Buku Panduan Guru Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Judul Asli: Mathematics for Junior High School - Teacher's Guide Book 3rd

Penulis
Tim Gakko Tosho

Chief Editor
Masami Isoda

Penerjemah
Abigail Indriana Minanga, Tatat Haryati
Penyadur
Wahyu Setyaningrum dan Sukarman

Penelaah
Budi Poniman, Iva Sarifah, dan Yudi Satria

Penyelia/Penyelaras
Supriyatno
Singgih Prajoga
Erlina Indarti
Eko Budiono
Wuri Prihantini
Berthin Sappang

Ilustrator
Kuncoro Dewojati dan Moch. Isnaeni

Fotografer
Denny Saputra, Dewi Pratiwi

Editor
Drajat

Desainer
Yuda Arliandi

Penerbit
Pusat Perbukuan
Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan
Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Komplek Kemdikbudristek Jalan RS. Fatmawati, Cipete, Jakarta Selatan
Cetakan pertama, 2022
ISBN 978-602-244-516-6 (Jilid lengkap)
ISBN 978-602-244-836-5 (Jilid 3)
Isi buku ini menggunakan huruf Linux Libertine 10/13 pt., Philipp H. Poll.
xviii, 302 hlm: 21 x 29,7 cm.

KATA PENGANTAR

Pusat Perbukuan; Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan; Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi memiliki tugas dan fungsi mengembangkan buku pendidikan pada satuan Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah. Buku yang dikembangkan saat ini mengacu pada Kurikulum Merdeka, dimana kurikulum ini memberikan keleluasaan bagi satuan/program pendidikan dalam mengembangkan potensi dan karakteristik yang dimiliki oleh peserta didik. Pemerintah dalam hal ini Pusat Perbukuan mendukung implementasi Kurikulum Merdeka di satuan pendidikan Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah dengan mengembangkan Buku Teks Utama.

Buku teks utama merupakan salah satu sumber belajar utama untuk digunakan pada satuan pendidikan. Adapun acuan penyusunan buku teks utama adalah Capaian Pembelajaran PAUD, SD, SMP, SMA, SDLB, SMPLB, dan SMALB pada Program Sekolah Penggerak yang ditetapkan melalui Keputusan Kepala Badan Penelitian dan Pengembangan dan Perbukuan Nomor 028/H/KU/2021 Tanggal 9 Juli 2021. Sajian buku dirancang dalam bentuk berbagai aktivitas pembelajaran untuk mencapai kompetensi dalam Capaian Pembelajaran tersebut. Dalam upaya menyediakan buku-buku teks utama yang berkualitas, selain melakukan penyusunan buku, Pusat Perbukuan juga membeli hak cipta atas buku-buku teks utama dari Penerbit asing maupun buku-buku teks utama dari hasil hibah dalam negeri, untuk disadur disesuaikan dengan Capaian Pembelajaran/Kurikulum yang berlaku. Buku ini digunakan pada satuan pendidikan pelaksana implementasi Kurikulum Merdeka.

Sebagai dokumen hidup, buku ini tentu dapat diperbaiki dan disesuaikan dengan kebutuhan serta perkembangan keilmuan dan teknologi. Oleh karena itu, saran dan masukan dari para guru, peserta didik, orang tua, dan masyarakat sangat dibutuhkan untuk pengembangan buku ini di masa yang akan datang. Pada kesempatan ini, Pusat Perbukuan menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah terlibat dalam penyusunan buku ini, mulai dari penulis, penelaah, editor, ilustrator, desainer, dan kontributor terkait lainnya. Semoga buku ini dapat bermanfaat khususnya bagi peserta didik dan guru dalam meningkatkan mutu pembelajaran.

Jakarta, Juni 2022
Kepala Pusat,

Supriyatno
NIP 19680405 198812 1 001

Prakata

Seri "Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama" yang diterbitkan GAKKO TOSHO.Co.LTD, Tokyo-Japan bertujuan untuk mengembangkan peserta didik belajar matematika oleh dan untuk diri mereka sendiri dengan pemahaman yang komprehensif, apresiasi, dan perluasan lebih lanjut dalam penerapan matematika. Penemuan matematika adalah harta berharga matematikawan dan kadang-kadang aktivitas heuristik seperti itu dianggap bukan masalah belajar peserta didik di kelas, karena seseorang percaya bahwa hanya orang-orang hebat yang dapat menemukannya. Seri buku teks ini memberikan terobosan untuk kesalahpahaman anggapan ini dengan menunjukkan kepada peserta didik untuk memahami konten pembelajaran baru dengan menggunakan matematika yang telah dipelajari sebelumnya.

Untuk tujuan ini, buku-buku pelajaran dipersiapkan untuk pembelajaran di masa depan serta merenungkan dan menghargai apa yang dipelajari peserta didik sebelumnya. Pada buku teks ini, setiap bab memberi dasar yang diperlukan untuk pembelajaran kemudian. Pada setiap kali belajar, jika peserta didik belajar matematika secara berurutan, mereka dapat membayangkan beberapa ide untuk tugas/masalah baru yang tidak diketahui berdasarkan apa yang telah mereka pelajari. Jika peserta didik mengikuti urutan buku ini, mereka dapat menyelesaikan tugas/masalah yang tidak diketahui sebelumnya, dan menghargai temuan baru, temuan dengan menggunakan apa yang telah mereka pelajari.

Dalam hal, jika peserta didik merasa kesulitan untuk memahami konten pembelajaran saat ini di buku teks, itu berarti bahwa mereka kehilangan beberapa ide kunci yang terdapat dalam bab dan/atau kelas sebelumnya. Jika peserta didik meninjau isi pembelajaran yang ditunjukkan dalam beberapa halaman di buku teks sebelum belajar, itu memberi mereka dasar yang diperlukan untuk membuat belajar lebih mudah. Jika guru hanya membaca halaman atau tugas untuk mempersiapkan pembelajaran besok hari, mungkin akan salah memahami dan menyalahi penggunaan buku teks ini karena tidak menyampaikan sifat dasar buku teks ini yang menyediakan urutan untuk memberi pemahaman di halaman atau kelas sebelumnya.

"Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama" menyediakan komunikasi kelas yang kaya di antara peserta didik. Memahami orang lain tidak hanya isi pembelajaran matematika dan pemikiran logis, tetapi juga konten yang diperlukan untuk pembentukan karakter manusia. Matematika adalah kompetensi yang diperlukan untuk berbagi gagasan dalam kehidupan kita di Era Digital AI ini. “Bangun argumen yang layak dan kritik nalar orang lain (CCSS.MP3, 2010)” tidak hanya tujuan di AS, tetapi juga menunjukkan kompetensi yang diperlukan untuk komunikasi matematika di era ini. Chief Editor percaya bahwa buku teks yang diurutkan dengan baik ini memberikan kesempatan untuk komunikasi yang kaya di kelas pembelajaran matematika di antara peserta didik.

November, 2019
Prof. Masami Isoda
Director of Centre for Research on International
Cooperation in Educational Development (CRICED)
University of Tsukuba, Japan

Kesebangunan

Kastil Kumamoto dan modelnya, Matryoshka, Shureimon dan modelnya, Tohoku Shinkansen Hayabusa dan modelnya, dll terkait dengan "Bab 5 Kesebangunan".

1. Kuil Itsukushima Sangaku (Kota Hatsukaichi, Prefektur Hiroshima)

Kuil Itsukushima merupakan situs warisan dunia di kota Miyajima yang terkenal sebagai Aki no Miyajima".

Dikatakan bahwa sangaku didedikasikan oleh Chizo Mikami, Yoshikatsu Fujita, dan Masanori Kuwahara, yang belajar dari ahli matematikawan Yoshinori Hiyama di Hiroshima. Yoshinori Hiyama dikatakan sebagai orang yang belajar dari Asada Goryu di Osaka dan membantu survei yang dilakukan Ino Tadataka di atas

Sangaku

Sangaku adalah soal yang ditulis dalam Ema (potongan kayu harapan bergambar kuda) berkembang dan didedikasikan untuk tempat suci dan kuil. Banyak sangaku yang berhubungan dengan bidang geometri yang didedikasikan bukan hanya oleh matematikawan tetapi juga para peminat matematika. Saat ini dikatakan terdapat sekitar 1000 soal (sekitar 400 soal di antaranya dibuat pada zaman Edo).

Ino Tadataka (1745-1818)

Pada pertengahan zaman Edo, seorang penguasa Sawara (Kota Karori Provinzi Chiba) bernama Ino Tadataka adalah orang pertama yang berhasil menyelesaikan peta Jepang dengan ukuran sebenarnya dalam kurun waktu 16 tahun setelah ia pensiun pada usianya ke-50 tahun. Ia menggunakan kuadran, seperti ditunjukkan dalam foto untuk mengukur garis lintang bumi. Peralatan yang digunakannya saat itu dipamerkan di "Ino Tadataka Hall" di dekat kediaman lamanya.

Ada sekitar 400 peta yang dibuat oleh Ino Tadataka dan menjadi prototipe dari sebagian besar peta Jepang yang dibuat pada zama Meiji.

Metode survey bukanlah metode khusus, metode ini sama dengan pengukuran wilayah kosong dan pemukiman dan merupakan metode yang dapatmengukur wilayah dengan cermat. Secara aktual dilakukan dengan membagi garis pantai menjadi serangkaian garis lurus, dengan menggunakan Brahma (Bambu tempat menggantung beberapa lembar kertas di ujungnya) yang dipancangkan di ujung jalan, mengukur setiap jarak garis lurus sudut jalan, dan menghitung jarak jumlah langkah,

Pada saat yang sama, garis lintang yang diperoleh dari pengamatan astronomi digunakan untuk pembuatan peta.

2. Vila Isola (Bumi Siliwangi, Bandung)

Vila Isola mulai dibangun pada bulan Oktober 1932 dan selesai bulan Maret 1933, dirancang oleh arsitek ternama Charles Prosper Wolff Schoemaker, salah seorang arsitek yang banyak menghiasi kota Bandung dengan karyanya. Vila ini dibangun khusus sebagai rumah peristirahatan pribadi milik seorang kaya keturunan Jawa-ltalia yang bernama Dominique Willem Beretty, pemilik kantor berita internasional Hindia Belanda (Algemeen Nieuws en Telegraaf Agentschap/ANETA) yang dikemudian hari menjadi Kantor Berita ANTARA.

Waktu dibangun kawasan sekitarnya masih sepi dan belum dipenuhi bangunan. Pandangan ke arah Kota Bandung sangat indah. Sayangnya, Berrety meninggal tak lama setelah bangunan ini rampung.

Nama Isola merupakan kependekan dari frasa bahasa Latin M'ISOLO E VIVO yang artinya kira-kira "Saya mengasingkan diri dan bertahan hidup". Bisa dikatakan Vila Isola ini sebagai "vila terpencil".

3. Boneka Matryoshika (Rusia)

Boneka dari Rusia yang ditampilkan pada Pameran Dunia di Paris pada tahun 1900. Badan boneka ini dapat dibagi menjadi bagian atas dan bawah yang di dalamnya terdapat boneka kecil lainnya. Jika dibagi lagi ada boneka kecil lainnya demikian seterusnya menjadi struktur bersarang. Nama Matryoshka berasal dari nama wanita Rusia Matryona Matryoshika.

Dikabarkan bahwa boneka ini dilhami dari boneka bersarang yang dibuat di Hakone, tetapi kebenarannya tidak diketahui secara pasti.

Kesebangunan

Gedung Isola (Bumi Siliwangi) Bandung

Sumber: abouturban.com

Matryoshka Doll

Sumber: legomenon.com

vi

4. Rumah Adat Gobel (Gorontalo)

Rumah adat Gobel merupakan salah satu rumah adat di daerah Gorontalo. Rumah adat ini dinamakan Gobel karena hanya dimiliki oleh Kerajaan Gobel. Struktur rumah adat ini memiliki beberapa ruangan seperti rumah pada umumnya dan mengusung konsep rumah panggung.

Pada jaman dahulu, rumah adat ini digunakan oleh anggota Kerajaan Gobel sebagai tempat tinggal anggota kerajaan. Seiring berjalannya waktu, fungsi rumah adat ini sudah mulai bergeser. Saat ini, rumah adat ini lebih sering digunakan sebagai aula atau balai pertemuan untuk bermusyawarah oleh masyarakat setempat. Selain itu, pemerintah daerah juga biasa menggunakan rumah adat Gorontalo ini untuk menyelenggarakan kegiatan pemerintahan. Hal ini bertujuan untuk melestarikan rumah adat yang jumlahnya semakin sedikit ini.

5. Kereta Api di Indonesia

Sejarah perkeretaapian di Indonesia dimulai ketika pencangkulan pertama jalur kereta api Semarang-Vorstenlanden (Solo-Yogyakarta) di Desa Kemijen pada tanggal 17 Juni 1864.

Selain di Jawa, pembangunan jalur kereta api dilaksanakan di Aceh (1876), Sumatera Utara (1889), Sumatera Barat (1891), Sumatera Selatan (1914), dan Sulawesi (1922). Sementara itu di Kalimantan, Bali, dan Lombok hanya dilakukan studi mengenai kemungkinan pemasangan jalan rel, belum sampai tahap pembangunan.

Kereta api di Indonesia pertama kali beroperasi untuk umum pada Sabtu, 10 Agustus 1867. Rute perjalanan ini adalah Desa Kemijen di Semarang Timur dan Desa Tanggungharjo di Kabupaten Grobogan, Jawa Tengah, melalui Stasiun Samarang dan Stasiun Tanggung.

Komposisi dan Isi Instruksi untuk Guru

Buku Penerapan Pembelajaran (Buku Utama)

Buku ini dapat digunakan sebagai panduan penerapan pembelajaran harian dan penelitian bahan ajar yang berfokus pada komentar, hal-hal yang perlu diperhatikan saat pembelajaran, dan petunjuk pemecahan soal latihan, disusun dengan struktur sebagai berikut.

- Susunan halaman sama dengan urutan halaman pada Buku Teks Siswa
- Isi buku teks ditulis di tengah halaman, lalu jawaban, dan penjelasan penerapanya disajikan pada halaman yang sama untuk memperjelas alur pembelajaran.
- Di awal bab ditampilkan tujuan pembelajaran pada bab tersebut.
- Setiap bab terdiri atas Q dan Soal, Contoh Soal, Pengayaan dan Penyelesaian Latihan dan Soal pada akhir Bab.
- Jika diperlukan, dalam setiap soal disajikan juga soal tambahannya.
- Tujuan penyusunan Contoh Soal, Soal, dan Penjelasan/ Perhatikan diatur sebagai komentar dan hal-hal yang perlu diperhatikan guru. Hal tersebut disajikan dalam nomor sama dengan Buku Teks Utama.
- Materi dan topik yang terkait dengan Buku Teks Utama ini disajikan sebagai referensi.

Buku Jawaban dan Materi (Buku Tambahan)

→ Lesson Plan
→ Pretest
→ Posttest
→ Materi untuk difotokopi

Penerapan dan Eksplorasi (Buku Tambahan)

I. Soal Penggunaan Praktis
II. Materi untuk PR dan Tugas Pembelajaran

Petunjuk Bagaimana Menggunakan Buku Ini

Pembukaan Bab

Ulasan

Ulasan materi yang telah dipelajari.

1 — Aktivitas dan pertanyaan mendasar untuk mengenalkan materi baru pada bab yang akan dipelajari.

Hlm.16 — Pertanyaan lebih lanjut yang akan dijawab pada halaman tertera.

Teks Utama pada Bab

Tujuan — Tujuan pembelajaran pada materi baru.

Q — Pertanyaan utama pada materi ajar baru.

Contoh 1 — Contoh tugas untuk memahami materi ajar baru.

Cara — Metode, gagasan, dan cara berpikir untuk menyelesaikan masalah.

Penyelesaian — Penyelesaian baku untuk tugas yang diberikan.

Soal 1 — Latihan untuk memahami penyelesaian baku.

Mari Mencoba ※ — Tugas untuk memperdalam pemahaman.

Cermati ※ — Soal dan materi lanjut yang terkait.

Soal-soal terkait untuk aktivitas matematika.

Penemuan — Menemukan sifat-sifat bilangan dan bangun berdasarkan materi yang telah dipelajari.

Penerapan — Menerapkan konten yang telah dipelajari dalam kehidupan sehari-hari.

Komunikasi — Menjelaskan ide sendiri agar dapat dipahami orang lain dan memperkayanya supaya ide baru yang dihasilkan dapat dipahami bersama.

Akhir Bagian

Cermati

Tugas untuk menguji pemahaman materi yang harus dikuasai semua siswa. Apabila belum mampu menyelesaikan soal dengan baik, disarankan mempelajari lagi materi pada halaman-halaman terkait.

Pengayaan ※

Tugas belajar mandiri dan latihan berhitung.

Akhir Bab

Soal Rangkuman Bab

Tugas untuk mengulas dan merangkum materi yang telah dipelajari.

Gagasan Utama ※ — Tugas mendasar untuk mengonfirmasi pemahaman.

Penerapan ※ — Tugas penerapan pengetahuan dan keterampilan yang telah dipelajari.

Penggunaan Praktis ※ — Tugas pengadaptasian dalam penggunaan praktis.

Pendalaman Materi※ — Materi untuk memperdalam dan mengeksplorasi hal-hal yang telah dipelajari.

Akhir Buku

Matematika Lanjut※

Materi untuk menulis laporan tentang hal yang telah dipelajari dan yang memerlukan eksplorasi lebih lanjut.

Mengulang: Kelas VII-VIII, Kelas IX※

Soal pengulangan dari materi yang dipelajari di Sekolah Menengah Pertama.

Masalah-Masalah yang Lebih Luas※

Soal untuk mengatasi masalah dengan cara yang berbeda.

Materi bertanda ※ untuk siswa yang ingin berlatih lebih lanjut.

Diskusi — Tugas untuk menyampaikan dan mendiskusikan gagasan dengan orang lain.

Tugas yang tepat dengan penggunaan kalkulator

Profesi dan Pekerjaan Terkait — Bidang kerja dan pekerjaan yang terkait dengan materi yang dibahas.

Tugas yang tepat dengan peggunaan internet dan komputer.

Tingkatkan — Tugas dan materi yang melampaui cakupan matematika kelas IX. Diharapkan dapat dipelajari sesuai dengan minat siswa.

Daftar Isi

Penggunaan Buku Catatan

Hal penting dalam pembimbingan pembelajaran adalah peningkatan kemahiran peserta didik. Salah satu cara utuk memenuhi kebutuhan tersebut adalah dengan membuat buku catatan.

Dengan membuat buku catatan, beberapa tujuan berikut akan terpenuhi dengan baik.

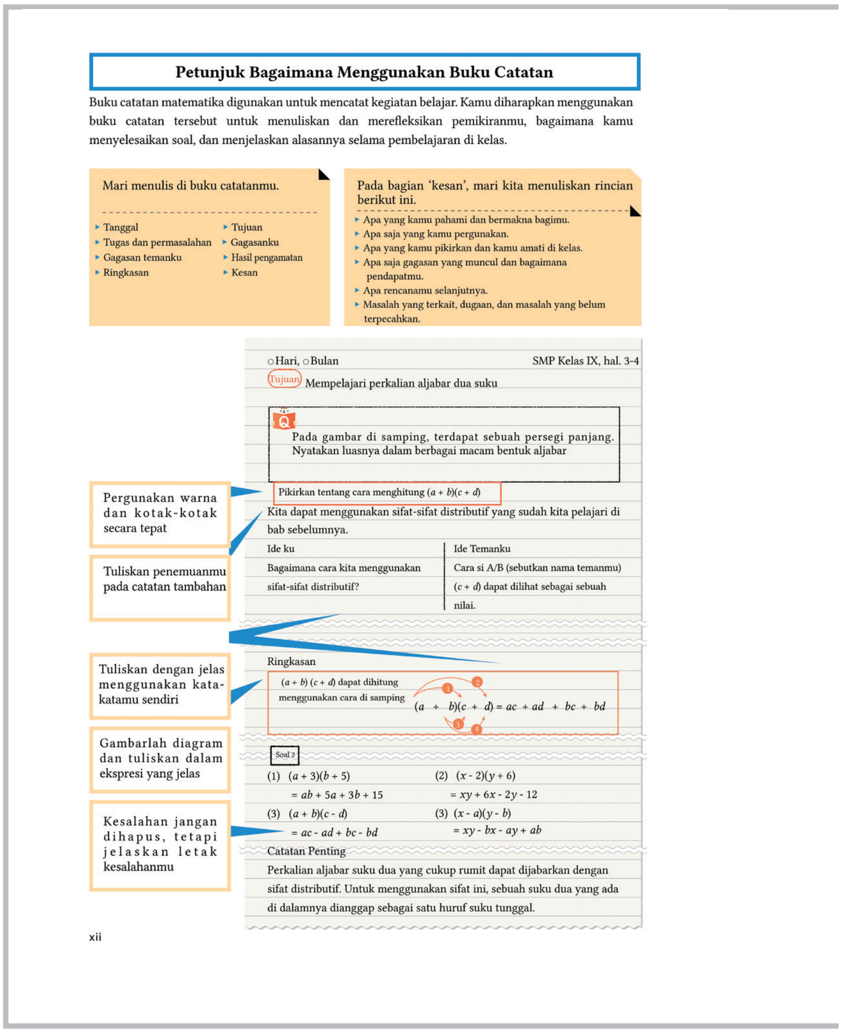
- Memperdalam pemahamannya melalui uraian pikirannya sendiri dan membandingkannya dengan pendapat orang lain.
- Belajar secara berulang, yaitu sebelum dan sesudah pelajaran untuk mengkonfirmasi aktivitas yang dilakukan.
- Memastikan bagian yang tidak dikuasainya.

Berpijak pada tujuan tersebut di atas, pada bagian awal ini Buku Teks Utama ini akan dipaparkan hal-hal penting dalam membuat Buku Catatan.

Tentang Menulis Catatan

- Tanggal Belajar
  Tulis waktu pembelajaran agar dapat ditelusuri isi pembelajaran saat itu.
- Tujuan
  Tulis dengan jelas tujuan pembelajaran pada jam tersebut dan pada bab yang sedang dipelajari.
- Masalah
  Uraian masalah saat pembelajaran agar dapat diulang secara spiral.
- Gagasanku
  Menguraikan gagasan sendiri saat pelajaran berlangsung.
- Gagasan Temanku
  Menulis bagian yang tidak dipahamani dan ide-ide lain yang muncul dalam pikiran sendiri.
- Hasil Pengamatan
  Catatan ringkas sebagai hasil pengamatan yang dapat digunakan kemudian.
- Ringkasan
  Meringkas materi yang dipelajari dengan kata-kata sendiri.
- Kesan
  Mencatat hal yang dipahami dan diamati. Selain itu, dapat juga mencatat hal-hal yang masih menjadi pertanyaan dan yang ingin dilakukan selanjutnya.

Bagian ini disajikan juga dalam Buku Teks Utama, sehingga penjelasan di sini tidak optimal. Namun, hal yang ingin saya tekankan adalah buatlah buku catatan yang mudah dimengerti. Pada awalnya diperlukan waktu yag banyak untuk membuat buku catatan, tetapi jika anda meluangkan waktu yang cukup, salah satu cara untuk meningkatkan kemahiran siswa akan terpenuhi dengan baik.


Petunjuk Bagaimana Menggunakan Buku Catatan

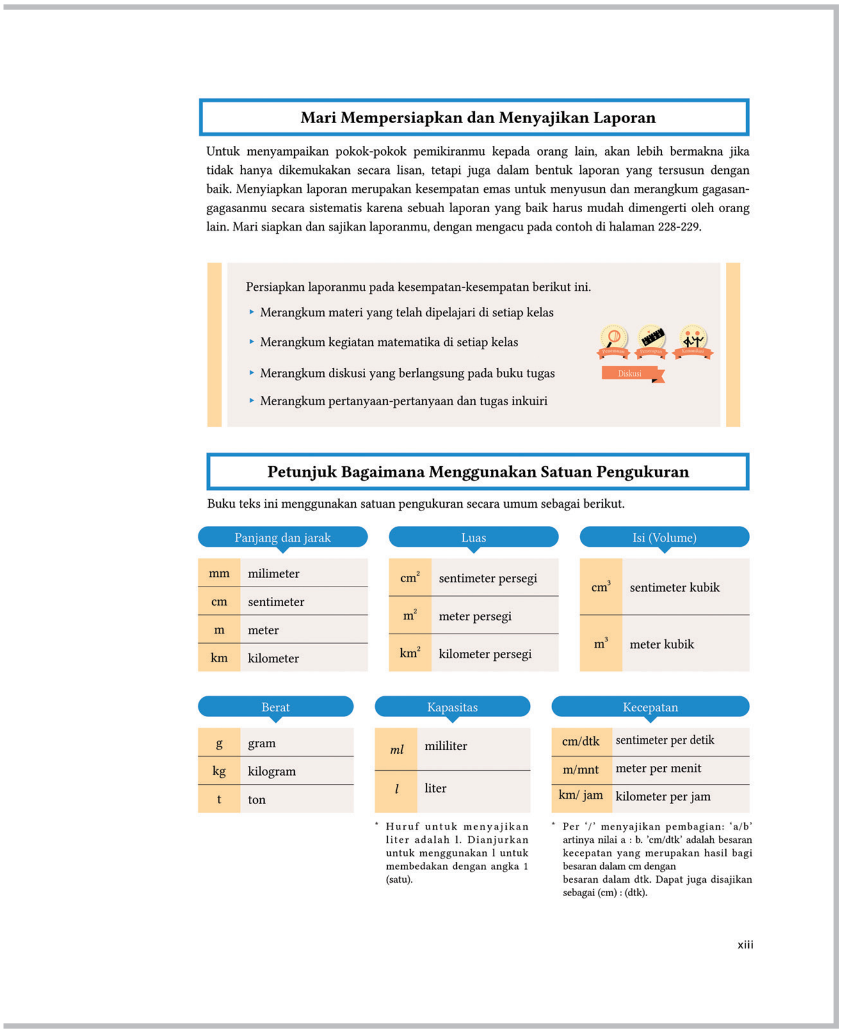
Buku catatan matematika digunakan untuk mencatat kegiatan belajar. Kamu diharapkan menggunakan buku catatan tersebut untuk menuliskan dan merefleksikan pemikiranmu, bagaimana kamu menyelesaikan soal, dan menjelaskan alasannya selama pembelajaran di kelas.

Mari menulis di buku catatanmu.

- Tanggal
- Tugas dan permasalahan
- Gagasan temanku
- Ringkasan
- Tujuan
- Gagasanku
- Hasil pengamatan
- Kesan

Pada bagian 'kesan', mari kita menuliskan rincian berikut ini.

- Apa yang kamu pahami dan bermakna bagimu.
- Apa saja yang kamu pergunakan.
- Apa yang kamu pikirkan dan kamu amati di kelas.
- Apa saja gagasan yang muncul dan bagaimana pendapatmu.
- Apa rencanamu selanjutnya.
- Masalah yang terkait, dugaan, dan masalah yang belum terpecahkan.



Mari Mempersiapkan dan Menyajikan Laporan

Untuk menyampaikan pokok-pokok pemikiranmu kepada orang lain, akan lebih bermakna jika tidak hanya dikemukakan secara lisan, tetapi juga dalam bentuk laporan yang tersusun dengan baik. Menyiapkan laporan merupakan kesempatan emas untuk menyusun dan merangkum gagasan-gagasanmu secara sistematis karena sebuah laporan yang baik harus mudah dimengerti oleh orang lain. Mari siapkan dan sajikan laporanmu, dengan mengacu pada contoh di halaman 228-229.

Persiapkan laporanmu pada kesempatan-kesempatan berikut ini.

- Merangkum materi yang telah dipelajari di setiap kelas
- Merangkum kegiatan matematika di setiap kelas
- Merangkum diskusi yang berlangsung pada buku tugas
- Merangkum pertanyaan-pertanyaan dan tugas inkuiri

Petunjuk Bagaimana Menggunakan Satuan Pengukuran

Buku teks ini menggunakan satuan pengukuran secara umum sebagai berikut.

Panjang dan jarak	
mm	milimeter
cm	sentimeter
m	meter
km	kilometer

Luas	
cm^2	sentimeter persegi
m^2	meter persegi
km^2	kilometer persegi

Isi (Volume)	
cm^3	sentimeter kubik
m^3	meter kubik

Berat	
g	gram
kg	kilogram
t	ton

Kapasitas	
ml	mililiter
l	liter

* Huruf untuk menyajikan liter adalah l. Dianjurkan untuk menggunakan l untuk membedakan dengan angka 1 (satu).

Kecepatan	
cm/dtk	sentimeter per detik
m/mnt	meter per menit
km/ jam	kilometer per jam

* Per '/' menyajikan pembagian: 'a/b' artinya nilai a : b. 'cm/dtk' adalah besaran kecepatan yang merupakan hasil bagi besaran dalam cm dengan besaran dalam dtk. Dapat juga disajikan sebagai (cm) : (dtk).

xiii

Mari Mempersiapkan dan Menyajikan Laporan

Sebagaimana ditampilkan dalam Buku Teks hal. xii, mempersiapkan dan menyajikan laporan merupakan cara lain meningkatkan kemahiran peserta didik selain membuat buku catatan.

Buku catatan merupakan cara tepat untuk mengulas perkembangan perbandingan diri, sementara laporan dapat digunakan untuk menjelaskan pemahaman kepada orang lain. Oleh karena itu, penulisan bagian yang mudah dimengerti orang lain menjadi poin terpenting.

Dalam pembelajaran biasa, pembuatan pelaporan merupakan hal yang sulit dilakukan karena pembelajaran yang menggunakan laporan betul-betul membutuhkan waktu yang lama. Namun, untuk mengoptimalkan pembelajaran, cara ini layak dipertimbangkan.

Tentu saja ada beberapa situasi yang memerlukan laporan dalam pelajaran biasa dan aktivitas matematika merupakan salah satunya.

Penggunaan laporan untuk meningkatkan kemahiran dapat dilihat di Buku Teks halaman 226-230.

Petunjuk Cara Menulis Satuan Ukuran

Satuan Ukuran dalam Buku Teks ini merujuk pada aturan satuan ukuran internasional. (Prancis: Le Système International d'Unité s, Inggris: International System of Units, Singkatan: SI)

Sampai saat ini dalam buku teks matematika kita menggunakan liter (ℓ), dan km/jwaktu untuk kecepatan). Tetapi, ini hanya digunakan di Jepang yang tidak dipahami orang di luar Jepang. Oleh karena itu, merujuk pada satuan ukuran internasional disajikanlah "ℓ " untuk liter, dan km/h untuk kecepatan. Satuan ini pun digunakan sejak SD, tetapi perlu dikonfirmasi ulang untuk menghindari masalah yang ditimbulkannya.

Adapun satuan ukuran liter untuk minuman botol dan sejenisnya adalah "*m*ℓ" dan disajikan dalam huruf kecil. Akan tetapi, dalam buku teks matematika, jika kita menyajikan 1 ℓ dengan huruf kecil, maka akan mirip dengan angka 1, sehingga liter disajikan dengan huruf besar.

Cara Berpikir Matematis

Di sekitar kita berbagai situasi dalam kehidupan sehari hari seperti, jual-beli barang, suhu, kecepatan, waktu, dan lain-lain dapat disajikan secara numerik. situasi tersebut dapat kita manfaatkan untuk meningkatkan kemampuan bermatematika peserta didik.

Misalnya, memahami kecenderungan tren yang terjadi berdasarkan data masa lalu dan masa kini untuk memprediksi masa yang akan datang, menemukan gejala sifat dan fenomena umum melalui percobaan berulang, simpulan penalaran dari satu masalah untuk disampaikan kepada orang lain, atau hal-hal lainnya. Kemampuan seperti itu diperlukan dalam kehidupan sehari-hari dan pastikan untuk menguasainya.

Terutama buku ini tepat digunakan untuk pengusaaan kemampuan penalaran dalam aritmetika dan matematika.

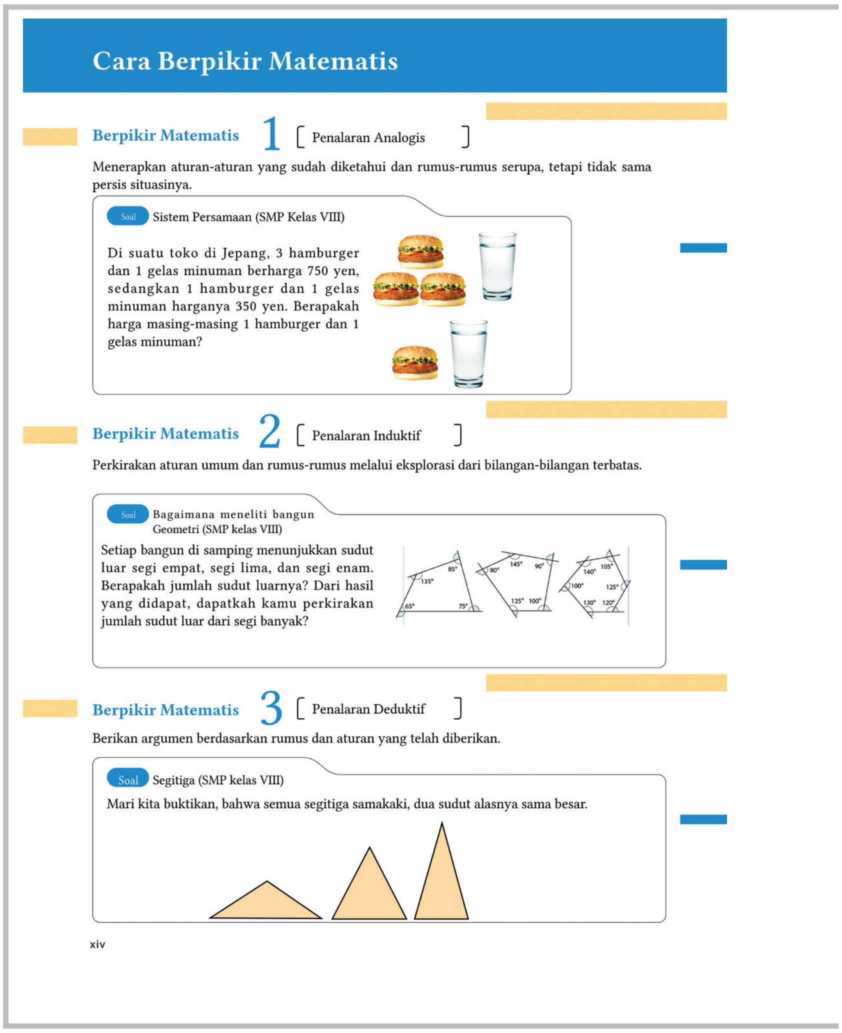
Berkaitan dengan hal tersebut, buku teks ini memberikan kesempatan yang beragam dalam penerapan 3 kerangka penalaran, yaitu penalaran analogis, induktif, dan deduktif yang juga dapat digunakan dalam pelajaran lain.

Penalaran analogis adalah cara berpikir dengan mengingat kembali soal yang telah dipecahkan sebelumnya, lalu menggunakan cara yang sama pada saat menghadapi masalah yang sama. Tepatnya, cara berpikir yang menganalogikan matematika SD "Apakah angka pecahan dan desimal pun dapat dihitung seperti angka bulat?" Dengan kata lain, dalam buku teks ini disajikan penerapan pemahaman untuk "aturan-aturan dan sifat yang telah dipelajari".

Penalaran induktif biasanya digunakan dalam pelajaran sains. Kita mengulang eksperimen, mempertimbangkan hasilnya untuk memprediksi sesuatu yang akan terjadi. kita menemukan hukum dan ide-ide yang umum berdasarkan sekian data yang banyak Dalam matematika, misalnya, kita sudah dapat memiprediksi sifat "penjumlahan angka ganjil dan genap akan menjadi ganjil."

Dengan kata lain, dalam buku teks ini kita menggunakan cara berpikir "menetapkan sesuatu yang umum berdasarkan beberapa aturan-aturan dan sifat-sifat yang ditemukan secara khusus".

Penalaran deduktif merupakan cara berpikir terpenting dalam matematika SMP sebagai "pembuktian" bentuk dari pembelajaran yang telah dilakukan. Misalnya, dengan menggunakan bukti yang telah terdefiniskan, menemukan sifat baru, lalu menjelaskannya. Dalam buku teks ini digunakan pemikiran untuk menjadikan aturan-aturan dan sifat-sifat yang lalu sebagai landasan dan memikirkan alasannya.



Cara Berpikir Matematis

Berpikir Matematis 1 [Penalaran Analogis]

Menerapkan aturan-aturan yang sudah diketahui dan rumus-rumus serupa, tetapi tidak sama persis situasinya.

Soal Sistem Persamaan (SMP Kelas VIII)

Di suatu toko di Jepang, 3 hamburger dan 1 gelas minuman berharga 750 yen, sedangkan 1 hamburger dan 1 gelas minuman harganya 350 yen. Berapakah harga masing-masing 1 hamburger dan 1 gelas minuman?

Berpikir Matematis 2 [Penalaran Induktif]

Perkirakan aturan umum dan rumus-rumus melalui eksplorasi dari bilangan-bilangan terbatas.

Soal Bagaimana meneliti bangun Geometri (SMP kelas VIII)

Setiap bangun di samping menunjukkan sudut luar segi empat, segi lima, dan segi enam. Berapakah jumlah sudut luarnya? Dari hasil yang didapat, dapatkah kamu perkirakan jumlah sudut luar dari segi banyak?

135° 85° 65° 75°
80° 145° 90° 125° 100°
140° 105° 100° 125° 130° 120°

Berpikir Matematis 3 [Penalaran Deduktif]

Berikan argumen berdasarkan rumus dan aturan yang telah diberikan.

Soal Segitiga (SMP kelas VIII)

Mari kita buktikan, bahwa semua segitiga samakaki, dua sudut alasnya sama besar.

xiv

Di Kelas 9, kita akan menggunakan ketiga contoh penalaran ini sambil mengulang pelajaran kelas VII dan VIII.

Contoh berpikir matematis pertama adalah "Penalaran Analogis". Kita memerlukan aturan-aturan dan rumus-rumus untuk menyelesaikan masalah persamaan. Rumus-rumus persamaan untuk menyelesaikan masalah dapat digunakan juga untuk persamaan simultan. Analoginya adalah jika rumus tersebut dapat menyesaikan masalah persamaan, maka akan dapat digunakan juga untuk persamaan simultan. Berpikir matematis seperti ini dapat dilihat pada buku teks hal. 14 tentang perkalian monom dan polinom, yaitu jika kita dapat menggunakan rumus pendistribusian untuk mengitung polinom, di matematika kelas VIII dengan menghilangkan kurung, maka kita juga dapat menggunakannya untuk monom.

Berpikir matematis kedua adalah "Penalaran Induktif". Untuk mengetahui jumlah sudut luar segitiga dari setiap segi banyak, kita harus menghitung sudut luar segi empat, segi lima, dan segi enam dan menemukan aturannya.

Dari aturan tersebut, kita dapat menebak bahwa jumlah sudut dalam dari semua segi banyak adalah (n-2)

Kelas VIII Hlm. 35

Misalkan harga sebuah hamburger adalah x, dan harga segelas air minum y.

$3x + y = 750$ ----- (1)
$x + y = 350$ ------- (2)

Di kelas VII, kita menggunakan rumus-rumus persamaan dalam penyelesaian masalah. Dapatkah kita menggunakannya untuk persamaan tersebut?

Dalam sistem persamaan, jika kita kurangkan 1 dari 2 di ruas kiri dan kanan, akan didapatkan:

$$\begin{array}{lr} (1) & 3x + y = 750 \\ (2) & x + y = 350 \\ \hline & 2x = 400 \\ & x = 200 \end{array} \; -$$

Dengan menggantikan $x = 200$ ke persamaan 2, didapat $y = 150$. Jawab: harga sebuah hamburger 200 yen dan harga segelas minuman 150 yen

Kelas VIII Hlm. 113

Jumlah sudut luar segitiga dari setiap segi banyak dapat ditentukan dengan cara berikut.

Segi empat	$(180^\circ - 85^\circ) + (180^\circ - 135^\circ) + (180^\circ - 5^\circ) + (180^\circ - 75^\circ) = 360^\circ$
Segi lima	$(180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 145^\circ) + (180^\circ - 80^\circ) + (180^\circ - 125^\circ) + (180^\circ - 100^\circ) = 360^\circ$
Segi enam	$(180^\circ - 105^\circ) + (180^\circ - 140^\circ) + (180^\circ - 100^\circ) + (180^\circ - 130^\circ) + (180^\circ - 120^\circ) + (180^\circ - 125^\circ) = 360^\circ$

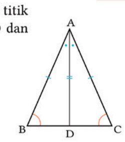
Jumlah sudut luar segi empat, segi lima, dan segi enam adalah 360° . Berdasarkan hal ini, kita dapat menebak jumlah sudut luar semua segi banyak adalah 360°.

Kelas VIII Hlm. 139

Gunakan definisi segitiga samakaki, untuk menunjukkan dua sudut alas yang sama.

Yang sudah diketahui: Dalam segitiga samakaki, dua sisinya sama panjang.

Gambarkan garis bagi sudut A, D sebagai titik potong pada sisi BC. Dalam segitiga ABD dan segitiga ACD,
Tambahkan keterangan (1), (2), dan (3) seperti terlihat di bawah ini
Dari (1), (2), dan (3),
ABC adalah segitiga sama kaki (1)
AD = garis bagi sudut A (2)
Dua sisi sama, (3)
karena sisi-sudut-sisi, maka kedua Δ sama dan sebangun, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ maka $\angle B = \angle C$



xv

180º, dengan n adalah banyaknya sisi bangun tersebut. Cara berpikir seperti ini dapat digunakan juga untuk mengetahui situasi penjumlahan angka 1 terhadap dua bilangan genap yang berurutan di halaman 25.

Berpikir matematis ketiga adalah "Penalaran Deduktif". Menjelaskan alasan berdasarkan rumusan dan aturan yang menyebutkan bahwa kedua sisi segitiga samakaki memiliki alas yang sama panjang.

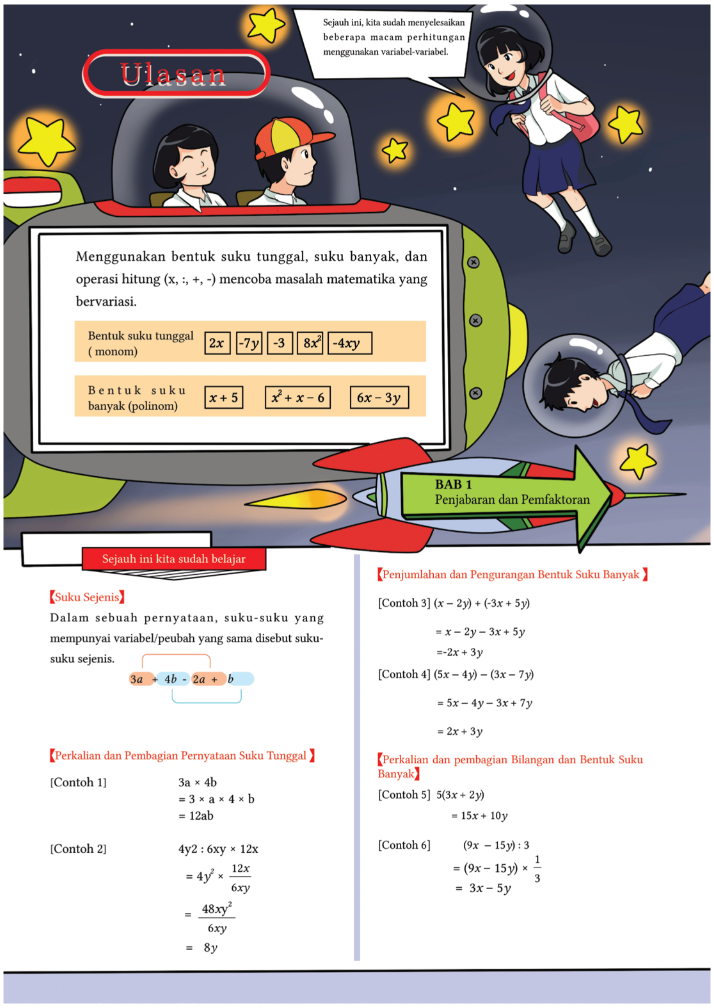
Berpikir matematis ini dapat digunakan untuk menjelaskan penerapan rumus segitiga samakaki pada halaman 196.

Lalu, setiap penalaran tersebut disajikan di bagian catatan samping buku teks, sehingga pemahamannya dapat digunakan sambil melakukan pembelajaran.

Sebagai tambahan, istilah-istilah berpikir matematis seperti "Penalaran Analogis", Penalaran Induktif", dan "Penalaran Deduktif" yang disajikan di sini hanya digunakan untuk membantu pemahaman, tidak perlu mengingatnya secara mendalam.

Tanpa matematika, tidak ada yang dapat kamu lakukan. Segala sesuatu di sekitarmu adalah matematika. Segala sesuatu di sekitarmu adalah bilangan

– Shakuntala Devi



Sejauh ini, kita sudah menyelesaikan beberapa macam perhitungan menggunakan variabel-variabel.

Ulasan

Menggunakan bentuk suku tunggal, suku banyak, dan operasi hitung (x, :, +, -) mencoba masalah matematika yang bervariasi.

Bentuk suku tunggal (monom) $2x$ $-7y$ -3 $8x^2$ $-4xy$

Bentuk suku banyak (polinom) $x + 5$ $x^2 + x - 6$ $6x - 3y$

BAB 1
Penjabaran dan Pemfaktoran

Sejauh ini kita sudah belajar

【Suku Sejenis】

Dalam sebuah pernyataan, suku-suku yang mempunyai variabel/peubah yang sama disebut suku-suku sejenis.

$3a + 4b - 2a + b$

【Perkalian dan Pembagian Pernyataan Suku Tunggal】

[Contoh 1] $3a \times 4b$
$= 3 \times a \times 4 \times b$
$= 12ab$

[Contoh 2] $4y2 : 6xy \times 12x$
$= 4y^2 \times \frac{12x}{6xy}$
$= \frac{48xy^2}{6xy}$
$= 8y$

【Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Suku Banyak】

[Contoh 3] $(x - 2y) + (-3x + 5y)$
$= x - 2y - 3x + 5y$
$= -2x + 3y$

[Contoh 4] $(5x - 4y) - (3x - 7y)$
$= 5x - 4y - 3x + 7y$
$= 2x + 3y$

【Perkalian dan pembagian Bilangan dan Bentuk Suku Banyak】

[Contoh 5] $5(3x + 2y)$
$= 15x + 10y$

[Contoh 6] $(9x - 15y) : 3$
$= (9x - 15y) \times \frac{1}{3}$
$= 3x - 5y$

Ulasan

Tujuan

Peserta didik dapat mengingat kembali materi yang sudah dipelajari seperti aljabar dan persamaan sebagai landasan pembelajaran yang akan dilakukan.

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan Ulasan

Ulas kembali beberapa materi yang sudah dipelajari di kelas VII tentang "Bilangan A dan Rumus", seperti "Bilangan Positif dan negatif", "Aljabar", dan "Persamaan Linear", di kelas VIII tentang "Penjabaran dan Pemfaktoran" (penambahan dan pengurangan polinom sejenis, perkalian dan pembagian bilangan dengan polinom, perkalian dan pembagian monom sejenis), dan persamaan simultan.

Di kelas IX, materi persamaan linear yang sudah dipelajari dapat dimanfaatkan sebagai pengantar dan pengayaan untuk pembimbingan persamaan kuadrat.

Kegiatan pembejaran dapat dilaksanaan melalui beberapa kegiatan di halaman ini.

2. Ulasan Penjabaran dan Pemfaktoran

Di bagian ini disajikan beberapa macam perhitungan dengan menggunakan variabel suku tunggal (monom) dan suku banyak (polinom) yang sudah dipelajari. Pastikan apakah siswa masih dapat menyelesaikan perhitungan yang sudah dipelajari sampai kelas VIII dan hal yang perlu ditekankan adalah bagaimana tahapan penyelesaiannya. Jika ada di antara mereka yang dapat membuat soal, jadikan sebagai contoh. Cara di samping merupakan salah satu di antaranya.

Lalu, ilustrasikan juga tentang penyebut variabel termasuk dalam pembagian. Materi ini tidak diajarkan di SMP dan tidak perlu menghabiskan waktu untuk itu, tapi jadikan sebagai bekal pengetahuan menuju SMA.

Operasi	Suku Tunggal	Suku Banyak
Suku Tunggal	$2x \times (3)$ (Kelas VIII) $2x \times (-7y)$	$-3(x+5)$ (Kelas VII) $-3(6x-3y)$ (Kelas VIII) $2x(x+5)$ (Kelas IX)
Suku Banyak	$(x+5) \times 3$ (Kelas VII) $(6x-3y) \times (-3)$ (Kelas VIII) $(6x-3y) \times 2x$ (Kelas IX)	$(x+5)(x^2)$ (Kelas IX)

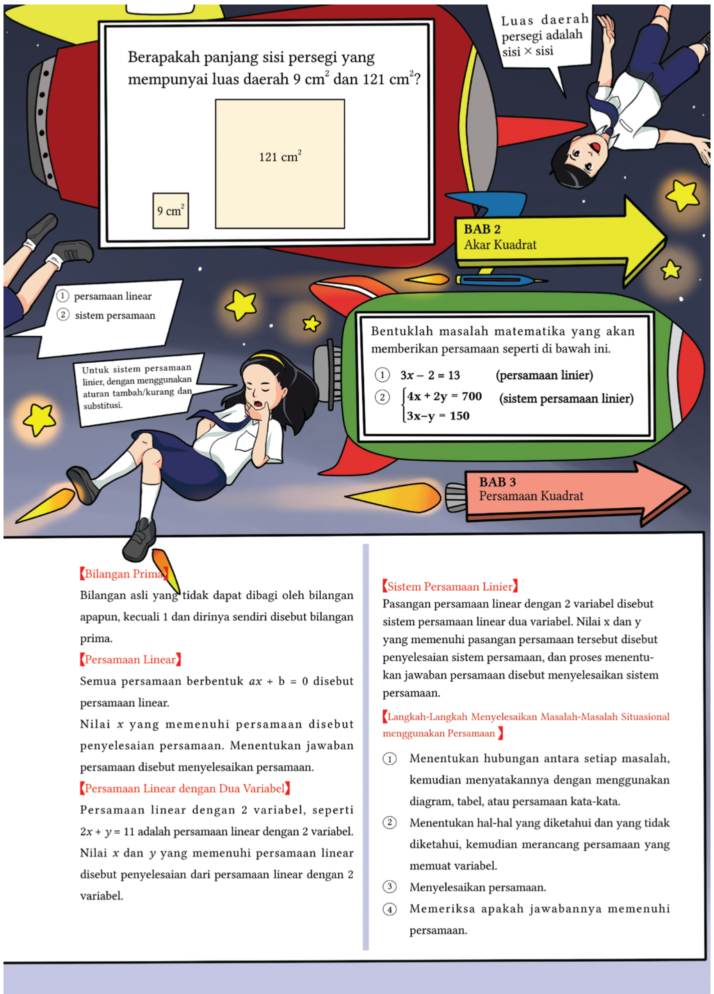
3. Panjang Sisi Persegi

Ingatkan siswa bahwa untuk mengetahui luas persegi digunakan perhitungan (panjang sisi kuadrat). Di sini, kita dapat gunakan panjang sisi persegi 3 cm, 11 cm. Dapat menggunakan bilangan yang disebutkan di sini atau yang lainnya, seperti 16 cm^2, 25 cm^2, karena yang diperlukan adalah menghitung panjang sisinya. Jika tidak ada contoh, ajukan penghitungan panjang sisi persegi 10 cm^2 untuk didiskusikan di kelas. Jadikan kegiatan ini sebagai penggali motivasi siswa untuk belajar garis persegi.

2. Ulasan Persamaan

Merefleksikan apa yang telah siswa pelajari sejauh ini Ini adalah soal tentang persamaan linear dan simultan yang sudah dipelajari. Memberi pengalaman kepada siswa untuk membuat soal seperti ini agar dapat memahami bentuk persamaan berikutnya.

Di samping itu, melalui aktivitas ini, kita dapat mengulas masalah persamaan berdasarkan pemecahan soal yang dibuat siswa yang disesuaikan dengan situasi mereka.



【Bilangan Prima】
Bilangan asli yang tidak dapat dibagi oleh bilangan apapun, kecuali 1 dan dirinya sendiri disebut bilangan prima.

【Persamaan Linear】
Semua persamaan berbentuk $ax + b = 0$ disebut persamaan linear.
Nilai x yang memenuhi persamaan disebut penyelesaian persamaan. Menentukan jawaban persamaan disebut menyelesaikan persamaan.

【Persamaan Linear dengan Dua Variabel】
Persamaan linear dengan 2 variabel, seperti $2x + y = 11$ adalah persamaan linear dengan 2 variabel. Nilai x dan y yang memenuhi persamaan linear disebut penyelesaian dari persamaan linear dengan 2 variabel.

【Sistem Persamaan Linier】
Pasangan persamaan linear dengan 2 variabel disebut sistem persamaan linear dua variabel. Nilai x dan y yang memenuhi pasangan persamaan tersebut disebut penyelesaian sistem persamaan, dan proses menentukan jawaban persamaan disebut menyelesaikan sistem persamaan.

【Langkah-Langkah Menyelesaikan Masalah-Masalah Situasional menggunakan Persamaan】
① Menentukan hubungan antara setiap masalah, kemudian menyatakannya dengan menggunakan diagram, tabel, atau persamaan kata-kata.
② Menentukan hal-hal yang diketahui dan yang tidak diketahui, kemudian merancang persamaan yang memuat variabel.
③ Menyelesaikan persamaan.
④ Memeriksa apakah jawabannya memenuhi persamaan.

(Soal)
Saat jalan-jalan di Jepang Arman membeli bunga Tulip dan Teratai sebanyak 20 tangkai dan harus membayar 1800 yen. Harga 1 tangkai Tulip 80 yen dan 1 tangkai teratai 120 yen. Berapa tangkai bunga yang dapat di beli untuk masing-masing jenis bunga tersebut.

(Penyelesaian ①)
Jika kita membeli x tangkai Tulip, maka Teratai menjadi $(20 - x)$.

$$80x + 120(20 - x) = 1800$$

dihitung, $x = 15$

Jawab: Tulip 15 tangkai, Teratai 5 tangkai

(Penyelesaian ②)
Jika kita membeli x tangkai Tulip dan y tangkai Teratai,

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 80x + 120y = 1800 \end{cases}$$

maka, $x = 15,\ y = 5$

Jawab: 15 tangkai Tulip, 5 tangkai Teratai

BAB 1

Penjabaran dan Pemfaktoran

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022
Buku Panduan Guru Matematika Untuk Smp Kelas Ix
Penulis: Tim Gakko Tohso
Penyadur: Wahyu Setyaningrum S. dan Sukarman
ISBN: 978-602-244-836-5

(Pengenalan 1 jam)

• Tujuan •

Peserta didik dapat melakukan perhitungan dengan polinom melalui angka palindrom yang menjadi "Hasil Kali Palindrom"

1. Penanganan Ulasan

Bilangan palindrom dijadikan contoh sebagai umpan untuk "Hasil Kali Palindrom". Dapat dijelaskan sekilas karena beberapa siswa mungkin sudah mengetahuinya.

Informasikan kepada siswa bahwa dalam bilangan pun ada penyebutan bilangan palindrom dan perlu ditekankan tentang Hasil Kali Palindrom.

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Ph.D dan Sukarman, M.Pd
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 1

Penjabaran dan Pemfaktoran

Dapatkah kita menggunakan palindrom pada matematika?

Shiki Masaoka adalah seorang penulis sajak pendek Jepang (tanka) dan haiku, dilahirkan di kota yang sekarang bernama Matsuyama, daerah Ehime.

Perhatikan kalimat berikut ini.

Shiki Masaoka (1867-1902)

RUMUS SUMUR
KASUR KAKAK RUSAK
IBU ADA UBI

Kalimat seperti di atas yang jika dibaca dari depan dan dari belakang, akan sama bunyinya, disebut *palindrom*. Demikian pula kata-kata seperti katak, malam, taat, merupakan palindrom.

Begitu juga dengan bilangan berikut ini.

1 5 6 7 8 9 8 7 6 5 1

Bilangan-bilangan yang dapat dibaca sama dari depan maupun belakang disebut bilangan palindrom. Contoh lain adalah 43634, 123321.

Tidak semua bilangan palindrom dapat menjadi "hasil kali palindrom", ada beberapa aturan dalam perhitungan aljabar.

Referensi ▶ Palindrom

Di Jepang, Waka dan Haiku dibuat sejak zaman Heian.

Pada zaman Edo, tanka terkenal sebagai palindron tertulis di gambar kapal karta karun Shichifukujin "nakakiyono toononefurino minamesame naminonorifuneno otonoyokikana". Dikenal sebagai puisi yang dapat mendatangkan mimpi baik jika dibaca 3 kali dan diletakkan di bawah bantal.

Dalam palindrom jepang ada beberapa peraturan yang harus dipatuhi,

- tidak membedakan huruf diam dan sonan.
- semua huruf diperlakukan dengan huruf sama.
- tidak membekan huruf ya, yu, yo, tsu dengan huruf yang mengiringi huruf lainnya.

Referensi ▶ Bilangan Palindrom

Sama halnya dengan palindrom, bilangan palindrom merupakan bilangan yang dapat dibaca sama baik dari depan maupun dari belakang. Misalnya, 121, 12321, 123321, dan lainnya.

Metode terkenal untuk menjadikan sebuah bilangan menjadi bilangan palindrom adalah dengan "Penjumlahan terbalik". Menjumlahkan bilangan kebalikannya secara berulang. Misalnya, kita ambil contoh 156, maka akan menjadi156 + 651 = 807, 807 + 708 = 1515, 1515 + 5151 = 6666, jika kita jumlahkan sebanyak 3 kali. Dalam bilangan palindrom, berapapun kita jumlahkan, hasilnya menjadi tidak. terbatas.

Pada intinya bilangan terkecil yang dapat menjadi bilang palindrom atau tidaknya saat ini adalah 196.

Penyelesaian

1 (Contoh)

•43688634 •12344321

•13622631 •32699623

2

(1) ruas kiri adalah $12 \times 42 = 504$

ruas kanan adalah $24 \times 21 = 504$ **betul**

(2) ruas kiri adalah $23 \times 64 = 1472$

ruas kanan adalah $46 \times 32 = 1472$ **betul**

(3) ruas kiri adalah $76 \times 54 = 4104$

ruas kanan adalah $45 \times 67 = 3015$ **salah**

3 (Contoh)

- $43 \times 68 = 2924$
- $86 \times 34 = 2924$ betul
- $12 \times 34 = 408$
- $43 \times 21 = 903$ salah
- $13 \times 62 = 806$
- $26 \times 31 = 806$ betul
- $32 \times 69 = 2208$
- $96 \times 23 = 2208$ betul

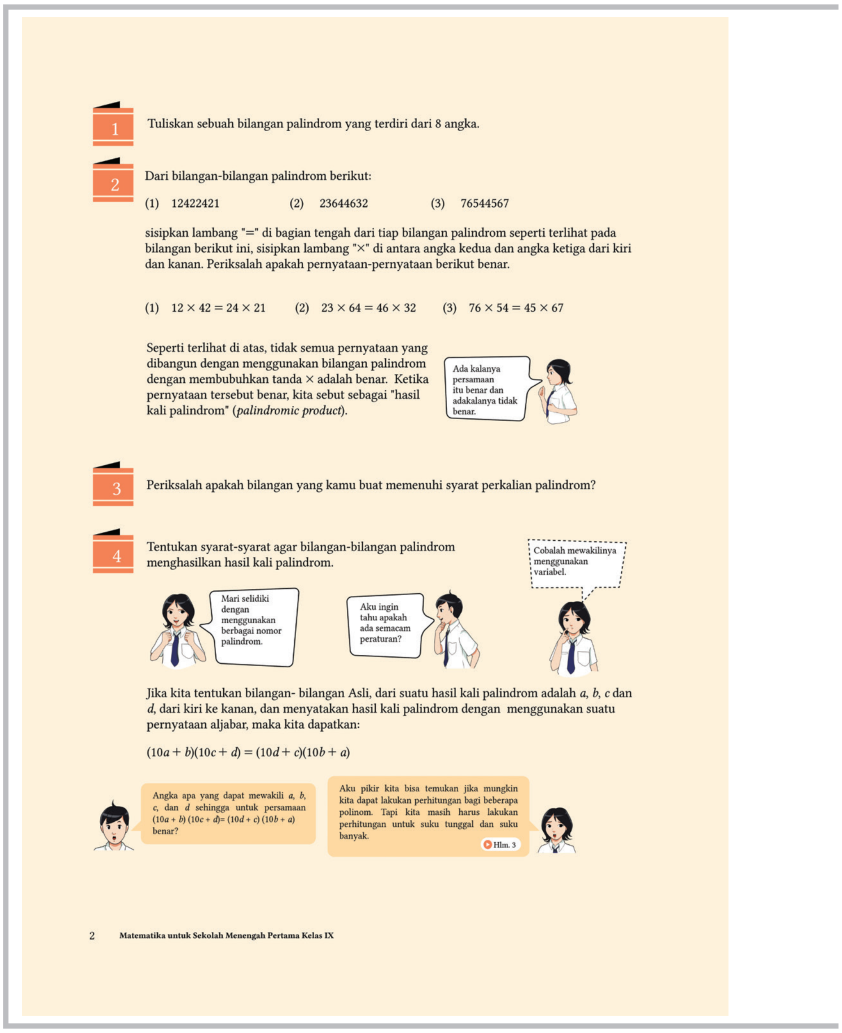
4 (contoh)

Jika kita jumlahkan bilangan ke-1 dan ke-3 dari kiri, maka jumlah bilangan ke-2 dan ke-4 dari kiri adalah sama.

2. Penanganan 1 dan 2

Pada materi bagian 1 biasakan siswa dengan bilangan palindrom, buatlah catatan jika di antara bilangan palindrom yang dibuat siswa menjadi "Hasil Kali Palindrom" untuk dikenalkan kemudian.

Pada bagian materi 2 , lebih baik menekankan secara mendetail pada pencapaian pemahaman menjadi bentuk "Hasil Kali Palindrom". Pastikan bahwa tidak semua bilangan palindrom akan menjadi "Hasil Kali Palindrom".



1 Tuliskan sebuah bilangan palindrom yang terdiri dari 8 angka.

2 Dari bilangan-bilangan palindrom berikut:

(1) 12422421 (2) 23644632 (3) 76544567

sisipkan lambang "=" di bagian tengah dari tiap bilangan palindrom seperti terlihat pada bilangan berikut ini, sisipkan lambang "×" di antara angka kedua dan angka ketiga dari kiri dan kanan. Periksalah apakah pernyataan-pernyataan berikut benar.

(1) $12 \times 42 = 24 \times 21$ (2) $23 \times 64 = 46 \times 32$ (3) $76 \times 54 = 45 \times 67$

Seperti terlihat di atas, tidak semua pernyataan yang dibangun dengan menggunakan bilangan palindrom dengan membubuhkan tanda × adalah benar. Ketika pernyataan tersebut benar, kita sebut sebagai "hasil kali palindrom" (*palindromic product*).

3 Periksalah apakah bilangan yang kamu buat memenuhi syarat perkalian palindrom?

4 Tentukan syarat-syarat agar bilangan-bilangan palindrom menghasilkan hasil kali palindrom.

Jika kita tentukan bilangan- bilangan Asli, dari suatu hasil kali palindrom adalah a, b, c dan d, dari kiri ke kanan, dan menyatakan hasil kali palindrom dengan menggunakan suatu pernyataan aljabar, maka kita dapatkan:

$(10a + b)(10c + d) = (10d + c)(10b + a)$

2 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Penanganan 3

Untuk mengatasi tidak terjadinya Hasil Kali Palindrom dari bilangan palindrom yang dibuat siswa, siapkan beberapa kartu sebagai materi pendukung.

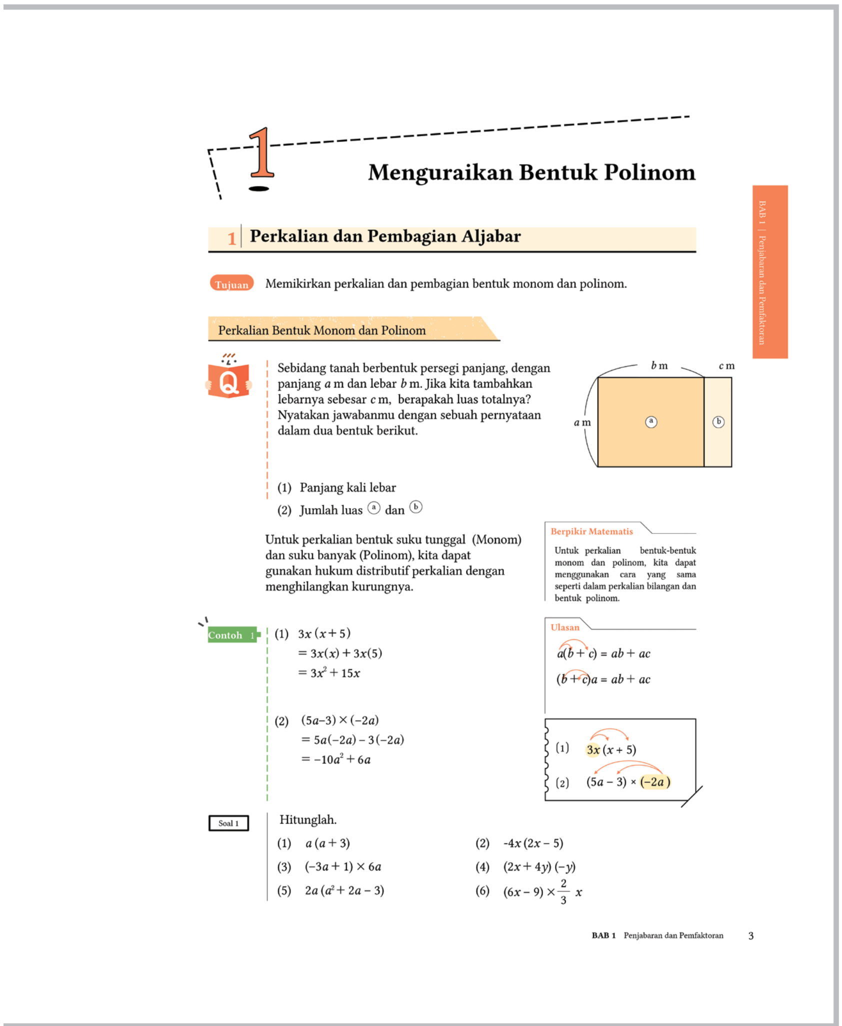
4. Penanganan 4

Untuk dapat merumuskan hasil kali palindrom melalui aljabar diperlukan 4 variabel, tetapi bisa jadi beberapa siswa tidak apat memahaminya.

Jelaskan strategi untuk menemukan hasil kali palindrom tersebut melalui bab ini untuk memacu keingintahuan mereka.

5. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Kembangkan minat siswa bahwa perhitungan bagi beberapa polinom dapat dipecahkan. Lakukan pembelajaran berikutnya berdasarkan pertanyaan siswa tersebut.



1 Menguraikan Bentuk Polinom

1 | Perkalian dan Pembagian Aljabar

BAB 1 | Penjabaran dan Pemfaktoran

Tujuan Memikirkan perkalian dan pembagian bentuk monom dan polinom.

Perkalian Bentuk Monom dan Polinom

Sebidang tanah berbentuk persegi panjang, dengan panjang a m dan lebar b m. Jika kita tambahkan lebarnya sebesar c m, berapakah luas totalnya? Nyatakan jawabanmu dengan sebuah pernyataan dalam dua bentuk berikut.

(1) Panjang kali lebar

(2) Jumlah luas ⓐ dan ⓑ

Untuk perkalian bentuk suku tunggal (Monom) dan suku banyak (Polinom), kita dapat gunakan hukum distributif perkalian dengan menghilangkan kurungnya.

Berpikir Matematis

Untuk perkalian bentuk-bentuk monom dan polinom, kita dapat menggunakan cara yang sama seperti dalam perkalian bilangan dan bentuk polinom.

Contoh 1

(1) $3x\,(x+5)$
$= 3x(x) + 3x(5)$
$= 3x^2 + 15x$

(2) $(5a-3) \times (-2a)$
$= 5a(-2a) - 3(-2a)$
$= -10a^2 + 6a$

Ulasan

$a(b+c) = ab + ac$

$(b+c)a = ab + ac$

(1) $3x\,(x+5)$

(2) $(5a-3) \times (-2a)$

Soal 1

Hitunglah.

(1) $a\,(a+3)$ (2) $-4x\,(2x-5)$

(3) $(-3a+1) \times 6a$ (4) $(2x+4y)\,(-y)$

(5) $2a\,(a^2+2a-3)$ (6) $(6x-9) \times \dfrac{2}{3}\,x$

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 3

1. Menguraikan Bentuk Polinom

(6 jam)

1. | Perkalian dan Pembagian Aljabar

(1 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik apat melakukan perkalian bentuk polinom dan monom.
2. Peserta didik apat melakukan pembagian bentuk polinom dan monom.

Jawaban

Q

(1) $a(b+c)\text{m}^2$

(2) $(ab+ac)\text{m}^2$

Soal 1

(1) $a^2 + 3a$

(2) $-8x^2 + 20x$

(3) $-18a^2 + 6a$

(4) $-2xy - 4y^2$

(5) $2a^3 + 4a^2 - 6a$

(6) $4x^2 - 6x$

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan Q

Ini merupakan soal pengantar untuk memahami sifat distributif melalui gambar sebidang tanah

$a(b + c) = ab + ac$.

Sifat distributif dipelajari di SD dan kita dapat menggunakan variasi-variasi situasi lainnya di SMP. Misalnya, untuk memastikan sifat distributif, baik bilangan positif atau negatif, seperti

$$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$$

atau bilangan umum lainnya. Lalu, dalam aljabar misalnya,

$$3a + 2a = (3 + 2a) \quad 2\,(x+4) = 2x + 8$$

atau menyebutkan perhitungan sifat distributif lainnya di kelas VIII, seperti,

$$5\,(3x + 2y) = 15x + 10y$$

atau dapat juga menyebutkan perhitungan sifat distributif seperti ini.

Bagian yang perlu ditekankan dalam perhitungan aljabar yang sudah dipelajari selama ini adalah $a(b+c)=ab+ac$ menunjukkan bilangan dan dapat berbentuk bilangan monom.

2. Penanganan Penalaran Analogis

Di buku teks halaman xiv-xv disajikan 3 contoh berpikir matematis. Siswa dapat menggunakan cara yang sama seperti dalam perkalian bilangan-bilangan dan bentuk-bentuk polinom.

3. Penanganan Contoh 1

Jelaskan bahwa dalam sifat distributif, kita dapat menyelesaikan soal dengan menghilangkan kurung. Jadi, untuk contoh yang kedua, kita dapat menuliskan $5a \times (2a) + (3) \times (2a)$.

Penyelesaian

$(a+6)$m

Soal 2

(1) $10x+7$ (2) $4a-b$

(3) $6x-9y$ (4) $-8b-4$

Soal Tambahan

Hitunglah

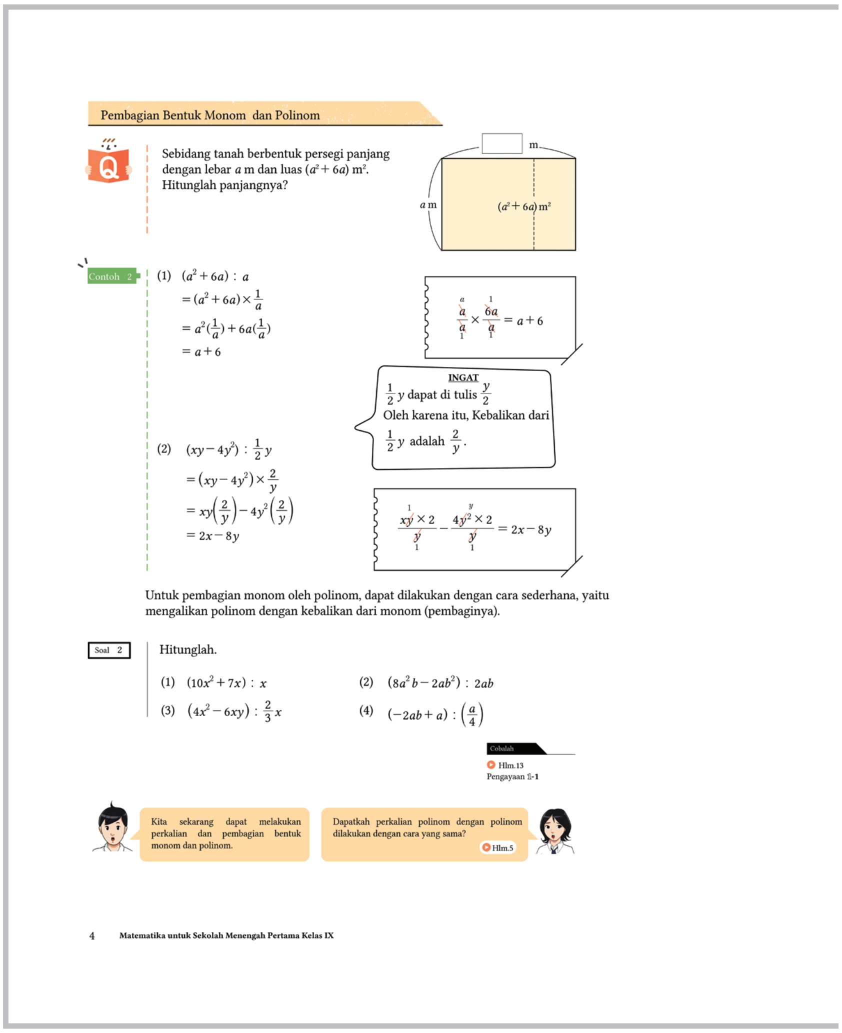
(1) $4a(2a+3b)$

(2) $(3x-7y)\times(-2x)$

(3) $(15a^2b-10ab):5a$

(4) $(2x^2+10xy):\left(-\frac{2}{5}x\right)$

$$\left[\begin{array}{ll} (1) & 8a^2+12ab \\ (2) & -6x^2+14xy \\ (3) & 3ab-2b \\ (4) & -5x-25y \end{array}\right]$$


Pembagian Bentuk Monom dan Polinom

Sebidang tanah berbentuk persegi panjang dengan lebar a m dan luas (a^2+6a) m². Hitunglah panjangnya?

Contoh 2

(1) $(a^2+6a):a$

$=(a^2+6a)\times\frac{1}{a}$

$=a^2(\frac{1}{a})+6a(\frac{1}{a})$

$=a+6$

$\frac{\cancel{a}^{a}}{\cancel{a}_{1}}\times\frac{\cancel{6a}^{1}}{\cancel{a}_{1}}=a+6$

INGAT
$\frac{1}{2}y$ dapat di tulis $\frac{y}{2}$
Oleh karena itu, Kebalikan dari $\frac{1}{2}y$ adalah $\frac{2}{y}$.

(2) $(xy-4y^2):\frac{1}{2}y$

$=(xy-4y^2)\times\frac{2}{y}$

$=xy\left(\frac{2}{y}\right)-4y^2\left(\frac{2}{y}\right)$

$=2x-8y$

$\frac{x\cancel{y}\times 2}{\cancel{y}}-\frac{4\cancel{y^2}\times 2}{\cancel{y}}=2x-8y$

Untuk pembagian monom oleh polinom, dapat dilakukan dengan cara sederhana, yaitu mengalikan polinom dengan kebalikan dari monom (pembaginya).

Soal 2 Hitunglah.

(1) $(10x^2+7x):x$ (2) $(8a^2b-2ab^2):2ab$

(3) $(4x^2-6xy):\frac{2}{3}x$ (4) $(-2ab+a):\left(\frac{a}{4}\right)$

Cobalah
Hlm.13
Pengayaan 1-1

4 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

4. Penanganan

Berdasarkan rumus luas persegi panjang,

$a(\square)=a^2+6a$

Di $\square$ kita harus menemukan formula yang cocok untuk mengetahui lebarnya, yaitu,

$(a^2+6a):a$

Pertanyaan ini berkaitan dengan **Contoh 2** no. 1

5. Penanganan Contoh 2

Pembagian merupakan perhitungan sifat distributif, yaitu membalikkan pengaliannya. Dapat juga dihitung dengan cara seperti ini untuk (1).

$$(a^2+6a):a=\frac{a^2+6a}{a}=\frac{a^2}{a}+\frac{6a}{a}=a+6$$

dan jika membalikkan pembagian pada (2) seperti ini, hasilnya akan salah. Sehingga bentuknya harus diperbaiki menjadi

$$(xy-4y^2:)\frac{1}{2}y=(xy-4y^2)\times\frac{2}{y}$$

sehingga kebalikannya menjadi $\frac{2}{y}$

6. Penanganan contoh 2

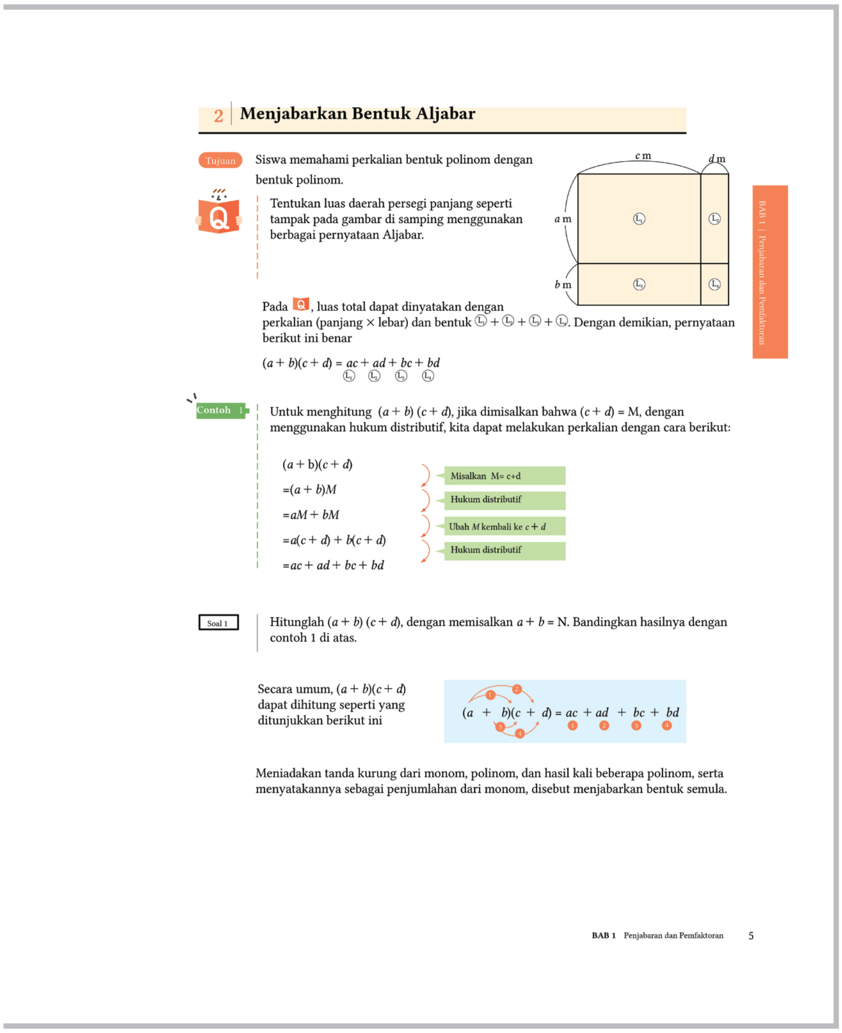
Untuk (3) banyak jawaban salah dengan membaginya seperti ini.

$$(4x^2-6xy):\frac{2}{3}x=(4x^2-6xy)\times\frac{3}{2}x$$

Sama dengan **Contoh 2**, pembagian dengan $\frac{2}{3}x$ sehingga kebalikannya menjadi $\frac{3}{2}x$.

7. Penanganan terhadap pertanyaan selanjutnya

Di bagian ini kita telah mempelajari perkalian bentuk polinom dan monom. Hadapkan siswa pada pertanyaan tentang dapatkah perkalian dilakukan terhadap polinom dengan polinom sebagai pemancing motivasi mereka. Lakukan pembelajaran pada halaman berikutnya.



2 | Menjabarkan Bentuk Aljabar

Tujuan Siswa memahami perkalian bentuk polinom dengan bentuk polinom.

Tentukan luas daerah persegi panjang seperti tampak pada gambar di samping menggunakan berbagai pernyataan Aljabar.

Pada Q, luas total dapat dinyatakan dengan perkalian (panjang × lebar) dan bentuk $L_1 + L_2 + L_3 + L_4$. Dengan demikian, pernyataan berikut ini benar

$$(a+b)(c+d) = \underset{L_1}{ac} + \underset{L_2}{ad} + \underset{L_3}{bc} + \underset{L_4}{bd}$$

Contoh 1 Untuk menghitung $(a+b)(c+d)$, jika dimisalkan bahwa $(c+d) = M$, dengan menggunakan hukum distributif, kita dapat melakukan perkalian dengan cara berikut:

$(a+b)(c+d)$ — Misalkan $M = c+d$
$=(a+b)M$ — Hukum distributif
$=aM+bM$ — Ubah M kembali ke $c+d$
$=a(c+d)+b(c+d)$ — Hukum distributif
$=ac+ad+bc+bd$

Soal 1 Hitunglah $(a+b)(c+d)$, dengan memisalkan $a+b = N$. Bandingkan hasilnya dengan contoh 1 di atas.

Secara umum, $(a+b)(c+d)$ dapat dihitung seperti yang ditunjukkan berikut ini

$$(a+b)(c+d) = \underset{1}{ac} + \underset{2}{ad} + \underset{3}{bc} + \underset{4}{bd}$$

Meniadakan tanda kurung dari monom, polinom, dan hasil kali beberapa polinom, serta menyatakannya sebagai penjumlahan dari monom, disebut menjabarkan bentuk semula.

BAB 1 | Penjabaran dan Pemfaktoran

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 5

2 | Menjabarkan bentuk aljabar

(1 jam)

Tujuan

1. Peserta didik dapat memahami perhitungan dengan sifat distributif melalui perkalian bentuk polinom dengan polinom.
2. Peserta didik dapat memahami pengembangan rumus dan menggunakannya berdasarkan sifat distributif.

Jawaban

Q Contoh

$(a+b)(c+d)$
$a(c+d)+b(c+d)$
$(a+b)c+(a+b)d$
$ac+ad+bc+bd$

Soal 1

$$\begin{aligned}&(a+b)(c+d)\\&=N(c+d)\\&=cN+dN\\&=c(a+b)+d(a+b)\\&=ac+bc+ad+bd\\&=ac+ad+bc+bd\end{aligned}$$

Jadi, hasil perhitungan sama dengan Contoh 1

1. Penanganan Q

Di bagian ini perlu dilakukan aktivitas untuk memperjelas pernyataan aljabar. Hal tersebut dapat dilakukan apakah dengan melihat persegi panjang secara keseluruhan atau sebagiannya.

Dalam penyelesaiannya tersaji 4 formula yang setiap proses perhitungannya memiliki makna masing-masing jika menggunakan sifat distributif.

2. Penanganan Contoh 1

Perluasan soal yang sudah dipelajari, yaitu (monomial) × (binomial) terhadap (binomial) × (binomial). Dalam sifat distributif yang sudah diketahui, satu binomial kita ganti dengan M, lalu M tersebut distribusikan ke binomial asal.

Untuk memperkenalkan ini perlu dijelaskan secara detail karena merupakan pengalaman pertama.

3. Metode Perhitungan Umum

Kedua rumus di atas $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ merupakan caara perhitungan yang umum dilakukan. Metode berhitung seperti ini dapat dilakukan dalam pembelajaran yang akan dilaksanakan dan pastikan siswa memahaminya sebagan perhitungan yang berdasarkan pada sifat distributif.

Penyelesaian

Soal 2

(1) $ab + 5a + 3b + 15$

(2) $xy + 6x - 2y - 12$

(3) $ac - ad + bc - bd$

(4) $xy - bx - ay + ab$

Soal 3

(1) $x^2 + 7x + 6$

(2) $x^2 + 5x - 14$

(3) $x^2 - 36$

(4) $3x^2 - 16x + 5$

(5) $-2a^2 + 13a - 20$

(6) $5x^2 + 9xy - 2y^2$

Soal 4

(1) $ax - ay + 2a - bx + by - 2b$

(2) $x^2 - y^2 + x - y$

---

5. Penanganan **Contoh 2** soal 2

Soal ini merupakan soal persamaan 4 suku jika akan diperluas. Perhatikan soal 2, terutama tanda-tanda pada penjabaran.

6. Penanganan Contoh 3

Soal ini perlu digabungkan setelah diperluas. Perhatikan bahwa beberapa penjabaran persamaan memiliki koefisien selain 1 dan penjabaran yang mengandung 2 suku setelah diperluas.

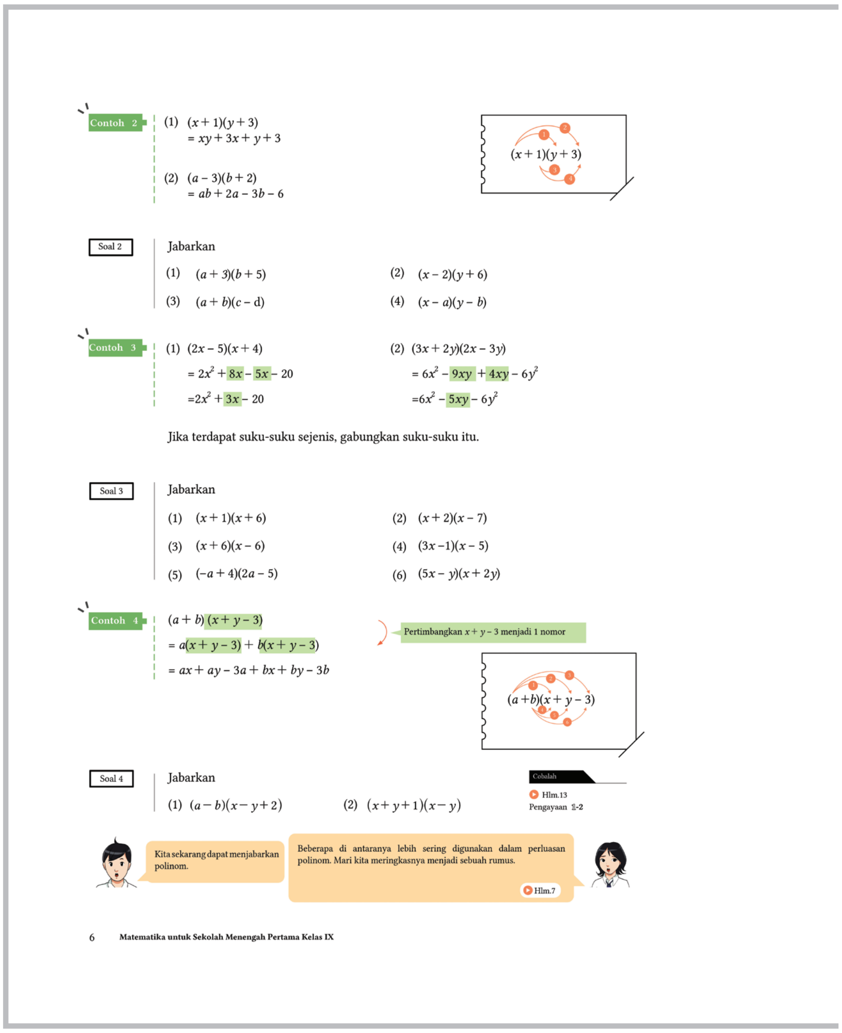
$$(a_1 + a_2 + \cdots + a_m)(b_1 + b_2 + \cdots + b_n)$$
$$= a_1 b_1 + a_1 b_2 + \cdots\cdots + a_m b_n$$

Dengan kata lain, **Contoh 4** dan Soal 4 dapat digunakan sebagai PR untuk meningkatkan kemahiran siswa. Lalu, Contoh 4 dapat diperluas menjadi

$$(a + b)(x + y^3)$$
$$= (a + b)(N^3)$$
$$= aN^3 a + bN^3 b$$
$$= a(x + y)^3 a + b(x + y)^3 b$$
$$= ax + ay^3 a + bx + by^3 b$$

7. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut.

Beritahu siswa tentang perluasan berbagai penjabaran dan hal itu dapat diringkas menjadi satu formula.



Contoh 2

(1) $(x + 1)(y + 3)$
$= xy + 3x + y + 3$

(2) $(a - 3)(b + 2)$
$= ab + 2a - 3b - 6$

Soal 2

Jabarkan

(1) $(a + 3)(b + 5)$ (2) $(x - 2)(y + 6)$

(3) $(a + b)(c - d)$ (4) $(x - a)(y - b)$

Contoh 3

(1) $(2x - 5)(x + 4)$
$= 2x^2 + 8x - 5x - 20$
$= 2x^2 + 3x - 20$

(2) $(3x + 2y)(2x - 3y)$
$= 6x^2 - 9xy + 4xy - 6y^2$
$= 6x^2 - 5xy - 6y^2$

Jika terdapat suku-suku sejenis, gabungkan suku-suku itu.

Soal 3

Jabarkan

(1) $(x + 1)(x + 6)$ (2) $(x + 2)(x - 7)$

(3) $(x + 6)(x - 6)$ (4) $(3x - 1)(x - 5)$

(5) $(-a + 4)(2a - 5)$ (6) $(5x - y)(x + 2y)$

Contoh 4

$(a + b)(x + y - 3)$
$= a(x + y - 3) + b(x + y - 3)$
$= ax + ay - 3a + bx + by - 3b$

Pertimbangkan $x + y - 3$ menjadi 1 nomor

Soal 4

Jabarkan

(1) $(a - b)(x - y + 2)$ (2) $(x + y + 1)(x - y)$

Cobalah
Hlm.13
Pengayaan 1-2

6 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3 | Cara Penjabaran

3,5 jam

Tujuan

1. Peserta didik dapat memahami makna cara penjabaran.
2. Peserta didik dapat menguraikan dan memperluas cara penjabaran.
3. Peserta didik dapat menerapkan cara penjabaran dengan mengganti 1 suku dalam satu bagiannya.

Jawaban

Q

b, a, a+b

Soal 1

(1) $x^2 + 3x + 2$

(2) $y^2 + 9y + 20$

(3) $a^2 - 2a - 15$

(4) $a^2 - 9a + 14$

(5) $x^2 + 2x - 48$

(6) $x^2 - 9$

3 Rumus Penjabaran

Tujuan Peserta didik dapat membuat rangkuman penjabaran rumus polinom yang paling sering digunakan.

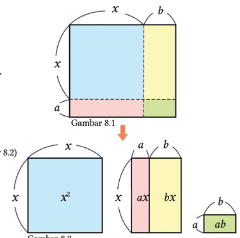
Rumus $(x+a)(x+b)$

Isilah $\square$ dengan bentuk yang sesuai.

$(x+a)(x+b)$ (lihat gambar 8.1)

$= x^2 + \square x + \square x + ab$ (lihat gambar 8.2)

$= x^2 + (\quad\quad) x + ab$



Gambar 8.1

Gambar 8.2

Berdasarkan perhitungan di atas disimpulkan:

Rumus 1 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

Contoh 1

(1) $(x+2)(x+4)$
$= x^2 + (2+4)x + 2 \times 4$
$= x^2 + 6x + 8$

jumlah

$(x+2)(x+4) = x^2 + 6x + 8$

Menjadi

(2) $(x+3)(x-5)$
$= x^2 + \{3+(-5)\}x + 3x(-5)$
$= x^2 - 2x - 15$

$(x+a)(x+b)$

$(x+3)(x-5)$

Soal 1 Jabarkan

(1) $(x+2)(x+1)$ (2) $(y+5)(y+4)$

(3) $(a-5)(a+3)$ (4) $(a-7)(a-2)$

(5) $(x+8)(x-6)$ (6) $(x+3)(x-3)$

(7) $(y-1)(y-10)$ (8) $(x+3)^2$

(9) $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$ (10) $\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

BAB 1 | Penjabaran dan Pemfaktoran

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 7

(7) $y^2 - 11y + 10$

(8) $x^2 + 6x + 9$

(9) $x^2 + x + \frac{2}{9}$

(10) $x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan Q

Dalam mengenalkan rumus, perlu ditekankan pada pembimbingan untuk memahami terjadinya satu rumus secara visual bukan hanya mengenal perubahan bentuknya, misalnya dengan berlandaskan pada gambar luar persegi panjang.

2. Penanganan Soal 1

Tujuan dari pembelajaran cara penjabaran adalah siswa dapat menggunakan cara tersebut dengan bebas. Namun, untuk melatih siswa sampai menggunakannya dengan mahir, **Soal 1** dapat digunakan dengan mencari nilai yang cocok untuk *a, b*. Untuk (2), dapat juga digunakan bilangan negatif untuk *a, b* tersebut.

Referensi **Notasi Desimal dan Polinom**

Angka yang menunjukkan notasi desimal adalah 263. Ini sama dengan polinom ax^2+bx+c yang senilai dengan x=10, a=2, b=6, c=3., dan jika dalam polinom ax^2+bx+c tersebut x=10, lalu a, b, c merupakan angka bulat dari 0 sampai 9, maka polinom dapat diungkapkan sebagai notasi desimal.

Perkalian 12 × 4 yang dipelajari di SD dapat dianalogikan dengan $(x+2)(x+4)$. Jika rumus ini diperluas, menjadi x^2+6x+8, dengan $x=10$, maka jawabannya adalah 168.

Penyelesaian

$a, a, 2a$

Soal 2

(1) $x^2 + 2x + 1$

(2) $y^2 + 14y + 49$

(3) $x^2 - 4x + 4$

(4) $a^2 - 18a + 81$

(5) $a^2 + 2ab + b^2$

(6) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

Soal Tambahan

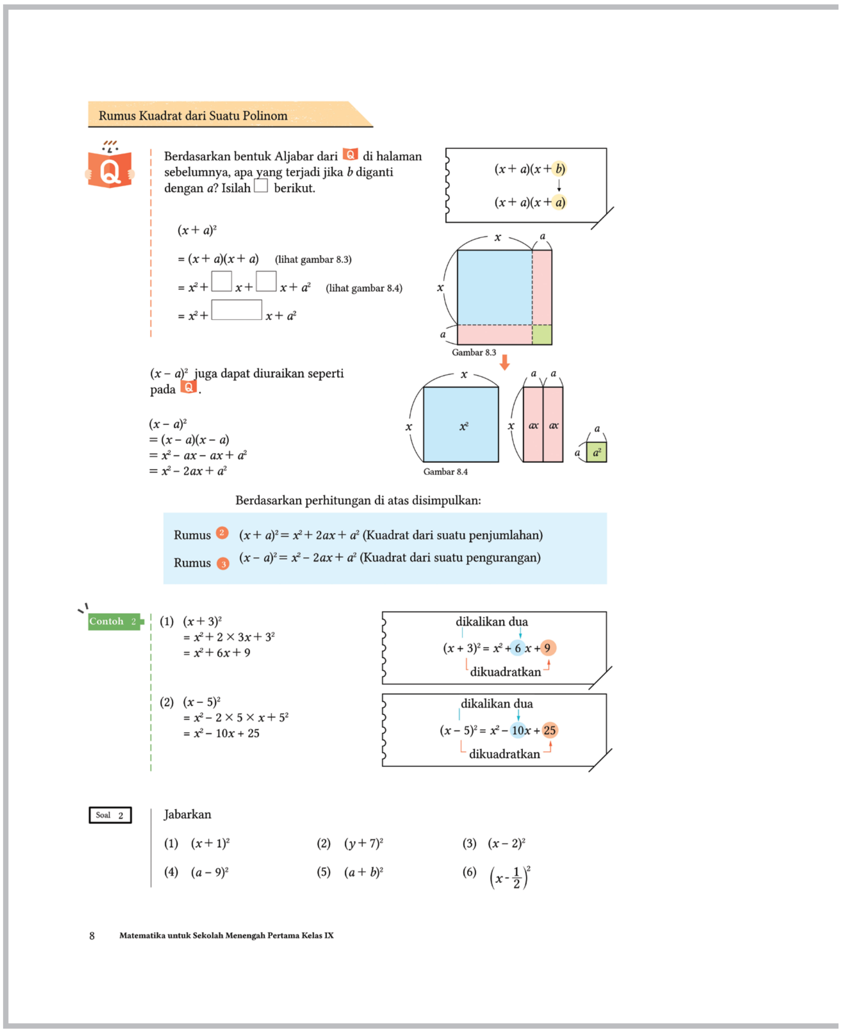
Jabarkan

(1) $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2$

(2) $(y - 0{,}9)^2$

[(1) $x^2 + 3x + \frac{9}{4}$

(2) $y^2 - 1{,}8y + 0{,}81$]


Rumus Kuadrat dari Suatu Polinom

Berdasarkan bentuk Aljabar dari Q di halaman sebelumnya, apa yang terjadi jika b diganti dengan a? Isilah $\square$ berikut.

$(x + a)(x + b)$

$(x + a)(x + a)$

$(x + a)^2$

$= (x + a)(x + a)$ (lihat gambar 8.3)

$= x^2 + \square x + \square x + a^2$ (lihat gambar 8.4)

$= x^2 + \square x + a^2$

Gambar 8.3

$(x - a)^2$ juga dapat diuraikan seperti pada Q.

$(x - a)^2$
$= (x - a)(x - a)$
$= x^2 - ax - ax + a^2$
$= x^2 - 2ax + a^2$

Gambar 8.4

Berdasarkan perhitungan di atas disimpulkan:

Rumus ② $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ (Kuadrat dari suatu penjumlahan)

Rumus ③ $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ (Kuadrat dari suatu pengurangan)

Contoh 2

(1) $(x + 3)^2$
$= x^2 + 2 \times 3x + 3^2$
$= x^2 + 6x + 9$

dikalikan dua
$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$
dikuadratkan

(2) $(x - 5)^2$
$= x^2 - 2 \times 5 \times x + 5^2$
$= x^2 - 10x + 25$

dikalikan dua
$(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$
dikuadratkan

Soal 2 Jabarkan

(1) $(x + 1)^2$ (2) $(y + 7)^2$ (3) $(x - 2)^2$

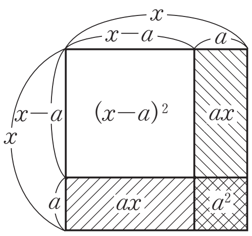
(4) $(a - 9)^2$ (5) $(a + b)^2$ (6) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

8 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Penanganan

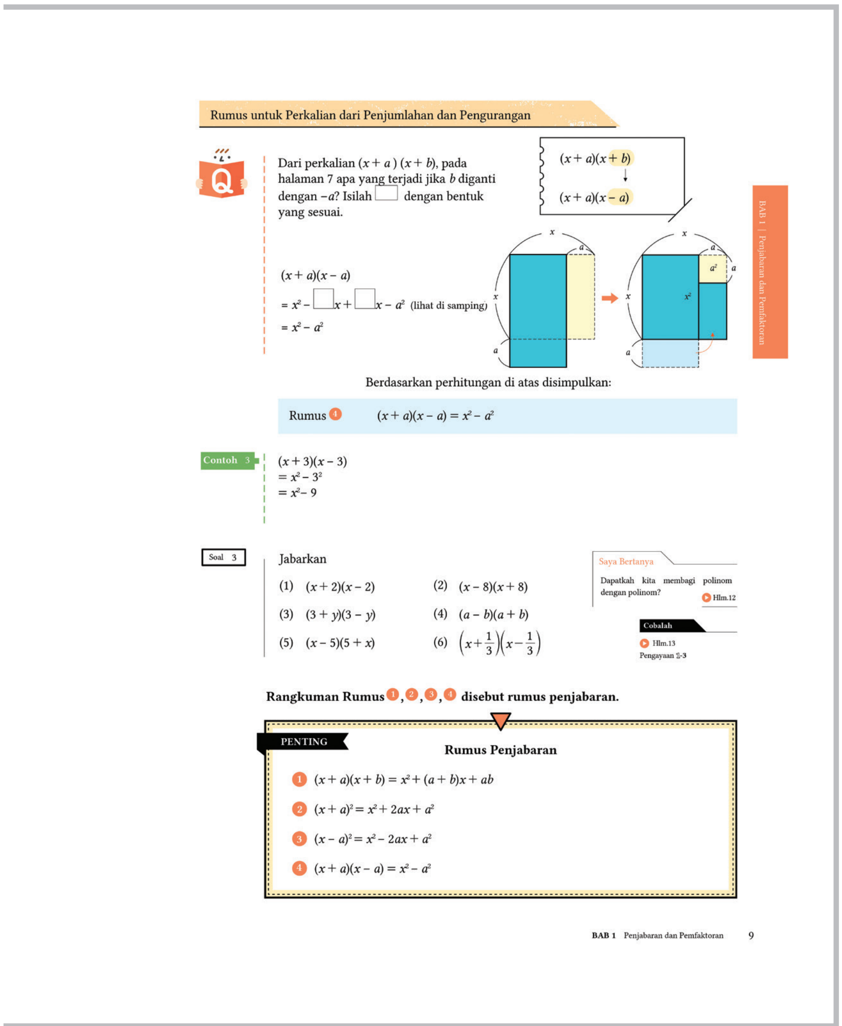
Kuadrat dari suatu penjumlahan ② merupakan rumus ① pada halaman sebelumnya yang mengganti b dengan a pada situasi khusus (luas daerah $a = b$)

Untuk kuadrat dari suatu pengurangan ③ kita dapat memahaminya bahwa $(x - a)^2$ adalah a^2 yang lebih besar dari luas x^2 dikurangi dua kali ax.



4. Penanganan Contoh 2 soal 2

Sama halnya dengan Contoh 1 pada halaman sebelumnya, lakukan pembimbingan sampai siswa antusias untuk menerapkan nilai a ke rumus perkalian seperti pada Contoh 2 sebelum memperluas rumus tersebut. Pada beberapa tipe perluasan, terdapat banyak kesalahan seperti $(x + a)^2 = x^2 + a^2$, $(x - a)^2 = x^2 - a^2$, karena itu, lihat kembali diagram luas di Q dan periksa metode perluasan yang benar.



Rumus untuk Perkalian dari Penjumlahan dan Pengurangan

Dari perkalian $(x+a)(x+b)$, pada halaman 7 apa yang terjadi jika b diganti dengan $-a$? Isilah $\square$ dengan bentuk yang sesuai.

$(x+a)(x+b)$

$(x+a)(x-a)$

$(x+a)(x-a)$

$= x^2 - \square x + \square x - a^2$ (lihat di samping)

$= x^2 - a^2$

BAB 1 | Penjabaran dan Pemfaktoran

Berdasarkan perhitungan di atas disimpulkan:

Rumus 4 $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

Contoh 3

$(x+3)(x-3)$
$= x^2 - 3^2$
$= x^2 - 9$

Soal 3

Jabarkan

(1) $(x+2)(x-2)$ (2) $(x-8)(x+8)$

(3) $(3+y)(3-y)$ (4) $(a-b)(a+b)$

(5) $(x-5)(5+x)$ (6) $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

Saya Bertanya

Dapatkah kita membagi polinom dengan polinom? Hlm.12

Cobalah

Hlm.13 Pengayaan 1-3

Rangkuman Rumus 1, 2, 3, 4 disebut rumus penjabaran.

PENTING

Rumus Penjabaran

1 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

2 $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

3 $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

4 $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 9

Penyelesaian

a, a

Soal 3

(1) $x^2 - 4$

(2) $x^2 - 64$

(3) $9 - y^2$

(4) $a^2 - b^2$

(5) $x^2 - 25$

(6) $x^2 - \frac{1}{9}$

Soal Tambahan

Jabarkan

(1) $(x+0,1)(x-0,1)$

(2) $(1-x)(x+1)$

(3) $(-y+3)(-y-3)$

(4) $(a+b)(-a+b)$

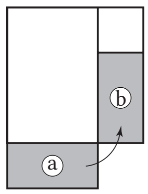
$$\left[\begin{array}{ll} (1)\ x^2 - 0.01 & (2)\ 1 - x^2 \\ (3)\ y^2 - 9 & (4)\ b^2 - a^2 \end{array}\right]$$

Penjelasan dan Perhatikan

5. Penerapan

Perhatikan bahwa rumus 4 merupakan situasi khusus di mana b di rumus 1 pada buku teks hlm.7 diganti dengan $-a$.

Selain itu, di gambar luas daerah ini dinyatakan bahwa "terdapat persegi dengan panjang sisi x, jika luas persegi panjang tersebut panjangnya diperluas oleh a dan lebarnya dipersempit oleh a, maka luasnya akan menjadi lebih sempit sebesar a^2 dari luas sebelumnya."



Ketika persegi dan persegi panjang saling tumpang tindih dan bagian yang menonjol dari a dipindahkan ke b, maka luas permukaan $(x+a)(x-a)$ persegi panjang adalah a^2 lebih kecil dari luas x^2 persegi.

6. Rumus Perkalian

Ringkas keempat rumus perkalian sehingga keterkaitannya satu sama lain dapat dipahami secara utuh bukan sebagai rumus yang terpisah.

Jika mengulas kembali pembelajaran dari buku teks hlm. 7, pastikan siswa memahami bahwa rumus ① adalah rumus yang paling umum, dan bila ingin lebih menekankan pada rumus ①, maka gunakan rumus ②, ③, ④ sebagai pengantar dalam pembelajaran.

Aktivitas tersebut dapat dimanfaatkan dalam pembelajaran berikutnya dan merupakan hal yang umum dilakukan untuk memberikan pemahaman terhadap penggunaan praktis rumus sehingga siswa dapat menggunakannya secara efisien.

Penyelesaian

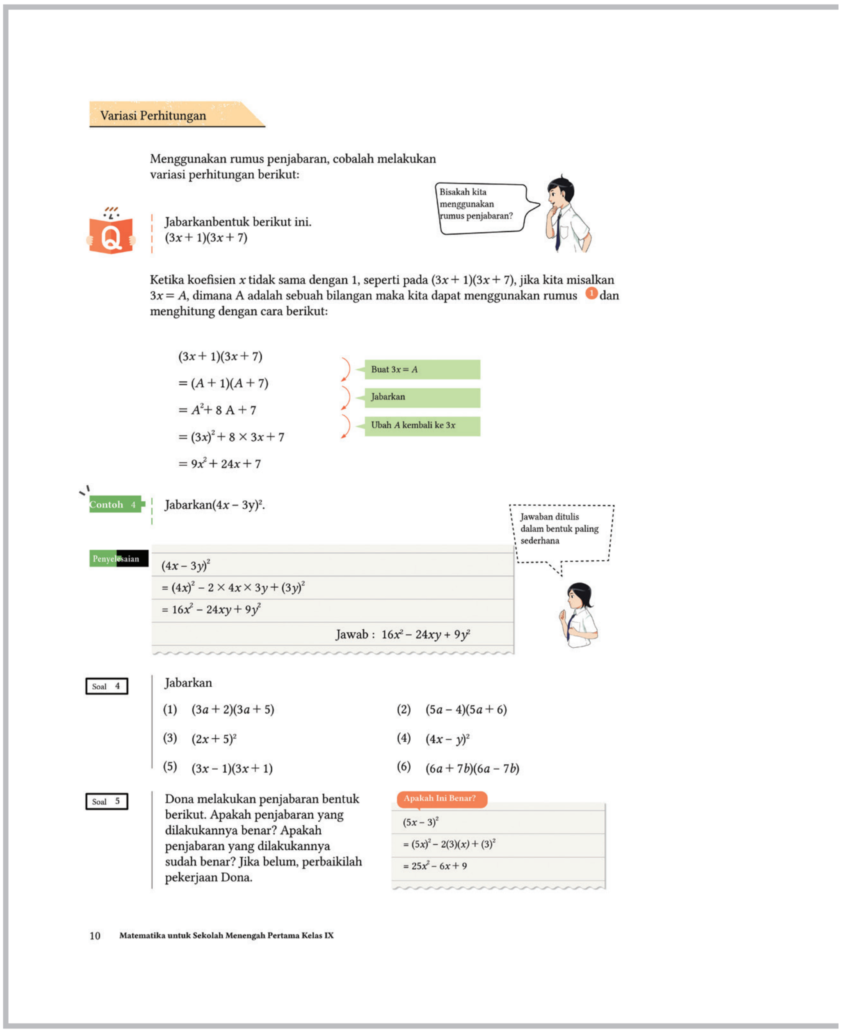
$9x^2 + 24x + 7$

Soal 4

(1) $9a^2 + 21a + 10$
(2) $25a^2 + 10a - 24$
(3) $4x^2 + 20x + 25$
(4) $16x^2 - 8xy + y^2$
(5) $9x^2 - 1$
(6) $36a^2 - 49b^2$

Soal 5

$(5x-3)^2$
$= (5x)^2 + 2(5x)(-3) + (-3)^2$
$= 25x^2 - 30x + 9$



Variasi Perhitungan

Menggunakan rumus penjabaran, cobalah melakukan variasi perhitungan berikut:

Jabarkanbentuk berikut ini.
$(3x+1)(3x+7)$

Ketika koefisien x tidak sama dengan 1, seperti pada $(3x+1)(3x+7)$, jika kita misalkan $3x = A$, dimana A adalah sebuah bilangan maka kita dapat menggunakan rumus 1 dan menghitung dengan cara berikut:

$(3x+1)(3x+7)$
$= (A+1)(A+7)$ — Buat $3x = A$
$= A^2 + 8A + 7$ — Jabarkan
$= (3x)^2 + 8 \times 3x + 7$ — Ubah A kembali ke $3x$
$= 9x^2 + 24x + 7$

Contoh 4 — Jabarkan$(4x - 3y)^2$.

Penyelesaian

$(4x-3y)^2$
$= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3y + (3y)^2$
$= 16x^2 - 24xy + 9y^2$

Jawab : $16x^2 - 24xy + 9y^2$

Soal 4 — Jabarkan

(1) $(3a+2)(3a+5)$ (2) $(5a-4)(5a+6)$
(3) $(2x+5)^2$ (4) $(4x-y)^2$
(5) $(3x-1)(3x+1)$ (6) $(6a+7b)(6a-7b)$

Soal 5 — Dona melakukan penjabaran bentuk berikut. Apakah penjabaran yang dilakukannya benar? Apakah penjabaran yang dilakukannya sudah benar? Jika belum, perbaikilah pekerjaan Dona.

Apakah Ini Benar?
$(5x-3)^2$
$= (5x)^2 - 2(3)(x) + (3)^2$
$= 25x^2 - 6x + 9$

10 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Soal Tambahan

(1) $(2x+1)^2$ (2) $(5x-2y)^2$
(3) $(3x+2)(3x-2)$
(4) $(2x+7y)(2x-7y)$

[(1) $4x^2 + 4x + 1$
(2) $25x^2 - 20xy + 4y^2$
(3) $9x^2 - 4$ (4) $4x^2 - 49y^2$]

7. Penanganan

Sampai saat ini hanya persamaan linear dengan koefisien x adalah 1 yang kita lakukan dalam rumus perkalian, tetapi di bagian ini kita juga akan menerapkan rumus perkalian pada persamaan linier lainnya.

Bagian yang sesuai dengan x dalam rumus perkalian akan diganti dengan $3x$ atau $4x$. Penting untuk dicatat bahwa penerapannya sulit bagi siswa dan ada banyak kesalahan dalam menghitung $3x$ sebagai x.

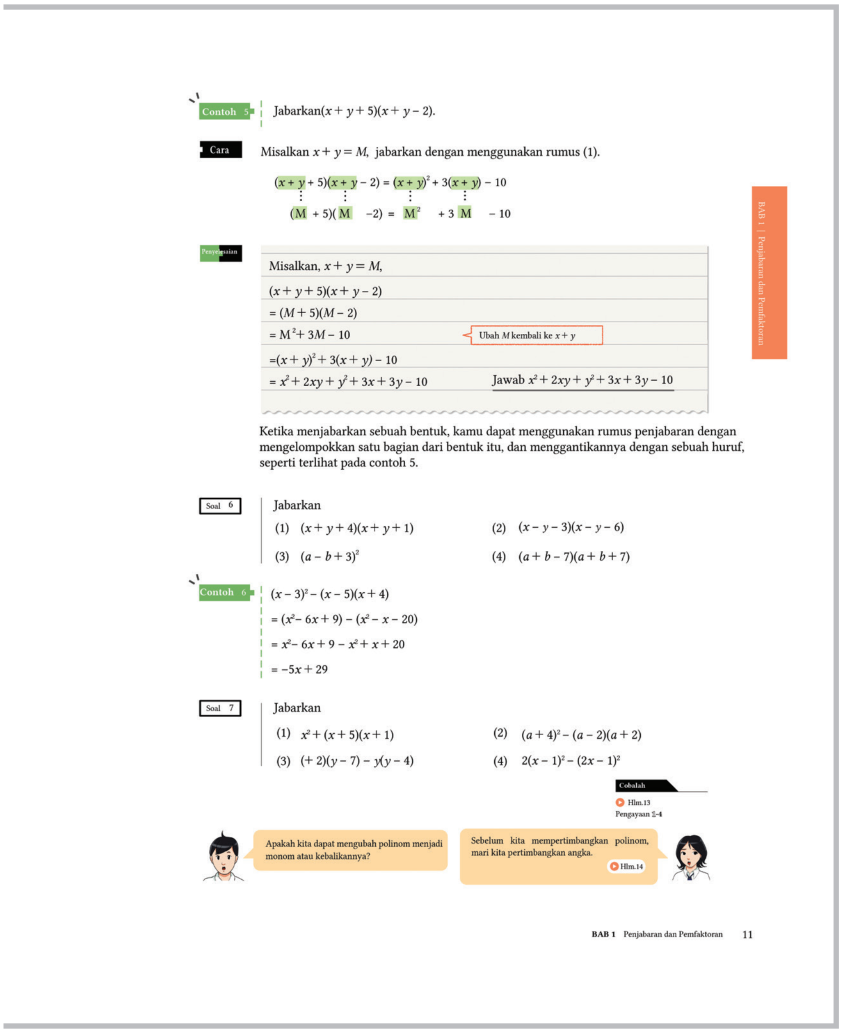
Oleh karena itu, bimbing siswa hingga menjadi mahir agar menganggap A sebagai pengganti $3x$, lalu setelah memperluas rumus, kembalikan A ke $3x$ untuk dihitung.

8. Penanganan Contoh 4 dan soal 4

Dalam situasi penjumlahan kuadrat dan pengurangan kuadrat, bagian yang terkait dengan x dalam rumus perkalian diganti dengan $4x$, dan bagian yang terkait dengan a diganti dengan $3y$. Namun, sama halnya dengan Q, untuk menempatkannya sebagai A dan B, memperluas rumus, lalu mengembalikannya, merupakan hal yang rumit.

Bergantung pada situasi siswa, latihlah dengan menghilangkan penggantian dan menulis rumus penjabaran yang sesuai hingga mereka menjadi mahir.

Di Soal 4 (3) banyak kesalahan yang terjadi seperti $(2x+5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(5) + 5^2$, sehingga perlu berhati-hati dalam mengajarkannya. Gunakan Soal 5 untuk mengaitkannya.



Contoh 5 Jabarkan $(x+y+5)(x+y-2)$.

Cara Misalkan $x+y=M$, jabarkan dengan menggunakan rumus (1).

$$(x+y+5)(x+y-2) = (x+y)^2 + 3(x+y) - 10$$
$$(M+5)(M-2) = M^2 + 3M - 10$$

Penyelesaian

Misalkan, $x+y=M$,

$(x+y+5)(x+y-2)$

$= (M+5)(M-2)$

$= M^2 + 3M - 10$ Ubah M kembali ke $x+y$

$= (x+y)^2 + 3(x+y) - 10$

$= x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y - 10$ Jawab $x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y - 10$

Ketika menjabarkan sebuah bentuk, kamu dapat menggunakan rumus penjabaran dengan mengelompokkan satu bagian dari bentuk itu, dan menggantikannya dengan sebuah huruf, seperti terlihat pada contoh 5.

Soal 6 Jabarkan

(1) $(x+y+4)(x+y+1)$ (2) $(x-y-3)(x-y-6)$

(3) $(a-b+3)^2$ (4) $(a+b-7)(a+b+7)$

Contoh 6 $(x-3)^2 - (x-5)(x+4)$

$= (x^2 - 6x + 9) - (x^2 - x - 20)$

$= x^2 - 6x + 9 - x^2 + x + 20$

$= -5x + 29$

Soal 7 Jabarkan

(1) $x^2 + (x+5)(x+1)$ (2) $(a+4)^2 - (a-2)(a+2)$

(3) $(+2)(y-7) - y(y-4)$ (4) $2(x-1)^2 - (2x-1)^2$

Cobalah

Hlm.13 Pengayaan 1-4

Apakah kita dapat mengubah polinom menjadi monom atau kebalikannya?

Sebelum kita mempertimbangkan polinom, mari kita pertimbangkan angka. Hlm.14

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 11

BAB 1 | Penjabaran dan Pemfaktoran

Penyelesaian

Soal 6

(1) Andaikan $x+y=M$

$(x+y+4)(x+y+1)$

$=(M+4)(M+1)$

$=(M^2+5M+4)$

$=(x+y)^2+5(x+y)+4$

$=x^2+2xy+y^2+5x+5y+4$

(2) Andaikan $x-y=M$

$(x-y-3)(x-y-6)$

$=(M-3)(M-6)$

$=M^2-9M+18$

$=(x-y)^2-9(x-y)+18$

$=x^2-2xy+y^2-9x+9y+18$

(3) $(a-b+3)^2$

$=(a-b)^2+6(a-b)+9$

$=a^2-2ab+b^2+6a-6b+9$

(4) $(a+b-7)(a+b+7)$

$=(a+b)^2-49$

$=a^2+2ab+b^2-49$

Soal 7

(1) $2x^2+6x+5$

(2) $8a+20$

(3) $-y-14$

(4) $-2x^2+1$

Penjelasan dan Perhatikan

9. Penanganan Contoh 5

Soal ini tentang penggunaan rumus perkalian dengan menggunakan satu variabel pada bagian penjabaran. Dengan kata lain, soal ini dapat digunakan sebagai PR penggunaan praktis

Saat pembelajaran, bandingkan cara pada Contoh 5 yang 1 variabelnya diganti dengan cara pada Contoh 4 $(a+b)(x+y-3)$ dari buku teks hlm. 6 yang penjabarannya dilakukan melalui perkalian setiap suku secara berurutan.

Penjabaran rumus dengan pengganti berkorelasi dengan pembelajaran tentang faktorisasi di buku teks halaman 11.

10. Penanganan Contoh 6

Contoh soal penggunaan rumus aljabar pada perhitungan perkalian, pembagian, penjumlahan serta pengurangan. Penggunaan rumus campuran seperti ini telah dipelajari di kelas VII dan VIII, tetapi di bagian ini termasuk penggunaan rumus perkalian.

Berikan petunjuk pada siswa tentang dari mana mulai menghitung, di mana rumus perkalian dapat digunakan. Selain itu, perhatikan bahwa tanda kurung ditambahkan ke setiap penjabaran yang diperluas.

11. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Arahkan siswa untuk termotivasi mengikuti pembelajaran pemfaktoran dengan mengajukan pertanyaan apakah suku dapat dikembalikan setelah diperluas. Hadapkan mereka pada pandangan bahwa perluasan dapat berupa pembalikan.

Mari Kita periksa (0,5 jam)

Penyelesaian

1

(1) $2x^2 + 5xy$

(2) $6x^2 - 8xy$

(3) $6a - 7$

(4) $4a + 3$

2

(1) $xy + 5x + 2y + 10$

(2) $2x^2 - 7x - 4$

3

(1) $a^2 + 14a + 45$

(2) $x^2 - 4x - 21$

(3) $y^2 - 9y + 8$

(4) $a^2 + 16a + 64$

(5) $x^2 - 6x + 9$

(6) $y^2 - 16$

4

$$
\begin{aligned}
&(x+1)^2 + (2+x)(2-x) \\
&= (x^2 + 2x + 1) + (4 - x^2) \\
&= 2x + 5
\end{aligned}
$$

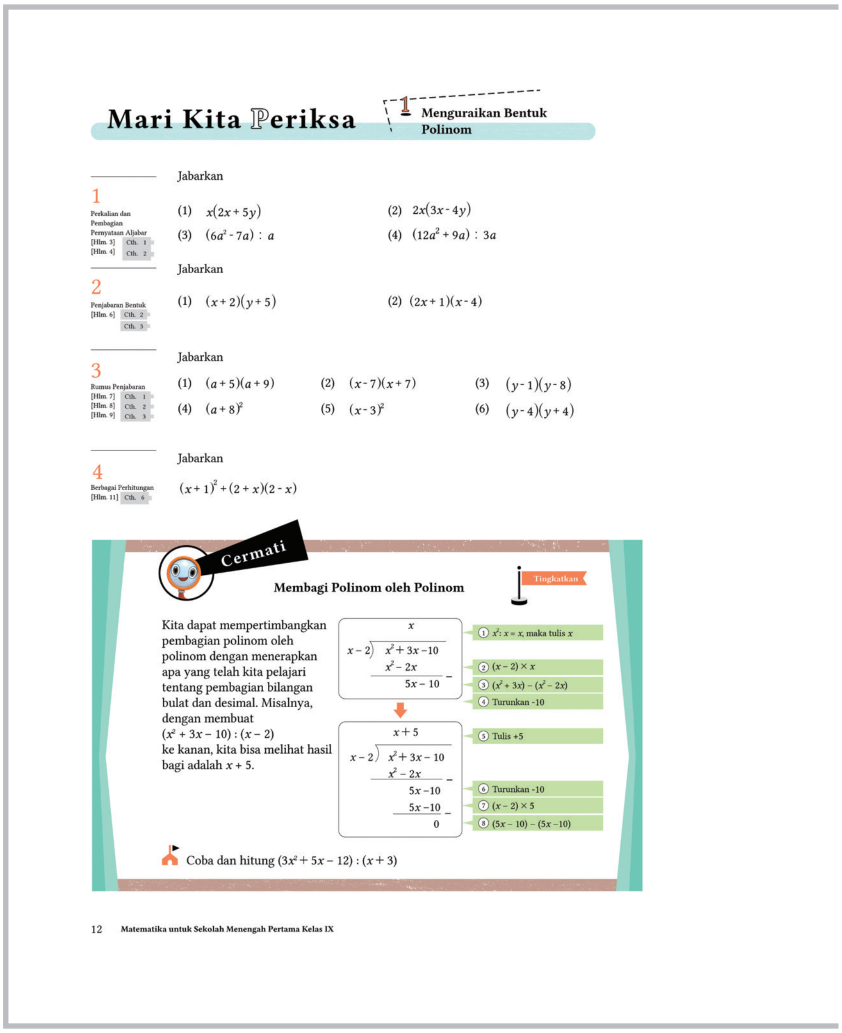
Cermati $(3x^2 + 5x - 12) : (x + 3)$

$= 3x - 4$

12. Membagi Polinom oleh Polinom

Dalam perkalian bilangan dapat dinyatakan dengan $2 \times 5 = 10$. Selain itu, dalam perkalian polinom dapat dinyatakan dengan $x(x+5) = x^2 + 5x$.

Jika kita menghitung kebalikan dari keduanya, maka kita nyatakan dengan $(x^2 + 3x - 10) : (x - 2) = x + 5$. agar hasilnya menjadi $10 : 2 = 5$.



Mari Kita Periksa

1 Menguraikan Bentuk Polinom

1 Perkalian dan Pembagian Pernyataan Aljabar [Hlm. 3] Cth. 1 [Hlm. 4] Cth. 2

Jabarkan

(1) $x(2x+5y)$ (2) $2x(3x-4y)$

(3) $(6a^2-7a) : a$ (4) $(12a^2+9a) : 3a$

2 Penjabaran Bentuk [Hlm. 6] Cth. 2 Cth. 3

Jabarkan

(1) $(x+2)(y+5)$ (2) $(2x+1)(x-4)$

3 Rumus Penjabaran [Hlm. 7] Cth. 1 [Hlm. 8] Cth. 2 [Hlm. 9] Cth. 3

Jabarkan

(1) $(a+5)(a+9)$ (2) $(x-7)(x+7)$ (3) $(y-1)(y-8)$

(4) $(a+8)^2$ (5) $(x-3)^2$ (6) $(y-4)(y+4)$

4 Berbagai Perhitungan [Hlm. 11] Cth. 6

Jabarkan

$(x+1)^2 + (2+x)(2-x)$

Cermati

Membagi Polinom oleh Polinom

Tingkatkan

Kita dapat mempertimbangkan pembagian polinom oleh polinom dengan menerapkan apa yang telah kita pelajari tentang pembagian bilangan bulat dan desimal. Misalnya, dengan membuat $(x^2 + 3x - 10) : (x - 2)$ ke kanan, kita bisa melihat hasil bagi adalah $x + 5$.

① $x^2 : x = x$, maka tulis x

② $(x-2) \times x$

③ $(x^2+3x) - (x^2-2x)$

④ Turunkan -10

⑤ Tulis +5

⑥ Turunkan -10

⑦ $(x-2) \times 5$

⑧ $(5x-10) - (5x-10)$

Coba dan hitung $(3x^2 + 5x - 12) : (x + 3)$

12 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

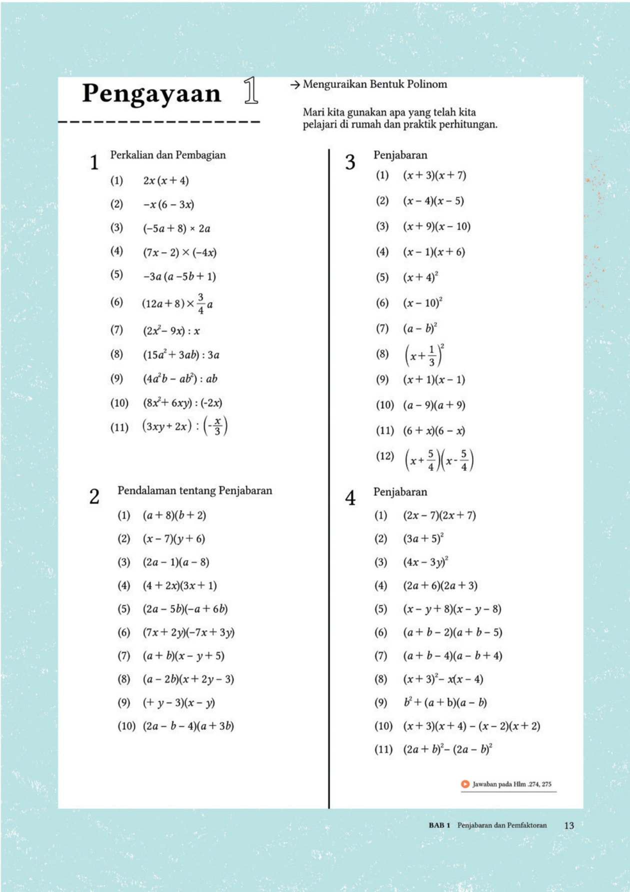
Soal Tambahan Hitung

(1) $(x+4)(x-4) - 2x(x-1)$

(2) $(2y-1)(2y+5) - (y+4)^2$

[(1) $-x^2 + 2x - 16$

(2) $3y^2 - 21$]



Pengayaan 1

→ Menguraikan Bentuk Polinom

Mari kita gunakan apa yang telah kita pelajari di rumah dan praktik perhitungan.

1 Perkalian dan Pembagian

(1) $2x(x+4)$
(2) $-x(6-3x)$
(3) $(-5a+8)\times 2a$
(4) $(7x-2)\times(-4x)$
(5) $-3a(a-5b+1)$
(6) $(12a+8)\times\frac{3}{4}a$
(7) $(2x^2-9x):x$
(8) $(15a^2+3ab):3a$
(9) $(4a^2b-ab^2):ab$
(10) $(8x^2+6xy):(-2x)$
(11) $(3xy+2x):\left(-\frac{x}{3}\right)$

2 Pendalaman tentang Penjabaran

(1) $(a+8)(b+2)$
(2) $(x-7)(y+6)$
(3) $(2a-1)(a-8)$
(4) $(4+2x)(3x+1)$
(5) $(2a-5b)(-a+6b)$
(6) $(7x+2y)(-7x+3y)$
(7) $(a+b)(x-y+5)$
(8) $(a-2b)(x+2y-3)$
(9) $(+y-3)(x-y)$
(10) $(2a-b-4)(a+3b)$

3 Penjabaran

(1) $(x+3)(x+7)$
(2) $(x-4)(x-5)$
(3) $(x+9)(x-10)$
(4) $(x-1)(x+6)$
(5) $(x+4)^2$
(6) $(x-10)^2$
(7) $(a-b)^2$
(8) $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$
(9) $(x+1)(x-1)$
(10) $(a-9)(a+9)$
(11) $(6+x)(6-x)$
(12) $\left(x+\frac{5}{4}\right)\left(x-\frac{5}{4}\right)$

4 Penjabaran

(1) $(2x-7)(2x+7)$
(2) $(3a+5)^2$
(3) $(4x-3y)^2$
(4) $(2a+6)(2a+3)$
(5) $(x-y+8)(x-y-8)$
(6) $(a+b-2)(a+b-5)$
(7) $(a+b-4)(a-b+4)$
(8) $(x+3)^2-x(x-4)$
(9) $b^2+(a+b)(a-b)$
(10) $(x+3)(x+4)-(x-2)(x+2)$
(11) $(2a+b)^2-(2a-b)^2$

Jawaban pada Hlm .274, 275

Pengayaan 1

Penyelesaian

1

(1) $2x^2+8x$ (2) $3x^2-6x$
(3) $-10a^2+16a$ (4) $-28x^2+8x$
(5) $-3a^2+15ab-3a$
(6) $9a^2+6a$ (7) $2x-9$
(8) $5a+b$ (9) $4a-b$
(10) $-4x-3y$ (11) $9y-6$

2

(1) $ab+2a+8b+16$
(2) $xy+6x-7y-42$
(3) $2a^2-17a+8$ (4) $6x^2+14x+4$
(5) $-2a^2+17ab-30b^2$
(6) $-49x^2+7xy+6y^2$
(7) $ax-ay+5a+bx-by+5b$
(8) $ax+2y-3a-3bx-4by+6b$
(9) $x^2-y^2-3x+3y$
(10) $2a^2+5ab-3b^2-4a-12b$

3

(1) $x^2+10x+21$ (2) $x^2-9x+20$
(3) $x^2-y^2-3x+3y$ (4) x^2+5x-6
(5) $x^2+8x+16$ (6) $x^2-20x+100$
(7) $a^2-2ab+b^2$ (8) $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$
(9) x^2-1 (10) a^2-81
(11) $36-x^2$ (12) $x^2-\frac{25}{16}$

4

(1) $4x^2-49$ (2) $9a^2+30a+25$
(3) $16x^2-24xy+9y^2$ (4) $4a^2+18a+18$

(5) $(x-y+8)(x-y-8)$
$=(x-y)^2-64$
$=x^2-2xy+y^2-64$

(6) $(a+b-2)(a+b-5)$
$=(a+b)^2-7(a+b)+10$
$=a^2+2ab+b^2-7a-7b+10$

(7) $(a+b-4)(a-b+4)$
$=\{a+(b-4)\}\{a-(b-4)\}$
$=a^2-(b-4)^2$
$=a^2-b^2+8b-16$

(8) $(x+3)^2-x(x-4)$
$=(x^2+6x+9)-x^2+4x$
$=10x+9$

(9) $b^2+(a+b)(a-b)$
$=b^2+a^2-b^2$
$=a^2$

(10) $(x+3)(x+4)-(x-2)(x+2)$
$=(x^2+7x+12)-(x2-4)$
$=7x+16$

(11) $(2a+b)^2-(2a-b)^2$
$(2a+b)^2-(2a-b)^2$
$=(4a^2+4ab+b^2)-(4a^2-4ab+b^2)$
$=8ab$

2. Memfaktorkan (7 jam)

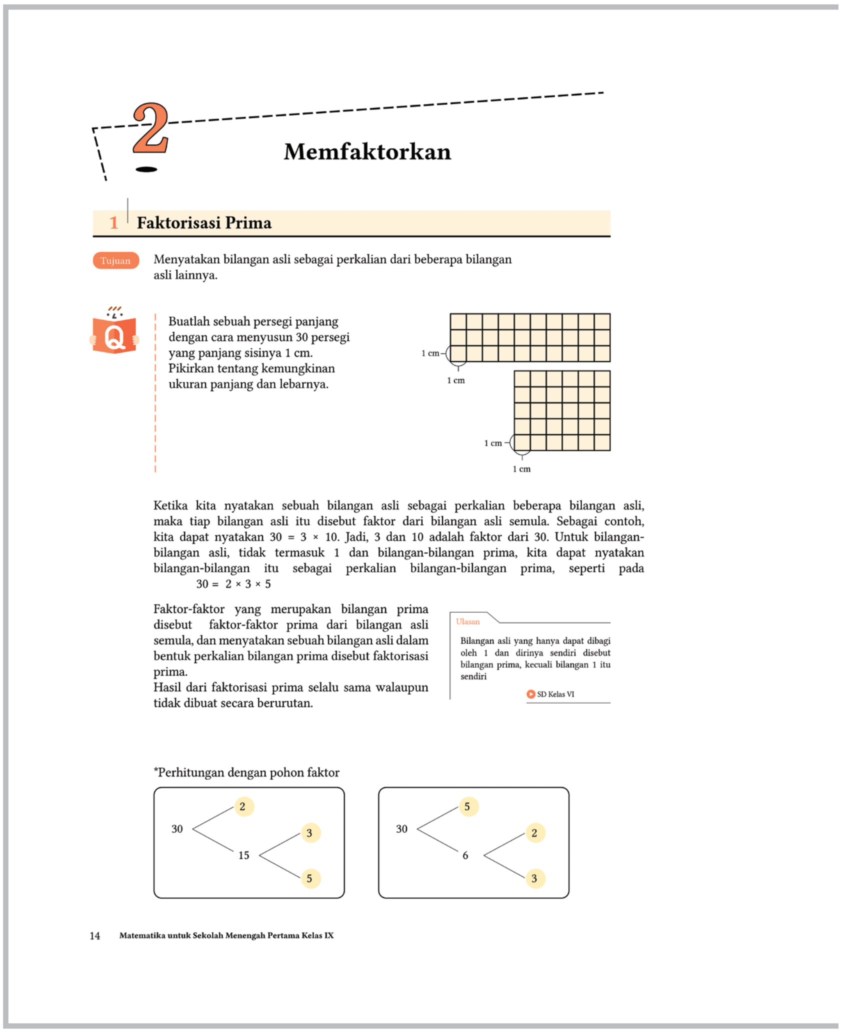
1| Faktorisasi Prima (1 jam)

Tujuan

1. Peserta didik dapat memahami, faktor, faktor prima, dan faktorisasi prima.
2. Peserta didik dapat memahami bahwa bilangan asli selain bilangan prima dapat berasal dari perkalian bilangan prima.
3. Peserta didik dapat melakukan faktorisasi prima.

Penyelesaian

panjang 1 cm,	lebar 30 cm
panjang 2 cm,	lebar 15 cm
panjang 3 cm,	lebar 10 cm
panjang 5 cm,	lebar 6 cm
panjang 6 cm,	lebar 5 cm
panjang 10 cm,	lebar 3 cm
panjang 15 cm,	lebar 2 cm
panjang 30 cm,	lebar 1 cm


2 Memfaktorkan

1 Faktorisasi Prima

Tujuan Menyatakan bilangan asli sebagai perkalian dari beberapa bilangan asli lainnya.

Buatlah sebuah persegi panjang dengan cara menyusun 30 persegi yang panjang sisinya 1 cm. Pikirkan tentang kemungkinan ukuran panjang dan lebarnya.

Ketika kita nyatakan sebuah bilangan asli sebagai perkalian beberapa bilangan asli, maka tiap bilangan asli itu disebut faktor dari bilangan asli semula. Sebagai contoh, kita dapat nyatakan $30 = 3 \times 10$. Jadi, 3 dan 10 adalah faktor dari 30. Untuk bilangan-bilangan asli, tidak termasuk 1 dan bilangan-bilangan prima, kita dapat nyatakan bilangan-bilangan itu sebagai perkalian bilangan-bilangan prima, seperti pada

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

Faktor-faktor yang merupakan bilangan prima disebut faktor-faktor prima dari bilangan asli semula, dan menyatakan sebuah bilangan asli dalam bentuk perkalian bilangan prima disebut faktorisasi prima.
Hasil dari faktorisasi prima selalu sama walaupun tidak dibuat secara berurutan.

Ulasan

Bilangan asli yang hanya dapat dibagi oleh 1 dan dirinya sendiri disebut bilangan prima, kecuali bilangan 1 itu sendiri

SD Kelas VI

*Perhitungan dengan pohon faktor

14 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan

Merupakan soal ulasan kelas 5 SD. Siswa membuat sebuah persegi panjang dengan cara menyusun 30 persegi yang panjang sisinya 1 cm. Berdasarkan aktivitas ini, kita dapat mengaitkan pembelajaran pada bilangan bilangan prima, faktor prima, dan faktorisasi prima.

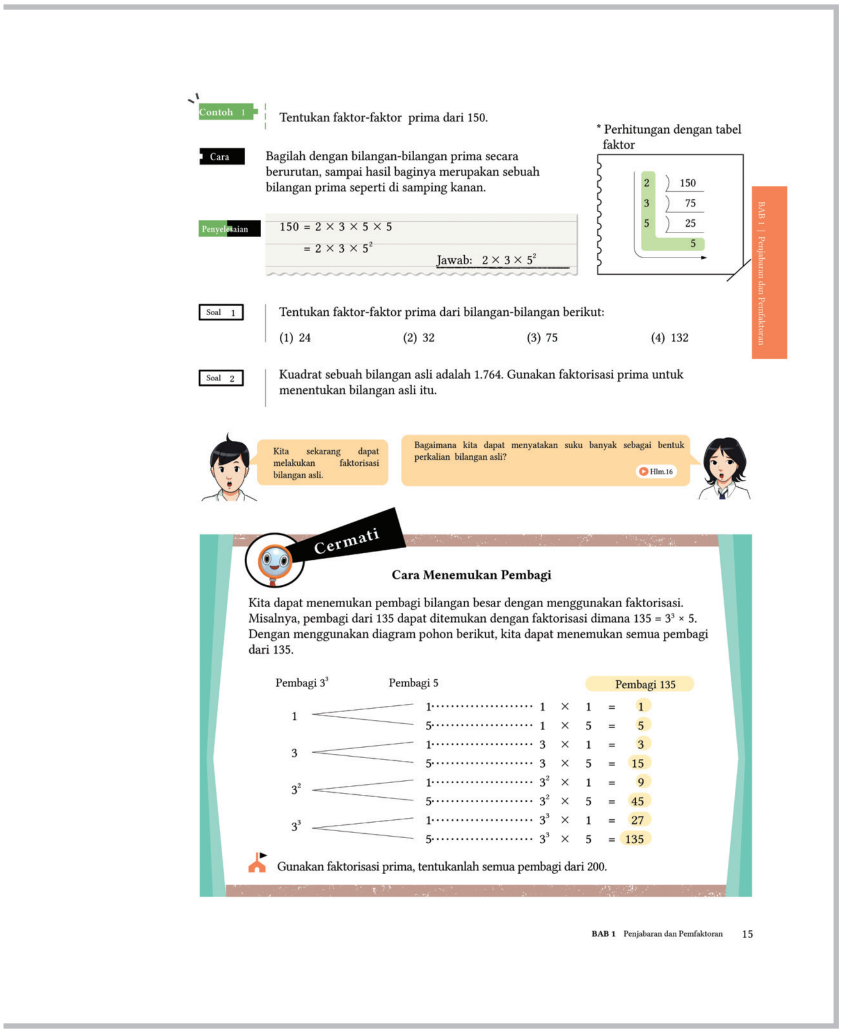
2. Makna Faktor, Faktor Prima, dan Faktorisasi Prima

Biarkan peserta didik memahami makna isitilah matematika dari hasil kali contoh yang digunakan pada . Dari istilah-istilah tersebut kaitkan pembelajaran pada pemfaktoran dan faktorisasi prima pada buku teks halaman 16.

Peserta didik dapat mengalami kesulitan dengan penjelasan tentang bilangan prima, yaitu "bilangan asli yang hanya dapat dibagi oleh 1 dan dirinya sendiri.", jadi untuk mempermudahnya jelaskan sebagai "pembaginya adalah dua bilangan asli. Ingatkan siswa bahwa 1 bukan bilangan asli walaupun pembagi.

3. Keunikan Faktorisasi Prima

Bilangan komposit (bilangan asli tidak termasuk 1 dan bilangan prima), hasil pengaliannya akan sama walaupun urutannya diabaikan. Konfirmasi hal ini dengan 30, atau dapat juga dengan bilangan lain.



Contoh 1 Tentukan faktor-faktor prima dari 150.

Cara Bagilah dengan bilangan-bilangan prima secara berurutan, sampai hasil baginya merupakan sebuah bilangan prima seperti di samping kanan.

Penyelesaian
$150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$
$= 2 \times 3 \times 5^2$
Jawab: $2 \times 3 \times 5^2$

* Perhitungan dengan tabel faktor

2	150
3	75
5	25
	5

BAB 1 | Penjabaran dan Pemfaktoran

Soal 1 Tentukan faktor-faktor prima dari bilangan-bilangan berikut:
(1) 24 (2) 32 (3) 75 (4) 132

Soal 2 Kuadrat sebuah bilangan asli adalah 1.764. Gunakan faktorisasi prima untuk menentukan bilangan asli itu.

Kita sekarang dapat melakukan faktorisasi bilangan asli.

Bagaimana kita dapat menyatakan suku banyak sebagai bentuk perkalian bilangan asli? Hlm.16

Cermati

Cara Menemukan Pembagi

Kita dapat menemukan pembagi bilangan besar dengan menggunakan faktorisasi. Misalnya, pembagi dari 135 dapat ditemukan dengan faktorisasi dimana $135 = 3^3 \times 5$. Dengan menggunakan diagram pohon berikut, kita dapat menemukan semua pembagi dari 135.

Pembagi 3^3	Pembagi 5		Pembagi 135
1	1	$1 \times 1 =$	1
	5	$1 \times 5 =$	5
3	1	$3 \times 1 =$	3
	5	$3 \times 5 =$	15
3^2	1	$3^2 \times 1 =$	9
	5	$3^2 \times 5 =$	45
3^3	1	$3^3 \times 1 =$	27
	5	$3^3 \times 5 =$	135

Gunakan faktorisasi prima, tentukanlah semua pembagi dari 200.

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 15

Penyelesaian

Soal 1

(1) $24 = 2^3 \times 3$ (2) $32 = 2^5$
(3) $75 = 3 \times 5^2$ (4) $132 = 2^2 \times 3 \times 11$

Soal 2

Untuk memfaktorkan 1764,

$$1764 = 2^2 \times 3^2 \times 7^2$$
$$= (2 \times 3 \times 7)^2$$
$$= 42^2$$

Cermati

Untuk memfaktorkan 200

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

Pembagi 2^3	Pembagi 5^3	Pembagi 200
1	1	$1 \times 1 = 1$
	5	$1 \times 5 = 5$
	5^2	$1 \times 5^2 = 25$
2	1	$2 \times 1 = 2$
	5	$2 \times 5 = 10$
	5^2	$2 \times 5^2 = 50$
2^2	1	$2^2 \times 1 = 4$
	5	$2^2 \times 5 = 20$
	5^2	$2^2 \times 5^2 = 100$
2^3	1	$2^3 \times 1 = 8$
	5	$2^3 \times 5 = 40$
	5^2	$2^3 \times 5^2 = 200$

Jadi, pembagi 200 dari urutan terkecil adalah 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40. 50. 100, 200

Penjelasan dan Perhatikan

4. Penanganan Contoh 1 , soal 2

Untuk menguraikan faktor prima, akan lebih efisien jika dilakukan dari bilangan prima terkecil. Selain itu, dalam buku teks disajikan cara sederhana yang sangat mirip dengan bentuk pembagian bilangan. Namun, untuk hasilnya yang sama, terlepas dari bilangan mana pun yang digunakan, dapat dilihat dalam penjelasan pada halaman sebelumnya ❸.

Faktorisasi prima berguna ketika mencari akar kuadrat dari bilangan tertentu seperti pada Soal 2 atau ketika mencari faktor kuadrat dari bilangan tertentu.

5. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Di bagian ini kita sudah belajar faktorisasi bilangan asli dan faktorisasi prima. Dengan mengajukan pertanyaan tentang bagaimana menyatakan suku banyak sebagai perkalian bilangan asli, kita dapat memotivasi siswa untuk belajar pada halaman selanjutnya.

6. Cara menentukan pembagi

Kita dapat menggunakan faktorisasi prima untuk mencari pembagi bilangan melalui diagram pohon secara efisien.

Bergantung pada situasi siswa, gunakan bilangan yang mencakup tiga jenis bilangan prima, seperti $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$. Jika hanya jumlah pengurangan yang akan dihitung, jumlah 135 dihitung sebagai (4×2), jumlah 200 dihitung sebagai (4×3), dan seterusnya. Artinya, jika hasil faktorisasi prima bilangan tertentu diwakili oleh $a^m \times b^n$, banyaknya pecahan bilangan tersebut adalah $(m + 1)(n + 1)$.

2 | Memfaktorkan (2 jam)

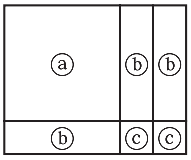
Tujuan

1. Peserta didik dapat memahami arti faktorisasi polinom.
2. Peserta didik dapat melakukan faktorisasi prima dengan mengeluarkan tanda kurung pada pemfaktornya.

Penyelesaian

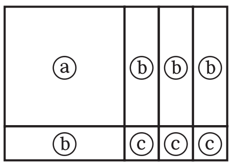
(1) Cukup jelas

(2)



(3) (Contoh)

Jika kita gunakan 1 potongan ⓐ, 4 potongan ⓑ, dan 3 potongan ⓒ



(4) (1) $\boxed{1}$ $x^2 + 3x$

$\boxed{2}$ $x(x+3)$

(2) $\boxed{1}$ $x^2 + 3x + 2$

$\boxed{2}$ $(x+1)(x+2)$

(3) (contoh)

$\boxed{1}$ $x^2 + 4x + 3$

$\boxed{2}$ $(x+1)(x+3)$

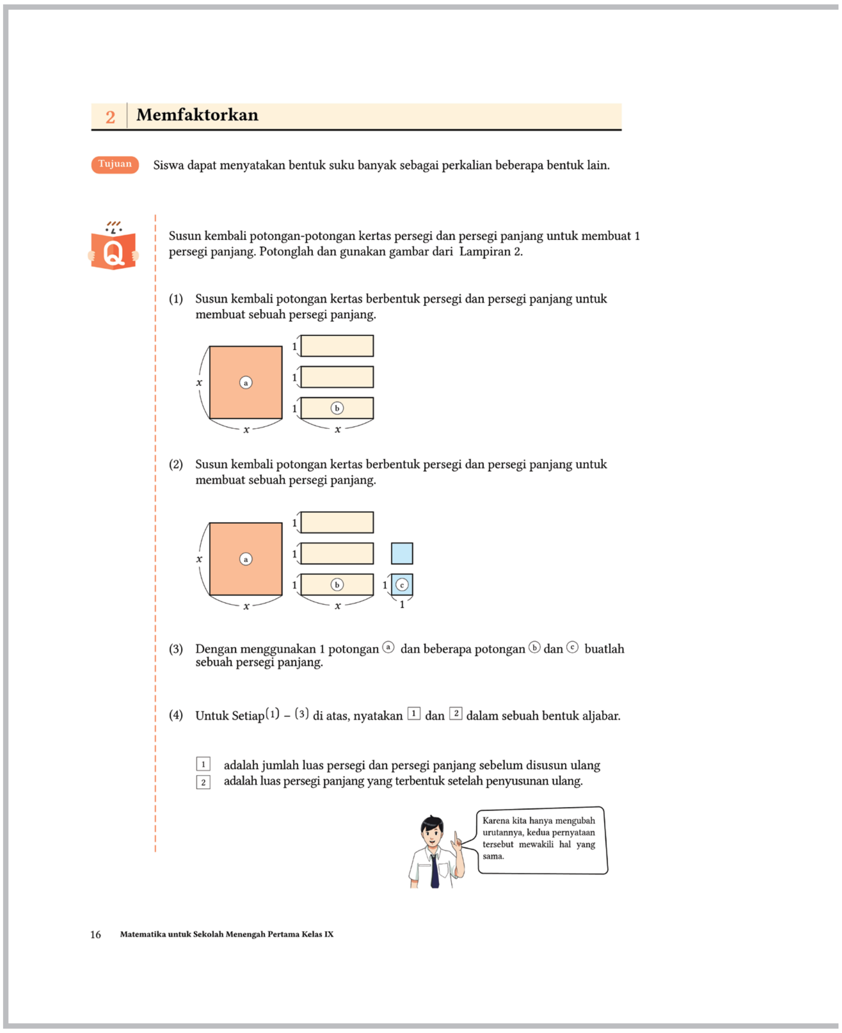
Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan

Target dari aktivitas menyusun ulang potongan-potongan kertas dan penjabaran rumus adalah untuk mengetahui bahwa polinom dapat difaktorkan. Bimbing siswa agar kegiatan operasional dan penjabaran rumusnya tidak menyimpang.

Di buku teks halaman 7-9, kita melakukan bagaimana memperluas rumus dengan membagi satu persegi panjang menjadi persegi dan persegi panjang. Di sini, kita lakukan kebalikannya dengan menyusun ulang beberapa persegi dan persegi panjang untuk membuat satu persegi panjang.

Dengan menyusunnya menjadi satu persegi panjang melalui trial dan error, siswa akan terarah pada cara menemukan faktor-faktor dalam polinom.


2 Memfaktorkan

Tujuan Siswa dapat menyatakan bentuk suku banyak sebagai perkalian beberapa bentuk lain.

Susun kembali potongan-potongan kertas persegi dan persegi panjang untuk membuat 1 persegi panjang. Potonglah dan gunakan gambar dari Lampiran 2.

(1) Susun kembali potongan kertas berbentuk persegi dan persegi panjang untuk membuat sebuah persegi panjang.

(2) Susun kembali potongan kertas berbentuk persegi dan persegi panjang untuk membuat sebuah persegi panjang.

(3) Dengan menggunakan 1 potongan ⓐ dan beberapa potongan ⓑ dan ⓒ buatlah sebuah persegi panjang.

(4) Untuk Setiap (1) – (3) di atas, nyatakan $\boxed{1}$ dan $\boxed{2}$ dalam sebuah bentuk aljabar.

$\boxed{1}$ adalah jumlah luas persegi dan persegi panjang sebelum disusun ulang

$\boxed{2}$ adalah luas persegi panjang yang terbentuk setelah penyusunan ulang.

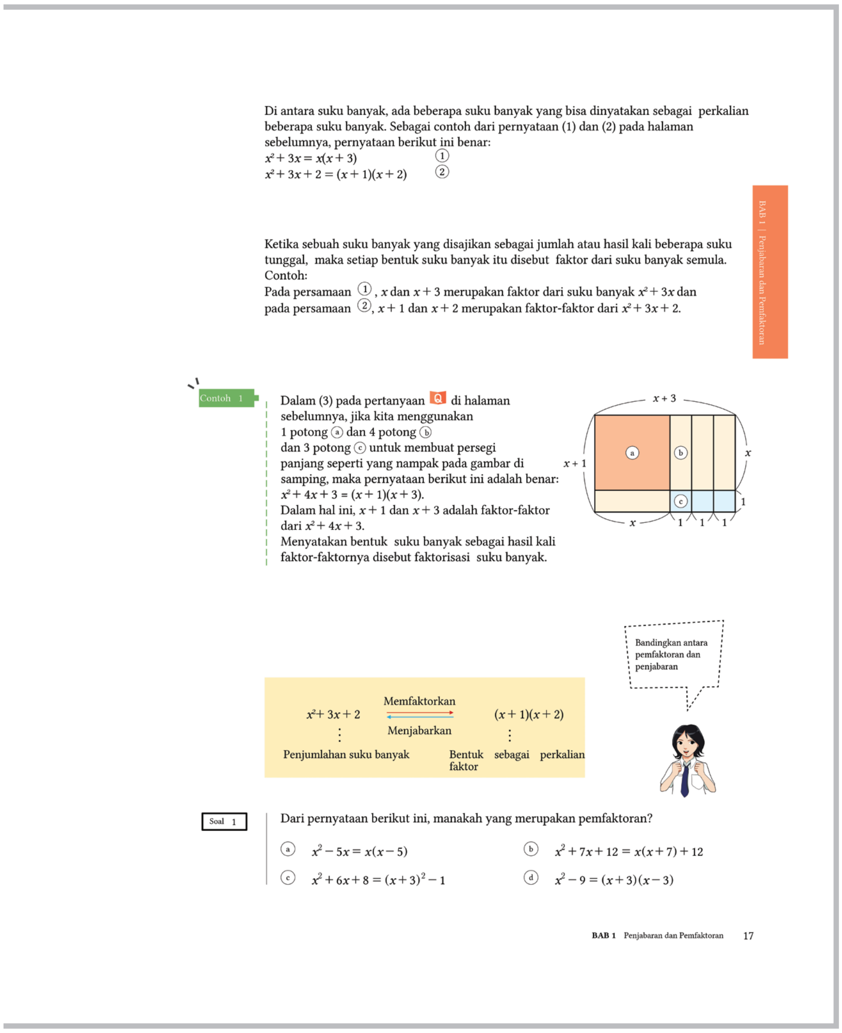
16 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

2. Penanganan (3)

Di bagian ini siswa diminta membuat sebuah persegi panjang dari beberapa potongan kertas persegi dan persegi panjang dengan bebas. Hal penting dalam kegiatan ini adalah sikap siswa dalam membuat soal dengan bebas. Selain itu, perlu diperhatikan bahwa dari potongan-potongan kertas tersebut ada juga yang tidak dapat membentuk persegi panjang.

3. Penanganan (4)

Menyatakan rumus setelah mengulas luas gambar yang dilakukan pada (1) sampai dengan (3). Tanda rumus dalam $\boxed{1}$ dan $\boxed{2}$ merupakan rumus pemfaktoran polinom.


Di antara suku banyak, ada beberapa suku banyak yang bisa dinyatakan sebagai perkalian beberapa suku banyak. Sebagai contoh dari pernyataan (1) dan (2) pada halaman sebelumnya, pernyataan berikut ini benar:

$x^2 + 3x = x(x + 3)$ ①

$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$ ②

Ketika sebuah suku banyak yang disajikan sebagai jumlah atau hasil kali beberapa suku tunggal, maka setiap bentuk suku banyak itu disebut faktor dari suku banyak semula.
Contoh:
Pada persamaan ①, x dan $x + 3$ merupakan faktor dari suku banyak $x^2 + 3x$ dan pada persamaan ②, $x + 1$ dan $x + 2$ merupakan faktor-faktor dari $x^2 + 3x + 2$.

BAB 1 | Penjabaran dan Pemfaktoran

Contoh 1

Dalam (3) pada pertanyaan Q di halaman sebelumnya, jika kita menggunakan 1 potong ⓐ dan 4 potong ⓑ dan 3 potong ⓒ untuk membuat persegi panjang seperti yang nampak pada gambar di samping, maka pernyataan berikut ini adalah benar:
$x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3)$.
Dalam hal ini, $x + 1$ dan $x + 3$ adalah faktor-faktor dari $x^2 + 4x + 3$.
Menyatakan bentuk suku banyak sebagai hasil kali faktor-faktornya disebut faktorisasi suku banyak.

$x^2 + 3x + 2$ —Memfaktorkan→ / ←Menjabarkan— $(x + 1)(x + 2)$

Penjumlahan suku banyak — Bentuk faktor sebagai perkalian

Soal 1

Dari pernyataan berikut ini, manakah yang merupakan pemfaktoran?

ⓐ $x^2 - 5x = x(x - 5)$ ⓑ $x^2 + 7x + 12 = x(x + 7) + 12$

ⓒ $x^2 + 6x + 8 = (x + 3)^2 - 1$ ⓓ $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 17

Penyelesaian

Soal 1

ⓐ ⓓ

Soal Tambahan

Dari persamaan berikut, manakah pemfaktoran?

① $x^2 + 2x - 8 = (x + 1)^2 - 9$
② $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

[②]

Penjelasan dan Perhatikan

4. Pengertian Faktor dan Faktorisasi

Target dari aktivitas menyusun ulang potongan-potongan kertas dan penjabaran rumus adalah untuk mengetahui bahwa polinom dapat difaktorkan. Bimbing siswa agar kegiatan operasional dan penjabaran rumusnya tidak menyimpang.

Pada buku teks halaman 7-9, kita melakukan bagaimana memperluas rumus dengan membagi satu persegi panjang menjadi persegi dan persegi panjang. Di sini, kita lakukan kebalikannya dengan menyusun ulang beberapa persegi dan persegi panjang untuk membuat satu persegi panjang.

(contoh)

$$21 \xrightarrow{\text{Faktorisasi Utama}} \underbrace{3}_{} \times \underbrace{7}_{} \quad \text{(Faktor Numerik)}$$

$$x^2 + 3x \xrightarrow[\text{Faktorisasi}]{} \underbrace{x}_{}\underbrace{(x + 3)}_{} \quad \text{(Faktor)}$$

Lalu, pastikan tentang kaitan antara memfaktorkan dengan kebalikannya.

5. Penanganan Contoh 1

Panjang persegi (x+1), lebar persegi (x+3). Jadi Luas persegi didapat dari perkalian (binom)×(binom) dari (x+1)(x+3).

Lalu, akan mudah bagi siswa untuk menggunakan (x+3)(x+1) karena merupakan panjang dan lebar persegi panjang.

6. Penanganan soal 1

Soal untuk mengkonfirmasi pemfaktoran polinom melalui "bentuk perkalian beberapa faktor polinom".

Referensi ▶ Membaca Rumus

Bilangan dapat ditambah atau dikalikan.
Misalnya, untuk 132, kita dapat menambahnya dengan cara $1\times10^2+3\times10+2$ atau dengan cara perkalian $2\times66, 3\times44, 22\times3\times11$.

Rumus kuadrat yang dipelajari di SMP sebagai penambahan seperti x^2+3x+2, dapat dilihat sebagai pemfaktoran dari perkalian $(x+1)(x+2)$ Tentu saja di dalam rumus kuadrat pun ada yang tidak dapat difaktorkan.

Penyelesaian

Soal 2

(1) $x(a+b)$ (2) $a(x-1)$
(3) $p(x^2-5x+3)$

Soal 3

(1) $4a(x+2y)$ (2) $x(3x+7)$
(3) $x(x-1)$ (4) $xy(x+y)$
(5) $a(a+6b-8)$ (6) $3x(3x-y+2)$

Soal Tambahan

Faktorkan

(1) $ab-ac$ (2) $3ax+9ay$
(3) $-5a^2-10a$ (4) $ax+5bx-7cx$
(5) $4a^2b-8ab^2+12abc$

[(1) $a(b-c)$ (2) $3a(x+3y)$
(3) $-5a(a+2)$ (4) $x(a+5b-7c)$
(5) $4ab(a-2b+3c)$]

7. Pemfaktoran berdasarkan Faktor-Faktor Persekutuan

Bagian ini tentang "Mengeluarkan Faktor Persekutuan" dalam pemfaktoran. Digunakan sebagai gagasan utama perluasan rumus sifat distributif dan pengantar perkalian. Dalam arti, sifat distributif merupakan gagasan utama dalam pemfaktoran.

Di bagian ini, dipelajari pemfaktoran yang mengeluarkan faktor-faktor persekutuan.

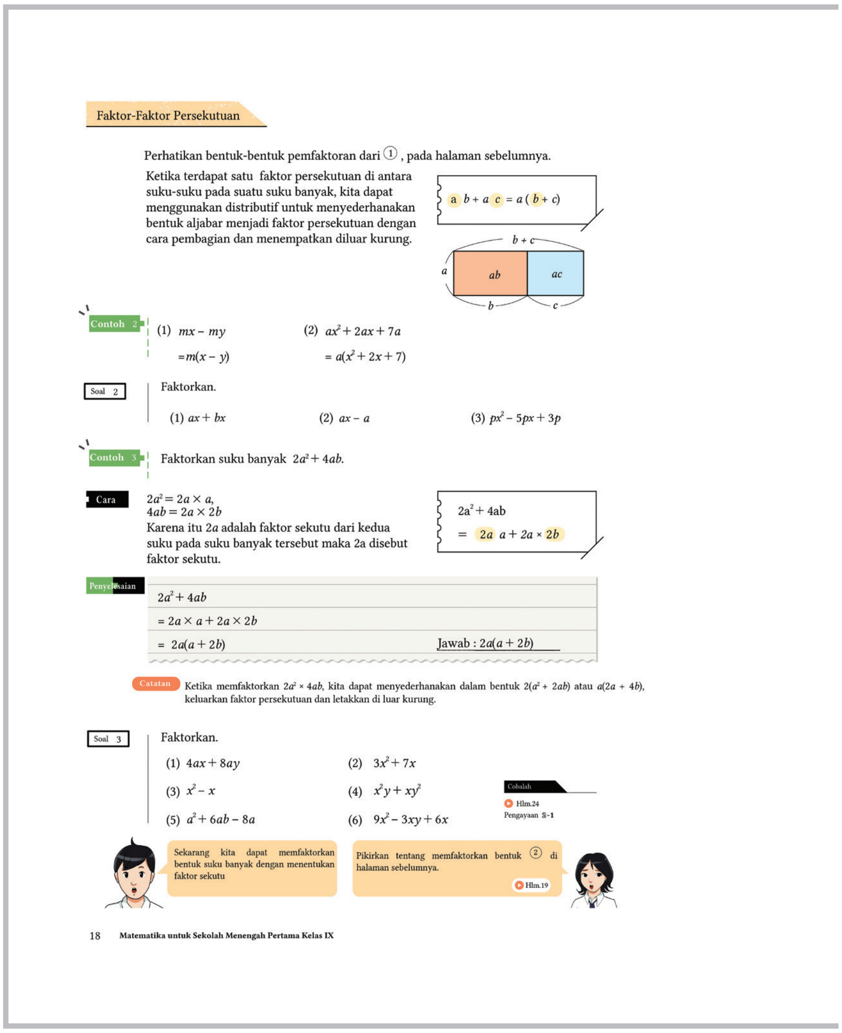
8. Penanganan Contoh 3

Bagian ini tentang "Mengeluarkan Faktor Persekutuan" dalam pemfaktoran. Digunakan sebagai gagasan utama perluasan rumus sifat distributif dan pengantar perkalian. Dalam arti, sifat distributif merupakan gagasan utama dalam pemfaktoran.

Di bagian ini, dipelajari pemfaktoran yang mengeluarkan faktor-faktor persekutuan.

9. Penanganan terhapan Pertanyaan Lebih Lanjut

Pikirkan tentang memfaktorkan bentuk 2 di halaman sebelumnya.



Faktor-Faktor Persekutuan

Perhatikan bentuk-bentuk pemfaktoran dari ①, pada halaman sebelumnya.

Ketika terdapat satu faktor persekutuan di antara suku-suku pada suatu suku banyak, kita dapat menggunakan distributif untuk menyederhanakan bentuk aljabar menjadi faktor persekutuan dengan cara pembagian dan menempatkan diluar kurung.

$ab+ac=a(b+c)$

Contoh 2

(1) $mx-my$ $=m(x-y)$
(2) $ax^2+2ax+7a$ $=a(x^2+2x+7)$

Soal 2 Faktorkan.

(1) $ax+bx$ (2) $ax-a$ (3) $px^2-5px+3p$

Contoh 3 Faktorkan suku banyak $2a^2+4ab$.

Cara
$2a^2=2a\times a$,
$4ab=2a\times 2b$
Karena itu $2a$ adalah faktor sekutu dari kedua suku pada suku banyak tersebut maka 2a disebut faktor sekutu.

$2a^2+4ab$
$=2a\ a+2a\times 2b$

Penyelesaian
$2a^2+4ab$
$=2a\times a+2a\times 2b$
$=2a(a+2b)$ Jawab : $2a(a+2b)$

Catatan Ketika memfaktorkan $2a^2\times 4ab$, kita dapat menyederhanakan dalam bentuk $2(a^2+2ab)$ atau $a(2a+4b)$, keluarkan faktor persekutuan dan letakkan di luar kurung.

Soal 3 Faktorkan.

(1) $4ax+8ay$ (2) $3x^2+7x$
(3) x^2-x (4) x^2y+xy^2
(5) $a^2+6ab-8a$ (6) $9x^2-3xy+6x$

Cobalah
Hlm.24
Pengayaan 2-1

Sekarang kita dapat memfaktorkan bentuk suku banyak dengan menentukan faktor sekutu

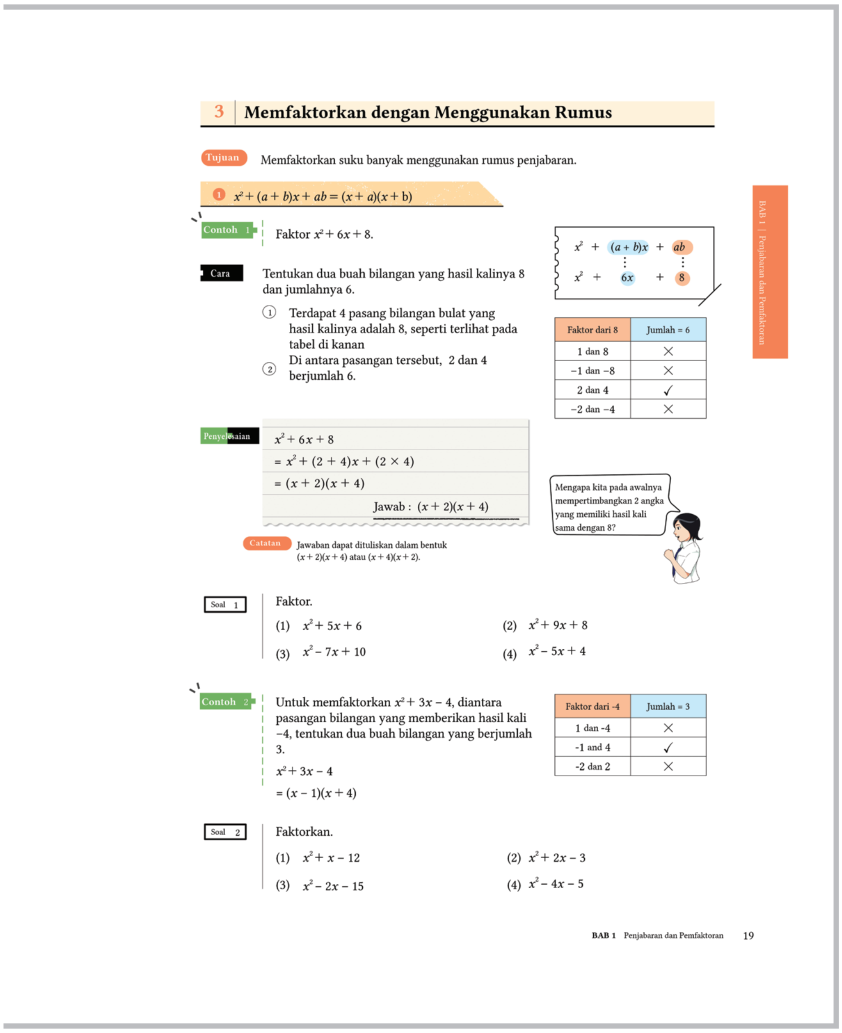
Pikirkan tentang memfaktorkan bentuk ② di halaman sebelumnya. Hlm.19

18 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Referensi Penanganan Bilangan pada Pemfaktoran

Rentang bilangan dalam pemfaktoran tidak dibatasi, biasanya sebatas bilangan bulat itu sendiri. Misalnya dalam pemfaktoran $4ax+2a=2a(2x+1)$ ① .

Rumus tersebut juga dapat di dijabarkan menjadi $4ax+2a=4a\left(x+\frac{1}{2}\right)$, tetapi, jika rentangnya berupa bilangan bulat, akan selesai di ①.



3 Memfaktorkan dengan Menggunakan Rumus

Tujuan Memfaktorkan suku banyak menggunakan rumus penjabaran.

❶ $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

Contoh 1 Faktor $x^2 + 6x + 8$.

$$x^2 + (a+b)x + ab$$
$$x^2 + 6x + 8$$

Cara Tentukan dua buah bilangan yang hasil kalinya 8 dan jumlahnya 6.

① Terdapat 4 pasang bilangan bulat yang hasil kalinya adalah 8, seperti terlihat pada tabel di kanan

② Di antara pasangan tersebut, 2 dan 4 berjumlah 6.

Faktor dari 8	Jumlah = 6
1 dan 8	×
−1 dan −8	×
2 dan 4	✓
−2 dan −4	×

Penyelesaian

$x^2 + 6x + 8$

$= x^2 + (2+4)x + (2 \times 4)$

$= (x+2)(x+4)$

Jawab : $(x+2)(x+4)$

Mengapa kita pada awalnya mempertimbangkan 2 angka yang memiliki hasil kali sama dengan 8?

Catatan Jawaban dapat dituliskan dalam bentuk $(x+2)(x+4)$ atau $(x+4)(x+2)$.

Soal 1 Faktor.

(1) $x^2 + 5x + 6$ (2) $x^2 + 9x + 8$

(3) $x^2 - 7x + 10$ (4) $x^2 - 5x + 4$

Contoh 2 Untuk memfaktorkan $x^2 + 3x - 4$, diantara pasangan bilangan yang memberikan hasil kali −4, tentukan dua buah bilangan yang berjumlah 3.

$x^2 + 3x - 4$

$= (x-1)(x+4)$

Faktor dari -4	Jumlah = 3
1 dan -4	×
-1 and 4	✓
-2 dan 2	×

Soal 2 Faktorkan.

(1) $x^2 + x - 12$ (2) $x^2 + 2x - 3$

(3) $x^2 - 2x - 15$ (4) $x^2 - 4x - 5$

BAB 1 | Penjabaran dan Pemfaktoran

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 19

3 | Memfaktorkan dengan menggunakan rumus (3,5 jam)

Tujuan

1. Peserta didik dapat memfaktorkan suku banyak dengan menggunakan rumus penjabaran.
2. Peserta didik dapat memfaktorkan suku banyak yang sedikit rumit.

Penyelesaian

Soal 1

(1) $(x+2)(x+3)$
(2) $(x+1)(x+8)$
(3) $(x-2)(x-5)$
(4) $(x-1)(x-4)$

Soal 2

(1) $(x+4)(x-3)$
(2) $(x+3)(x-1)$
(3) $(x+3)(x-5)$
(4) $(x+1)(x-5)$

Soal Tambahan

Faktorkanlah rumus berikut.

(1) $x^2 - x - 6$
(2) $y^2 + 3y - 10$

[(1) $(x+2)(x-3)$
(2) $(y+5)(y-2)$]

Penjelasan dan Perhatikan

8. Penanganan Contoh 1 dan Soal 1

Rumus ❶ merupakan gagasan utama dalam memfaktorkan, lalu dapat juga digunakan untuk menyelesaikan persamaan kuadrat karena lebih fleksibel. Untuk memperdalam pemahaman, berikan beberapa contoh lainnya dengan teliti.

Dalam Contoh 1, pemfaktoran dapat dilakukan dengan mencari dua bilangan yang jumlahnya 6 dan yang hasil kalinya 8, sehingga kedua bilangan ini dicari dengan cara coba-coba. Di sini, karena jumlah pasangan bilangan bulat yang hasil kalinya menjadi 8 terbatas, perhatikan alirannya menjadi lakukan perkalian lalu penjumlahan.

Berikan pemahaman pada siswa yang mencoba mencari kelompok bilangan bulat yang jumlahnya 6, berdasarkan cara pemecahannya tersebut, akan lebih efisien dengan mendahulukan perkalian.

Perhatikan bahwa Contoh 1 dan soal 1 berupa soal konstanta ab adalah bilangan bulat positif (tanda a dan b, sama) sedangkan dalam Contoh 2 dan Soal 2, suku konstanta ab adalah bilangan negatif (tanda a dan b, berbeda).

9. Penanganan Contoh 2 dan Soal 2

Pertimbangkan untuk memfaktorkan jika konstanta ab adalah bilangan negatif. Idenya sama seperti pada Contoh 1, tetapi kita akan menentukan nilai-nilai tersebut dengan berfokus pada fakta bahwa a atau b adalah bilangan negatif.

Penyelesaian

Soal 3

(1) $(x+1)^2$
(2) $(x-1)^2$
(3) $(x+2)^2$
(4) $(x-4)^2$
(5) $(a+6)^2$
(6) $(y-7)^2$

Contoh 4

(1) $(x+3)(x-3)$
(2) $(x+6)(x-6)$
(3) $(1+x)(1-x)$
(4) $(a+b)(a-b)$

Soal 5

(1) $(x+2)(x+6)$
(2) $(x-2)^2$
(3) $(x+4)(x-5)$
(4) $(x+10)(x-10)$
(5) $(x+9)^2$
(6) $(x+7)(x-4)$

3. Penanganan Contoh 3 dan Soal 3

Rumus ❷ dan ❸ mungkin sulit digunakan siswa. Oleh karena itu, beri pemahaman bahwa rumus tersebut diterapkan dengan mencari persamaan kuadrat dengan asumsi:

(1) Apakah ada variabel yang sesuai dengan rumus a^2 dan x^2.
(2) Apakah ada variabel yang setara dengan $2ax$ yang merupakan hasil kali dari kuadrat a dan x?

4. Penerapan Contoh 4 dan Soal 4

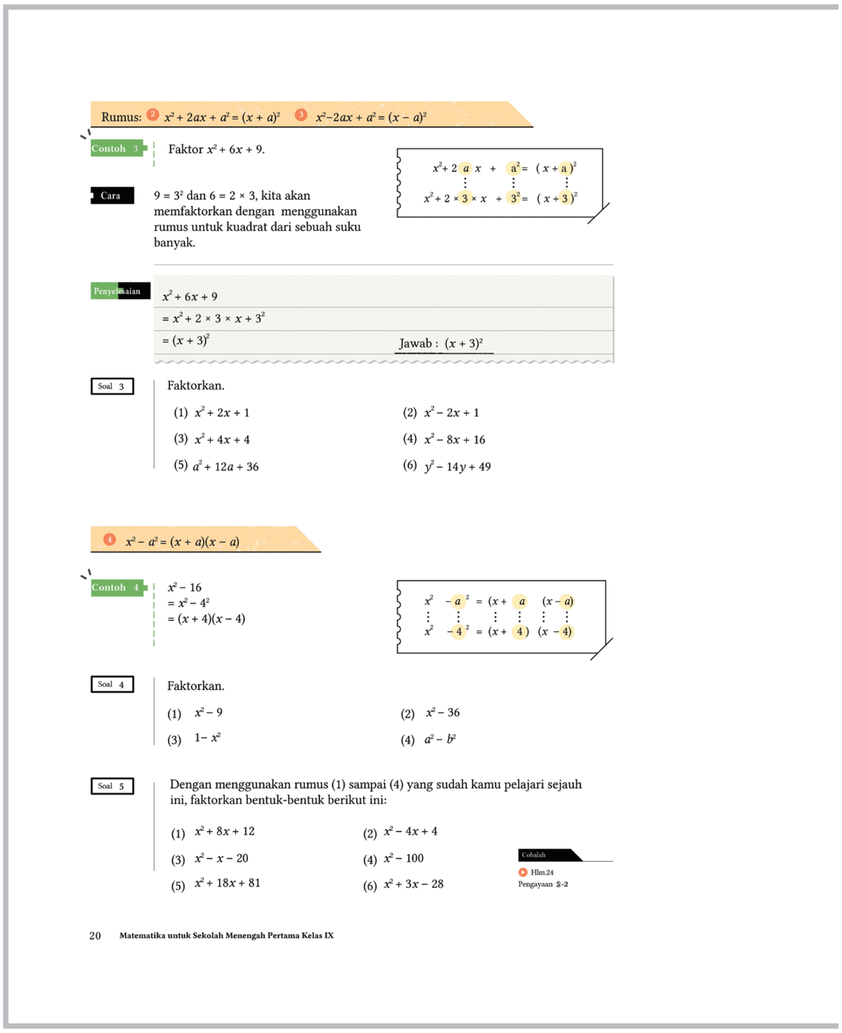
Ini adalah faktorisasi kuadrat dalam bentuk selisih kuadrat. Berbeda dengan pemfaktoran kuadrat yang telah diselesaikan sebelumnya, jenis ini memiliki 2 variabel khusus dalam pemfaktorannya.

Pada Contoh 4 (3), kita dapat menuliskan variabelnya, lalu memfaktorkannya seperti ini

$$\begin{aligned} 1-x^2 &= -(x^2-1). \\ &= -(x+1)(x-1) \end{aligned}$$

Namun, perlu dipahami untuk menerapkan rumus tersebut sebagaimana mana adanya, seperti berikut.

$1-x^2 = (1+x)(1-x)$



Rumus: ❷ $x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$ ❸ $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$

Contoh 3 Faktor $x^2 + 6x + 9$.

$x^2 + 2\,a\,x + a^2 = (x+a)^2$
$x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 = (x+3)^2$

Cara $9 = 3^2$ dan $6 = 2 \times 3$, kita akan memfaktorkan dengan menggunakan rumus untuk kuadrat dari sebuah suku banyak.

Penyelesaian
$x^2 + 6x + 9$
$= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$
$= (x+3)^2$ Jawab : $(x+3)^2$

Soal 3 Faktorkan.

(1) $x^2 + 2x + 1$ (2) $x^2 - 2x + 1$
(3) $x^2 + 4x + 4$ (4) $x^2 - 8x + 16$
(5) $a^2 + 12a + 36$ (6) $y^2 - 14y + 49$

❹ $x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$

Contoh 4
$x^2 - 16$
$= x^2 - 4^2$
$= (x+4)(x-4)$

$x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$
$x^2 - 4^2 = (x+4)(x-4)$

Soal 4 Faktorkan.

(1) $x^2 - 9$ (2) $x^2 - 36$
(3) $1 - x^2$ (4) $a^2 - b^2$

Soal 5 Dengan menggunakan rumus (1) sampai (4) yang sudah kamu pelajari sejauh ini, faktorkan bentuk-bentuk berikut ini:

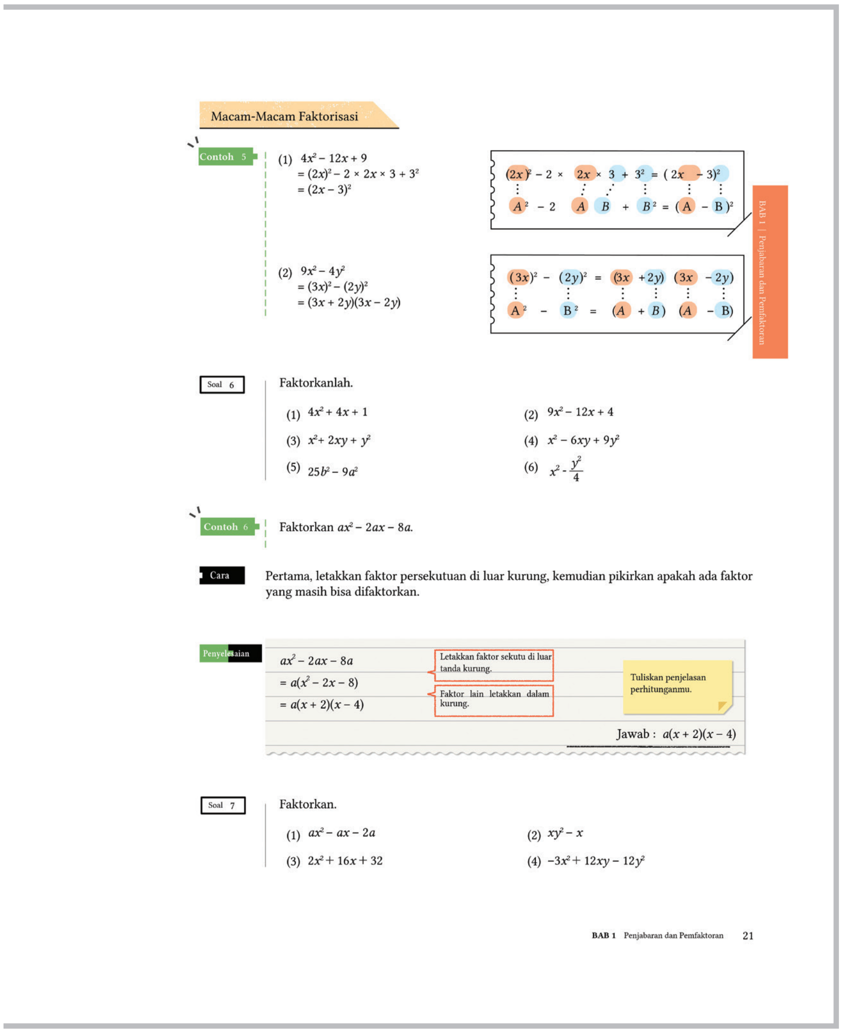
(1) $x^2 + 8x + 12$ (2) $x^2 - 4x + 4$
(3) $x^2 - x - 20$ (4) $x^2 - 100$
(5) $x^2 + 18x + 81$ (6) $x^2 + 3x - 28$

Cobalah
Hlm.24
Pengayaan 2-2

20 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

5. Penerapan Soal 5

Inti merupakan soal untuk memastikan apakah siswa dapat menggunakan soal pada Contoh 1 dan Contoh 4



Macam-Macam Faktorisasi

Contoh 5

(1) $4x^2 - 12x + 9$
$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$
$= (2x - 3)^2$

$(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (2x - 3)^2$
$A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$

(2) $9x^2 - 4y^2$
$= (3x)^2 - (2y)^2$
$= (3x + 2y)(3x - 2y)$

$(3x)^2 - (2y)^2 = (3x + 2y)(3x - 2y)$
$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$

BAB 1 | Penjabaran dan Pemfaktoran

Soal 6

Faktorkanlah.

(1) $4x^2 + 4x + 1$
(2) $9x^2 - 12x + 4$
(3) $x^2 + 2xy + y^2$
(4) $x^2 - 6xy + 9y^2$
(5) $25b^2 - 9a^2$
(6) $x^2 - \frac{y^2}{4}$

Contoh 6

Faktorkan $ax^2 - 2ax - 8a$.

Cara

Pertama, letakkan faktor persekutuan di luar kurung, kemudian pikirkan apakah ada faktor yang masih bisa difaktorkan.

Penyelesaian

$ax^2 - 2ax - 8a$
$= a(x^2 - 2x - 8)$ — Letakkan faktor sekutu di luar tanda kurung.
$= a(x + 2)(x - 4)$ — Faktor lain letakkan dalam kurung.

Tuliskan penjelasan perhitunganmu.

Jawab : $a(x + 2)(x - 4)$

Soal 7

Faktorkan.

(1) $ax^2 - ax - 2a$
(2) $xy^2 - x$
(3) $2x^2 + 16x + 32$
(4) $-3x^2 + 12xy - 12y^2$

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 21

Penyelesaian

Soal 6

(1) $(2x+1)^2$
(2) $(3x-2)^2$
(3) $(x+y)^2$
(4) $(x-3y)^2$
(5) $(5b+3a)(5b-3a)$
(6) $\left(x+\frac{y}{2}\right)\left(x-\frac{y}{2}\right)$

Soal 7

(1) $a(x+1)(x-2)$
(2) $x(y+1)(y-1)$
(3) $2(x+4)^2$
(4) $-3(x-2y)^2$

Soal Tambahan

Faktorkanlah

(1) $9a^2 - 16b^2$
(2) $25x^2 - 20xy + 4y^2$
(3) $ax^2 - 14ax + 49a$
(4) $3x^2 - 18x + 24$

[(1) $(3a+4b)(3a-4b)$
(2) $(5x-2y)^2$
(3) $a(x-7)^2$
(4) $3(x-2)(x-4)$]

Penjelasan dan Perhatikan

6. Penanganan Contoh 5 dan Soal 6

Contoh 5 adalah pemfaktoran saat koefisien kuadrat suku banyak adalah 4, 9, dan seterusnya. Dlam menerapkan rumus perlu pemahaman membaca rumus secara sesuai. Terutama dalam,

$(px)^2 + \underline{2 \times a \times (px)} + a^2$

bagian yang tepat untuk rumus $2ax$ dibaca sebagai $2 \times a \times (px)$.

Lalu, pada Soal 6,

$$x^2 - \left(\frac{y^2}{4}\right) = \frac{1}{4}(4x^2 - y^2)$$
$$= \frac{1}{4}(2x+y)(2x-y)$$

dapat dibaca seperti itu. Namun, sebaiknya rumus tersebut dibaca sebagaimana adanya, seperti

$$x^2 - \left(\frac{y^2}{4}\right) = \left(x+\frac{y}{2}\right)\left(x-\frac{y}{2}\right)$$

7. Penanganan Contoh 6

Pertama, letakkan faktor sekutu di luar kurung, lalu terapkan pemfaktoran. Saat memfaktorkan biasakan siswa untuk memeriksa apakah masih ada faktor sekutu yang masih bisa difaktorkan.

Penyelesaian

Soal 8

(1) $(x-1)(x-2)$
(2) $(a+b)(x+y)$
(3) $(x+15)(x+5)$
(4) $(x+y+9)(x+y-9)$

Soal 9

(1) $(y-1)(x+1)$
(2) $(a+3)(x-1)$

Soal Tambahan

(1) $(x+2)^2-2(x+2)$
(2) $xy-2x+3y-6$
(3) $3xy-2x-12y+8$
(4) $4a+5b-ab-20$

[(1) $(x+2)x$
(2) $(y-2)(x+3)$
(3) $(3y-2)(x-4)$
(4) $(4-b)(a-5)$]

8. Penerapan Contoh 7

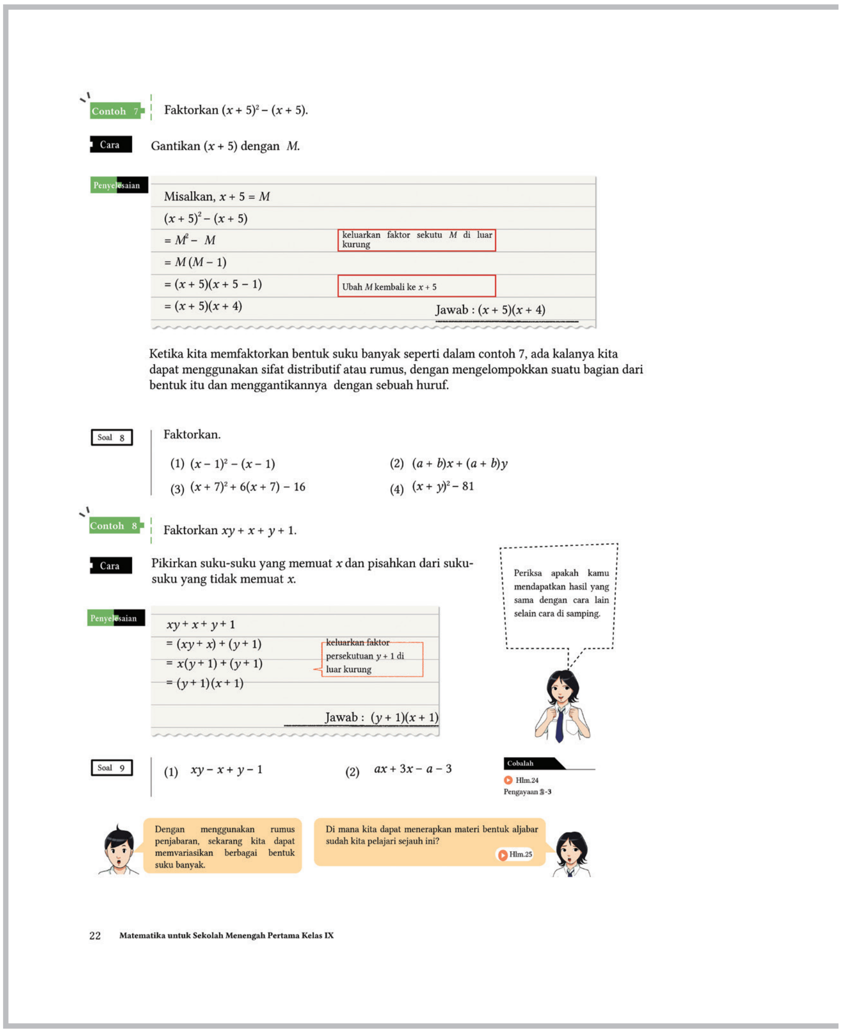
Jika $(x+5)^2-(x+5)$ diperluas, maka akan menjadi $x^2+9x+20$ yang dapat difaktorkan. Namun, kita pun dapat menggantinya dengan 1 huruf M pada x+5 dari rumus $(x+5)^2-(x+5)$.

Dengan membandingkan keduanya, keistimewaannya masing-masing dapat diringkas dan siswa dapat mendiskusikannya, sehingga pandangannya terhadap rumus dapat dipertajam.

Selain itu, diharapkan siswa dapat menyimpulkan langkah yang harus dilakukan walaupun hanya melihat ( ) tanpa harus menggantinya dengan M.

9. Penerapan Contoh 8

Siswa akan mengalami kesulitan untuk memecahkan soal pemfaktoran dengan bentuk suku banyak seperti ini jika diminta mengerjakannya sendiri. Berikan satu huruf kunci untuk memecahkannya dan biarkan mereka memikirkan pemfaktorannya. Poin penting dalam soal ini adalah mengeluarkan faktor sekutu dari rumus.



Contoh 7 Faktorkan $(x+5)^2-(x+5)$.

Cara Gantikan $(x+5)$ dengan M.

Penyelesaian

Misalkan, $x+5=M$

$(x+5)^2-(x+5)$

$=M^2-M$ keluarkan faktor sekutu M di luar kurung

$=M(M-1)$

$=(x+5)(x+5-1)$ Ubah M kembali ke $x+5$

$=(x+5)(x+4)$

Jawab : $(x+5)(x+4)$

Ketika kita memfaktorkan bentuk suku banyak seperti dalam contoh 7, ada kalanya kita dapat menggunakan sifat distributif atau rumus, dengan mengelompokkan suatu bagian dari bentuk itu dan menggantikannya dengan sebuah huruf.

Soal 8 Faktorkan.

(1) $(x-1)^2-(x-1)$ (2) $(a+b)x+(a+b)y$
(3) $(x+7)^2+6(x+7)-16$ (4) $(x+y)^2-81$

Contoh 8 Faktorkan $xy+x+y+1$.

Cara Pikirkan suku-suku yang memuat x dan pisahkan dari suku-suku yang tidak memuat x.

Penyelesaian

$xy+x+y+1$

$=(xy+x)+(y+1)$

$=x(y+1)+(y+1)$ keluarkan faktor persekutuan $y+1$ di luar kurung

$=(y+1)(x+1)$

Jawab : $(y+1)(x+1)$

Soal 9 (1) $xy-x+y-1$ (2) $ax+3x-a-3$

Cobalah
Hlm.24
Pengayaan 3-3

22 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Jadi, seperti tersaji dalam pertanyaan lebih lanjut, fokuskan pada y, lalu "faktorkan menjadi suku-suku yang menyertakan y dan yang tidak menyertakannya".

10. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Kita sudah mempelajari cara pemfaktoran dan perluasannya sampai di sini. Hadapkan siswa pada penggunaan rumus yang telah dipelajari dan dorong motivasi mereka untuk mempelajari materi pada buku teks halaman 25.

Mari Kita Periksa

2 Memfaktorkan

1 Berdasarkan faktorisasi halaman 15, contoh 1

Tentukan Faktor dari 90.

2 Berdasarkan faktor persekutuan halaman 18, contoh 2 dan 3

Faktorkan.

(1) $7 + 2ay - 9a$ (2) $12x^2 - 8xy$

3 Berdasarkan Rumus Faktorisasi [Hlm.19] [Hlm.20]

Faktorkan.

(1) $x^2 + 7x + 6$ (2) $x^2 - x - 12$ (3) $x^2 + 10x + 25$

(4) $x^2 - 16x + 64$ (5) $x^2 - 81$ (6) $9 - a^2$

4 Berdasarkan Beragam Faktorisasi [Hlm.21] Cth. 5, Cth. 6 [Hlm.22] Cth. 7

Faktorkan.

(1) $x^2 - 4xy + 4y^2$ (2) $36 - 9a^2$

(3) $ax^2 + 4ax - 12a$ (4) $(a + b)x - (a + b)y$

Cermati

Cerita tentang Faktor-Faktor Prima

Tentukan faktor prima sampai dengan 100 melalui cara berikut:

Coret bilangan 1, selanjutnya, lewati 2 dan silanglah semua kelipatan 2. Kemudian, lewati 3 dan silang semua bilangan kelipatan 3. Lakukan hal yang sama untuk semua bilangan. Pada akhirnya, kita akan menyisakan bilangan 2, 3, 5, 7, 11, ..., terdapat total 25 bilangan prima, bilangan yang tersisa, lewatkan bilangan pertama dan semua kelipatan.

Metode ini berasal dari Yunani kuno, oleh seorang pria bernama Eratosthenes (lahir 275 - 194 SM), yang dikenal dengan nama Saringan Eratosthenes.

Mari Kita Periksa (0.5 jam)

Penyelesaian

1

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$

2

(1) $a(7x + 2y - 9)$

(2) $4x(3x - 2y)$

3

(1) $(x + 1)(x + 6)$

(2) $(x + 3)(x - 4)$

(3) $(x + 5)^2$

(4) $(x - 8)^2$

(5) $(x + 9)(x - 9)$

(6) $(3 + a)(3 - a)$

4

(1) $(x - 2y)^2$

(2) $9(2 + a)(2 - a)$

(3) $a(x + 6)(x - 2)$

(4) $(a + b)(x - y)$

Penjelasan dan Perhatikan

Soal Tambahan

11 Cerita tentang Faktor-faktor Prima

Bagian ini dibuat sebagai PR untuk meningkatkan minat siswa terhadap faktor prima dan sejarahnya melalui cerita. Jadikan ini sebagai peluang yang dapat dikembangkan menjadi kegiatan mencari variasi cerita lainnya yang sesuai dengan topik pembelajaran.

12 Saringan Erastothenes

Saringan Eratosthenes adalah cara untuk mencari faktor prima dengan memasukkan bilangan asli ke dalam satu saringan, menyisakan faktornya dan menghilangkan bilangan lainnya.

Sebagaimana terlihat dari bilangan dalam buku teks, bilangan yang terbuang bukan hanya kelipatan dua, tetapi juga bilangan berkelipatan tiga.

Jika kita mencarinya sampai 100, yang tersisa adalah 25.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Referensi Pembuktian Euclid

Bilangan prima merupakan bilangan yang diminati sejak zaman kuno. "Bukti bahwa bilangan prima ada tanpa batas" ditulis dalam "Teori Dasar" oleh Euclid dengan menggunakan metode absurditas.

Referensi Bilangan Prima Mersenne

Pada tahun 1644 M. Mersenne menyatakan bahwa 2n-1 adalah bilangan prima, pada $n \leq 257$, hanya $n = 2$, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31 67, 127, 257 yang masuk ke dalam bilangan. Sayangnya, beberapa pernyataannya salah. Untuk $n = 61$, 89, 107 tidak dimasukkannya dan $n = 67$, 257 merupakan bilangan komposit.

2 | Pengayaan

Penyelesaian

1

(1)	$x(y+4)$	(4)	$xy(2x-3y)$
(2)	$a(5x-8y+2)$	(5)	$3a(2a+3b)$
(3)	$x(x+7)$	(6)	$5x(2x-5y+1)$

2

(1)	$(x+1)(x+5)$	(8)	$(x+9)(x-5)$
(2)	$(x+3)(x+7)$	(9)	$(x+7)^2$
(3)	$(x-1)(x-6)$	(10)	$(x+8)^2$
(4)	$(x-3)(x-9)$	(11)	$(x-5)^2$
(5)	$(x+4)(x-2)$	(12)	$(x-10)^2$
(6)	$(x+2)(x-5)$	(13)	$(x+1)(x-1)$
(7)	$(x+1)(x-2)$	(14)	$(x+8)(x-8)$

3

(1) $(2x+3)^2$

(2) $(3x-1)^2$

(3) $(x-y)^2$

(4) $(x+4y)^2$

(5) $(10x+7)(10x-7)$

(6) $(4+5x)(4-5x)$

(7) $(2x+7y)(2x-7y)$

(8) $\left(x+\frac{y}{3}\right)\left(x-\frac{y}{3}\right)$

(9) ax^2-ay^2
$=a(x^2-y^2)$
$=a(x+y)(x-y)$

(10) $ax^2+2ax+a$
$=a(x^2+2x+1)$
$=a(x+1)^2$

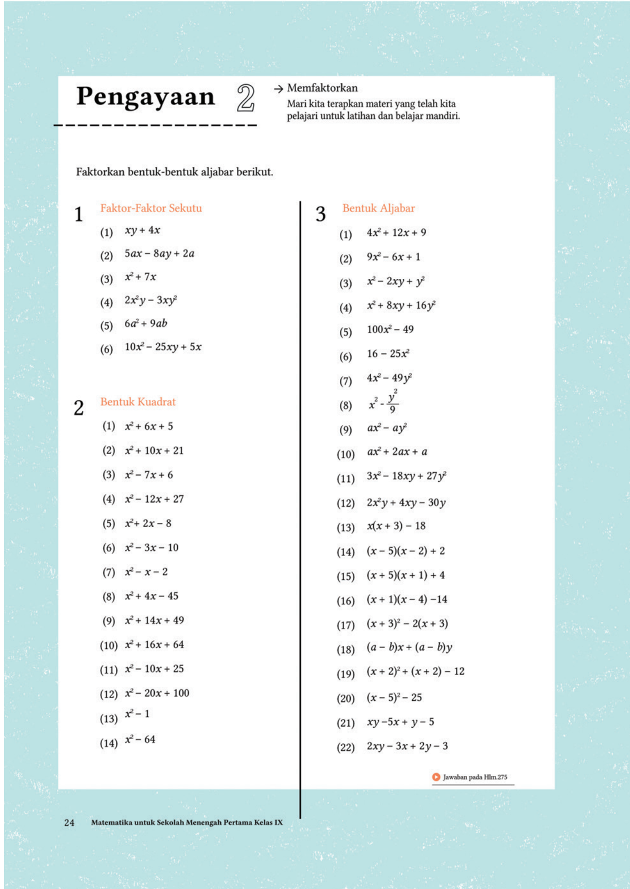
(11) $3x^2-18xy+27y^2$
$=3(x^2-6xy+9y^2)$
$=a(x-3y)^2$

(12) $2x^2y+4xy-30y$
$=2y(x^2+2x-15)$
$=2y(x+5)(x-3)$

(13) $x(x+3)-18$
$=x^2+3x-18$
$=(x+6)(x-3)$

(14) $(x-5)(x-2)+2$
$=x^2-7x+10+2$
$=x^2-7x+12$
$=(x-3)(x-4)$

(15) $(x+5)(x+1)+4$
$=x^2+6x+5+4$
$=x^2+6x+9$
$=(x+3)^2$



Pengayaan 2

→ Memfaktorkan

Mari kita terapkan materi yang telah kita pelajari untuk latihan dan belajar mandiri.

Faktorkan bentuk-bentuk aljabar berikut.

1 Faktor-Faktor Sekutu

(1) $xy + 4x$
(2) $5ax - 8ay + 2a$
(3) $x^2 + 7x$
(4) $2x^2y - 3xy^2$
(5) $6a^2 + 9ab$
(6) $10x^2 - 25xy + 5x$

2 Bentuk Kuadrat

(1) $x^2 + 6x + 5$
(2) $x^2 + 10x + 21$
(3) $x^2 - 7x + 6$
(4) $x^2 - 12x + 27$
(5) $x^2 + 2x - 8$
(6) $x^2 - 3x - 10$
(7) $x^2 - x - 2$
(8) $x^2 + 4x - 45$
(9) $x^2 + 14x + 49$
(10) $x^2 + 16x + 64$
(11) $x^2 - 10x + 25$
(12) $x^2 - 20x + 100$
(13) $x^2 - 1$
(14) $x^2 - 64$

3 Bentuk Aljabar

(1) $4x^2 + 12x + 9$
(2) $9x^2 - 6x + 1$
(3) $x^2 - 2xy + y^2$
(4) $x^2 + 8xy + 16y^2$
(5) $100x^2 - 49$
(6) $16 - 25x^2$
(7) $4x^2 - 49y^2$
(8) $x^2 - \frac{y^2}{9}$
(9) $ax^2 - ay^2$
(10) $ax^2 + 2ax + a$
(11) $3x^2 - 18xy + 27y^2$
(12) $2x^2y + 4xy - 30y$
(13) $x(x + 3) - 18$
(14) $(x - 5)(x - 2) + 2$
(15) $(x + 5)(x + 1) + 4$
(16) $(x + 1)(x - 4) -14$
(17) $(x + 3)^2 - 2(x + 3)$
(18) $(a - b)x + (a - b)y$
(19) $(x + 2)^2 + (x + 2) - 12$
(20) $(x - 5)^2 - 25$
(21) $xy -5x + y - 5$
(22) $2xy - 3x + 2y - 3$

Jawaban pada Hlm.275

(16) $(x+1)(x-4)-14$
$=x^2+6x+5+4$
$=x^2+6x+9$
$=(x+3)^2$

(17) $(x+3)^2-2(x+3)$
$=(x+3)(x+3-2)$
$=(x+3)(x+1)$

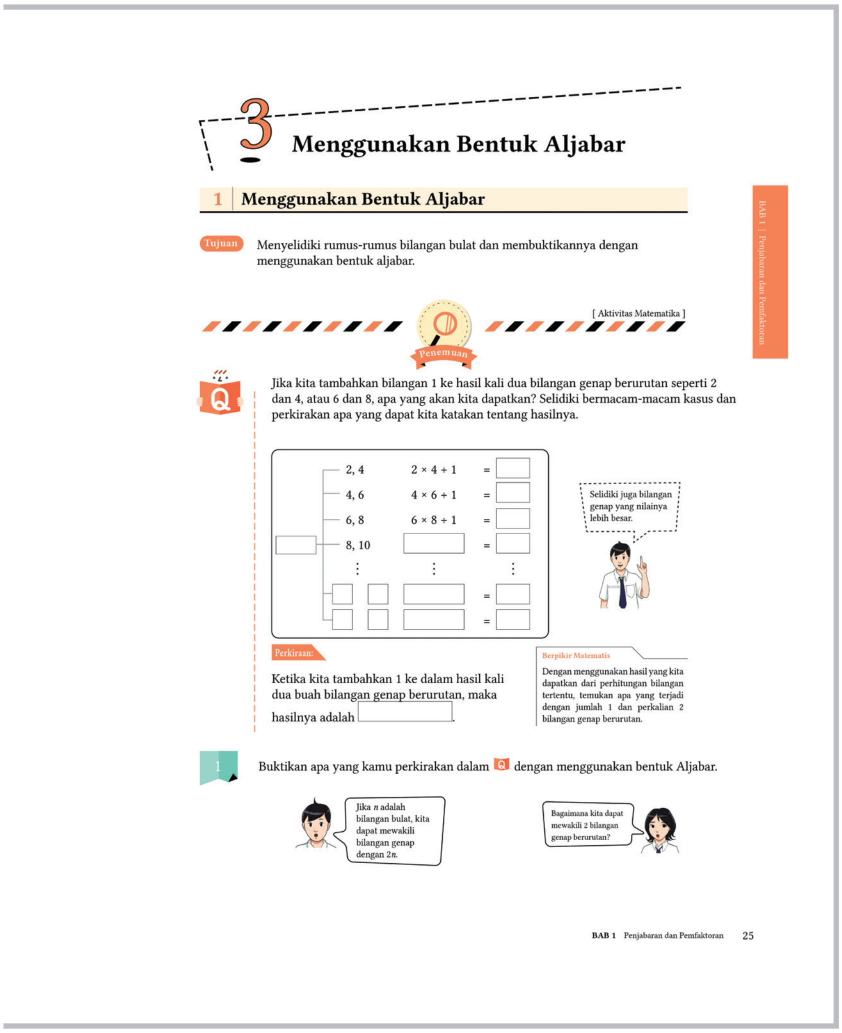
(18) $(a-b)x+(a-b)y$
$=(a-b)(x+y)$

(19) $(x+2)^2+(x+2)-12$
$=\{(x+2)+4\}\{(x+2)-3\}$
$=(x+6)(x-1)$

(20) $(x-5)^2-25$
$=\{(x-5)+5\}\{(x-5)-5\}$
$=x(x-10)$

(21) $xy-5x+y-5$
$=y(x+1)-5(x+1)$
$=(x+1)(y-5)$

(22) $2xy-3x+2y-3$
$=2y(x+1)-3(x+1)$
$=(x+1)(2y-3)$



3 Menggunakan Bentuk Aljabar

1 Menggunakan Bentuk Aljabar

Tujuan Menyelidiki rumus-rumus bilangan bulat dan membuktikannya dengan menggunakan bentuk aljabar.

[Aktivitas Matematika]

Penemuan

Q Jika kita tambahkan bilangan 1 ke hasil kali dua bilangan genap berurutan seperti 2 dan 4, atau 6 dan 8, apa yang akan kita dapatkan? Selidiki bermacam-macam kasus dan perkirakan apa yang dapat kita katakan tentang hasilnya.

2, 4	2 × 4 + 1	=	☐
4, 6	4 × 6 + 1	=	☐
6, 8	6 × 8 + 1	=	☐
8, 10	☐	=	☐
⋮	⋮		⋮
☐ ☐	☐	=	☐
☐ ☐	☐	=	☐

Perkiraan:

Ketika kita tambahkan 1 ke dalam hasil kali dua buah bilangan genap berurutan, maka hasilnya adalah ☐.

Berpikir Matematis

Dengan menggunakan hasil yang kita dapatkan dari perhitungan bilangan tertentu, temukan apa yang terjadi dengan jumlah 1 dan perkalian 2 bilangan genap berurutan.

1 Buktikan apa yang kamu perkirakan dalam Q dengan menggunakan bentuk Aljabar.

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 25

3. Menggunakan Bentuk Aljabar

(4 jam)

1 | Menggunakan Bentuk Aljabar (3 jam)

Tujuan

Peserta didik dapat menyelidiki sifat-sifat bilangan dan bentuk, menerapkan perluasan rumus dan pemfaktoran untuk membuktikan kebenarannya.

Penyelesaian

Q

Urutan dari atas, 9, 25, 49, 8×10+1, 81

Contoh
50, 52
50×52+1=2601
100, 102
100×102+1=10201

Perkiraan> • kuadrat dari angka tertentu
• kuadrat dari bilangan ganjil
• kuadrat dari angka di antara dua angka genap yang berurutan

1

Cukup jelas

Penjelasan dan Perhatikan

1. Aktivitas Matematika Saat Pembelajaran

Aktivitas matematika yang dapat dilakukan saat pembelajaran adalah "kegiatan menemukan dan mengembangkan sifat baru berdasarkan pembuktian sifat bilangan bulat". Kegiatan ini merupakan penerapan aktivitas matematika dalam pedoman pembelajaran.

Oleh karena itu, bukan hanya aktivitas yang berhenti pada memperkirakan pembuktian sifat bilangan bulat dengan penalaran induktif, tetapi membaca cermat pembuktian tersebut, lalu memperdalam dan mengembangkannya. Selain itu, kegiatan menjelaskan secara interaktif perlu ditambahkan di dalamnya.

2. Q Penanganan Tentang Penalaran Induktif

Soal ini merupakan penerapan penalaran induktif dengan memprediksi masalah umum pada hasil yang konkret melalui pertanyaan "Berapa bilangan yang diperoleh dengan menambahkan 1 ke hasil perkalian dua bilangan genap yang berurutan?" Hasil perhitungan 9, 25, 49, dst merupakan bilangan yang dapat diubah dari kuadrat 3^2, 5^2, 7^2, dst, dan beberapa contoh lain dapat memperdalam pemahaman siswa. Ada 3 cara untuk memecahkan soal ini seperti ditunjukkan pada Penyelesaian.

3. 1 Penanganan 1

Pada Q, kita membuktikan secara deduktif pada masalah yang diperkirakan secara induktif. Saat pembuktian, kita perlu menyatakan huruf untuk bilangan genap dan ganjil. Jika n bilangan bulat, pastikan bilangan genap yang berurutan dinyatakan dengan $2n$, $2n+2$, dan bilangan ganjil dinyatakan dengan $2m+1$.

Penyelesaian

2

$$
\begin{aligned}
&2n(2n+2)+1 \\
&= 4n^2+4n+1 \\
&= (2n+1)^2
\end{aligned}
$$

karena n bilangan bulat, maka, $2n+1$ adalah bilangan ganjil.

3 Contoh

- kuadrat dari bilangan ganjil antara dua bilangan genap yang berurutan.
- Kuadrat dari bilangan yang diperoleh dengan menambahkan 1 ke bilangan genap yang lebih kecil.

4

Kondisi> Tambahkan 1 ke hasil kali dua bilangan ganjil berturut-turut.

Perkiraan> menjadi kuadrat dari bilangan genap.

Bukti> Jika pada 2 bilangan ganjil berurutan n menjadi bilangan bulat, maka dinyatakan dengan $2n+1$ dan $2n+3$.

$$
\begin{aligned}
&(2n+1)(2n+3)+1 \\
&= 4n^2+8n+4 \\
&= (2n+2)^2
\end{aligned}
$$

karena n bilangan bulat, maka, $2n+2$ adalah bilangan genap.

Oleh karena itu, jumlah dari hasil kali 2 bilangan ganjil dengan bilangan 1 adalah kuadrat bilangan genap.

2 Dina memperkirakan bahwa "Hasil kali dua buah bilangan genap berurutan dan ditambahkan 1 adalah kuadrat dari sebuah bilangan ganjil". Dari Q di halaman sebelumnya, dan pembuktian seperti terlihat berikut ini. Isilah ☐ dan lengkapi apa yang sudah dibuktikan oleh Dina.

[Bukti]
Untuk 2 bilangan berurutan, jika kita membiarkan n menjadi bilangan bulat, kita dapat menyatakannya sebagai $2n$ dan $2n + 2$.

$2n\,(2n + 2) + 1$

$=$

Oleh karena itu, jumlah produk dari 2 bilangan bulat berturut-turut dan 1 adalah kuadrat bilangan ganjil.

Berpikir Matematis
Dengan menggunakan fakta bahwa 2 bilangan berurutan dapat dinyatakan sebagai $2n$ dan $2n + 2$, buktikan bahwa penambahan 1 akan membuatnya menjadi kuadrat bilangan ganjil.

3 Seperti terlihat dalam bukti di 2 di atas, Dina memperkirakan bahwa "Jumlah dari hasil kali dua bilangan genap berurutan dengan bilangan 1 adalah kuadrat dari sebuah bilangan ganjil" telah dikonfirmasikan dengan menggunakan perubahan dari bentuk aljabar.
$2n\,(2n + 2) + 1 = (2n + 1)^2$
Dari bukti tersebut, selain dari fakta bahwa hasilnya adalah "kuadrat dari bilangan ganjil" apa lagi yang bisa kita katakan?

4 Sejauh ini, kita sudah menggunakan syarat "jumlahkan 1 kepada hasil kali dua bilangan genap berurutan", untuk memperkirakan hasil dan membuktikannya. Jika kita ubah kondisi masalah matematika ini, apa yang bisa kamu perkirakan? Berikan bukti untuk jawabanmu.

26 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

---

4. Penanganan 2

Ini merupakan bukti dari [1]. Konfirmasi hasil pembuktianya di kelas setelah siswa mengerjakannya sendiri terlebih dahulu.

Untuk membuktikan hasilnya adalah kuadrat bilangan ganjil, gunakan faktorisasi dan dapat memastikannya dengan $(2n+1)^2$ sebagai pengantar.

5. Penerapan 3

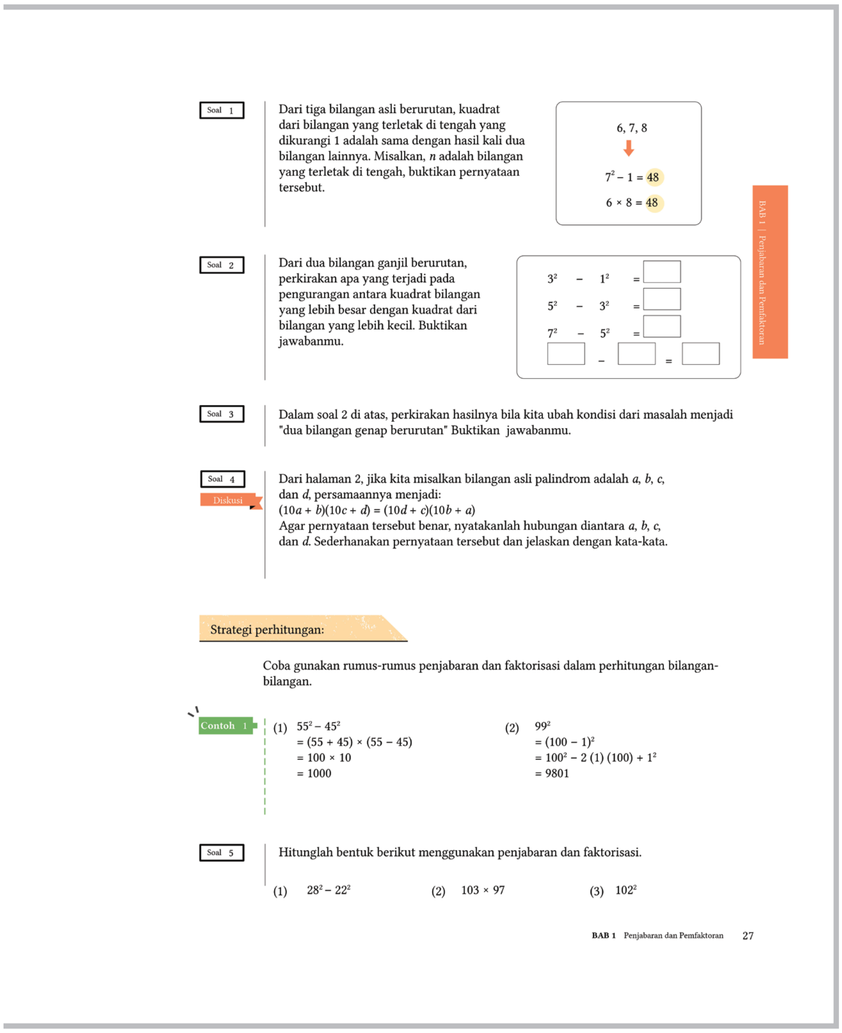
Karena $2n+1$ adalah bilangan ganjil, $(2n+1)^2$ menyatakan kuadrat ganjil. Sebaliknya, jika dua bilangan genap $2n$, $2n+2$ dan bilangan ganjil $2n+1$ yang berurutan dibandingkan dan disusun menurut ukurannya, maka keduanya adalah $2n$, $2n+1$, $2n+2$. Dari sini terlihat bahwa $(2n+1)^2$ mewakili kuadrat dari bilangan ganjil antara dua bilangan genap yang berurutan. Diharapkan aktivitas matematika ini dilakukan dalam grup kecil agar siswa dapat berdiskusi sambil memperdalam keterampilannya dalam membaca rumus.

6. Penanganan 1

Ini adalah aktivitas untuk mengubah syarat satu kondisi dan dengan kondisi baru. Kondisi yang digarisbawahi adalah syarat yang diubah.

"Tambahkan 1 pada hasil perkalian dua bilangan genap yang berurutan" Dengan menyusunnya seperti ini, siswa akan memahami bagian mana yang harus diubah dengan jelas.

Kemudian, seperti pada Q ~[2], prediksi hasil perhitungan dengan metode induktif dan buktikan.



Soal 1

Dari tiga bilangan asli berurutan, kuadrat dari bilangan yang terletak di tengah yang dikurangi 1 adalah sama dengan hasil kali dua bilangan lainnya. Misalkan, *n* adalah bilangan yang terletak di tengah, buktikan pernyataan tersebut.

Soal 2

Dari dua bilangan ganjil berurutan, perkirakan apa yang terjadi pada pengurangan antara kuadrat bilangan yang lebih besar dengan kuadrat dari bilangan yang lebih kecil. Buktikan jawabanmu.

$3^2 - 1^2 = \square$

$5^2 - 3^2 = \square$

$7^2 - 5^2 = \square$

$\square - \square = \square$

BAB 1 | Penjabaran dan Pemfaktoran

Soal 3

Dalam soal 2 di atas, perkirakan hasilnya bila kita ubah kondisi dari masalah menjadi "dua bilangan genap berurutan" Buktikan jawabanmu.

Soal 4

Diskusi

Dari halaman 2, jika kita misalkan bilangan asli palindrom adalah *a*, *b*, *c*, dan *d*, persamaannya menjadi:
$(10a + b)(10c + d) = (10d + c)(10b + a)$
Agar pernyataan tersebut benar, nyatakanlah hubungan diantara *a*, *b*, *c*, dan *d*. Sederhanakan pernyataan tersebut dan jelaskan dengan kata-kata.

Strategi perhitungan:

Coba gunakan rumus-rumus penjabaran dan faktorisasi dalam perhitungan bilangan-bilangan.

Contoh 1

(1) $55^2 - 45^2$
$= (55 + 45) \times (55 - 45)$
$= 100 \times 10$
$= 1000$

(2) 99^2
$= (100 - 1)^2$
$= 100^2 - 2\,(1)\,(100) + 1^2$
$= 9801$

Soal 5

Hitunglah bentuk berikut menggunakan penjabaran dan faktorisasi.

(1) $28^2 - 22^2$ (2) 103×97 (3) 102^2

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 27

Penyelesaian

Soal 1

Pada 3 bilangan bulat berurutan, jika bilangan di tengahnya kita jadikan n, maka pernyataannya adalah $n-1, n, n+1$.

$$n^2 - 1 = (n+1)(n-1)$$

Oleh karena itu, pada 3 bilangan bulat berurutan tersebut, selisih antara kuadrat dari bilangan di tengahnya dikurangi 1 sama dengan hasil kali dari dua angka yang tersisa.

Soal 2

Perkiraan> menjadi kelipatan 8.
Bukti> 2 bilangan ganjil berurutan yang jika n nya adalah bilangan bulat, maka pernyataannya adalah $2n-1, 2n+1$

$$\begin{aligned} &(2n+1)^2 - (2n-1)^2 \\ &= (4n^2 + 4n + 1) - (4n^2 - 4n + 1) \\ &= 8n \end{aligned}$$

karena n adalah bilangan bulat, maka $8n$ adalah kelipatan 8.

Oleh karena itu, pada 2 bilangan ganjil yang berurutan, selisih antara kuadrat dari bilangan yang lebih besar dan kuadrat dari bilangan yang lebih kecil adalah kelipatan 8.

Soal 3

Perkiraan> menjadi kelipatan 4.
Bukti> Pada 2 bilangan genap yang berurutan, jika *n* nya adalah bilangan bulat, maka pernyataannya adalah $2n$, $2n + 2$.

$$\begin{aligned} (2n+2)^2 - (2n)^2 &= 8n + 4 \\ &= 4(2n+1) \end{aligned}$$

karena n adalah bilangan bulat, maka $4(2n+1)$ adalah kelipatan 4.

Oleh karena itu, pada 2 bilangan genap yang berurutan, selisih antara kuadrat dari bilangan yang lebih besar dan kuadrat dari bilangan yang lebih kecil adalah kelipatan 4.

Soal 4

Jika bagian kiri dan kanan dijabarkan, maka menjadi seperti ini

$$(10a+b)(10c+d) = \underline{100ac} + 10ad + 10bc + \underline{bd}$$
$$(10d+c)(10b+a) = \underline{100bd} + 10ad + 10bc + \underline{ac}$$

Jika bagian yang bergaris bawah sama, maka bagian kiri dan kanan menjadi sama.
Jadi, *ac* = *bd*.

Oleh karena itu, itu berlaku ketika hasil kali dari bilangan pertama dan ketiga dari kiri dan hasil kali dari bilangan kedua dan keempat dari kiri adalah sama.

Soal 5

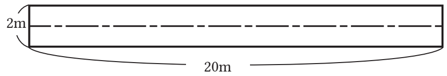
(1) $28^2 - 22^2$
$= (28+22)(28-22)$
$= 50 \times 6 = 300$

(2) 103×97
$= (100+3)(100-3)$
$= 100^2 - 3^2$
$= 10000 - 9 = 9991$

(3) 102^2
$= (100+2)^2$
$= 100^2 + 2 \times 2 \times 100 + 2^2$
$= 10000 + 400 + 4 = 10404$

Penyelesaian

Jika jalan ini diteruskan lurus, maka akan menjadi



Luas 2×20=40   Jadi luas adalah 40 m^2

Penjelasan dan Perhatikan

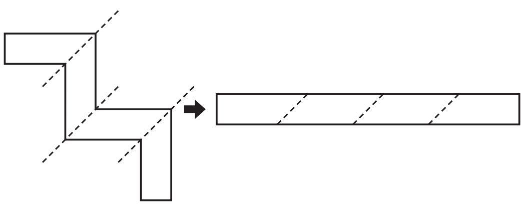
7. Penanganan Contoh 1 dan Soal 5

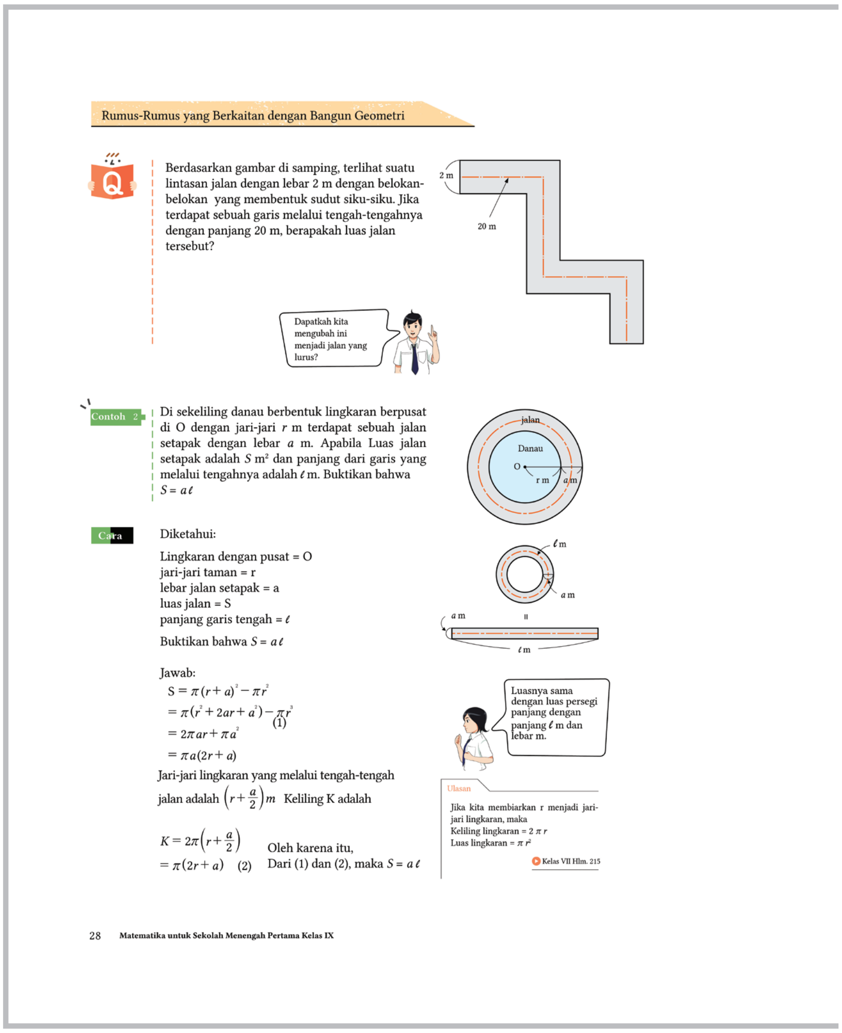
Bagian ini menunjukkan bahwa perluasan persamaan dan faktorisasi dapat juga digunakan untuk menghitung bilangan. Jika kita menetapkan pada angka yang sesuai seperti sekitar angka 100, lalu mengubah rumus dan memperluasnya, maka akan disadari bahwa akan lebih mudah menghitungnya dengan menggunakan faktorisasi.

Selain itu, penghitungan cepat dapat dilakukan dengan menggunakan perluasan rumus dan pemfaktoran (Buku Teks Hlm. 21-22).

8. Penanganan

Luas gambar dapat dihitung dengan berbagai cara, jadi hargai ide-ide siswa dan cobalah untuk menjelaskan dan mendiskusikan ide-ide mereka. Kemudian, dari hasil tersebut, pastikan bahwa luas jalan dapat dihitung dengan (lebar jalan) x (panjang garis tengah).
Untuk meluruskan jalan, misalnya, potong sepanjang garis putus-putus seperti yang ditunjukkan pada gambar kiri bawah, dan balikkan keempat bagian yang dipotong secara bergantian, lalu susunlah secara berdampingan.




Rumus-Rumus yang Berkaitan dengan Bangun Geometri

Berdasarkan gambar di samping, terlihat suatu lintasan jalan dengan lebar 2 m dengan belokan-belokan yang membentuk sudut siku-siku. Jika terdapat sebuah garis melalui tengah-tengahnya dengan panjang 20 m, berapakah luas jalan tersebut?

Contoh 2 Di sekeliling danau berbentuk lingkaran berpusat di O dengan jari-jari r m terdapat sebuah jalan setapak dengan lebar a m. Apabila Luas jalan setapak adalah S m^2 dan panjang dari garis yang melalui tengahnya adalah ℓ m. Buktikan bahwa $S = a\ell$

Cara Diketahui:

Lingkaran dengan pusat = O
jari-jari taman = r
lebar jalan setapak = a
luas jalan = S
panjang garis tengah = ℓ

Buktikan bahwa $S = a\ell$

Jawab:

$S = \pi(r+a)^2 - \pi r^2$
$= \pi(r^2 + 2ar + a^2) - \pi r^3$
$= 2\pi ar + \pi a^2$ (1)
$= \pi a(2r+a)$

Jari-jari lingkaran yang melalui tengah-tengah jalan adalah $\left(r+\frac{a}{2}\right)m$ Keliling K adalah

$K = 2\pi\left(r+\frac{a}{2}\right)$
$= \pi(2r+a)$ (2)

Oleh karena itu,
Dari (1) dan (2), maka $S = a\ell$

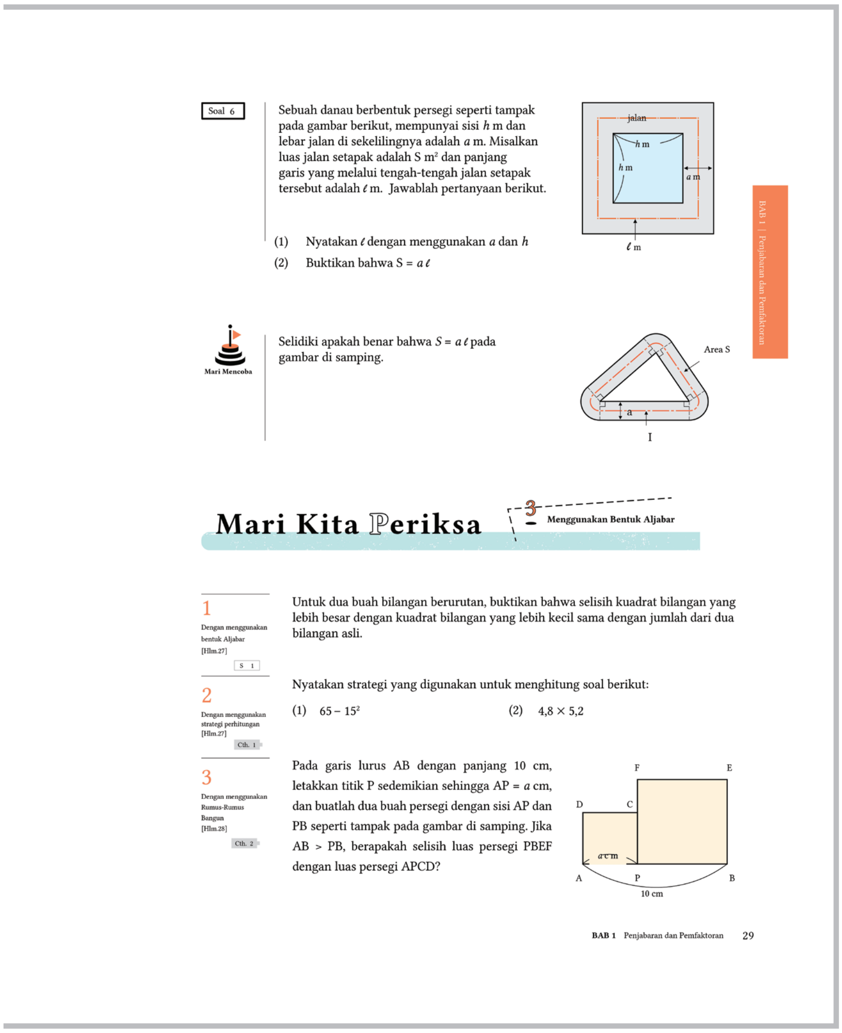
Ulasan
Jika kita membiarkan r menjadi jari-jari lingkaran, maka
Keliling lingkaran = $2\pi r$
Luas lingkaran = πr^2
Kelas VII Hlm. 215

28 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

9. Penanganan Contoh 2

Buktikan bahwa luas jalan melingkar bisa didapatkan dengan cara yang sama. Sebaiknya lakukan transformasi rumus pembuktian sesuai dengan situasi siswa saat menggunakan pemfaktoran seperti ini.

$$\begin{aligned} S &= \pi(r+a)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi\{(r+a)^2 - r^2\} \\ &= \pi(r+a+r)(r+a-r) \\ &= \pi a(2r+a) \end{aligned}$$



Soal 6

Sebuah danau berbentuk persegi seperti tampak pada gambar berikut, mempunyai sisi h m dan lebar jalan di sekelilingnya adalah a m. Misalkan luas jalan setapak adalah S m² dan panjang garis yang melalui tengah-tengah jalan setapak tersebut adalah ℓ m. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Nyatakan ℓ dengan menggunakan a dan h

(2) Buktikan bahwa $S = a\ell$

Mari Mencoba

Selidiki apakah benar bahwa $S = a\ell$ pada gambar di samping.

BAB 1 | Penjabaran dan Pemfaktoran

Mari Kita Periksa

3 Menggunakan Bentuk Aljabar

1 Dengan menggunakan bentuk Aljabar [Hlm.27] S 1

Untuk dua buah bilangan berurutan, buktikan bahwa selisih kuadrat bilangan yang lebih besar dengan kuadrat bilangan yang lebih kecil sama dengan jumlah dari dua bilangan asli.

2 Dengan menggunakan strategi perhitungan [Hlm.27] Cth. 1

Nyatakan strategi yang digunakan untuk menghitung soal berikut:

(1) $65 - 15^2$ (2) $4{,}8 \times 5{,}2$

3 Dengan menggunakan Rumus-Rumus Bangun [Hlm.28] Cth. 2

Pada garis lurus AB dengan panjang 10 cm, letakkan titik P sedemikian sehingga AP = a cm, dan buatlah dua buah persegi dengan sisi AP dan PB seperti tampak pada gambar di samping. Jika AB > PB, berapakah selisih luas persegi PBEF dengan luas persegi APCD?

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 29

Penyelesaian

Soal 6

(1) $l = 4(h + a)$

(2) $S = (h + 2a)^2 - h^2$

$$= (h^2 + 4ah + 4a^2) - h^2$$
$$= 4ah + 4a^2$$
$$= 4a(h + a)$$

karena dari (1), $l = 4(h + a)$, maka, $S = al$

Soal 2

Perkiraan> menjadi kelipatan 8.

Bukti> 2 bilangan ganjil berurutan yang jika n nya adalah bilangan bulat, maka pernyataannya adalah $2n - 1$, $2n + 1$

$$(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2$$
$$= (4n^2 + 4n + 1) - (4n^2 - 4n + 1)$$
$$= 8n$$

Jika ketiga bagian jalan yang melengkung digabungkan akan membentuk lingkaran dengan jari-jari a. Diasumsikan bahwa panjang garis tengah dari seluruh bagian jalan yang lurus adalah l_1, dan panjang dari garis tengah dari seluruh bagian yang melengkung adalah l_2,

$$l = l_1 + l_2$$

Dengan asumsi bahwa jika luas total ruas jalan lurus adalah S_1 dan luas total ruas jalan yang melengkung adalah S_2, dari Q dan Contoh 2 di halaman sebelumnya adalah

$S_1 = al_1, S_2 = al_2$

maka, $S = S_1 + S_2$
$$= al_1 + al_2$$
$$= a(l_1 + l_2)$$
$$= al$$

Mari Kita Periksa (1 jam)

Penyelesaian

1

Pada 2 bilangan bulat berurutan, jika n adalah bilangan bulat, maka dinyatakan n, $n + 1$.

$$(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2$$
$$= 2n + 1$$
$$= n + (n + 1)$$

Oleh karena itu, pada 2 bilangan bulat yang berurutan, selisih antara kuadrat dari bilangan yang lebih besar dan kuadrat dari bilangan yang lebih kecil sama dengan jumlah 2 bilangan yang pertama.

2

(1) $65^2 - 15^2$
$= (65 + 15)(65 - 15)$
$= 80 \times 50 = 4000$

(2) 4.8×5.2
$= (5 - 0{,}2)(5 + 0{,}2)$
$= 5^2 - 0{,}^2 = 24{,}96$

3

$$(10 - a)^2 - a^2 = 100 - 20a + a^2 - a^2$$
$$= 100 - 20a$$

Penjelasan dan Perhatikan

10. Penanganan Soal 6

Pastikan $S = a\ \ell$ jalan setapak tetap berada di wilayah persegi. Hasilnya, rumus ini dapat diterapkan pada bangun dengan lebar sama.

Dengan kata lain, luas S dari persegi, persegi panjang, segiempat paralel, segitiga, dan trapesium yang telah kita pelajari sejauh ini semuanya sama dapat dinyatakan dengan rumus $S = a\ \ell$ jika tingginya a dan panjang garis tengah adalah ℓ.

BAB 1 Soal Ringkasan (2 jam)

Penyelesaian

Gagasan Utama

1

(1) $6a^2-12a$ (2) $-2xy+5y^2$

(3) $-4x+3y$ (4) $6b+8$

2

(1) $ax+ay-bx-by$

(2) $3x^2+5x+2$

(3) x^2-x-6

(4) $y^2-12y+36$

(5) a^2-9b^2

(6) $4x^2+12x+9$

3

(1) $3a^2-2a+1$ (2) $2x$

4

(1) $2ab(2a-3b)$

(2) $(x+3)(x+4)$

(3) $(x-3)^2$

(4) $(12+x)(12-x)$

(5) $(x+7)(x-5)$

(6) $(2x+3y)^2$

(7) $y(x-3)(x-6)$

(8) $(x+3)(x+1)$

5

(1) $54=2\times3^3$ (2) 6

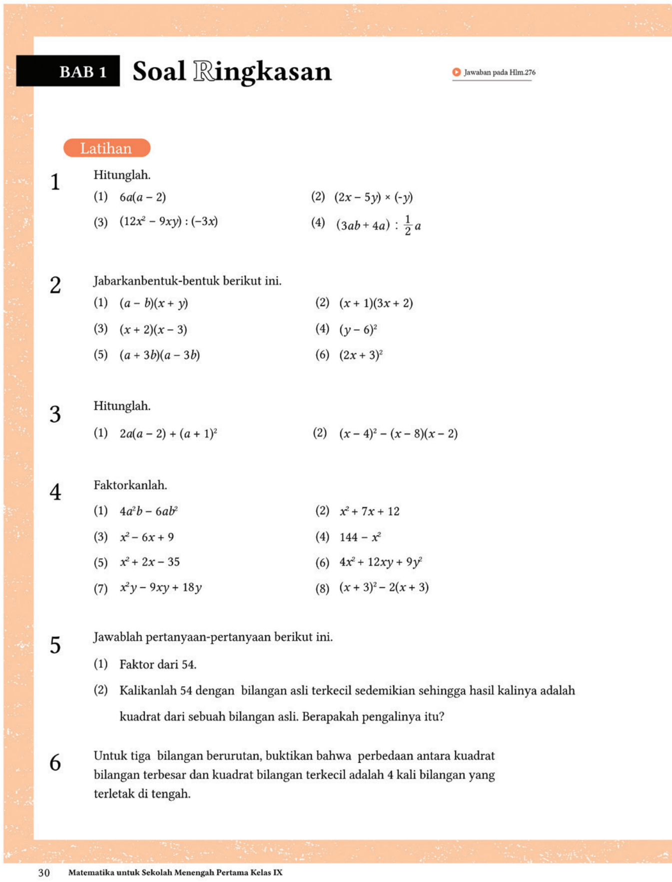
6

Pada 3 bilangan bulat berurutan, jika bilangannya kita jadikan n, maka pernyataannya adalah n - 1, n, n + 1.

$$\begin{aligned}&(n+1)^2-(n-1)^2\\&=(n^2+2n+1)-(n^2-2n+1)\\&=n^2+2n+1-n^2+2n-2\\&=4n\end{aligned}$$

Karena n adalah bilangan di tengan, 4n adalah empat kali bilangan tengah.

Oleh karena itu, untuk tiga bilangan bulat yang berurutan, selisih antara kuadrat dari bilangan terbesar dan kuadrat dari bilangan terkecil adalah empat kali bilangan tengah.


BAB 1 Soal Ringkasan

Jawaban pada Hlm.276

Latihan

1 Hitunglah.

(1) $6a(a-2)$ (2) $(2x-5y)\times(-y)$

(3) $(12x^2-9xy):(-3x)$ (4) $(3ab+4a):\frac{1}{2}a$

2 Jabarkanbentuk-bentuk berikut ini.

(1) $(a-b)(x+y)$ (2) $(x+1)(3x+2)$

(3) $(x+2)(x-3)$ (4) $(y-6)^2$

(5) $(a+3b)(a-3b)$ (6) $(2x+3)^2$

3 Hitunglah.

(1) $2a(a-2)+(a+1)^2$ (2) $(x-4)^2-(x-8)(x-2)$

4 Faktorkanlah.

(1) $4a^2b-6ab^2$ (2) $x^2+7x+12$

(3) x^2-6x+9 (4) $144-x^2$

(5) $x^2+2x-35$ (6) $4x^2+12xy+9y^2$

(7) $x^2y-9xy+18y$ (8) $(x+3)^2-2(x+3)$

5 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Faktor dari 54.

(2) Kalikanlah 54 dengan bilangan asli terkecil sedemikian sehingga hasil kalinya adalah kuadrat dari sebuah bilangan asli. Berapakah pengalinya itu?

6 Untuk tiga bilangan berurutan, buktikan bahwa perbedaan antara kuadrat bilangan terbesar dan kuadrat bilangan terkecil adalah 4 kali bilangan yang terletak di tengah.

30 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Soal Tambahan

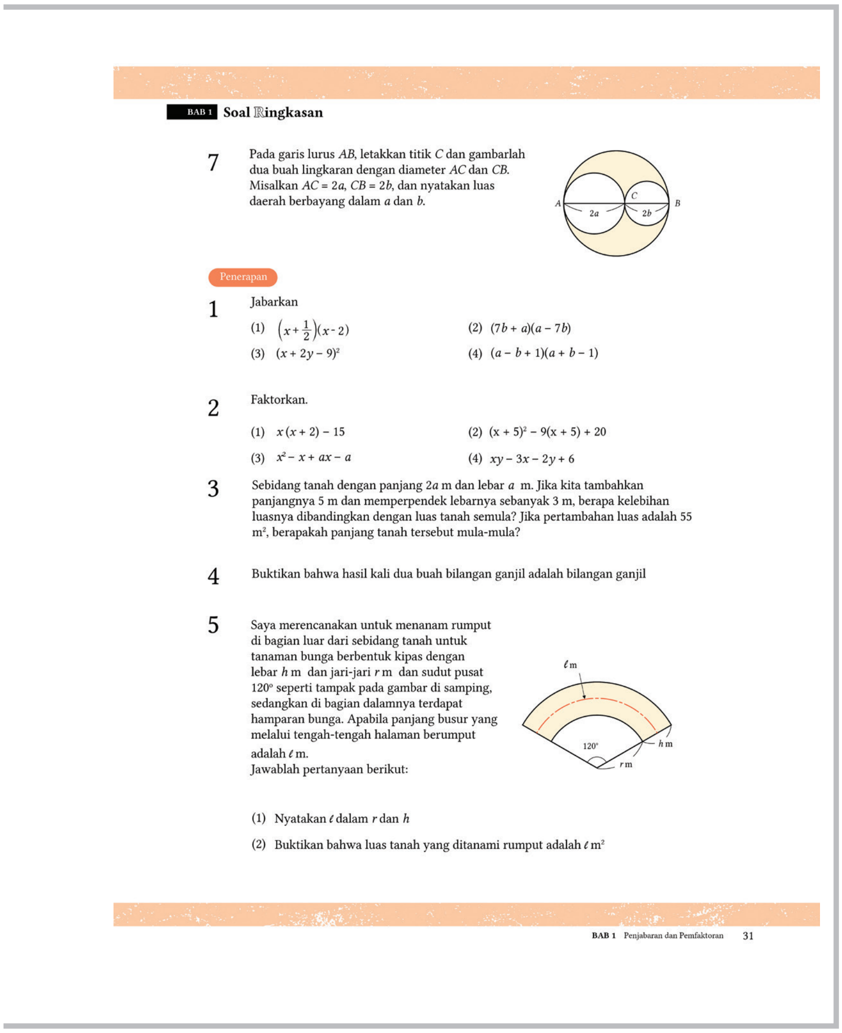
(Pembuktian)

Pada 3 bilangan ganjil berurutan, jika bilangan bulatnya kita jadikan n, maka pernyataannya adalah $2n-1, 2n+1, 2n+3$.

$$\begin{aligned}&(2n-1)^2+(2n+1)^2+(2n+3)^2+1\\&=12n^2+12n+12\\&=12(n^2+n+1)\end{aligned}$$

Karena n^2+n+1 adalah bilangan bulat, maka $12(n^2+n+1)$ merupakan adalah kelipatan 12.

Oleh karena itu, untuk tiga bilangan ganjil yang berurutan, jumlah kuadrat dari setiap angka ditambah satu adalah kelipatan dua belas.



BAB 1 **Soal Ringkasan**

7 Pada garis lurus AB, letakkan titik C dan gambarlah dua buah lingkaran dengan diameter AC dan CB. Misalkan $AC = 2a$, $CB = 2b$, dan nyatakan luas daerah berbayang dalam a dan b.

Penerapan

1 Jabarkan

(1) $\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-2)$ (2) $(7b+a)(a-7b)$

(3) $(x+2y-9)^2$ (4) $(a-b+1)(a+b-1)$

2 Faktorkan.

(1) $x(x+2)-15$ (2) $(x+5)^2-9(x+5)+20$

(3) $x^2-x+ax-a$ (4) $xy-3x-2y+6$

3 Sebidang tanah dengan panjang $2a$ m dan lebar a m. Jika kita tambahkan panjangnya 5 m dan memperpendek lebarnya sebanyak 3 m, berapa kelebihan luasnya dibandingkan dengan luas tanah semula? Jika pertambahan luas adalah 55 m^2, berapakah panjang tanah tersebut mula-mula?

4 Buktikan bahwa hasil kali dua buah bilangan ganjil adalah bilangan ganjil

5 Saya merencanakan untuk menanam rumput di bagian luar dari sebidang tanah untuk tanaman bunga berbentuk kipas dengan lebar h m dan jari-jari r m dan sudut pusat 120° seperti tampak pada gambar di samping, sedangkan di bagian dalamnya terdapat hamparan bunga. Apabila panjang busur yang melalui tengah-tengah halaman berumput adalah ℓ m.
Jawablah pertanyaan berikut:

(1) Nyatakan ℓ dalam r dan h

(2) Buktikan bahwa luas tanah yang ditanami rumput adalah ℓ m^2

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 31

Penyelesaian

7

$$\pi(a+b)^2-(\pi a^2+\pi b^2)$$
$$=\pi(a^2+2ab+b^2)-\pi a^2-\pi b^2$$
$$=2\pi ab$$

<u>Jawab</u> $2\pi ab$

Penerapan

1

(1) $x^2-\frac{3}{2}x-1$

(2) a^2-49b^2

(3) $x^2+4xy+4y^2-18x-36y+81$

(4) a^2-b^2+2b-1

2

(1) $(x+5)(x-3)$

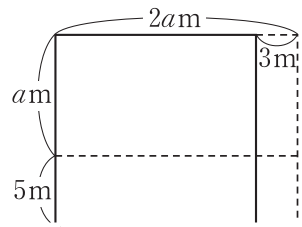
(2) $x(x+1)$

(3) $(x+a)(x-1)$

(4) $(x-2)(y-3)$

3

Seperti terlihat pada gambar berikut, panjang tanah a m dan lebar $2a$ m dipanjangkan 5 m dan lebarnya diperpendek 3 m.



$$(a+5)(2a-3)-2a^2$$
$$=7a-15$$

<u>Jawab:</u> $(7a-15)\,m^2$, 10m

4

Jika 2 bilangan bulat m, n adalah bilangan bulat, dinyatakann, $2m+$, $2n+1$

$$2m+1,\ 2n+1$$
$$=4mm+2m+2n+1$$
$$=2(2mm+m+n)+1$$

karena $2mn+m+n$ bilangan bulat, maka $2(2mn+m+n)+1$ adalah bilangan ganjil.
Oleh karena itu, hasil kali 2 bilangan ganjil adalah bilangan genap.

5

(1) $\ell=\dfrac{\pi(2r+h)}{3}$

(2) Jika luas hamparan bunga S m^2

$$S=\frac{\pi(r+h)^2-\pi r^2}{3}$$
$$=\frac{\pi(r^2+2hr+h^2)-\pi r^2}{3}$$
$$=\frac{\pi h(2r+h)}{3}$$

Dari 1, $\ell=\dfrac{\pi(2r+h)}{3}$

$S=h\ell$

Jadi , luas hamparan bunga menjadi $h\ell$ m^2.

Penyelesaian

Penggunaan Praktis

1

(1) Delapan halaman buku dicetak pada satu lembar kertas besar, posisi a ada di halaman ke-8 dan posisi b di halaman ke-4. Nomor terakhir halaman ke-4 adalah 8×4, yaitu 32.

ⓐ $8 \times 4 + 8 = 40$

ⓑ $8 \times 4 + 4 = 36$

Jawab: ⓐ40 ⓑ36

(2) Untuk nomor halaman pertama dari halaman ke-15, tambahkan 1 ke nomor halaman terakhir dari halaman ke-14.

$8 \times 14 + 1 = 113$

Jawab: 113

(3) Posisi c adalah nomor halaman terakhir dari selembar kertas besar. Karena ini adalah nomor halaman terakhir dari halaman ke-n, maka akan menjadi $8n$.

Jawab: $c=8n$

(4) Jika kita menyatakan lembar ke-n dari a, b, c, d masing-masing, maka menjadi,

$$a = 8(n-1) + 5 = 8n - 3$$
$$b = 8(n-1) + 4 = 8n - 4$$
$$c = 8(n-2) + 8 = 8n$$
$$d = 8(n-1) + 1 = 8n - 7$$

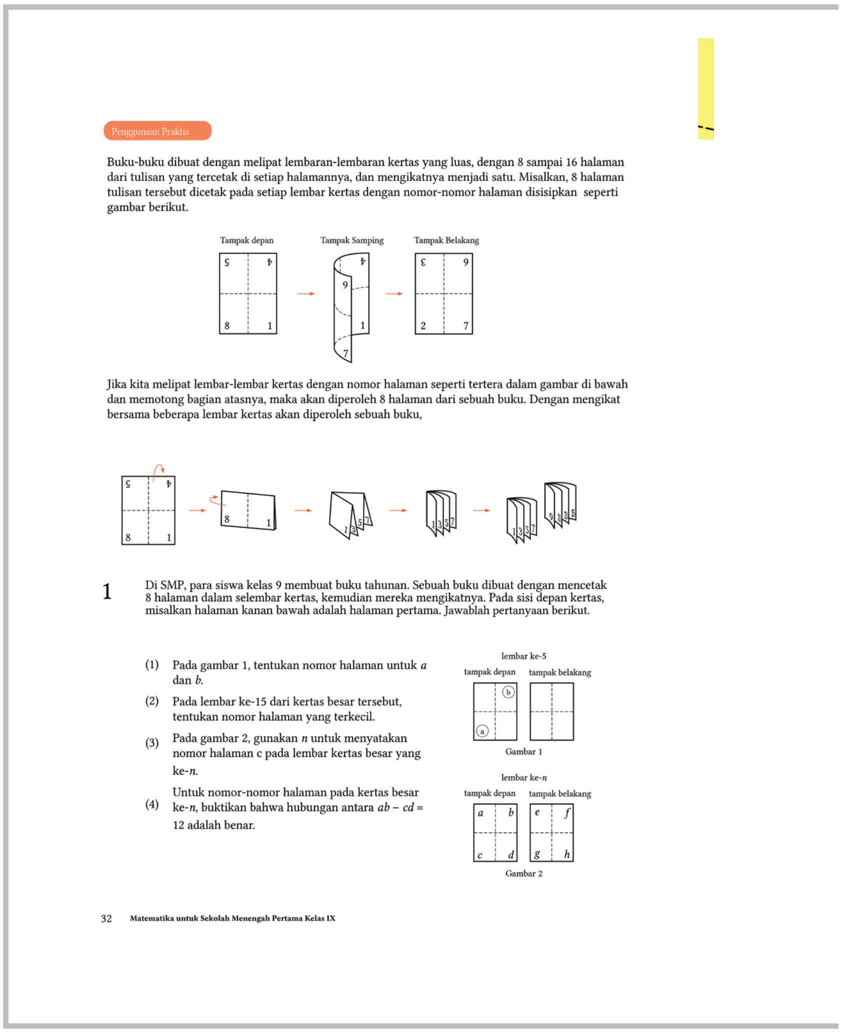
$$\begin{aligned} & ab - cd \\ &= (8n-3)(8n-4) - 8n(8n-7) \\ &= (64n^2 - 56n + 12 - (64n^2 = 56n) \\ &= 12 \end{aligned}$$

Oleh karena itu, hubungan ab-cd dibuat setelah nomor halaman ke-n.

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan **Penggunaan Praktis**

Salah satu pengertian aktivitas matematika adalah "kegiatan yang memanfaatkan matematika dalam kehidupan sehari-hari". Melalui kegiatan yang menghubungkan matematika dengan berbagai peristiwa, diharapkan siswa mendapat kesempatan untuk mewujudkan kebutuhan dan kebaikan pengetahuan dan keterampilan yang telah dipelajari dalam matematika, dan memiliki cara berpikir dan cara berpikir secara matematis.


Penggunaan Praktis

Buku-buku dibuat dengan melipat lembaran-lembaran kertas yang luas, dengan 8 sampai 16 halaman dari tulisan yang tercetak di setiap halamannya, dan mengikatnya menjadi satu. Misalkan, 8 halaman tulisan tersebut dicetak pada setiap lembar kertas dengan nomor-nomor halaman disisipkan seperti gambar berikut.

Jika kita melipat lembar-lembar kertas dengan nomor halaman seperti tertera dalam gambar di bawah dan memotong bagian atasnya, maka akan diperoleh 8 halaman dari sebuah buku. Dengan mengikat bersama beberapa lembar kertas akan diperoleh sebuah buku,

1 Di SMP, para siswa kelas 9 membuat buku tahunan. Sebuah buku dibuat dengan mencetak 8 halaman dalam selembar kertas, kemudian mereka mengikatnya. Pada sisi depan kertas, misalkan halaman kanan bawah adalah halaman pertama. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Pada gambar 1, tentukan nomor halaman untuk a dan b.

(2) Pada lembar ke-15 dari kertas besar tersebut, tentukan nomor halaman yang terkecil.

(3) Pada gambar 2, gunakan n untuk menyatakan nomor halaman c pada lembar kertas besar yang ke-n.

(4) Untuk nomor-nomor halaman pada kertas besar ke-n, buktikan bahwa hubungan antara $ab - cd = 12$ adalah benar.

Gambar 1

Gambar 2

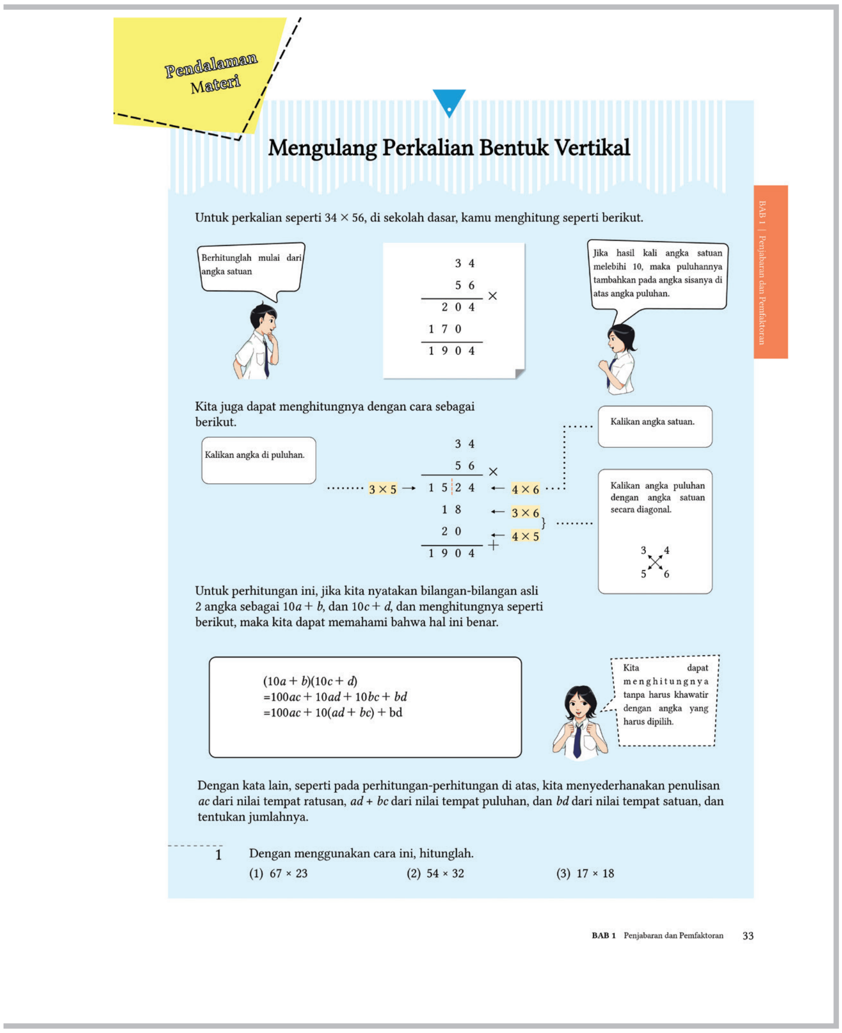
32 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Soal ini dibuat dengan mengacu pada Tes Seleksi Masuk Sekolah Menengah Atas Prefektur Wakayama tahun 2007 (Seleksi Akhir) berupa Tes Prestasi Akademik.

Referensi **Percetakan dan Buku Cetak**

Saat membuat buku, biasanya kita berpikir dalam satuan 16 halaman. Cetak 16 halaman depan dan belakang (8 halaman depan dan 8 halaman belakang) pada satu lembar kertas. Ini disebut satu (8 halaman di depan dan belakang pada selembar kertas, dan 4 halaman di depan dan belakang juga disebut satu). Dalam buku paperback, 32 halaman bisa menjadi satu unit.

Oleh karena itu, jumlah halaman yang ideal adalah kelipatan 16. Misalnya, jika kita memiliki buku 80 halaman, maka kita akan memiliki 5 buku berukuran 16x5. Namun,jika buku tersebut berukuran 78 halaman maka $16 \times 4 + 8 \times 1 + 4 \times 1 + 2 \times 1$ akan menjadi 7 unit, dan biaya cetak serta penjilidan menjadi mahal. Dalam hal ini, lebih murah menggunakan 80 halaman.



Pendalaman Materi

Mengulang Perkalian Bentuk Vertikal

Untuk perkalian seperti 34×56, di sekolah dasar, kamu menghitung seperti berikut.

$$\begin{array}{r} 34 \\ 56 \times \\ \hline 204 \\ 170 \\ \hline 1904 \end{array}$$

Kita juga dapat menghitungnya dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{array}{rl} 34 & \\ 56 \times & \\ \hline 3 \times 5 \rightarrow 1524 & \leftarrow 4 \times 6 \\ 18 & \leftarrow 3 \times 6 \\ 20 & \leftarrow 4 \times 5 \\ \hline 1904 + & \end{array}$$

Untuk perhitungan ini, jika kita nyatakan bilangan-bilangan asli 2 angka sebagai $10a + b$, dan $10c + d$, dan menghitungnya seperti berikut, maka kita dapat memahami bahwa hal ini benar.

$$\begin{aligned} &(10a + b)(10c + d) \\ &= 100ac + 10ad + 10bc + bd \\ &= 100ac + 10(ad + bc) + bd \end{aligned}$$

Dengan kata lain, seperti pada perhitungan-perhitungan di atas, kita menyederhanakan penulisan ac dari nilai tempat ratusan, $ad + bc$ dari nilai tempat puluhan, dan bd dari nilai tempat satuan, dan tentukan jumlahnya.

1 Dengan menggunakan cara ini, hitunglah.

(1) 67×23 (2) 54×32 (3) 17×18

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran 33

Mengulang Perkalian Bentuk Vertikal

• Tujuan •

Peserta Didik dapat menjelaskan perhitungan perkalian 2 bilangan asli yang dipelajari di SD sebagai penggunaan praktis rumus.

Penyelesaian

1

(1)
$$\begin{array}{r} 67 \\ 23 \times \\ \hline 1221 \\ 18 \\ 14 \\ \hline 1541 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 54 \\ 32 \times \\ \hline 1508 \\ 10 \\ 12 \\ \hline 1728 \end{array}$$

(3)
$$\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 18 \\ \hline 156 \\ 8 \\ 7 \\ \hline 306 \end{array}$$

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penggunaan halaman ini

Dalam "Perhitungan Pencarian" di buku teks hlm 27, perhitungan bilangan disajikan dengan memanfaatkan perluasan rumus dan pemfaktoran. Di bagian ini dijelaskan perkalian bilangan-bilangan asli 2 angka yang berbeda, dengan cara menghitung di Sekolah Dasar (mengalikan bilangan bulat secara berurutan dari bilangan pertama) dan dapat dijelaskan sebagai penerapan dari perluasan rumus dan pemfaktoran.

Keuntungan dari cara ini kita dapat mengalikan dari awal (angka puluhan) tanpa khawatir memilih angka mana yang harus dikalikan.

2. Penanganan 1

Pada perhitungan ini diperlukan perluasan rumus suku banyak. Seperti (3) yang mengalikan angka di puluhan dan satuan, jawaban yang benar untuk perluasan pada $ad + bc$ adalah 15 dengan dihitung cepat seperti berikut.

$$\begin{array}{rl} 17 & \\ \times\ 18 & \\ \hline 156 & \leftarrow 7 + 8 \\ 15 & \\ 306 & \\ \hline \end{array}$$

Penyelesaian

2

$$\begin{array}{r} 6\ \ 3 \\ \times\ 6\ \ 7 \\ \hline 4\ \ 2\ \vdots\ 2\ \ 1 \end{array}$$

$6 \times (6+1) \qquad 3 \times 7$

$$\begin{array}{r} 7\ \ 8 \\ \times\ 7\ \ 2 \\ \hline 5\ \ 6\ \vdots\ 1\ \ 6 \end{array}$$

$7 \times (7+1) \qquad 8 \times 2$

3

dari luas bangun,

$$\begin{aligned} & 34 \times 36 \\ = & \ 30 \times 40 + 4 \times 6 \\ = & \ (3 \times 4) \times 100 + (4 \times 6) \end{aligned}$$

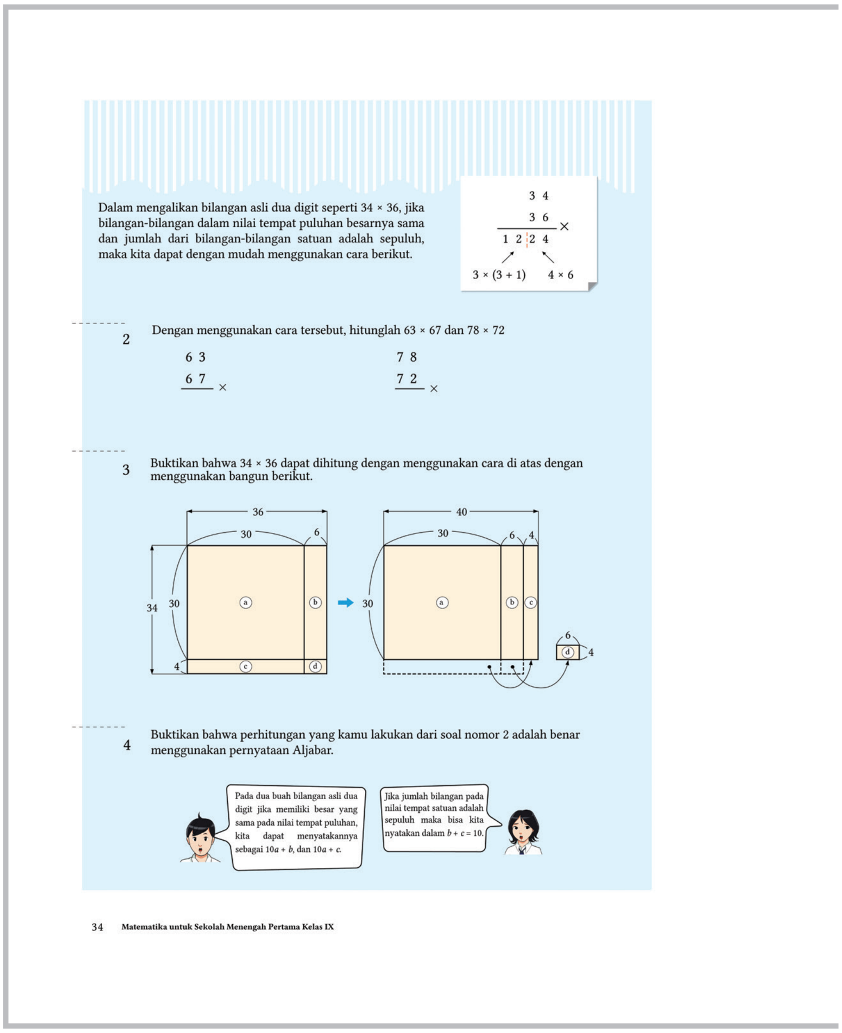
jadi, perhitungan di atas benar.

4

Jika 2 bilangan asli adalah $10a + b$, $10a + c$ (tetapi, $b + c = 10$)

$$\begin{aligned} & (10a+b)(10a+c) \\ = & \ 100a^2 + 10ac + 10ab + bc \\ = & \ 100a^2 + 10a(b+c) + bc \\ = & \ 100a^2 + 10a \times 10 + bc \\ = & \ 100a^2 + 100a + bc \\ = & \ 100a(a+1) + bc \end{aligned}$$

jadi, perhitungan di no 2 benar.


Dalam mengalikan bilangan asli dua digit seperti 34 × 36, jika bilangan-bilangan dalam nilai tempat puluhan besarnya sama dan jumlah dari bilangan-bilangan satuan adalah sepuluh, maka kita dapat dengan mudah menggunakan cara berikut.

$$\begin{array}{r} 3\ \ 4 \\ 3\ \ 6 \\ \hline 1\ \ 2\ \vdots\ 2\ \ 4 \end{array} \times$$

$3 \times (3 + 1) \qquad 4 \times 6$

2 Dengan menggunakan cara tersebut, hitunglah 63 × 67 dan 78 × 72

$$\begin{array}{r} 6\ \ 3 \\ 6\ \ 7 \\ \hline \end{array} \times \qquad \begin{array}{r} 7\ \ 8 \\ 7\ \ 2 \\ \hline \end{array} \times$$

3 Buktikan bahwa 34 × 36 dapat dihitung dengan menggunakan cara di atas dengan menggunakan bangun berikut.

4 Buktikan bahwa perhitungan yang kamu lakukan dari soal nomor 2 adalah benar menggunakan pernyataan Aljabar.

34 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Penanganan **2** dan **3**

Ini merupakan cara menghitung cepat dengan mengalikan 2 bilangan asli di 3 angka puluhan dan angka satuan.

Dalam hal ini, lakukan perhitungan **2** dengan metode hitung cepat. Periksa benar tidak jawabannya dengan kalkulator.

Lalu, pada **3**, jadikan 34 × 36 sebagai contoh, lalu jelaskan alaan luas bangun yang dapat dicari dengan metode hitung cepat. Saat ini, perkalian 12 (1200) dari 1224, 24 merupakan luas dari bagian masing-masing.

4. Penanganan **4**

Menjelaskan penggunaan praktis perluasan rumus dan pemfaktoran pada jawaban benar soal **2**.

BAB 2

Akar Kuadrat

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022
Buku Panduan Guru Matematika Untuk Smp Kelas Ix
Penulis: Tim Gakko Tohso
Penyadur: Wahyu Setyaningrum S. dan Sukarman
ISBN: 978-602-244-836-5

(Pengenalan 1 jam)

Tujuan

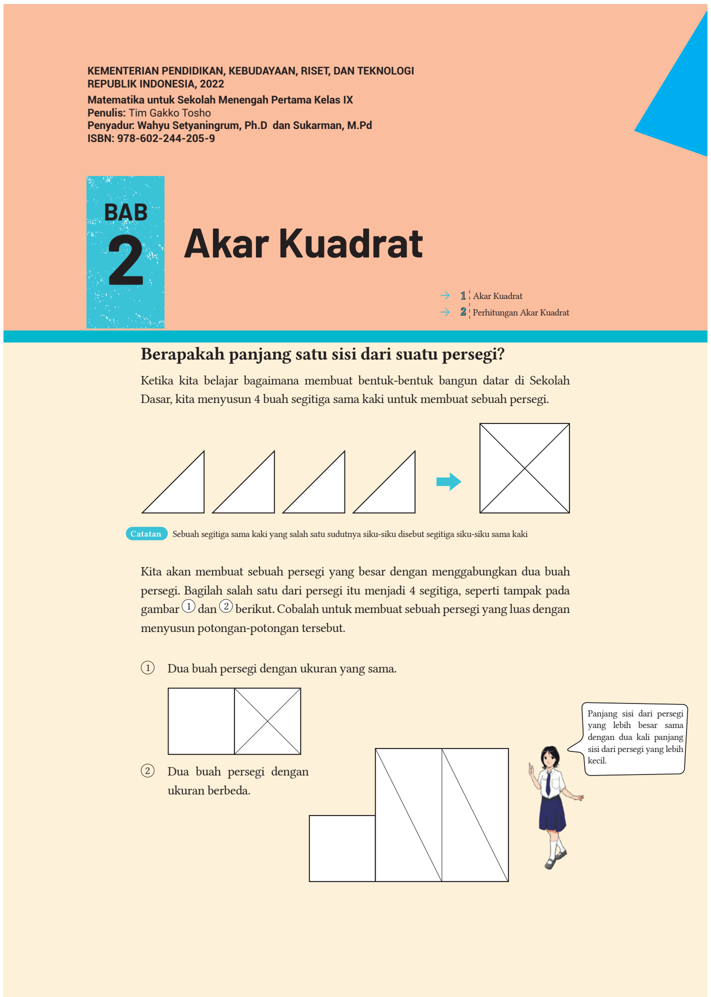
Peserta didik dapat menyadari kebutuhan akar kuadrat saat membuat satu persegi berukuran besar dengan mensejajarkan dua persegi (① 2 persegi dengan ukuran sama dan ② 2 persegi dengan ukuran berbeda).

Perhatikan Penjelasan Berikut

1. Penggunaan Halaman ini

Aktivitas di halaman ini merupakan pendorong motivasi peserta didik untuk memahami kebutuhan akan akar kuadrat di buku teks halaman 35 dan arti akar kuadrat.

Berikan tantangan pada peserta didik aktivitas pembuatan satu persegi besar dari 2 persegi yang dapat dibentuk dari luas 2 dan 5 persegi. Lalu, setelah memikirkan panjang sisi persegi tersebut mereka akan menyadari kebutuhan terhadap akar kuadrat.



KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Ph.D dan Sukarman, M.Pd
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 2 Akar Kuadrat

1 Akar Kuadrat
2 Perhitungan Akar Kuadrat

Berapakah panjang satu sisi dari suatu persegi?

Ketika kita belajar bagaimana membuat bentuk-bentuk bangun datar di Sekolah Dasar, kita menyusun 4 buah segitiga sama kaki untuk membuat sebuah persegi.

Catatan Sebuah segitiga sama kaki yang salah satu sudutnya siku-siku disebut segitiga siku-siku sama kaki

Kita akan membuat sebuah persegi yang besar dengan menggabungkan dua buah persegi. Bagilah salah satu dari persegi itu menjadi 4 segitiga, seperti tampak pada gambar ① dan ② berikut. Cobalah untuk membuat sebuah persegi yang luas dengan menyusun potongan-potongan tersebut.

① Dua buah persegi dengan ukuran yang sama.

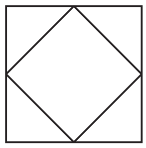
② Dua buah persegi dengan ukuran berbeda.

2. Gambaran Aktivitas Pengoperasian

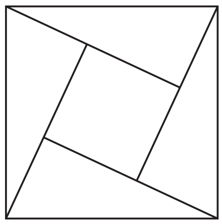
Siapkan kertas warna atau sejenisnya dan minta siswa membuat satu persegi dari dua persegi. Gunakan 2 lembar kertas origami dengan sisi 10 cm di persegi ① dan akan sampai pada 14,1 cm. Lanjutkan terus ke 1,412 , 1,4142, ... dst, sehingga dapat dikaitkan dengan pembelajaran tentang keperluan mencari panjang sisi sebuah bangun.

Pembelajaran dalam bab ini, jika dikaitkan dengan luas, dapat dijadikan aktivitas pengantar teorema Pythagoras. Dengan menempelkan sudut segitiga siku-siku 2 lembar persegi tersebut, yaitu 1 + 1 = 2 di ① dan 1 + 4 = 5 di ②, sisi-sisinya akan membentuk i persegi.

① 2 persegi dengan ukuran sama

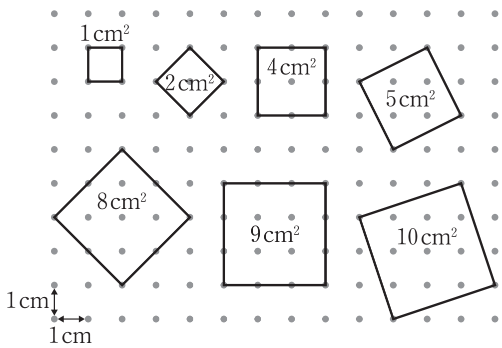


② 2 persegi dengan ukuran berbeda



Penyelesaian

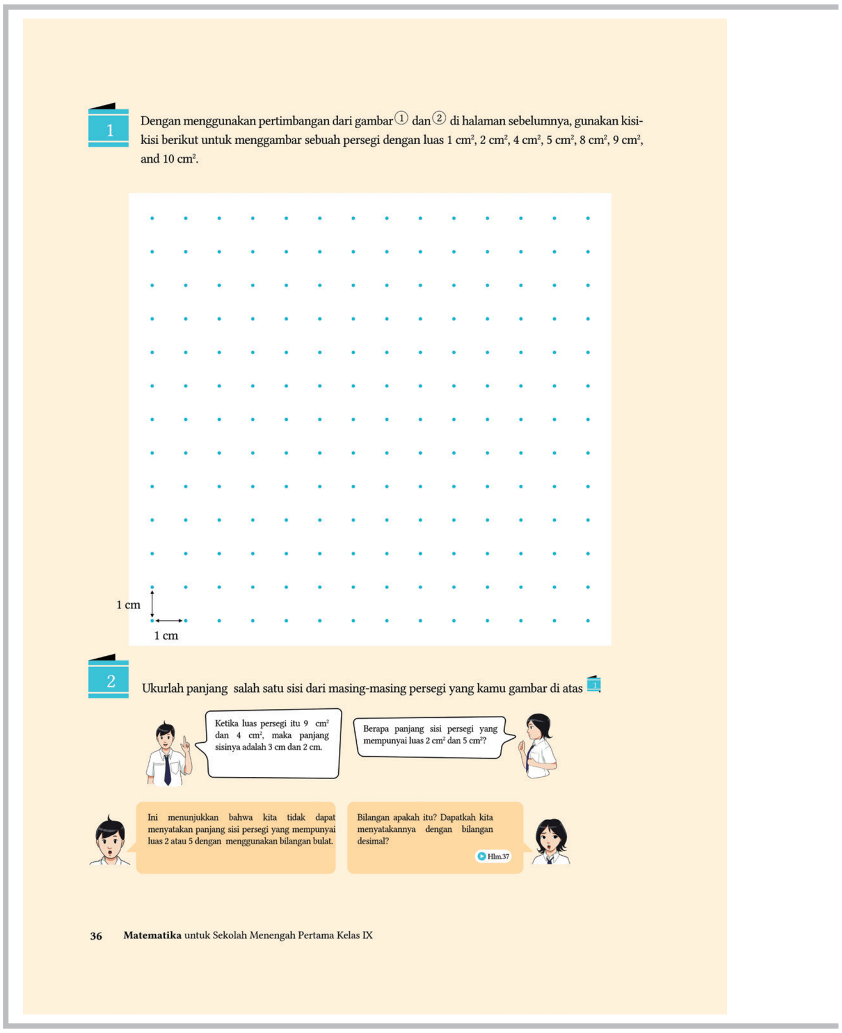
1



2

Hasil pengukuran sampai pecahan pertama

Luas (cm²)	Sisi (cm)
1	1
2	1.4
4	2
5	2.2
8	2.8
9	3
10	3.2



1 Dengan menggunakan pertimbangan dari gambar ① dan ② di halaman sebelumnya, gunakan kisi-kisi berikut untuk menggambar sebuah persegi dengan luas 1 cm², 2 cm², 4 cm², 5 cm², 8 cm², 9 cm², and 10 cm².

2 Ukurlah panjang salah satu sisi dari masing-masing persegi yang kamu gambar di atas 1.

36 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Penanganan 1

Melalui aktivitas ini, diharapkan siswa dapat merasakan pentingnya akar kuadrat.

Sebagai petunjuk pengerjaan PR, siswa dapat diminta untuk "menggambar persegi dengan luas masing-masing 1 cm², 2 cm², 4 cm², ..., 10 cm² dengan menggunakan pertimbangan dari gambar ① dan ② di halaman sebelumnya.

Jika mereka nampak dapat melakukannya dengan cepat, instruksikan untuk mencari persegi yang lain. Dapat juga dilakukan melalui persegi dengan 5 cm², 8 cm², 10 cm², jika luas persegi 2 cm² dapat segera mereka temukan.

Siswa akan tertantang untuk mencarinya di persegi 3 cm², 6 cm², 7 cm², walaupun kisi-kisinya tidak dapat tersambung. Berikan ilustrasi terkait alasan tidak dapat tersambungnya kisi-kisi tersebut.

4. Penanganan 2

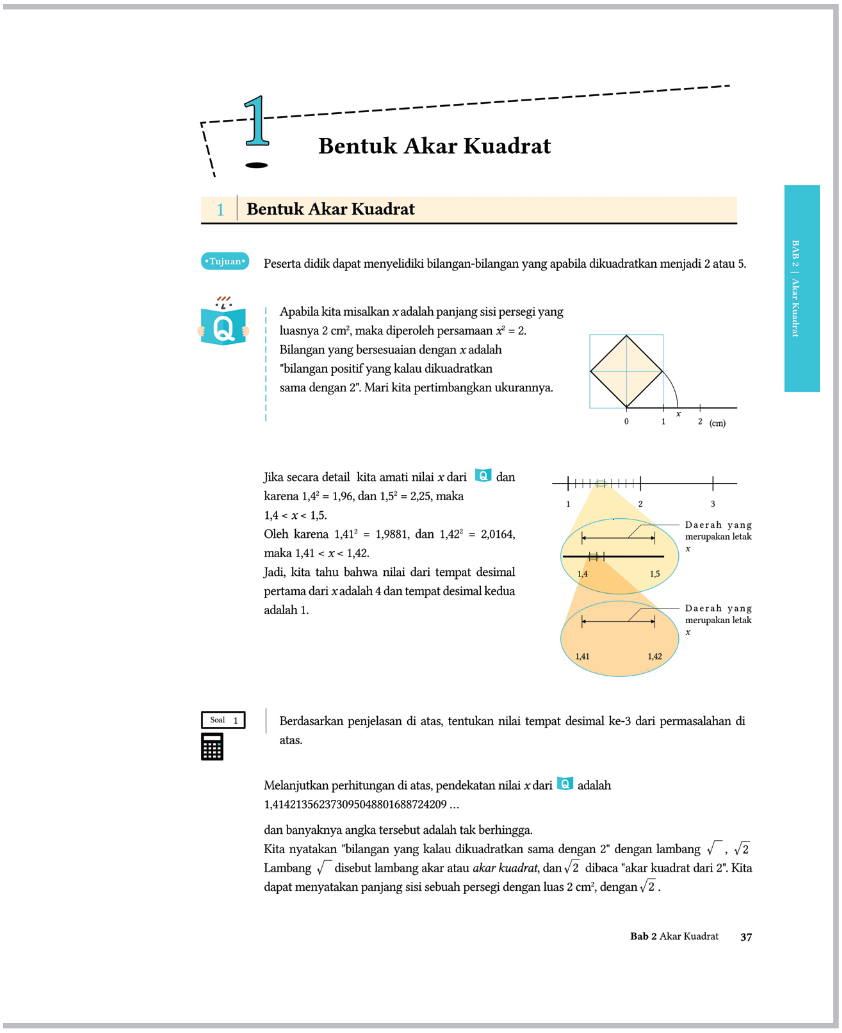
Tidak perlu menghitung panjang sisi dari luas persegi 1 cm², 4 cm², 9 cm².

Namun, ukurlah panjang sisi dari luas persegi berukuran 2 cm², 5 cm², 8 cm², 10 cm², secara akurat angka terkecil untuk dikaitkan dengan halaman selanjutnya.

Pastikan bahwa seandainya akan diukurpun, tidak akan mendapatkan hasil yang betul-betul akurat.

5. Pembelajaran

Pembelajaran di bagian ini adalah walaupun kita dapat menggambar persegi dengan luas 2 cm², 5 cm², 8 cm², 10cm², panjang sisinya tidak dapat ditentukan. Kaitkan pernyataan ini dengan pembelajaran berikutnya.



1 Bentuk Akar Kuadrat

1 | Bentuk Akar Kuadrat

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelidiki bilangan-bilangan yang apabila dikuadratkan menjadi 2 atau 5.

Apabila kita misalkan x adalah panjang sisi persegi yang luasnya 2 cm², maka diperoleh persamaan $x^2 = 2$. Bilangan yang bersesuaian dengan x adalah "bilangan positif yang kalau dikuadratkan sama dengan 2". Mari kita pertimbangkan ukurannya.

Jika secara detail kita amati nilai x dari Q dan karena $1,4^2 = 1,96$, dan $1,5^2 = 2,25$, maka $1,4 < x < 1,5$.
Oleh karena $1,41^2 = 1,9881$, dan $1,42^2 = 2,0164$, maka $1,41 < x < 1,42$.
Jadi, kita tahu bahwa nilai dari tempat desimal pertama dari x adalah 4 dan tempat desimal kedua adalah 1.

Soal 1 Berdasarkan penjelasan di atas, tentukan nilai tempat desimal ke-3 dari permasalahan di atas.

Melanjutkan perhitungan di atas, pendekatan nilai x dari Q adalah
1,414213562373095048801688724209 …

dan banyaknya angka tersebut adalah tak berhingga.
Kita nyatakan "bilangan yang kalau dikuadratkan sama dengan 2" dengan lambang $\sqrt{\ }$, $\sqrt{2}$
Lambang $\sqrt{\ }$ disebut lambang akar atau *akar kuadrat*, dan $\sqrt{2}$ dibaca "akar kuadrat dari 2". Kita dapat menyatakan panjang sisi sebuah persegi dengan luas 2 cm², dengan $\sqrt{2}$.

Bab 2 Akar Kuadrat 37

BAB 2 | Akar Kuadrat

1. Bentuk Akar Kuadrat (5 jam)

1 | Bentuk Akar Kuadrat (2 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami arti dan pentingnya bentuk akar kuadrat.
2. Peserta didik dapat memahami cara maencari nilai perkiraan akar kuadrat dengan metode pengurangan interval.
3. Peserta didik dapat menggunakan kalkulator untuk mencari perkiraaan akar kuadrat.
4. Peserta didik dapat menggunakan akar untuk bentuk akar kuadrat bilangan positif

Penyelesaian

Soal 1

$1,411^2=1,990921$
$1,412^2=1,993744$
$1,413^2=1,996569$
$1,414^2=1,999396$
$1,415^2=2,002225$
Oleh karena,
$1,414<x<1,415$
tempat desimal ke-3 dari x adalah 4.

Perhatikan Penjelasan Berikut

1. Penanganan Q

Berdasarkan aktivitas pada kegiatan di halaman sebelumnya, yaitu menggunakan "panjang sisi persegi dengan luas 2 cm², dengan mempertimbangkan "nilai dari tempat desimal pertama dan kedua" maka nilai x. dapat diketahui.

2. Mencari Nilai Pendekatan

Untuk mengetahui bilangan positif yang jika dikuadratkan sama dengan 2, carilah dengan urutan nilai dari tempat desimal pertama, kedua, ...dst.

Di buku teks, nilai dari tempat desimal pertama langsung diketahui 4 dan 5, untuk memastikannya hitunglah dengan urutan 1, 2, 3, ...dst. Cara tersebut tidak disajikan di sini.

Dengan melakukannya seperti itu, kita dapat mengetahui nilai pendekatan yang paling berhimpitan secara tepat.

Namun, walaupun dinyatakan dalam angka desimal tak berhingga, kuadrat yang menghasilkan 2 tidak dapat dicari secara tepat. untuk itulah bentuk akar kuadrat diperlukan dalam pengukurannya.

3. Pengantar Bentuk akar Kuadrat

Gunakan simbol akar √ untuk mencari bilangan positif yang jika dikuadratkan sama dengan 2.

Lalu, di buku teks ini untuk memahami pentingnya akar, akar kuadrat dari 2, dinyatakan dalam pecahan dan desimal

Bagian ini juga dapat menjadi pengantar "Bentuk Akar Kuadrat √ " di halaman 37 buku teks.

Penyelesaian

Soal 2

Oleh karena $2^2=4$, $3^2=9$
maka
$2 < \sqrt{5} < 3$
Oleh karena $2{,}2^2=4{,}84$, $2{,}3^2=5{,}29$
maka
$2{,}2 < \sqrt{5} < 2.3$
dan karena $2{,}23^2=4{,}9729$, $2{,}24^2=5{,}0176$
maka
$2{,}23 < \sqrt{5} < 2.24$

Jadi, nilai pendekatan $\sqrt{5}$ dari tempat desimal kedua adalah 2,23.
(Jika tempat desimal ketiga dibulatkan, hasilnya adalah 2,24).

Soal 3

(1) 1,732 (2) 2,646
(3) 3,162 (4) 5,477

Soal 4

(1) 1 dan -1 (2) 4 dan -4
(3) 9 dan -9 (4) $\frac{3}{10}$ dan $-\frac{3}{10}$
(5) 0,5 dan -0,5

Soal 5

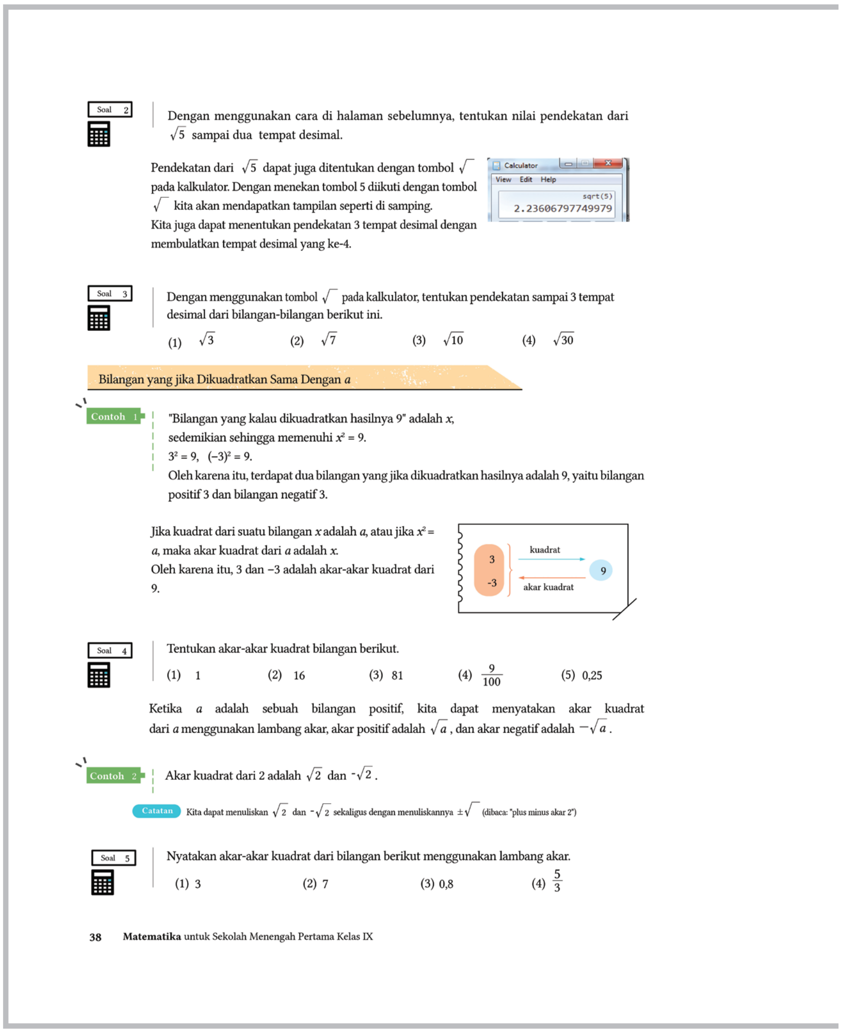
(1) $\pm\sqrt{3}$ (2) $\pm\sqrt{7}$
(3) $\pm\sqrt{0.8}$ (4) $\pm\sqrt{\frac{5}{3}}$

4. Penggunaan Fungsi √ pada Kalkulator

Di sini, kita belajar mencari nilai pendekatan dari akar kuadrat dengan menggunakan simbol √ di kalkulator. Perhatikan untuk memasukkan angka di dalam akar terlebih dahulu sebelum menekan tombol akar. Ajarkan juga bagaimana memproses pecahan nilai dengan kalkulator.

5. Penanganan Soal 3

Sebelum mencari nilai pendekatan dengan kalkulator, bimbing siswa untuk menebak kisaran ukuran akar kuadrat. Misalnya, oleh karena $\sqrt{30}$, maka $5^2 < 30 < 6^2$, sehingga jawabannya $5 < \sqrt{30} < 6$.



Soal 2

Dengan menggunakan cara di halaman sebelumnya, tentukan nilai pendekatan dari $\sqrt{5}$ sampai dua tempat desimal.

Pendekatan dari $\sqrt{5}$ dapat juga ditentukan dengan tombol $\sqrt{\ }$ pada kalkulator. Dengan menekan tombol 5 diikuti dengan tombol $\sqrt{\ }$ kita akan mendapatkan tampilan seperti di samping.
Kita juga dapat menentukan pendekatan 3 tempat desimal dengan membulatkan tempat desimal yang ke-4.

Soal 3

Dengan menggunakan tombol $\sqrt{\ }$ pada kalkulator, tentukan pendekatan sampai 3 tempat desimal dari bilangan-bilangan berikut ini.

(1) $\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{7}$ (3) $\sqrt{10}$ (4) $\sqrt{30}$

Bilangan yang jika Dikuadratkan Sama Dengan a

Contoh 1

"Bilangan yang kalau dikuadratkan hasilnya 9" adalah x,
sedemikian sehingga memenuhi $x^2 = 9$.
$3^2 = 9$, $(-3)^2 = 9$.
Oleh karena itu, terdapat dua bilangan yang jika dikuadratkan hasilnya adalah 9, yaitu bilangan positif 3 dan bilangan negatif 3.

Jika kuadrat dari suatu bilangan x adalah a, atau jika $x^2 = a$, maka akar kuadrat dari a adalah x.
Oleh karena itu, 3 dan −3 adalah akar-akar kuadrat dari 9.

Soal 4

Tentukan akar-akar kuadrat bilangan berikut.

(1) 1 (2) 16 (3) 81 (4) $\frac{9}{100}$ (5) 0,25

Ketika a adalah sebuah bilangan positif, kita dapat menyatakan akar kuadrat dari a menggunakan lambang akar, akar positif adalah $\sqrt{a}$, dan akar negatif adalah $-\sqrt{a}$.

Contoh 2

Akar kuadrat dari 2 adalah $\sqrt{2}$ dan $-\sqrt{2}$.

Catatan Kita dapat menuliskan $\sqrt{2}$ dan $-\sqrt{2}$ sekaligus dengan menuliskannya $\pm\sqrt{\ }$ (dibaca: "plus minus akar 2")

Soal 5

Nyatakan akar-akar kuadrat dari bilangan berikut menggunakan lambang akar.

(1) 3 (2) 7 (3) 0,8 (4) $\frac{5}{3}$

38 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

6. Penanganan Soal 1

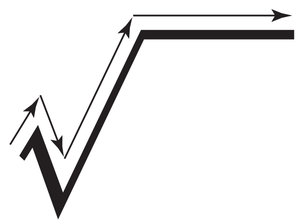
Pada soal "bilangan yang jika dikuadratkan hasilnya 9", dibatasi pada bilangan positif, tetapi dalam Contoh 1, kita menganggap "bilangan yang jika dikuadratkan menjadi 9" tersebut sebagai bilangan umum. Intinya adalah memperluas rentang yang sesuai sampai bilangan negatif.

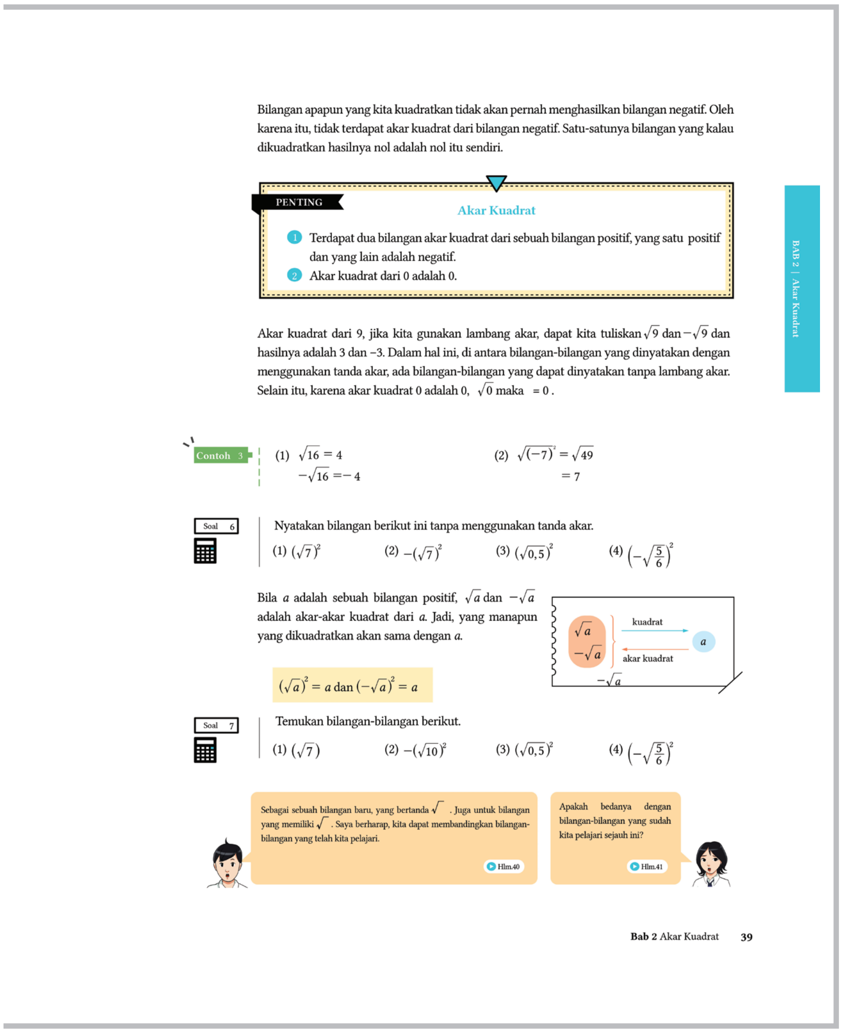
7. Batasan Bentuk Akar Kuadrat

Berdasarkan Contoh 1, kita dapat menentukan Akar Kuadrat. Dari Contoh 1 dan Soal 4, diketahui bahwa untuk mendapatkan akar kuadrat diperlukan 2 bilangan positif dan bilangan negatif.

Referensi Cara Menulis Akar Kuadrat

Akar kuadrat merupakan akronim dari bahasa Latin radix dengan mengambil huruf pertama "r". Ajarkan pada siswa untuk menuliskannya sama seperti huruf alfabet "r".





Bilangan apapun yang kita kuadratkan tidak akan pernah menghasilkan bilangan negatif. Oleh karena itu, tidak terdapat akar kuadrat dari bilangan negatif. Satu-satunya bilangan yang kalau dikuadratkan hasilnya nol adalah nol itu sendiri.

PENTING

Akar Kuadrat

1. Terdapat dua bilangan akar kuadrat dari sebuah bilangan positif, yang satu positif dan yang lain adalah negatif.
2. Akar kuadrat dari 0 adalah 0.

Akar kuadrat dari 9, jika kita gunakan lambang akar, dapat kita tuliskan $\sqrt{9}$ dan $-\sqrt{9}$ dan hasilnya adalah 3 dan −3. Dalam hal ini, di antara bilangan-bilangan yang dinyatakan dengan menggunakan tanda akar, ada bilangan-bilangan yang dapat dinyatakan tanpa lambang akar. Selain itu, karena akar kuadrat 0 adalah 0, $\sqrt{0}$ maka $= 0$.

Contoh 3

(1) $\sqrt{16} = 4$
$-\sqrt{16} = -4$

(2) $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49}$
$= 7$

Soal 6

Nyatakan bilangan berikut ini tanpa menggunakan tanda akar.

(1) $(\sqrt{7})^2$ (2) $-(\sqrt{7})^2$ (3) $(\sqrt{0,5})^2$ (4) $\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2$

Bila a adalah sebuah bilangan positif, $\sqrt{a}$ dan $-\sqrt{a}$ adalah akar-akar kuadrat dari a. Jadi, yang manapun yang dikuadratkan akan sama dengan a.

$(\sqrt{a})^2 = a$ dan $(-\sqrt{a})^2 = a$

Soal 7

Temukan bilangan-bilangan berikut.

(1) $(\sqrt{7})$ (2) $-(\sqrt{10})^2$ (3) $(\sqrt{0,5})^2$ (4) $\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2$

Bab 2 Akar Kuadrat 39

BAB 2 | Akar Kuadrat

Penyelesaian

Soal 6

(1) 2 (2) -8

(3) $\frac{2}{3}$ (5) 5

Soal 37

(1) 7 (2) 10

(3) 0.5 (4) $\frac{5}{6}$

Komentar dan Perhatikan

8. Akar Kuadrat dari Bilangan Negatif dan 0

Perlu diperhatikan beberapa hal berikut berkaitan dengan akar kuadrat selain bilangan positif

- Tidak terdapat akar kuadrat dari bilangan negatif.
- Akar kuadrat dari 0 adalah 0 itu sendiri.

Pertanyaan "Angka Berapa" dalam buku teks merupakan kisaran bilangan yang dipelajari di SMP. Jika ada siswa yang berminat pada akar kuadrat dari bilangan negatif, sampaikan bahwa "Dalam matematika, kita dapat membuat angka baru dengan memperluasnya jika diperlukan. Detail mengenai hal ini akan dipelajari di SMA". Dapat dikenalkan sekilas di buku teks halaman 256.

9. Penerapan Contoh 3

Banyak yang menulis salah dengan (1) √16=+4 untuk menulis +√2. Di antara akar kuadrat 16, tekankan hanya pada bilangan positif √16 dan bilangan negatif -√16.

Di (2), banyak yang secara intuitif menulis salah dengan $\sqrt{(-7)}\,^2$=-7 dari yang seharusnya $\sqrt{7^2}$=7. Sebagaimana ditunjukkan dalam buku teks, lakukan dengan urutan pertama hitung di dalam akar, lalu keluarkan akarnya.

Secara umum,

ketika a >= 0, $\sqrt{a^2}$ =a

ketika a < = 0, $\sqrt{a^2}$ =-a

justru akan membingungkan siswa, jadi sebaiknya tidak perlu dijelaskan secara detail.

10. $(\sqrt{a})^2, (-\sqrt{a})^2$

Berdasarkan definisi akar kuadrat $(\sqrt{a})^2$, $(-\sqrt{a})^2$ adalah $(\sqrt{a})^2 = a$, $(-\sqrt{a})^2 = a$.

Jika kita gunakan perkalian bilangan, termasuk akar yang akan dipelajari, maka ketika a>0, menjadi $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a^2}$.

11. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Di bagian ini dipelajari angka yang diberi simbol √ sebagai angka baru. Kaitkan dengan pembelajaran yang telah dilakukan dan materi selanjutnya di halaman berikut.

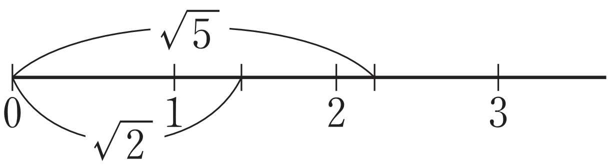
2 | Membandingkan Akar Kuadrat

(1 jam)

• Tujuan •

Peserta didik dapat membandingkan akar-akar kuadrat

Penyelesaian



Dari gambar di atas, $\sqrt{2}-\sqrt{5}$

Soal 1

(1) $\sqrt{17}>\sqrt{12}$ (2) $6>\sqrt{32}$
(3) $\sqrt{120}<11$ (4) $-\sqrt{6}>-\sqrt{7}$
(5) $-3<-\sqrt{8}$ (6) $\sqrt{14}<4<\sqrt{19}$

Perhatikan Penjelasan Berikut

1. Membandingkan Akar Kuadrat

Perlu pemahaman tentang
- perbandingan besar dan kecil
- target kalkulasi

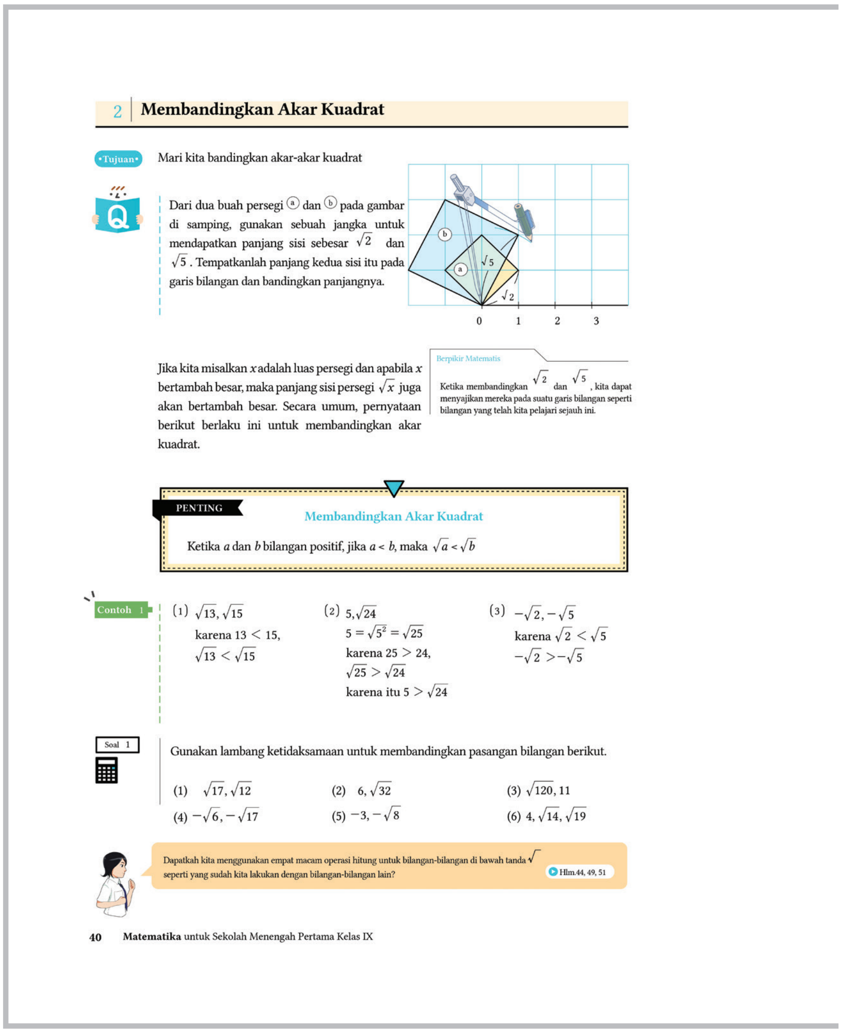
agar siswa mengenal akar kuadrat sebagai angka. Di bagian ini dibahas perbandingan akar-akar kuadrat.

2. Penanganan Berpikir analogis

Ini merupakan contoh berpikir analogi dari halaman xiv-xv. sama halnya dengan angka yang sudah dipelajari selama ini, diharapkan siswa mengenal nilai √2 dan √5 di garis bilangan sebagai bilangan. Kita dapat menjelaskan dasar hubungan 2 bilangan perbandingan sebagai "bilangan di sebelah kanan garis bilangan adalah bilangan besar".

3. Penanganan Contoh 1 dan soal 1

Contoh 1 (2) menunjukkan cara membandingkan besar bilangan yang termasuk ke dalam akar bilangan dan bilangan yang tidak termasuk ke dalamnya. Dalam situasi ini, bimbing siswa untuk secara bebas mengubah $a = \sqrt{a^2}$ $(a > 0)$ yang merupakan operasi kebalikan dari Contoh 3 di halaman sebelumnya. Siswa juga dapat mengkuadratkan masing-masing bilangan dan membandingkan besar kecilnya, seperti $5^2=25$,


2 | **Membandingkan Akar Kuadrat**

•Tujuan• Mari kita bandingkan akar-akar kuadrat

Dari dua buah persegi ⓐ dan ⓑ pada gambar di samping, gunakan sebuah jangka untuk mendapatkan panjang sisi sebesar $\sqrt{2}$ dan $\sqrt{5}$. Tempatkanlah panjang kedua sisi itu pada garis bilangan dan bandingkan panjangnya.

Jika kita misalkan x adalah luas persegi dan apabila x bertambah besar, maka panjang sisi persegi $\sqrt{x}$ juga akan bertambah besar. Secara umum, pernyataan berikut berlaku ini untuk membandingkan akar kuadrat.

Berpikir Matematis

Ketika membandingkan $\sqrt{2}$ dan $\sqrt{5}$, kita dapat menyajikan mereka pada suatu garis bilangan seperti bilangan yang telah kita pelajari sejauh ini.

PENTING

Membandingkan Akar Kuadrat

Ketika a dan b bilangan positif, jika $a < b$, maka $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

Contoh 1

(1) $\sqrt{13}, \sqrt{15}$
karena $13 < 15$,
$\sqrt{13} < \sqrt{15}$

(2) $5, \sqrt{24}$
$5 = \sqrt{5^2} = \sqrt{25}$
karena $25 > 24$,
$\sqrt{25} > \sqrt{24}$
karena itu $5 > \sqrt{24}$

(3) $-\sqrt{2}, -\sqrt{5}$
karena $\sqrt{2} < \sqrt{5}$
$-\sqrt{2} > -\sqrt{5}$

Soal 1

Gunakan lambang ketidaksamaan untuk membandingkan pasangan bilangan berikut.

(1) $\sqrt{17}, \sqrt{12}$ (2) $6, \sqrt{32}$ (3) $\sqrt{120}, 11$
(4) $-\sqrt{6}, -\sqrt{17}$ (5) $-3, -\sqrt{8}$ (6) $4, \sqrt{14}, \sqrt{19}$

Dapatkah kita menggunakan empat macam operasi hitung untuk bilangan-bilangan di bawah tanda $\sqrt{\ }$ seperti yang sudah kita lakukan dengan bilangan-bilangan lain?

Hlm.44, 49, 51

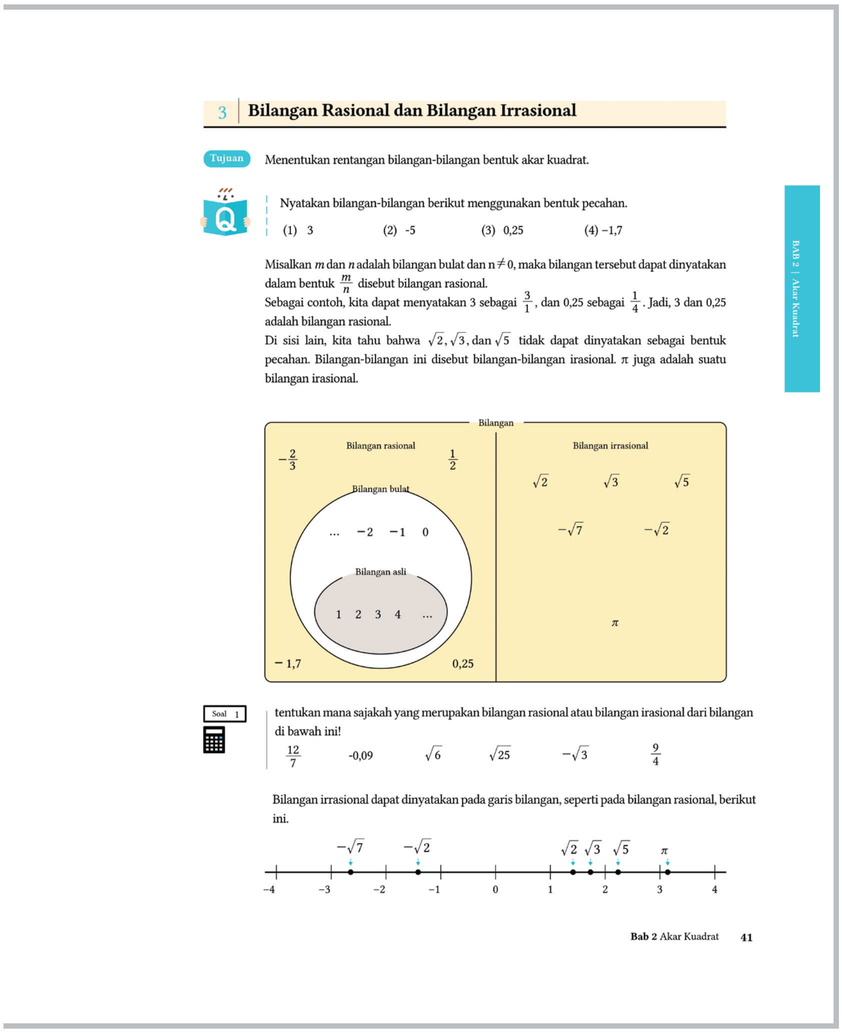
40 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

$(\sqrt{24})^2=24$.

Ketika membandingkan besar kecilnya bilangan negatif seperti pada Soal 1 (4), sebaiknya diingat bahwa "bilangan dengan nilai absolut yang lebih besar adalah bilangan kecil". Di (6), Pastikan bahwa ketiga angka disusun dari urutan kecil ke urutan besar

4. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Di sini kita belajar tentang bilangan di bawah tanda akar √ merupakan bilangan yang dapat dibandingkan seperti bilangan lainnya yang telah dipelajari. Motivasi siswa dengan pertanyaan apakah 4 operasi hitung dapat digunakan juga pada bilangan-bilangan tersebut.



3 | Bilangan Rasional dan Bilangan Irrasional

Tujuan Menentukan rentangan bilangan-bilangan bentuk akar kuadrat.

Nyatakan bilangan-bilangan berikut menggunakan bentuk pecahan.

(1) 3 (2) -5 (3) 0,25 (4) −1,7

Misalkan m dan n adalah bilangan bulat dan $n \neq 0$, maka bilangan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{m}{n}$ disebut bilangan rasional.
Sebagai contoh, kita dapat menyatakan 3 sebagai $\frac{3}{1}$, dan 0,25 sebagai $\frac{1}{4}$. Jadi, 3 dan 0,25 adalah bilangan rasional.
Di sisi lain, kita tahu bahwa $\sqrt{2}, \sqrt{3}$, dan $\sqrt{5}$ tidak dapat dinyatakan sebagai bentuk pecahan. Bilangan-bilangan ini disebut bilangan-bilangan irasional. π juga adalah suatu bilangan irasional.

Soal 1

tentukan mana sajakah yang merupakan bilangan rasional atau bilangan irasional dari bilangan di bawah ini!

$\frac{12}{7}$ -0,09 $\sqrt{6}$ $\sqrt{25}$ $-\sqrt{3}$ $\frac{9}{4}$

Bilangan irrasional dapat dinyatakan pada garis bilangan, seperti pada bilangan rasional, berikut ini.

Bab 2 Akar Kuadrat 41

BAB 2 | Akar Kuadrat

3 | Bilangan Rasional dan Bilangan Irasional

(1 jam)

Tujuan

1. Peserta didik dapat memahami dan memperluas wawasan tentang bilangan rasional dan bilangan irasional.
2. Peserta didik dapat memahami keistimewaan bilangan rasional dan irasional dalam angka desimal.

Penyelesaian

(1) $\frac{3}{1}$ (2) $-\frac{5}{1}$

(3) $\frac{1}{4}\left(\frac{25}{100}\right)$ (4) $-\frac{17}{10}$

Soal 1

$\cdots \frac{12}{7}, -0.09, \sqrt{25}, \sqrt{\frac{9}{4}}$

$\cdots \sqrt{6}, -\sqrt{3}$

Perhatikan Penjelasan Berikut

1. Bilangan yang Tidak Dapat Dinyatakan dalam Pecahan

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, dst, merupakan bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam pecahan yang dapat dibuktikan dengan cara kontradiksi (Komentar dan Materi Hlm. 42), tidak perlu dijelaskan secara mendalam di sini.

2. Diagram Kumpulan Bilangan

Tunjukkan sebuah diagram kumpulan bilangan sebagai sebuah kumpulan yang sudah dipelajari selama ini dan menunjukkan hubungan satu sama lain. Dapat juga dilakukan dengan kumpulan bilangan yang sudah dipelajari selama 1 tahun untuk menyegarkan ingatan siswa dan memperdalam pemahaman terhadap dunia angka.

3. Penanganan soal 1

Ini adalah soal untuk memperdalam pemahaman siswa terhadap bilangan irasional yang tidak dapat dinyatakan dalam akar kuadrat seperti $\sqrt{25} = 5, \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

4. Meletakkan Bilangan di atas Garis Bilangan

Bilangan irasional hanya merupakan simbol operasional. Perjelas hal ini dengan mengenalkan bahwa akar kuadrat dan π merupakan bagian dari bilangan.

Referensi Memperluas Wawasan tentang Bilangan

Dalam matematika SMA Kelas X, dipelajari bilangan real yang menggabungkan bilangan rasional dan irasional, lalu di kelas XI dipelajari bilangan imajiner yang memperluas dunia bilangan menjadi bilangan kompleks yang menggabungkan bilangan real dan bilangan imajiner.

Menurut Georg Cantor (1845-1918) bilangan irasional lebih banyak dibandingkan bilangan rasional, bahkan dalam himpunan tak hingga yang sama, yaitu tak hingga tinggi.

Penyelesaian

(1) 0,4
(2) 0,875
(3) 0,454545...
(4) 0,571428571428...

---

5. Keistimewaan Desimal Tak Berhingga (tak terbatas)

Jika pecahan dinyatakan sebagai desimal, maka ia akan berupa desimal berhingga (terbatas) dan desimal tak berhingga (tak terbatas). Namun, desimal tak berhingga (bilangan rasional) selalu merupakan desimal berulang, sedangkan bilangan irasional adalah desimal tidak berhingga yang tidak berulang.

Di sini, hanya dibahas pernyataan pecahan sebagai bilangan desimal. Jika ingin ditunjukkan secara matematis, bahwa bilangan yang dapat dinyatakan sebagai pecahan dan bilangan yang dapat dinyatakan sebagai desimal berhingga atau desimal berulang adalah sama, maka kebalikan dari "desimal berhingga atau desimal berulang dapat dinyatakan sebagai pecahan". Pembahasan tentang desimal berulang yang dapat dinyatakan sebagai pecahan dibahas dalam "Desimal Berulang" di halaman berikutnya.

6. Ringkasan Konsep Bilangan

Hubungan antara angka-angka yang dipelajari sejauh ini diringkas seperti gambar Bilangan di atas. Bilangan (bilangan real) dibagi menjadi bilangan rasional dan irasional, dan bilangan rasional dapat diklasifikasikan menjadi billangan bulat dan pecahan. Di sisi lain, bilangan irasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai pecahan, dan bila dinyatakan sebagai bilangan desimal, maka bilangan tersebut menjadi bilangan tidak berhingga yang tidak berulang.

7. Cara Mengingat Pendekatan Nilai Akar Kuadrat

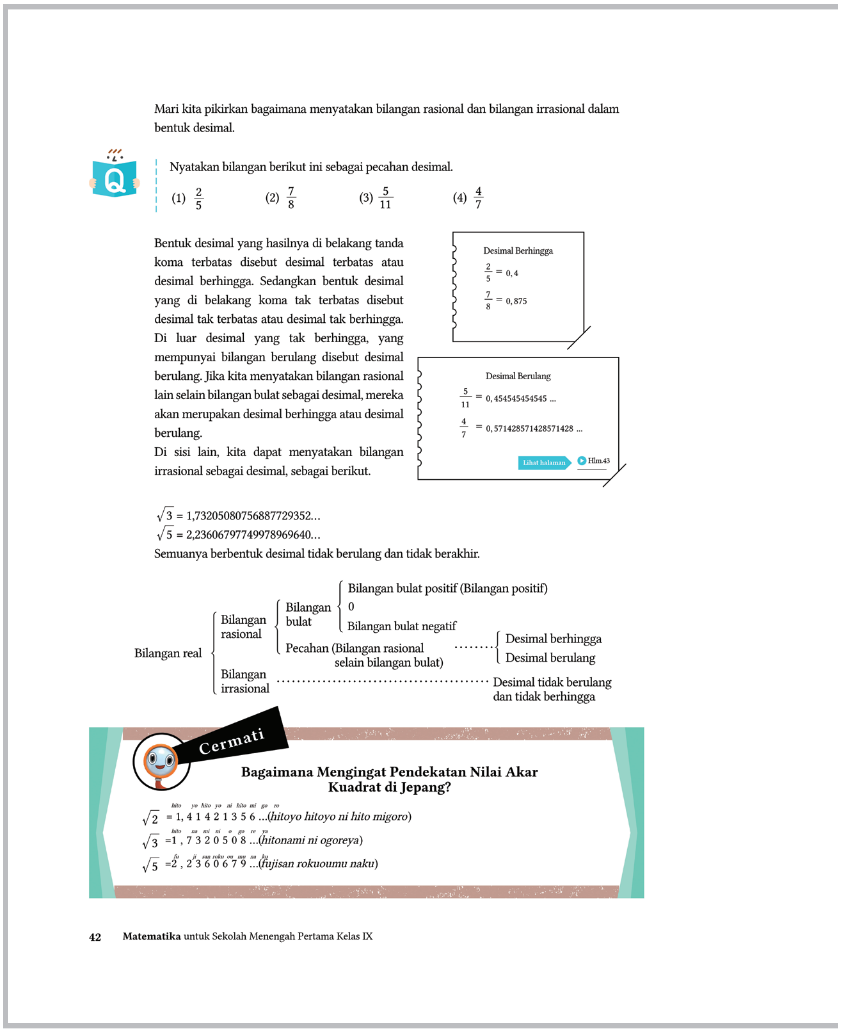
Cara mengingat $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ seperti mengingat $\sqrt{8}$ yang diperoleh dengan mengubahnya menjadi $2\sqrt{2}$ (Buku Teks Hlm. 45). Selain itu, terdapat

$\sqrt{6}$= 2,44949...

$\sqrt{7}$=2,64575...

$\sqrt{10}$=3,1622...

7. Cara Mengingat Pendekatan Nilai Akar



Mari kita pikirkan bagaimana menyatakan bilangan rasional dan bilangan irrasional dalam bentuk desimal.

Nyatakan bilangan berikut ini sebagai pecahan desimal.

(1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{7}{8}$ (3) $\frac{5}{11}$ (4) $\frac{4}{7}$

Bentuk desimal yang hasilnya di belakang tanda koma terbatas disebut desimal terbatas atau desimal berhingga. Sedangkan bentuk desimal yang di belakang koma tak terbatas disebut desimal tak terbatas atau desimal tak berhingga. Di luar desimal yang tak berhingga, yang mempunyai bilangan berulang disebut desimal berulang. Jika kita menyatakan bilangan rasional lain selain bilangan bulat sebagai desimal, mereka akan merupakan desimal berhingga atau desimal berulang.

Di sisi lain, kita dapat menyatakan bilangan irrasional sebagai desimal, sebagai berikut.

Desimal Berhingga

$\frac{2}{5} = 0,4$

$\frac{7}{8} = 0,875$

Desimal Berulang

$\frac{5}{11} = 0,454545454545 ...$

$\frac{4}{7} = 0,571428571428571428 ...$

Lihat halaman Hlm.43

$\sqrt{3}$ = 1,73205080756887729352...

$\sqrt{5}$ = 2,23606797749978969640...

Semuanya berbentuk desimal tidak berulang dan tidak berakhir.

Bilangan real
- Bilangan rasional
  - Bilangan bulat
    - Bilangan bulat positif (Bilangan positif)
    - 0
    - Bilangan bulat negatif
  - Pecahan (Bilangan rasional selain bilangan bulat) .... Desimal berhingga / Desimal berulang
- Bilangan irrasional .... Desimal tidak berulang dan tidak berhingga

Cermati

Bagaimana Mengingat Pendekatan Nilai Akar Kuadrat di Jepang?

$\sqrt{2}$ = 1, 4 1 4 2 1 3 5 6 ...(*hitoyo hitoyo ni hito migoro*)

$\sqrt{3}$ =1 , 7 3 2 0 5 0 8 ...(*hitonami ni ogoreya*)

$\sqrt{5}$ =2 , 2 3 6 0 6 7 9 ...(*fujisan rokuoumu naku*)

42 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Kuadrat

$\sqrt{2}$ merupakan bilangan irasional yang dapat dinyatakan sebagai pecahan berlanjut tidak berhingga seperti ditunjukkan di sebelah kanan.

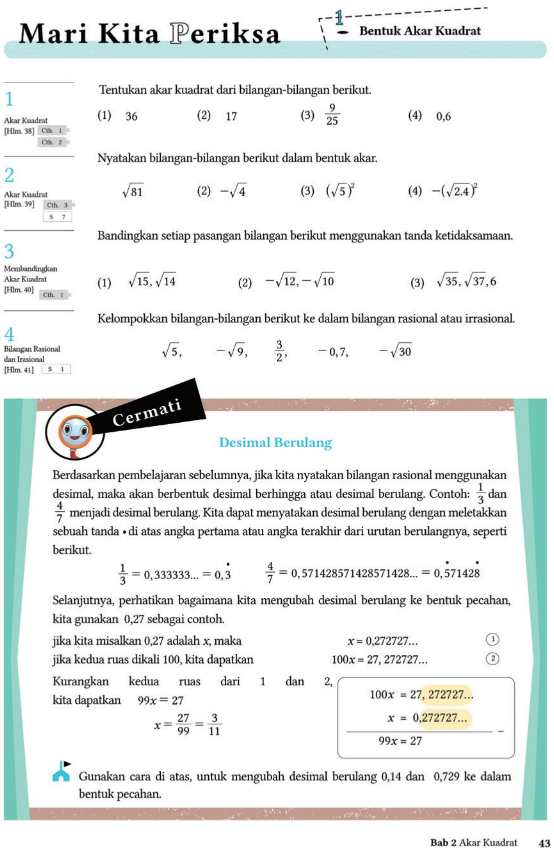
Jika ruas kanannya adalah x, maka dapat dinyatakan sebagai, $x = 1 + \frac{1}{x+1}$ dan jika perhitungan ini diselesaikan akan diperoleh x = $\sqrt{2}$.

Referensi $\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$ merupakan bilangan irasional yang dapat dinyatakan sebagai pecahan berlanjut tidak berhingga seperti ditunjukkan di sebelah kanan.

$$\sqrt{2} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cdots}}}}}}$$

Jika ruas kanannya adalah x, maka dapat dinyatakan sebagai $x = 1 + \frac{1}{x+1}$, dan jika perhitungan ini diselesaikan akan diperoleh x= $\sqrt{2}$.


Mari Kita Periksa

1 Bentuk Akar Kuadrat

1 Akar Kuadrat [Hlm. 38] Cth. 1 Cth. 2

Tentukan akar kuadrat dari bilangan-bilangan berikut.

(1) 36 (2) 17 (3) $\frac{9}{25}$ (4) 0,6

2 Akar Kuadrat [Hlm. 39] Cth. 3 S 7

Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk akar.

$\sqrt{81}$ (2) $-\sqrt{4}$ (3) $(\sqrt{5})^2$ (4) $-(\sqrt{2.4})^2$

3 Membandingkan Akar Kuadrat [Hlm. 40] Cth. 1

Bandingkan setiap pasangan bilangan berikut menggunakan tanda ketidaksamaan.

(1) $\sqrt{15}, \sqrt{14}$ (2) $-\sqrt{12}, -\sqrt{10}$ (3) $\sqrt{35}, \sqrt{37}, 6$

4 Bilangan Rasional dan Irasional [Hlm. 41] S 1

Kelompokkan bilangan-bilangan berikut ke dalam bilangan rasional atau irrasional.

$\sqrt{5}$, $-\sqrt{9}$, $\frac{3}{2}$, $-0,7$, $-\sqrt{30}$

Cermati

Desimal Berulang

Berdasarkan pembelajaran sebelumnya, jika kita nyatakan bilangan rasional menggunakan desimal, maka akan berbentuk desimal berhingga atau desimal berulang. Contoh: $\frac{1}{3}$ dan $\frac{4}{7}$ menjadi desimal berulang. Kita dapat menyatakan desimal berulang dengan meletakkan sebuah tanda • di atas angka pertama atau angka terakhir dari urutan berulangnya, seperti berikut.

$$\frac{1}{3} = 0,333333... = 0,\dot{3} \qquad \frac{4}{7} = 0,571428571428571428... = 0,\dot{5}7142\dot{8}$$

Selanjutnya, perhatikan bagaimana kita mengubah desimal berulang ke bentuk pecahan, kita gunakan 0,27 sebagai contoh.

jika kita misalkan 0,27 adalah x, maka $x = 0,272727...$ ①

jika kedua ruas dikali 100, kita dapatkan $100x = 27,272727...$ ②

Kurangkan kedua ruas dari 1 dan 2, kita dapatkan $99x = 27$

$$x = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$$

$$\begin{array}{rl} 100x &= 27,272727... \\ x &= 0,272727... \\ \hline 99x &= 27 \end{array} \ -$$

Gunakan cara di atas, untuk mengubah desimal berulang 0,14 dan 0,729 ke dalam bentuk pecahan.

Bab 2 Akar Kuadrat 43

Mari Kita Periksa

(1 jam)

Penyelesaian

1

(1) ± 6 (2) $\pm\sqrt{17}$

(3) $\pm\frac{3}{5}$ (4) $\pm\sqrt{0,6}$

2

(1) 9 (2) -2 (3) 5 (4) 2,4

3

(1) $\sqrt{15} > \sqrt{14}$ (2) $-\sqrt{12} < -\sqrt{10}$

(3) $\sqrt{35} < 6 < \sqrt{37}$

4

Bilangan Rasional $\sqrt{9}, \frac{3}{2}, -0,7$

Bilangan Irasional $\sqrt{5}, -\sqrt{30}$

Cermati

Jika kita misalkan $0,\overline{14}$ adalah x, maka x=0,1414141414...
dan jika kedua ruas dikalikan 100
$100x$=14,14141414...
kurangkan kedua ruas 1 dan 2,

(1) $x =$ 0,14141414...

(2) $100x$ = 14,141414...

$$99x = 14$$
$$x = \frac{14}{99}$$

Jika kita misalkan $0,\overline{729}$ adalah x, maka
x = 0,729729729729... (3)
dan jika kedua ruas dikalikan 1000
1000x = 729,729729729... (4)
kurangkan kedua ruas 3 dan 4,

$$999x = 729$$
$$x = \frac{729}{999} = \frac{27}{37}$$

Penjelasan hal-hal yang perlu diperhatikan

8. **Cara Mengubah 0,27 menjadi Pecahan**

$0,\overline{27}$ sedikit lebih besar dari desimal berhingga 0,27. Oleh karena itu, pertama, pastikan bahwa $0,27 = \frac{27}{100}$, dan $0,\overline{27}$ harus dianggap sebagai pecahan yang sedikit lebih besar dari itu. Jika kita menjadikan $\frac{27}{99}$ dan $\frac{28}{100}$ menjadi pilihan karena pembilang atau penyebutnya dapat ditambah, maka $0,\overline{27} = \frac{27}{99}$ dapat dipastikan perhitungannya.

Arahkan siswa pada ide mengalikannya dengan 100 tanpa harus menghitung trial and erorr seperti itu untuk mengubah $0,\overline{27}$ menjadi pecahan.

Referensi **Referensi Cara Mengubah Desimal Berulang menjadi Pecahan (Penyelesaian Lain)**

$$\frac{1}{99} = 0,010101\cdots$$
$$0,141414\cdots = 14 \times 0,010101$$
$$= 14 \times \frac{1}{99} = \frac{14}{99}$$

$$\frac{1}{999} = 0,001001001\cdots$$
$$0,729729729\cdots = 729 \times 0,001001001\cdots$$
$$= 729 \times \frac{1}{999} = \frac{27}{37}$$

2 Perhitungan akar Kuadrat

(8 jam)

1 | Perkalian dan Pembagian Akar Kuadrat

(4 jam)

Tujuan

1. Peserta didik dapat menentukan hasil perkalian dan pembagian dari akar kuadrat berikut aturannya.
2. Peserta didik dapat mengubah bilangan yang memuat bentuk akar kuadrat sesuai tujuan.
3. Peserta didik dapat menentukan nilai pendekatan akar kuadrat di tempat desimal

Jawaban

Q

Jika kita nyatakan $\sqrt{2}=1{,}414$, $\sqrt{5}=2{,}236$

$$\begin{aligned}\sqrt{2}\times\sqrt{5} &= 1{,}414\times 2{,}236\\ &= 3{,}161704\,(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

karena $\sqrt{10}=3{,}162$, nilai keduanya sama. Dengan kata lain, $\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}$

Soal 1

$$\begin{aligned}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\\ &= \frac{(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2}=\frac{2}{3}\end{aligned}$$

Oleh karena itu, $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ adalah akar kuadrat bilangan bulat $\frac{2}{3}$, dengan kata lain, $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$

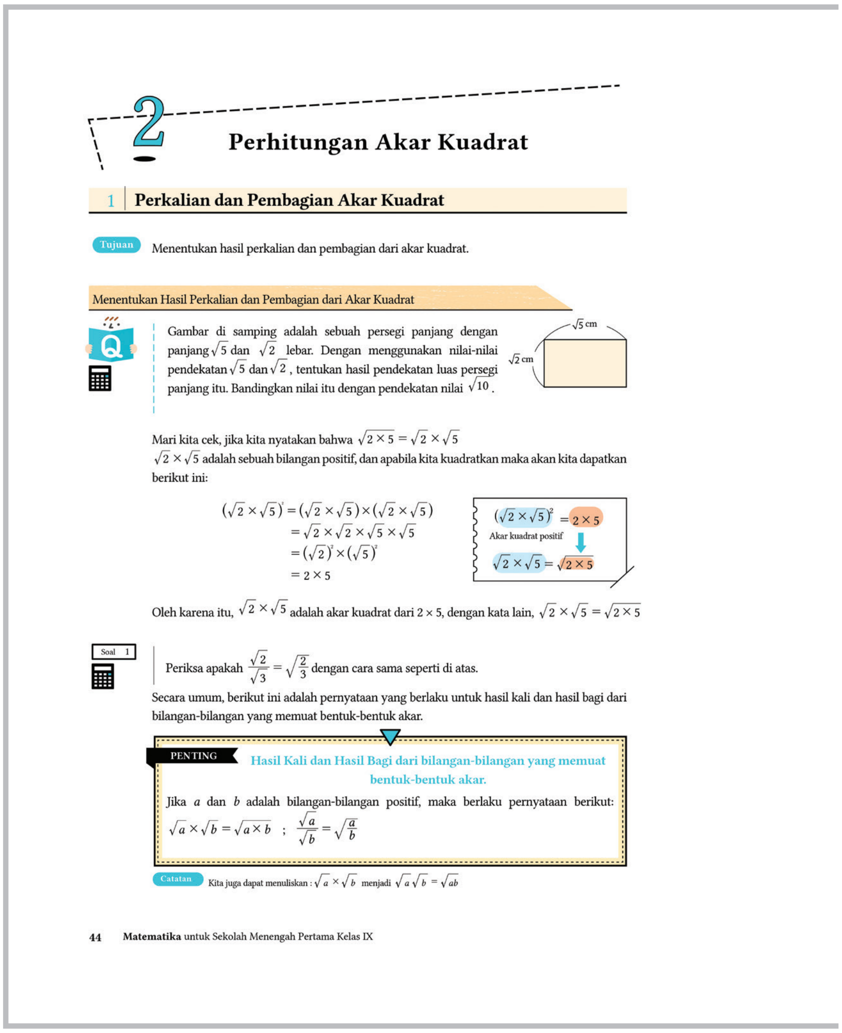
Penjelasan dan Hal-hal yang Perlu Diperhatikan

1. Penanganan Q

Cari nilai-nilai pendekatan dari $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ dengan kalkulator di tempat desimal ketiga, lalu gunakan nilai tersebut untuk menghitung perkalian $\sqrt{2}$ dan $\sqrt{5}$ dan hasilnya yang sama dengan $\sqrt{10}$ merupakan pembuktikan yang perlu disadari siswa.

2. Hukum Perhitungan

Bagian ini dapat disingkat sesuai kebutuhan siswa, perlu dikonfirmasi bahwa bilangan yang sudah dipelajari sejauh ini termasuk akar kuadrat dapat menggunakan operasi hitung.



2 Perhitungan Akar Kuadrat

1 | Perkalian dan Pembagian Akar Kuadrat

Tujuan Menentukan hasil perkalian dan pembagian dari akar kuadrat.

Menentukan Hasil Perkalian dan Pembagian dari Akar Kuadrat

Q Gambar di samping adalah sebuah persegi panjang dengan panjang $\sqrt{5}$ dan $\sqrt{2}$ lebar. Dengan menggunakan nilai-nilai pendekatan $\sqrt{5}$ dan $\sqrt{2}$, tentukan hasil pendekatan luas persegi panjang itu. Bandingkan nilai itu dengan pendekatan nilai $\sqrt{10}$.

Mari kita cek, jika kita nyatakan bahwa $\sqrt{2\times 5}=\sqrt{2}\times\sqrt{5}$

$\sqrt{2}\times\sqrt{5}$ adalah sebuah bilangan positif, dan apabila kita kuadratkan maka akan kita dapatkan berikut ini:

$$\begin{aligned}(\sqrt{2}\times\sqrt{5})^2 &= (\sqrt{2}\times\sqrt{5})\times(\sqrt{2}\times\sqrt{5})\\ &= \sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}\\ &= (\sqrt{2})^2\times(\sqrt{5})^2\\ &= 2\times 5\end{aligned}$$

$(\sqrt{2}\times\sqrt{5})^2 = 2\times 5$

Akar kuadrat positif

$\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{2\times 5}$

Oleh karena itu, $\sqrt{2}\times\sqrt{5}$ adalah akar kuadrat dari 2 × 5, dengan kata lain, $\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{2\times 5}$

Soal 1 Periksa apakah $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$ dengan cara sama seperti di atas.

Secara umum, berikut ini adalah pernyataan yang berlaku untuk hasil kali dan hasil bagi dari bilangan-bilangan yang memuat bentuk-bentuk akar.

PENTING **Hasil Kali dan Hasil Bagi dari bilangan-bilangan yang memuat bentuk-bentuk akar.**

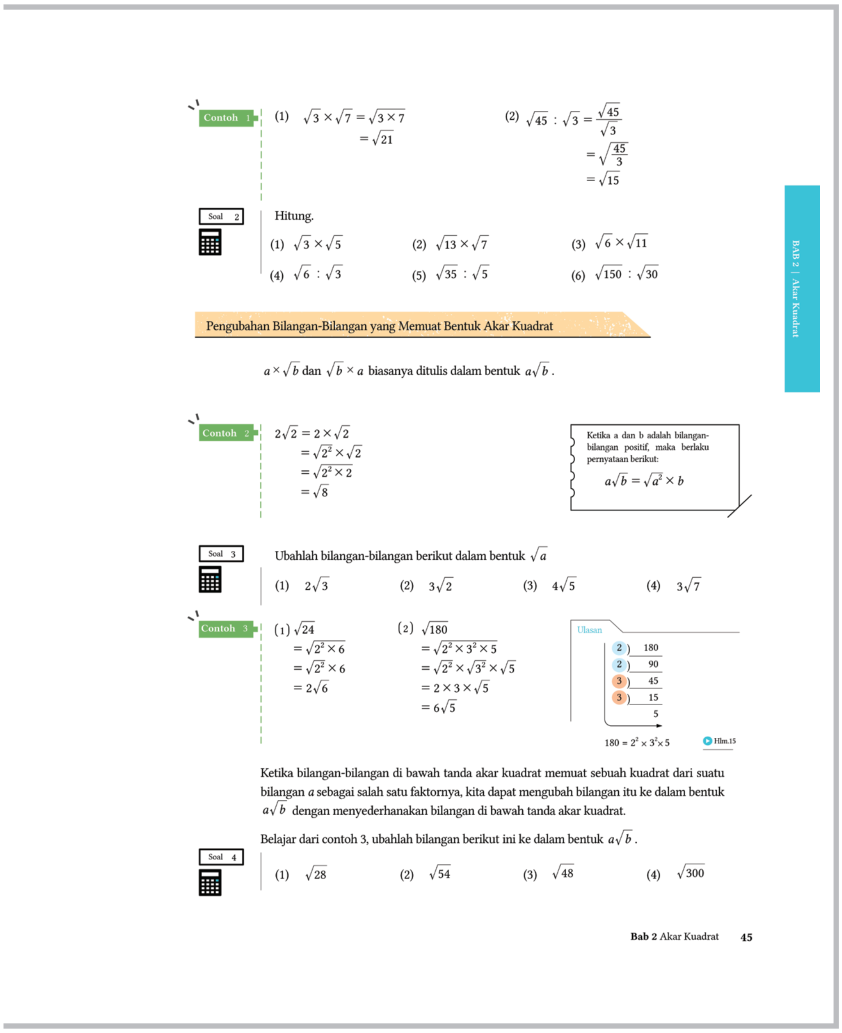
Jika a dan b adalah bilangan-bilangan positif, maka berlaku pernyataan berikut:

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$; $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

Catatan Kita juga dapat menuliskan : $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ menjadi $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

44 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

$$\begin{aligned}&(\sqrt{2}\times\sqrt{5})\times(\sqrt{2}\times\sqrt{5})\\ &\quad\downarrow\ \text{asosiatif perkalian}\\ &=\sqrt{2}\times(\sqrt{5})\times\sqrt{2})\times\sqrt{5}\\ &\quad\downarrow\ \text{komutatif perkalian}\\ &=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{5})\times\sqrt{5}\\ &\quad\downarrow\ \text{asosiatif perkalian}\\ &=(\sqrt{2}\times\sqrt{2})\times(\sqrt{5}\times\sqrt{5})\\ &=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{5})^2\\ &=2\times 5\end{aligned}$$



Contoh 1

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7}$
$= \sqrt{21}$

(2) $\sqrt{45} : \sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{3}}$
$= \sqrt{\dfrac{45}{3}}$
$= \sqrt{15}$

Soal 2

Hitung.

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$ (2) $\sqrt{13} \times \sqrt{7}$ (3) $\sqrt{6} \times \sqrt{11}$

(4) $\sqrt{6} : \sqrt{3}$ (5) $\sqrt{35} : \sqrt{5}$ (6) $\sqrt{150} : \sqrt{30}$

Pengubahan Bilangan-Bilangan yang Memuat Bentuk Akar Kuadrat

$a \times \sqrt{b}$ dan $\sqrt{b} \times a$ biasanya ditulis dalam bentuk $a\sqrt{b}$.

Contoh 2

$2\sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2}$
$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{2}$
$= \sqrt{2^2 \times 2}$
$= \sqrt{8}$

Ketika a dan b adalah bilangan-bilangan positif, maka berlaku pernyataan berikut:

$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2} \times b$

Soal 3

Ubahlah bilangan-bilangan berikut dalam bentuk $\sqrt{a}$

(1) $2\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{2}$ (3) $4\sqrt{5}$ (4) $3\sqrt{7}$

Contoh 3

(1) $\sqrt{24}$
$= \sqrt{2^2 \times 6}$
$= \sqrt{2^2} \times 6$
$= 2\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{180}$
$= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5}$
$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5}$
$= 2 \times 3 \times \sqrt{5}$
$= 6\sqrt{5}$

Ulasan

2) 180
2) 90
3) 45
3) 15
5

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

Hlm.15

Ketika bilangan-bilangan di bawah tanda akar kuadrat memuat sebuah kuadrat dari suatu bilangan a sebagai salah satu faktornya, kita dapat mengubah bilangan itu ke dalam bentuk $a\sqrt{b}$ dengan menyederhanakan bilangan di bawah tanda akar kuadrat.

Belajar dari contoh 3, ubahlah bilangan berikut ini ke dalam bentuk $a\sqrt{b}$.

Soal 4

(1) $\sqrt{28}$ (2) $\sqrt{54}$ (3) $\sqrt{48}$ (4) $\sqrt{300}$

Bab 2 Akar Kuadrat 45

BAB 2 | Akar Kuadrat

Jawaban

Soal 2

(1) $\sqrt{15}$ (2) $\sqrt{91}$
(3) $\sqrt{66}$ (4) $\sqrt{2}$
(5) $\sqrt{7}$ (6) $\sqrt{5}$

Soal 3

(1) $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$
(2) $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$
(3) $4\sqrt{5} = \sqrt{4^2 \times 5} = \sqrt{80}$
(4) $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \times 7} = \sqrt{63}$

Soal 4

(1) $\sqrt{28} = \sqrt{2^2 \times 7} = 2\sqrt{7}$
(2) $\sqrt{54} = \sqrt{3^2 \times 6} = 3\sqrt{6}$
(3) $\sqrt{48} = \sqrt{4^2 \times 3} = 4\sqrt{3}$
(4) $\sqrt{300} = \sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3}$

Soal Tambahan

1. Bandingkan 2 bilangan berikut.
(1) $2\sqrt{3}$, $\sqrt{10}$ (2) $3\sqrt{5}$, $4\sqrt{3}$
2. Ubahlah bilangan-bilangan berikut dalam bentuk $a\sqrt{b}$
(1) $\sqrt{27}$ (2) $\sqrt{32}$
(3) $\sqrt{96}$ (4) $\sqrt{108}$

[
1 (1) $2\sqrt{3} > \sqrt{10}$
(2) $3\sqrt{5} < 4\sqrt{3}$
2 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{2}$
(3) $4\sqrt{6}$ (4) $6\sqrt{3}$
]

Penjelasan dan Hal-hal yang Perlu Diperhatikan

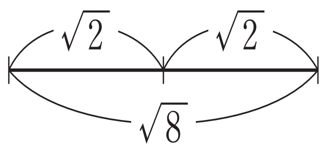
3. Penanganan Contoh 1

Soal penerapan hasil perkalian dan pembagian dari akar kuadrat di halaman sebelumnya. Hasilnya adalah 1 akar kuadrat.

4. Penanganan Contoh 2

ini adalah perubahan bentuk akar dari $a\sqrt{b}$ menjadi $\sqrt{c}$. Perubahan bentuk akar kuadrat seperti ini berguna saat mempertimbangkan hubungan antara akar kuadrat dan perbandingannya.

Fakta bahwa 2 kali √2 adalah √8 dapat dilihat secara grafis dengan membandingkan panjang sisi 2 cm^2 yang hasilnya menjadi 8 cm^2, tertulis di buku teks hlm 47, tentang luas 2 cm^2.



5. Penanganan Contoh 3

Ini adalah kebalikan dari **Contoh 2** yang diselesaikan dengan mengubah bentuk dari $\sqrt{c}$ ke $a\sqrt{b}$. Perubahan bentuk ini diperlukan untuk penjumlahan dan pengurangan bilangan termasuk akar, yaitu jika angka di dalam akar adalah angka kuadrat, ia dapat dikurangi sebanyak mungkin dalam hubungannya dengan $a\sqrt{a^2} = a$ yang hasilnya sedapat mungkin adalah bilangan asli yang kecil. Bersamaan dengan perubahan bentuk dalam Contoh 2, perlu untuk dapat mengubah bagian yang manapun dari $a\sqrt{b} \Leftrightarrow \sqrt{c}$ dengan bebas sesuai kebutuhannya.

Selain itu, jika angka di dalam akar adalah angka besar, permudah dengan mencari faktor bilangan kuadrat dengan menggunakan faktorisasi bilangan prima agar dapat digunakan.

Penyelesaian

Soal 5

(1) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (2) $\frac{\sqrt{13}}{5}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ (4) $\frac{\sqrt{37}}{10}$

Q

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707213\cdots$$
$$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$$

Oleh karena itu, nilai keduanya diduga sama

Soal 6

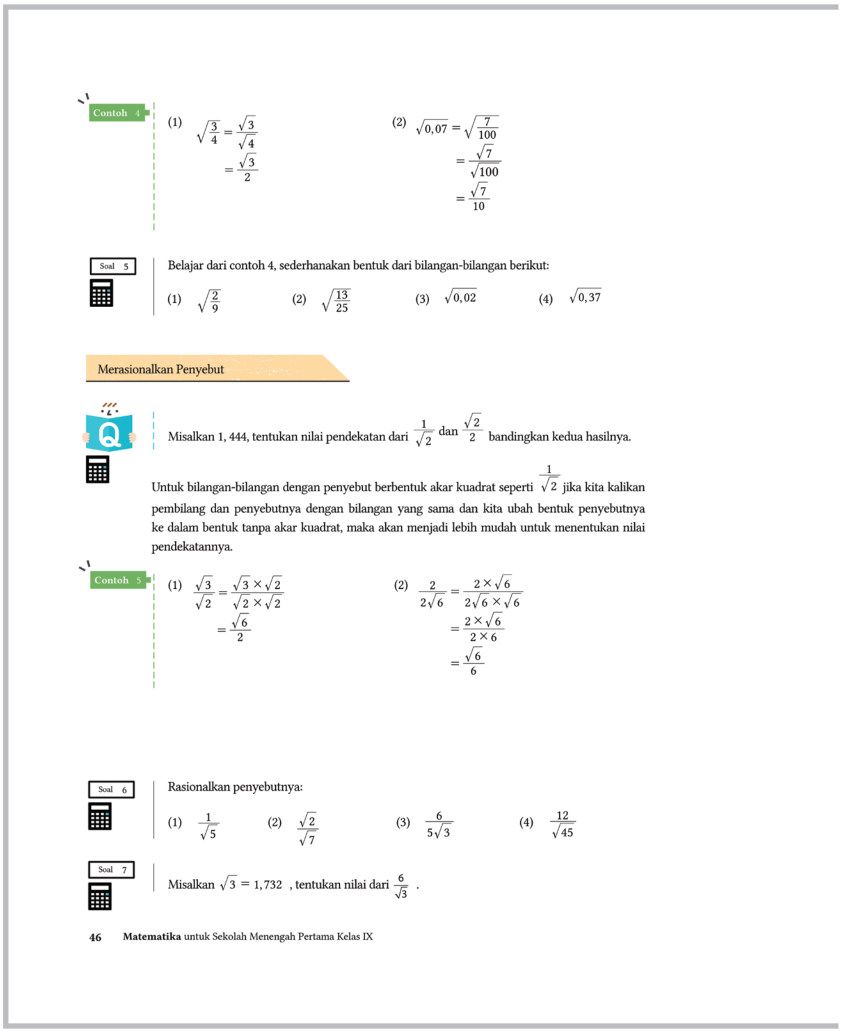
(1) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (2) $\frac{\sqrt{14}}{7}$

(3) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ (4) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

Soal 7

$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$
$$= 2\sqrt{3}$$

$2 \times 1,732 = 3,464$



Contoh 4

(1) $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\sqrt{0,07} = \sqrt{\frac{7}{100}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{7}}{10}$

Soal 5

Belajar dari contoh 4, sederhanakan bentuk dari bilangan-bilangan berikut:

(1) $\sqrt{\frac{2}{9}}$ (2) $\sqrt{\frac{13}{25}}$ (3) $\sqrt{0,02}$ (4) $\sqrt{0,37}$

Merasionalkan Penyebut

Q

Misalkan 1, 444, tentukan nilai pendekatan dari $\frac{1}{\sqrt{2}}$ dan $\frac{\sqrt{2}}{2}$ bandingkan kedua hasilnya.

Untuk bilangan-bilangan dengan penyebut berbentuk akar kuadrat seperti $\frac{1}{\sqrt{2}}$ jika kita kalikan pembilang dan penyebutnya dengan bilangan yang sama dan kita ubah bentuk penyebutnya ke dalam bentuk tanpa akar kuadrat, maka akan menjadi lebih mudah untuk menentukan nilai pendekatannya.

Contoh 5

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

(2) $\frac{2}{2\sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{6}}{2\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{6}}{2 \times 6} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

Soal 6

Rasionalkan penyebutnya:

(1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$ (3) $\frac{6}{5\sqrt{3}}$ (4) $\frac{12}{\sqrt{45}}$

Soal 7

Misalkan $\sqrt{3} = 1,732$, tentukan nilai dari $\frac{6}{\sqrt{3}}$.

46 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

6. Penanganan Contoh 4

Ini seperti Contoh 3, di halaman sebelumnya, angka di dalam akar harus bilangan asli sekecil mungkin.

Nilai yang berubah bukan hanya bilangan yang memenuhi syarat, tetapi juga harus dilihat kepraktisannya. Misalnya, jika $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, bilangan adalah $\frac{1}{2}$ kali $\sqrt{3}$

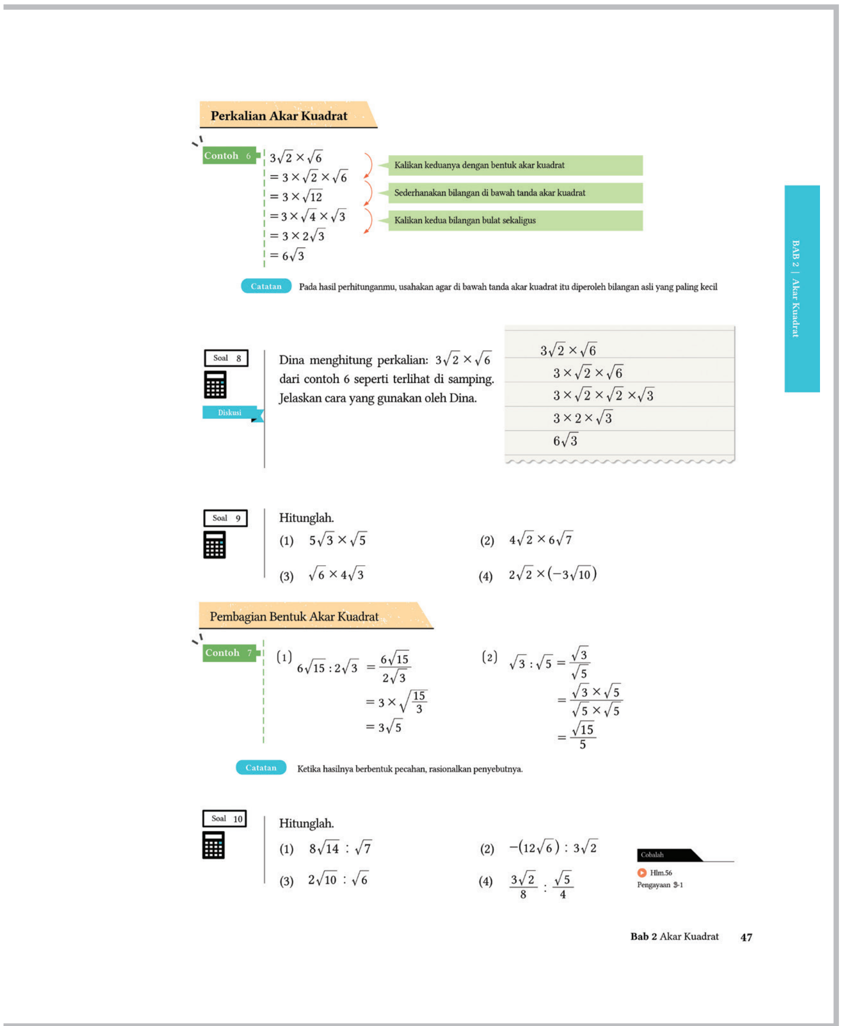
7. Penanganan Q

Jelaskan bahwa untuk mencari nilai pendekatan, $1\sqrt{2}$ dan $2\sqrt{2}$ adalah bilangan yang sama, dan $\frac{\sqrt{2}}{2}$ lebih mudah dilakukan karena kita dapat merasinalkan penyebutnya.

8. Merasionalkan Penyebut

Seperti ditunjukkan dalam buku teks Contoh 5 (2), akan lebih mudah untuk mengalikan $\sqrt{6}$ dengan pembilang dan penyebutnya, tetapi beberapa siswa mungkin berpikir lebih baik mengalikannya dengan $2\sqrt{6}$. Bandingkan kedua cara tersebut dan minta siswa untuk menggunakan cara yang lebih sederhana.

Lalu, di Soal 6 (4), akan lebih efisien mengubah bentuk $\sqrt{45}$ menjadi $3\sqrt{5}$ karena dapat merasionalkan penyebutnya.



Perkalian Akar Kuadrat

Contoh 6

$$\begin{aligned}&3\sqrt{2}\times\sqrt{6}\\ &=3\times\sqrt{2}\times\sqrt{6}\\ &=3\times\sqrt{12}\\ &=3\times\sqrt{4}\times\sqrt{3}\\ &=3\times2\sqrt{3}\\ &=6\sqrt{3}\end{aligned}$$

Kalikan keduanya dengan bentuk akar kuadrat

Sederhanakan bilangan di bawah tanda akar kuadrat

Kalikan kedua bilangan bulat sekaligus

Catatan Pada hasil perhitunganmu, usahakan agar di bawah tanda akar kuadrat itu diperoleh bilangan asli yang paling kecil

BAB 2 | Akar Kuadrat

Soal 8 Diskusi

Dina menghitung perkalian: $3\sqrt{2}\times\sqrt{6}$ dari contoh 6 seperti terlihat di samping. Jelaskan cara yang gunakan oleh Dina.

$3\sqrt{2}\times\sqrt{6}$

$3\times\sqrt{2}\times\sqrt{6}$

$3\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

$3\times2\times\sqrt{3}$

$6\sqrt{3}$

Soal 9

Hitunglah.

(1) $5\sqrt{3}\times\sqrt{5}$ (2) $4\sqrt{2}\times6\sqrt{7}$

(3) $\sqrt{6}\times4\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{2}\times(-3\sqrt{10})$

Pembagian Bentuk Akar Kuadrat

Contoh 7

(1) $6\sqrt{15}:2\sqrt{3}=\dfrac{6\sqrt{15}}{2\sqrt{3}}=3\times\sqrt{\dfrac{15}{3}}=3\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{3}:\sqrt{5}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

Catatan Ketika hasilnya berbentuk pecahan, rasionalkan penyebutnya.

Soal 10

Hitunglah.

(1) $8\sqrt{14}:\sqrt{7}$ (2) $-(12\sqrt{6}):3\sqrt{2}$

(3) $2\sqrt{10}:\sqrt{6}$ (4) $\dfrac{3\sqrt{2}}{8}:\dfrac{\sqrt{5}}{4}$

Cobalah

Hlm.56 Pengayaan 3-1

Bab 2 Akar Kuadrat 47

Penjelasan dan Hal-hal yang Perlu Diperhatikan

9. Penanganan Contoh 6, Soal 8

Menunjukkan 2 cara perhitungan. Cara pada Contoh 6 merupakan cara umum, tetapi bergantung pada angka di dalam akar, cara pada Soal 8 ada kalanya lebih efisien.

Lihatlah rumusnya, dan minta siswa untuk mempertimbangkan cara yang paling tepat.

Lalu pada Soal 8, simpulkan cara perhitunganya melalui kegiatan penjelasan dan diskusi.

10. Penanganan Contoh 7

Beberapa dari siswa mungkin menggunakan ide merasionalkan penyebut yang dipelajari pada Contoh 5 di halaman sebelumnya untuk menghitung dengan cara berikut. Sebaiknya kenalkan cara tersebut untuk memperdalam pemahaman siswa tentang perkalian dan pembagian akar kuadrat.

$$\begin{aligned}2\sqrt{10}:\sqrt{6}&=\frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{6}}\left(=2\times\sqrt{\frac{10}{6}}\right)\\ &=2\times\sqrt{\frac{5}{3}}\left(=2\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right)\\ &=2\times\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}\\ &=2\times\frac{\sqrt{15}}{3}\\ &=\frac{2\sqrt{15}}{3}\end{aligned}$$

11. Penanganan Soal 10 (3)

Meskipun hasil dari $\sqrt{a}:\sqrt{b}$, tidak menjadi $\sqrt{\ }$ (bilangan asli), pastikan bilangan dalam akar adalah bilangan asli sekecil mungkin.

$$\begin{aligned}6\sqrt{15}:2\sqrt{3}&=\frac{6\sqrt{15}}{2\sqrt{3}}\\ &=\frac{6\sqrt{15}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}\\ &=\frac{6\times\sqrt{45}}{6}\\ &=\sqrt{45}\\ &=3\sqrt{5}\end{aligned}$$

Penyelesaian

Soal 8

Anggap $\sqrt{6}=\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ dan hitunglah dengan menggunakan $(\sqrt{2})^2=2$. Keuntungannya adalah dapat dihitung tanpa memperbesar angka di dalam akar.

Soal 9

(1) $5\sqrt{15}$ (2) $24\sqrt{14}$

(3) $12\sqrt{2}$ (4) $-12\sqrt{5}$

Soal 10

(1) $8\sqrt{2}$ (2) $-4\sqrt{3}$

(3) $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$ (4) $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

Penyelesaian

$\sqrt{0,03} \cdots 0,707213$ $\qquad$ $\sqrt{0,3} \cdots 0,5477$

$\sqrt{3} \cdots 1,732$ $\qquad$ $\sqrt{30} \cdots 5,477$

$\sqrt{300} \cdots 17,32$ $\qquad$ $\sqrt{3000} \cdots 54,77$

Jika bilangan di dalam akar 100, kali maka nilainya menjadi 10 kali. Lalu, jika bilangan di dalam akar $\frac{1}{100}$ kali, maka nilainya menjadi $\frac{1}{10}$ kali.

Soal 11

(1) 22,36 $\qquad$ (2) 70,71

(3) 0,7071 $\qquad$ (4) 0,2236

Soal Tambahan

Misalkan $\sqrt{1,4}$ =1,883 dan $\sqrt{14}$ =3,742, Tentukan nilai pendekatan dari bilangan berikut.

(1) $\sqrt{140}$ $\qquad$ (2) $\sqrt{1400}$

(3) $\sqrt{14000}$ $\qquad$ (4) $\sqrt{0,14}$

[(1) 11,83 $\qquad$ (2) 37,42

(3) 118,3 $\qquad$ (4) 0,3742]

12. Penanganan Berpikir Matematis (Penalaran Induktif)

Ini adalah contoh penalaran induktif dari Berpikir Matematis ke-2, yang ditunjukkan pada hlm xiv-xv.

Di sini, kita mencari hubungan antara angka dalam akar dan letak titik desimal dari nilai pendekatan berdasarkan hasil pencarian nilai pendekataan dengan beberapa angka konkrit.

Dengan mencari nilai pendekatan, kita dapat menemukan hubungan, yaitu nilai akar kuadrat meningkat 10 kali lipat jika bilangan dalam akar bertambah 100 kali. Demikian juga dengan soal yang secara intuitif dapat dipahami bahwa, nilai akar akan meningkat $\frac{1}{10}$ jika bilangan di dalam akar meningkat $\frac{1}{100}$ kali. Lalu, diskusikan alasan mengapa angka yang sama muncul setiap 100 kali ($\frac{1}{100}$ kali) untuk mengaitkannya dengan penjelasan selanjutnya.

Hal tersebut di atas merupakan target pendalaman pemahaman tentang sifat akar kuadrat.

Pendekatan Nilai Akar Kuadrat

Tentukan nilai pendekatan bilangan berikut ini sampai empat tempat desimal. Sebutkan apa yang kamu cermati dari hasil-hasil ini.

$\sqrt{0,03}$ .... $\qquad$ $\sqrt{0,3}$ ....

$\sqrt{3}$ .... $\qquad$ $\sqrt{30}$ ....

$\sqrt{300}$ .... $\qquad$ $\sqrt{3000}$....

Berpikir Matematis

Gunakan hasil yang kita peroleh dari pendekatan nilai spesifik, tentukan hubungan di antara bilangan di bawah tanda akar dan posisi titik desimalnya.

Jika kita amati hasil berikut ini, terlihat bahwa ketika titik desimal pada bilangan di bawah tanda akar kuadrat bergeser dua tempat, posisi titik desimal pada akar kuadrat bilangan baru bergeser satu tempat ke arah yang sama dengan pergeseran tadi.

$\sqrt{300}$
$= \sqrt{3} \times \sqrt{100}$
$= 10\sqrt{3}$

$\sqrt{0,03}$
$= \sqrt{3} \times \sqrt{\frac{1}{100}}$
$= \frac{\sqrt{3}}{10}$

$\sqrt{0,03} = 0,17321$
$\sqrt{3} = 1,7321$
$\sqrt{300} = 17,32$

Soal 11

Misalkan $\sqrt{5} = 2,236$ dan $\sqrt{50} = 7,071$ tentukan nilai pendekatan dari bilangan berikut.

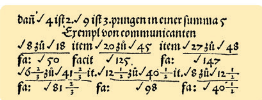
(1) $\sqrt{500}$ $\qquad$ (2) $\sqrt{5000}$ $\qquad$ (3) $\sqrt{0,5}$ $\qquad$ (4) $\sqrt{0,05}$

Cermati

Asal Mula Istilah "Akar Kuadrat"

Akar Kuadrat dalam bahasa Inggris berasal dari kata *square* yang artinya "akar" dan *root* yang artinya "kuadrat". Secara harfiah, ini berarti "Akar yang membuat bilangan kuadrat, kembali ke bilangan asalnya". Awal mula kata *akar* berasal dari Bahasa Latin, yaitu *radix* (tanaman akar /*plant root*), yang adalah sebuah terjemahan dari Bahasa Arab al-jidr. Penelitian Matematika yang dikembangkan di Arab menyebar ke Eropa. Lambang akar kuadrat digunakan pertama kali dalam buku Aljabar oleh ahli Matematika Jerman, yaitu Rudolf, yaitu "*Die Coss*" pada tahun 1525. Ini dipercaya bahwa hal ini berdasarkan huruf pertama dari kata *radix*, yaitu *r*.

Pada mulanya, garis mendatar di bagian atas tidak digunakan. Lambang akar kuadrat yang kita gunakan sekarang ini dipakai sejak abad ke-17.

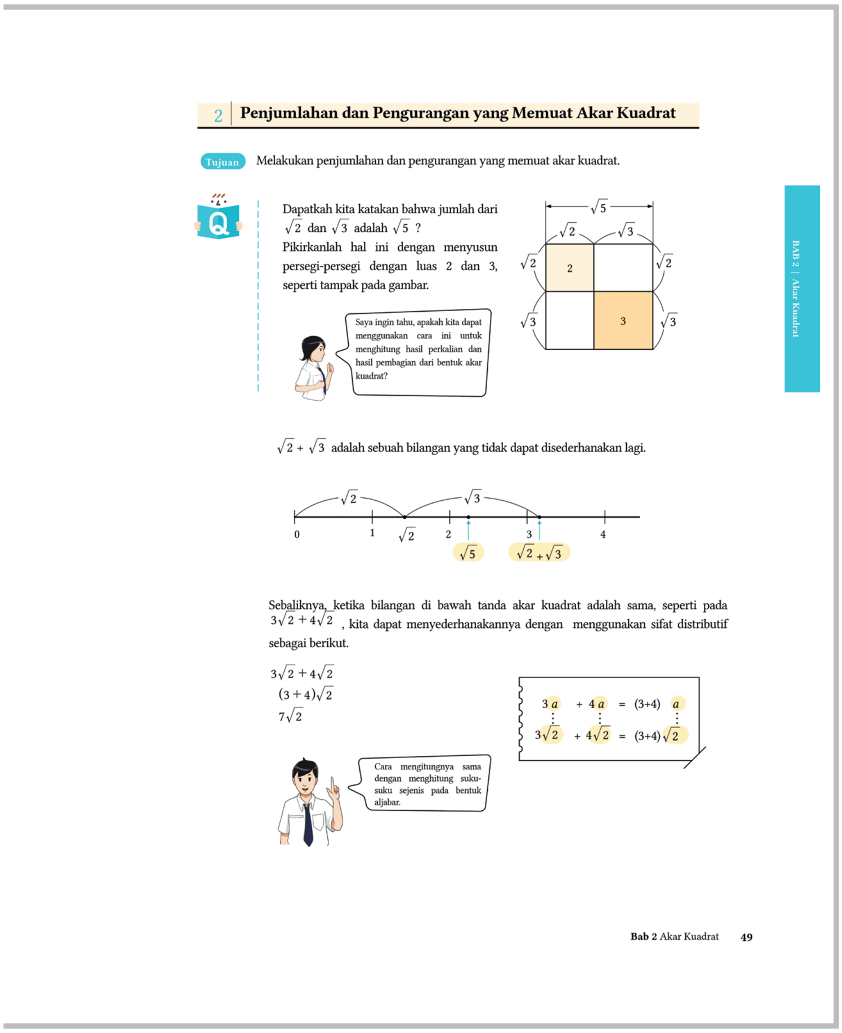


Rudolf's Die Coss:
Digunakan sebagai simbol akar atau akar kuadrat.

48 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

13. Asal Mula Istilah "Akar Kuadrat √"

Mencari asal-usul istilah dan simbol matematika merupakan kegitan untuk mengetahui nilai-nilai budaya mereka yang akhirnya dapat meningkat minat siswa pada matematika. Di bagian ini diperkenalkan asal akar kuadrat dan akar. Dikatakan bahwa Descartes (1596-1650) adalah orang pertama yang menggambar garis horizontal pada akar dan bentuk yang sama tersebut digunakan sampai sekarang.



2 Penjumlahan dan Pengurangan yang Memuat Akar Kuadrat

Tujuan Melakukan penjumlahan dan pengurangan yang memuat akar kuadrat.

Dapatkah kita katakan bahwa jumlah dari $\sqrt{2}$ dan $\sqrt{3}$ adalah $\sqrt{5}$?
Pikirkanlah hal ini dengan menyusun persegi-persegi dengan luas 2 dan 3, seperti tampak pada gambar.

$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ adalah sebuah bilangan yang tidak dapat disederhanakan lagi.

Sebaliknya, ketika bilangan di bawah tanda akar kuadrat adalah sama, seperti pada $3\sqrt{2}+4\sqrt{2}$, kita dapat menyederhanakannya dengan menggunakan sifat distributif sebagai berikut.

$3\sqrt{2}+4\sqrt{2}$
$(3+4)\sqrt{2}$
$7\sqrt{2}$

$3a + 4a = (3+4)a$
$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (3+4)\sqrt{2}$

BAB 2 | Akar Kuadrat

Bab 2 Akar Kuadrat 49

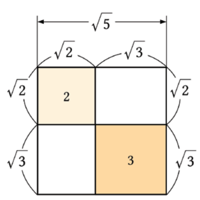
2 | Penjumlahan dan Pengurangan yang Memuat Akar Kuadrat

(2 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat melakukan penjumlahan dan pengurangan yang memuat akar kuadrat.
2. Peserta didik dapat menghitung bentuk akar kuadrat menggunakan sifat distributif dan rumus penjabaran.

Penyelesaian



Seperti tampak pada gambar, persegi dengan 1 sisi $\sqrt{2}+\sqrt{3}$, luasnya jelas lebih besar dari 5, karena persegi dengan luas 2 dan persegi dengan luas 3 termasuk di dalamnya,

Oleh karena itu, $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 > 5$
Artinya, $\sqrt{2} + \sqrt{3} > \sqrt{5}$
< menggunakan kalkulator >

$\sqrt{2} = 1{,}414\cdots$, $\sqrt{3} = 1{,}732\cdots$

$\sqrt{2}+\sqrt{3} = 3{,}146\cdots$

Di sisi lain, $\sqrt{5} = 2{,}336\cdots$

Oleh karena itu, $\sqrt{2}+\sqrt{3} > \sqrt{5}$

Penjelasan dan Hal-hal yang Perlu Diperhatikan

1.

Bayangkan siswa memiliki gagasan berikut untuk mengetahui apakah $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ dapat terjadi.

(1) menghitungnya dengan nilai pendekatan
(2) mengalikan kedua sisi dan membandingkannya
(3) menganggapnya sebagai salah satu sisi persegi.

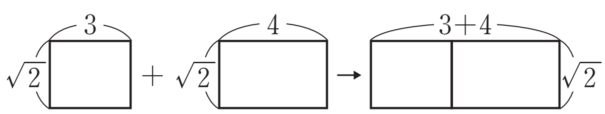
Pada perhitungan (2), karena belum dipelajari, biarkan siswa berpikir dengan cara $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$
Untuk siswa yang berpikir (3), tunjukkan gambar dalam buku teks dan biarkan mereka menjelaskannya.
Lakukan aktivitas ini dengan mendiskusikan penjelasan hasil pikiran mereka masing-masing untuk memastikan bahwa $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$.

2. Penanganan $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

Bagi siswa sulit untuk memahami bahwa $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ merupakan bilangan yang tidak dapat disederhanakan lagi. Tunjukkan titik $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ di garis bilangan dan ingatkan mereka tentang perhitungan aljabar $a + b$, dengan demikian keberadaaan sebuah bilangan yang tidak dapat disederhanakan lagi dapat mereka sadari.

3. Tentang $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

Penyederhaan dengan sifat distributif dapat tergambar melalui gambar luas berikut.



Penyelesaian

Soal 1

(1) $7\sqrt{3}$
(2) $-\sqrt{5}$
(3) $-2\sqrt{2}+2\sqrt{7}$
(4) $2\sqrt{3}+\sqrt{6}$

Soal 2

(1) $3\sqrt{7}$ (2) $-\sqrt{5}$
(3) $3\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{6}-3\sqrt{2}$
(5) $-8-2\sqrt{3}$

Soal 3

(1) $8\sqrt{2}$ (2) $-\sqrt{3}$
(3) $4\sqrt{5}$ (4) $\sqrt{6}$

Soal Tambahan

Hitunglah

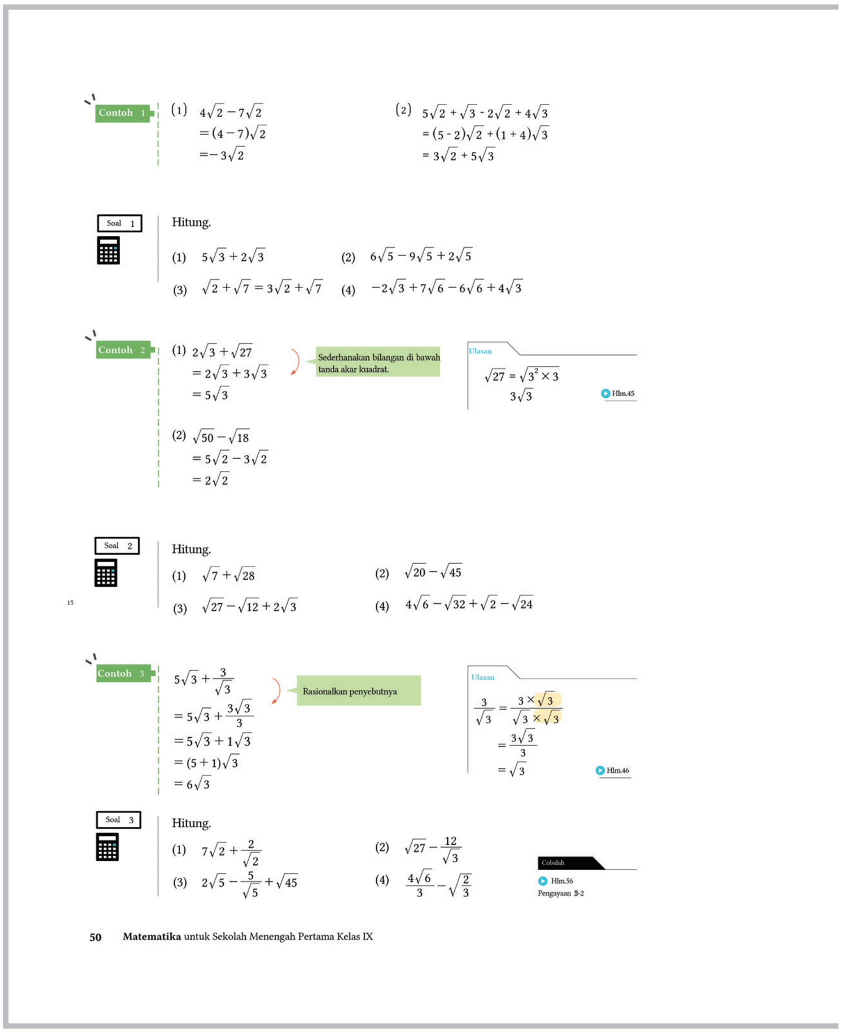
(1) $\sqrt{8}+3\sqrt{2}$
(2) $\sqrt{48}-\sqrt{27}$
(3) $2\sqrt{18}+\sqrt{12}-\sqrt{8}$
(4) $\sqrt{20}-\sqrt{54}-\sqrt{80}+4\sqrt{6}$
(5) $\sqrt{24}-\dfrac{6}{\sqrt{6}}$

[
(1) $5\sqrt{2}$
(2) $2\sqrt{3}$
(3) $4\sqrt{2}+2\sqrt{3}$
(4) $-2\sqrt{5}+\sqrt{6}$
(5) $\sqrt{6}$
]

4. Penanganan Contoh 1

Sama dengan perhitungan $3\sqrt{2}+4\sqrt{2}$ di halaman sebelumnya, dengan menggunakan sifat distributif, jadikan 1 jumlah dari bilangan yang sama di dalam akar.

Pada (1), untuk mengingat kembali perhitungan aljabar $4a$ - $7a$, dan pada (2) perhitungan aljabar $5a+b-2a+4b$



Contoh 1

(1) $4\sqrt{2}-7\sqrt{2}$
$=(4-7)\sqrt{2}$
$=-3\sqrt{2}$

(2) $5\sqrt{2}+\sqrt{3}-2\sqrt{2}+4\sqrt{3}$
$=(5-2)\sqrt{2}+(1+4)\sqrt{3}$
$=3\sqrt{2}+5\sqrt{3}$

Soal 1

Hitung.

(1) $5\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ (2) $6\sqrt{5}-9\sqrt{5}+2\sqrt{5}$
(3) $\sqrt{2}+\sqrt{7}=3\sqrt{2}+\sqrt{7}$ (4) $-2\sqrt{3}+7\sqrt{6}-6\sqrt{6}+4\sqrt{3}$

Contoh 2

(1) $2\sqrt{3}+\sqrt{27}$
$=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}$
$=5\sqrt{3}$

Sederhanakan bilangan di bawah tanda akar kuadrat.

Ulasan

$\sqrt{27}=\sqrt{3^2\times 3}$
$3\sqrt{3}$

Hlm.45

(2) $\sqrt{50}-\sqrt{18}$
$=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$
$=2\sqrt{2}$

Soal 2

Hitung.

(1) $\sqrt{7}+\sqrt{28}$ (2) $\sqrt{20}-\sqrt{45}$
15
(3) $\sqrt{27}-\sqrt{12}+2\sqrt{3}$ (4) $4\sqrt{6}-\sqrt{32}+\sqrt{2}-\sqrt{24}$

Contoh 3

$5\sqrt{3}+\dfrac{3}{\sqrt{3}}$
$=5\sqrt{3}+\dfrac{3\sqrt{3}}{3}$
$=5\sqrt{3}+1\sqrt{3}$
$=(5+1)\sqrt{3}$
$=6\sqrt{3}$

Rasionalkan penyebutnya

Ulasan

$\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\dfrac{3\sqrt{3}}{3}$
$=\sqrt{3}$

Hlm.46

Soal 3

Hitung.

(1) $7\sqrt{2}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ (2) $\sqrt{27}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}$
(3) $2\sqrt{5}-\dfrac{5}{\sqrt{5}}+\sqrt{45}$ (4) $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}-\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

Cobalah

Hlm.56
Pengayaan 3-2

50 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

5. Penanganan Contoh 2 dan Contoh 3

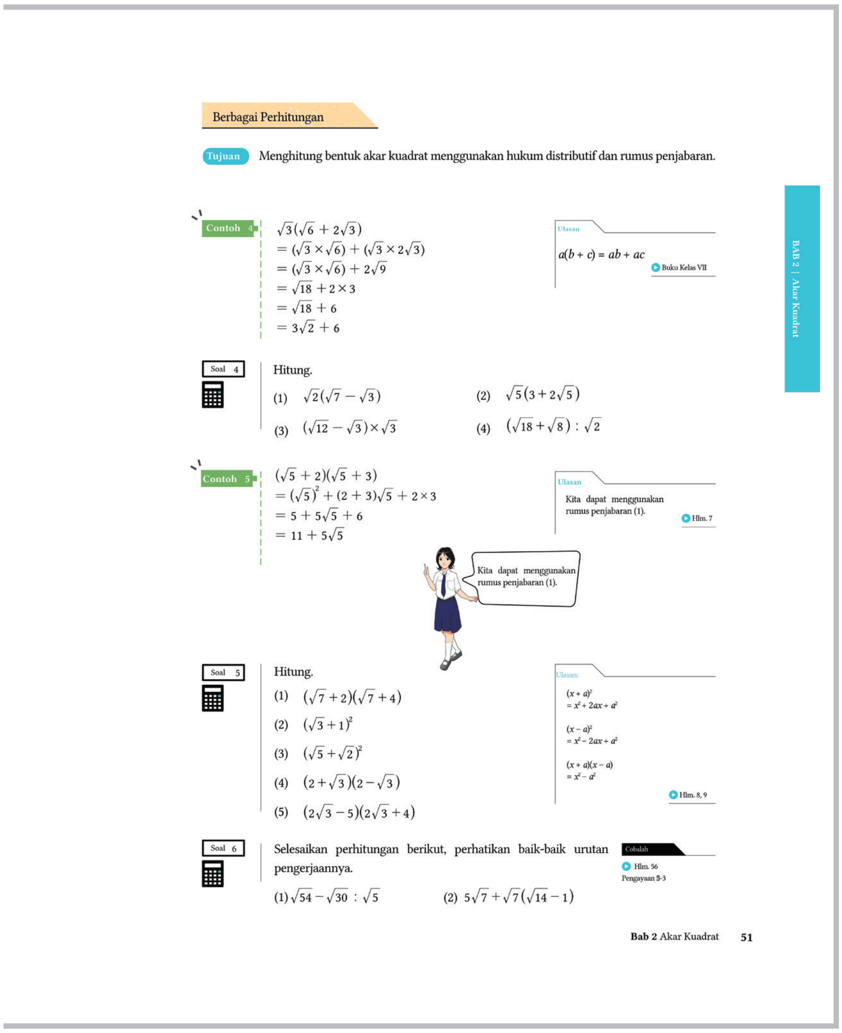
"untuk memastikan hasil pembelajaran siswa, ketika mengajarkan materi baru, perlu diperhatikan untuk mengaitkannya dengan materi relevan yang telah dipelajari dan memberi kesempatan kepada siswa untuk belajar ulang. Hal ini tertulis dalam Pokok Penting Panduan Pembelajaran mengenai "Pertimbangan untuk Membuat Rencana Pembelajaran".

"Ulasan" pada Contoh 2 dan Contoh 3 dapat digunakan untuk memastikan pembelajaran siswa secara efektif.

Soal ini adalah contoh penjumlahan dan pengurangan yang dapat dihitung dengan mengubah bilangan termasuk bilangan dalam akar. Berkaitan dengan materi yang telah dipelajari, buat siswa berpikir tentang 2 hal berikut.

(1) Buatlah bilangan asli dalam akar sekecil mungkin.
(2) Rasionalkan penyebutnya.

Melalui perhitungan ini, rasionalitas dan kegunaan (1) dan (2) di atas dapat dipastikan ulang.



Berbagai Perhitungan

Tujuan Menghitung bentuk akar kuadrat menggunakan hukum distributif dan rumus penjabaran.

Contoh 4

$\sqrt{3}(\sqrt{6}+2\sqrt{3})$
$=(\sqrt{3}\times\sqrt{6})+(\sqrt{3}\times 2\sqrt{3})$
$=(\sqrt{3}\times\sqrt{6})+2\sqrt{9}$
$=\sqrt{18}+2\times 3$
$=\sqrt{18}+6$
$=3\sqrt{2}+6$

Ulasan
$a(b+c)=ab+ac$
Buku Kelas VII

Soal 4 Hitung.

(1) $\sqrt{2}(\sqrt{7}-\sqrt{3})$ (2) $\sqrt{5}(3+2\sqrt{5})$
(3) $(\sqrt{12}-\sqrt{3})\times\sqrt{3}$ (4) $(\sqrt{18}+\sqrt{8}):\sqrt{2}$

Contoh 5

$(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+3)$
$=(\sqrt{5})^2+(2+3)\sqrt{5}+2\times 3$
$=5+5\sqrt{5}+6$
$=11+5\sqrt{5}$

Ulasan
Kita dapat menggunakan rumus penjabaran (1).
Hlm. 7

Kita dapat menggunakan rumus penjabaran (1).

Soal 5 Hitung.

(1) $(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}+4)$
(2) $(\sqrt{3}+1)^2$
(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2$
(4) $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$
(5) $(2\sqrt{3}-5)(2\sqrt{3}+4)$

Ulasan:
$(x+a)^2$
$=x^2+2ax+a^2$
$(x-a)^2$
$=x^2-2ax+a^2$
$(x+a)(x-a)$
$=x^2-a^2$
Hlm. 8, 9

Soal 6 Selesaikan perhitungan berikut, perhatikan baik-baik urutan pengerjaannya.

(1) $\sqrt{54}-\sqrt{30}:\sqrt{5}$ (2) $5\sqrt{7}+\sqrt{7}(\sqrt{14}-1)$

Cobalah
Hlm. 56
Pengayaan 3-3

BAB 2 | Akar Kuadrat

Bab 2 Akar Kuadrat 51

Penyelesaian

Soal 4

(1) $\sqrt{14}-\sqrt{6}$ (2) $3\sqrt{5}+10$
(3) 3 (4) 5

Soal 5

(1) $15+6\sqrt{7}$ (2) $4+2\sqrt{3}$
(3) $7-2\sqrt{10}$ (4) 1
(5) $-8-2\sqrt{3}$

Soal 6

(1) $2\sqrt{6}$
(2) $4\sqrt{7}+7\sqrt{2}$

Soal Tambahan

(1) $\sqrt{2}(\sqrt{18}+\sqrt{6})$
(2) $(\sqrt{5}+2)^2$
(3) $(1-2\sqrt{3})^2$
(4) $\sqrt{27}-\sqrt{21}\times\sqrt{7}$
(5) $\sqrt{8}-\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{6})$

[(1) $6+2\sqrt{3}$
(2) $9+4\sqrt{5}$
(3) $13-4\sqrt{3}$
(4) $-4\sqrt{3}$
(5) $-3-\sqrt{2}$]

Penjelasan dan Hal-hal yang Perlu Diperhatikan

6. Penanganan Contoh 4, dan Soal 4

Perhitungan akar kuadrat di dalam kurung dilakukan seperti perhitungan (suku banyak) × (bilangan), (suku banyak) : (bilangan), yaitu menggunakan sifat distributif dengan menghilangkan tanda kurung.

Soal 4 (3) dapat disederhanakan dengan menghitung bilangan di dalam kurung terlebih dahulu seperti ditunjukkan di bawah, pastikan bahwa cara hitung yang manapun hasilnya sama.

$$\begin{aligned}(\sqrt{12}-\sqrt{3})\times\sqrt{3} &= (2\sqrt{3}-\sqrt{3})\times\sqrt{3}\\ &= \sqrt{3}\times\sqrt{3}\\ &= 3\end{aligned}$$

Soal 4 (4) sama dengan atas. Gunakan "Ulasan" untuk memperluas dan memperdalam materi yang sudah dipelajari.

7. Penanganan Contoh 5, dan Soal 5

Soal ini merupakan penerapan perhitungan perkalian pada bilangan dalam akar kuadrat. Siswa melihat bentuk dari setiap rumus lalu memutuskan menggunakan rumus perkalian (sifat distributif) mana yang akan digunakan.

Melalui kegiatan "mengulang" rumus perkalian, siswa dapat memperdalam pemahamannya terhadap rumus tersebut.

8. Penanganan Soal 6

Dalam perhitungan akar kuadrat, perhitungan dilakukan dengan menggunakan 4 hukum operasi hitung, yaitu perkalian/pembagian dilakukan lebih dulu sebelum penjumlahan/pengurangan.

Penyelesaian

Soal 7

(1) xy

$= (\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

$= (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2$

$= 5 - 3$

$= 2$

(2) $x^2 - y^2$

$= (x+7)(x-y)$

$= \{(\sqrt{5}+\sqrt{3}) + \sqrt{5}-\sqrt{3})\}$

$\times \{(\sqrt{5}+\sqrt{3}) - (\sqrt{5}-\sqrt{3})\}$

$= 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{15}$

(3) $x^2 + 2xy + y^2$

$= (x+y)^2$

$= \{(\sqrt{5}+\sqrt{3}) + (\sqrt{5}-\sqrt{3})\}^2$

$= (2\sqrt{5})^2$

$= 20$

Cermati

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dfrac{1 \times (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \times (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$= \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2}$

$= \sqrt{3}+\sqrt{2}$

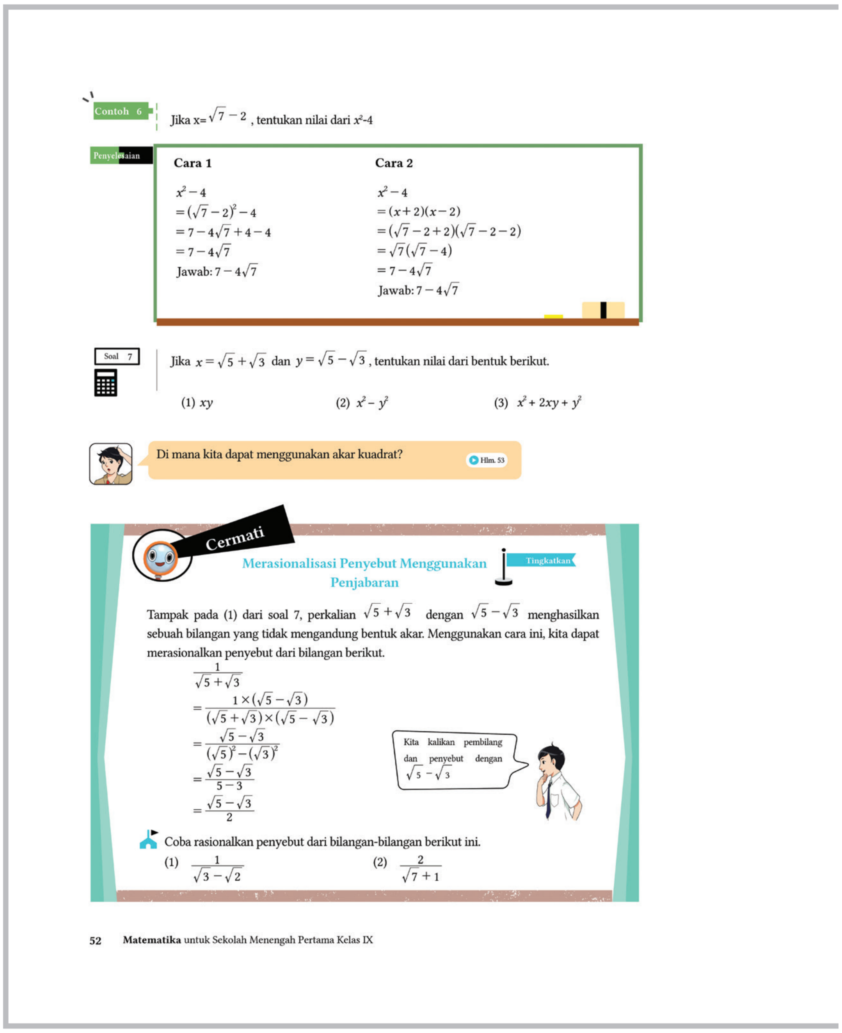
(2) $\dfrac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{1}} = \dfrac{2 \times (\sqrt{7}-1)}{(\sqrt{7}+1) \times (\sqrt{7}-1)}$

$= \dfrac{2(\sqrt{7}-1)}{7-1}$

$= \dfrac{\sqrt{7}-1}{3}$

9. Penanganan dan Penerapan Contoh 6, dan Soal 4

Di soal ini kita dapat membandingkan 2 cara penyelesaian, yaitu subtitusi langsung dan memfaktorkannya. Cara manapun dapat digunakan, tetapi karena memfaktorkannya setelah subtitusi lebih mudah dilakukan, minta siswa untuk memilih cara yang lebih efisien..



Contoh 6 Jika x= $\sqrt{7}-2$, tentukan nilai dari x^2-4

Penyelesaian

Cara 1

$x^2 - 4$

$= (\sqrt{7}-2)^2 - 4$

$= 7 - 4\sqrt{7} + 4 - 4$

$= 7 - 4\sqrt{7}$

Jawab: $7 - 4\sqrt{7}$

Cara 2

$x^2 - 4$

$= (x+2)(x-2)$

$= (\sqrt{7}-2+2)(\sqrt{7}-2-2)$

$= \sqrt{7}(\sqrt{7}-4)$

$= 7 - 4\sqrt{7}$

Jawab: $7 - 4\sqrt{7}$

Soal 7 Jika $x = \sqrt{5}+\sqrt{3}$ dan $y = \sqrt{5}-\sqrt{3}$, tentukan nilai dari bentuk berikut.

(1) xy (2) $x^2 - y^2$ (3) $x^2 + 2xy + y^2$

Di mana kita dapat menggunakan akar kuadrat? Hlm. 53

Cermati

Merasionalisasi Penyebut Menggunakan Penjabaran

Tingkatkan

Tampak pada (1) dari soal 7, perkalian $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ dengan $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ menghasilkan sebuah bilangan yang tidak mengandung bentuk akar. Menggunakan cara ini, kita dapat merasionalkan penyebut dari bilangan berikut.

$\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$= \dfrac{1 \times (\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3}) \times (\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$= \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$

$= \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3}$

$= \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$

Kita kalikan pembilang dan penyebut dengan $\sqrt{5}-\sqrt{3}$

Coba rasionalkan penyebut dari bilangan-bilangan berikut ini.

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (2) $\dfrac{2}{\sqrt{7}+1}$

52 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

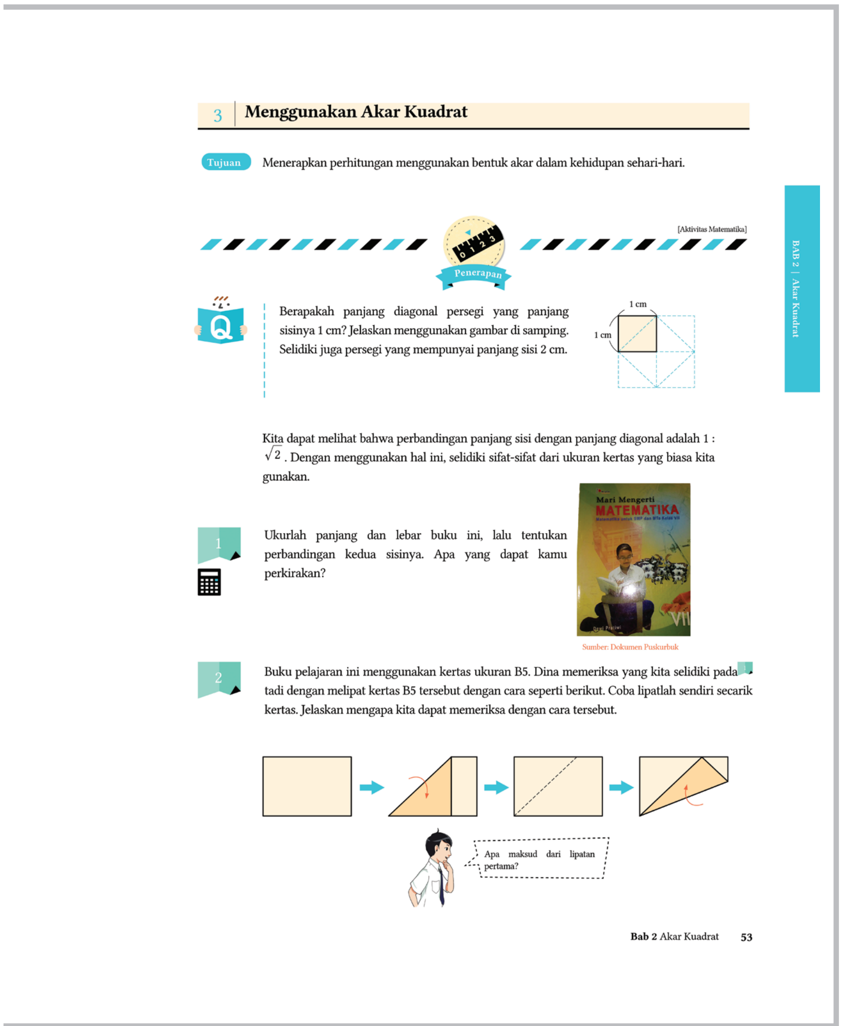
10. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Akar kuadrat merupakan bilangan yang ukurannya dapat dibandingkan dan dapat menggunakan empat operasi hitung seperti bilangan lainnya yang sudah dipelajari. Berdasarkan pembelajaran di bab ini arahkan siswa pada pertanyaan lebih lanjut untuk memotivasi pembelajaran di halaman selanjutnya.

11. Merasionalikan Penyebut dengan Rumus Perkalian

Jika penyebutnya adalah penjumlahan atau pecahan yang menjadi selisih dari bilangan termasuk akar seperti $\sqrt{5}$ + $\sqrt{3}$ dan $\sqrt{3}$ - $\sqrt{2}$, maka rumus perkalian $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$ dapat digunakan untuk merasionalkan penyebut.

Jadikan bagian ini sebagai PR untuk memunculkan ide menyenangkan dengan merasionalkan rumus perkalian. Meraasionalkan penyebut seperti ini akan dipelajari di SMA Kelas X.



3 Menggunakan Akar Kuadrat

Tujuan Menerapkan perhitungan menggunakan bentuk akar dalam kehidupan sehari-hari.

[Aktivitas Matematika]

Penerapan

Berapakah panjang diagonal persegi yang panjang sisinya 1 cm? Jelaskan menggunakan gambar di samping. Selidiki juga persegi yang mempunyai panjang sisi 2 cm.

Kita dapat melihat bahwa perbandingan panjang sisi dengan panjang diagonal adalah 1 : $\sqrt{2}$. Dengan menggunakan hal ini, selidiki sifat-sifat dari ukuran kertas yang biasa kita gunakan.

1 Ukurlah panjang dan lebar buku ini, lalu tentukan perbandingan kedua sisinya. Apa yang dapat kamu perkirakan?

Sumber: Dokumen Puskurbuk

2 Buku pelajaran ini menggunakan kertas ukuran B5. Dina memeriksa yang kita selidiki pada 1 tadi dengan melipat kertas B5 tersebut dengan cara seperti berikut. Coba lipatlah sendiri secarik kertas. Jelaskan mengapa kita dapat memeriksa dengan cara tersebut.

3 | Menggunakan Akar Kuadrat

(1 jam)

Tujuan

Peserta didik dapat menjelaskan rasio panjang dan lebar kertas berukuran B5 menggunakan akar kuadrat.

Penyelesaian

Q

Panjang diagonal persegi yang panjang sisinya 1 cm adalah $\sqrt{2}$ cm, karena panjang diagonal persegi dengan sisi 1 cm sama dengan panjang salah satu sisi persegi dengan luas 2 cm^2

Panjang diagonal persegi yang panjang sisinya 2 cm adalah $2\sqrt{2}$, karena panjang diagonal dengan sisi 2 cm sama dengan salah satu sisi persegi dengan luas 8 cm^2.

1

Panjang buku teks : 257 mm
Lebar buku teks : 182 mm
jadi, perbandingan kedua sisinya adalah
lebar : panjang = 182 : 257 = 1: 1,412
Oleh karena itu, perbandingan lebar dan panjangnya adalah 1 : 2

2

Karena perbandingan panjang salah satu sisi persegi dengan panjang garis diagonal adalah 1 : 2, maka lipatan pertama ditandai untuk mengukur panjang sisi pendeknya dua kali lebih panjang. Jika garis lipatan ini dan panjang sisinya sama, maka terlihat perbandingan panjang kedua sisinya adalah 1 : $\sqrt{2}$

Penjelasan dan Hal-hal yang Perlu Diperhatikan

1. Aktivitas Matematika Saat Pembelajaran

Saat pembelajaran, lakukan "Aktivitas mencari perbandingan ukuran kertas menggunakan akar kuadrat" sebagai kesempatan melaksanakan aktivitas matematika poin b dari Pokok Panduan Pembelajaran.

2. Penanganan Q

Gunakan gambar agar panjang diagonal yang sisinya 1 cm dapat dipahami. Untuk persegi yang sisinya 2 cm dapat digambar di kertas yang sama.

3. Penanganan 1

Selidiki panjang kedua sisi yang ditanyakan di buku teks dengan ukuran yang sebenarnya dan perkirakan perbandingannya adalah 1 : $\sqrt{2}$

4. Penanganan 2 dan 3

Kertas berukuran A dan B dibuat agar perbandingan panjang kedua sisinya menjadi 1 : $\sqrt{2}$.

Di sini, lipatlah kertas berukuran B5, lalu jelaskan alasan mengapa dapat dipastikan perbandingan panjang kedua sisinya adalah 1 : $\sqrt{2}$ dengan cara melipat seperti itu. Perbandingan panjang salah satu sisi persegi dan panjang diagonal yang diselidiki di Q merupakan dasar dari aktivitas ini.

Lalu, untuk kertas ukuran B4, A4, dan A3, dan yang lainnya, sama halnya dengan ukuran B5, perbandingan panjang kedua sisinya adalah 1 : $\sqrt{2}$.

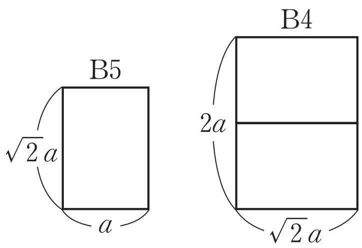
Penyelesaian

3

Perbandingan panjang kedua sisi ukuran B4, A4, dan A 3 pun sama seperti ukuran B5, yaitu $1 : \sqrt{2}$.

2

Karena diperbesar pada "perbesaran 141%", ukuran B4 kira-kira menjadi $\sqrt{2}$ kali lebih besar dari ukuran B5. Oleh karena itu, perbandingan ukuran kertasnya adalah $1 : \sqrt{2}$.
(penjelasan)
Jika sisi pendek B5 adalah *a* cm, panjang ukuran B5 dan B4 menjadi seperti gambar berikut.



Oleh karena itu, jika panjang dan lebar ukuran B5 digandakan $\sqrt{2}$ kali, maka ukurannya menjadi B4. Sama halnya untuk ukuran A4 dan A3.

Soal 1

Panjang diagonal persegi yang sisinya 10 cm, adalah $10\sqrt{2}$ cm, setiap kertas origami akan terlihat bagian atasnya, dan hanya kertas origami paling bawah yang terlihat bagian bawahnya.

$$5\sqrt{2} \times 4 + 5\sqrt{2} = 25\sqrt{2}\,(\text{cm})$$

Soal 2

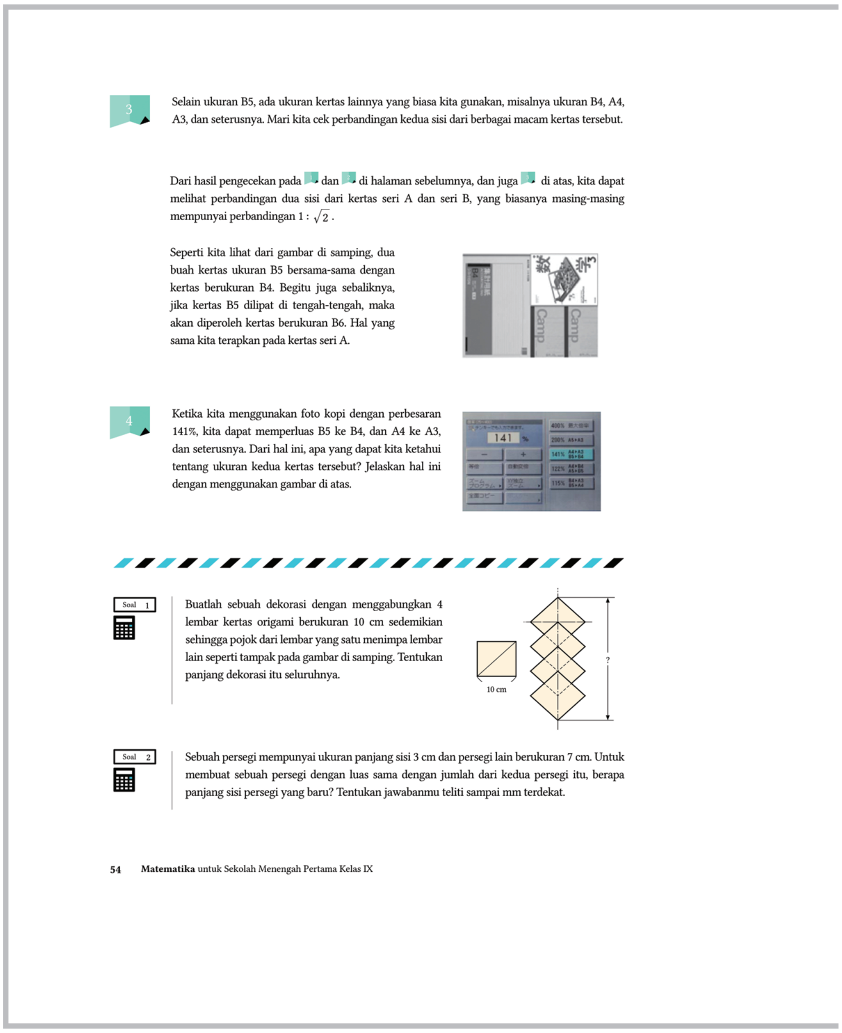
Jumlah luas dari 2 persegi adalah
32 + 72 = 58,
Jadi panjang salah satu sisi persegi yang sama dengan luas ini adalah,

$$\sqrt{58} = 7{,}61577$$ Jawab 7cm 6mm

Soal Tambahan/Pengayaan

Terdapat lingkaran dengan jari-jari 2 cm dan 4 cm. Berapa cm jari-jari yang harus dibuat untuk membuat lingkaran dengan luas yang sama dengan jumlah luas kedua lingkaran ini.
Jumlah luas kedua lingkaran adalah

$$\left[\begin{array}{l} 4\pi + 16\pi = 20\pi\,(\text{cm}^2) \\ \pi r^2 = 20\pi, \quad r^2 = 20 \\ r > 0, \quad r = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\,(\text{cm}) \end{array}\right]$$



3 Selain ukuran B5, ada ukuran kertas lainnya yang biasa kita gunakan, misalnya ukuran B4, A4, A3, dan seterusnya. Mari kita cek perbandingan kedua sisi dari berbagai macam kertas tersebut.

Dari hasil pengecekan pada 1 dan 2 di halaman sebelumnya, dan juga 3 di atas, kita dapat melihat perbandingan dua sisi dari kertas seri A dan seri B, yang biasanya masing-masing mempunyai perbandingan $1 : \sqrt{2}$.

Seperti kita lihat dari gambar di samping, dua buah kertas ukuran B5 bersama-sama dengan kertas berukuran B4. Begitu juga sebaliknya, jika kertas B5 dilipat di tengah-tengah, maka akan diperoleh kertas berukuran B6. Hal yang sama kita terapkan pada kertas seri A.

4 Ketika kita menggunakan foto kopi dengan perbesaran 141%, kita dapat memperluas B5 ke B4, dan A4 ke A3, dan seterusnya. Dari hal ini, apa yang dapat kita ketahui tentang ukuran kedua kertas tersebut? Jelaskan hal ini dengan menggunakan gambar di atas.

Soal 1 Buatlah sebuah dekorasi dengan menggabungkan 4 lembar kertas origami berukuran 10 cm sedemikian sehingga pojok dari lembar yang satu menimpa lembar lain seperti tampak pada gambar di samping. Tentukan panjang dekorasi itu seluruhnya.

Soal 2 Sebuah persegi mempunyai ukuran panjang sisi 3 cm dan persegi lain berukuran 7 cm. Untuk membuat sebuah persegi dengan luas sama dengan jumlah dari kedua persegi itu, berapa panjang sisi persegi yang baru? Tentukan jawabanmu teliti sampai mm terdekat.

54 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

5. Penanganan 1

Di halaman sebelumnya kita telah menyelidiki ukuran 2 kertas dengan membandingkan panjang kedua sisi ukuran B5 dan B4, tetapi di sini kita ubah cara pandang dengan membandingkan ukuran kedua kertas.

Dari perbesaran "141%" fotokopi, kita perkirakan akan menjadi $\sqrt{2}$ kali lebih besar, lalu jelaskan setiap panjang dan lebarnya yang menjadi $\sqrt{2}$ kali lebih besar dengan menggunakan gambar.

Bagian ini juga berkaitan dengan materi yang akan dipelajari di bab 5 tentang, "Perbandingan Luas Kesebangunan, (Buku Teks, Hlm 150)". Artinya, perbandingan luas antara ukuran B5 dan ukuran B4 adalah $1^2 : (\sqrt{2}\,)^2 = 1 : 2$. Selain itu luas ukuran B adalah 1,5 kali ukuran A, misalnya, untuk memperbesar dari ukuran A4 menjadi B4, maka perbesarannya harus 122% ($\approx \sqrt{1{,}5}$).

Mari Kita Periksa

2 Perhitungan Akar kuadrat

BAB 2 | Akar Kuadrat

1 Mengubah Bilangan yang Memuat Akar Kuadrat [Hlm. 45] Cth. 2

Ubahlah bilangan berikut dalam bentuk $\sqrt{a}$.

(1) $2\sqrt{5}$ (2) $3\sqrt{6}$ (3) $5\sqrt{3}$

2 Mengubah Bilangan yang Memuat Akar Kuadrat [Hlm. 45] Cth. 3

Ubahlah bilangan di bawah tanda akar kuadrat ke dalam bentuk bilangan asli yang paling mungkin.

(1) $\sqrt{12}$ (2) $\sqrt{72}$ (3) $2\sqrt{50}$

3 Merasionalkan Penyebut [Hlm. 46] Cth. 5

Rasionalkan penyebut dari bilangan berikut.

(1) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ (2) $\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ (3) $\dfrac{3}{\sqrt{6}}$

4 Perkalian Bilangan yang Memuat Akar Kuadrat [Hlm. 47] Cth. 6 Cth. 7

Hitung.

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$ (2) $3\sqrt{2} \times (-4\sqrt{5})$

(3) $\sqrt{42} : \sqrt{7}$ (4) $6\sqrt{18} : \sqrt{6}$

5 Nilai Pendekatan Akar Kuadrat [Hlm. 48] S 11

Misalkan $\sqrt{6} = 2{,}449$ dan $\sqrt{60} = 7{,}746$. Tentukan pendekatan nilai dari bilangan berikut.

(1) $\sqrt{600}$ (2) $\sqrt{0{,}6}$ (3) $\sqrt{24}$

6 (Perkalian dan Pembagian Bilangan Bentuk Akar Kuadrat [Hlm. 50] Cth. 1 Cth. 2

Hitung.

(1) $3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{5} - 4\sqrt{3} + 7\sqrt{5} + 3\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{50} - \sqrt{8}$ (4) $\sqrt{12} + \sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

7 Variasi Perhitungan [Hlm. 51] Cth. 4 Cth. 5

Hitunglah.

(1) $\sqrt{2}(\sqrt{32} - \sqrt{2})$ (2) $(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7})$

Bab 2 Akar Kuadrat 55

Mari kita periksa (1 jam)

Penyelesaian

1

(1) $\sqrt{20}$ (2) $\sqrt{54}$

(3) $\sqrt{75}$

2

(1) $2\sqrt{3}$ (2) $6\sqrt{2}$

(3) $10\sqrt{2}$

3

(1) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ (2) $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

(3) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

4

(1) 6 (2) $-12\sqrt{10}$

(3) $\sqrt{6}$ (4) $6\sqrt{3}$

5

(1) 24,49 (2) 0,7746

(3) 4,898

6

(1) $8\sqrt{2}$ (2) $9\sqrt{5} - \sqrt{3}$

(3) $3\sqrt{2}$ (4) 0

7

(1) 6 (2) 9

Soal Tambahan

1. Misalkan $\sqrt{2}$ =1,414, $\sqrt{20}$ =4,472, tentukan nilai bilangan berikut.

(1) $\sqrt{200}$ (2) $\sqrt{0,002}$

2. Hitunglah.

(1) $\sqrt{5} \times \sqrt{6}$

(2) $6\sqrt{45} : (-3\sqrt{5})$

(3) $5\sqrt{7} + 9\sqrt{7}$

(4) $\sqrt{8} + 2\sqrt{32} - 10\sqrt{2}$

(5) $\dfrac{10}{\sqrt{2}} + 4\sqrt{2}$

(6) $\sqrt{6}(5\sqrt{2} - \sqrt{3})$

(7) $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 4)$

[
1

(1) 14,14 (2) 0,04472

2

(1) $\sqrt{30}$ (2) -6

(3) $14\sqrt{7}$ (4) 0

(5) $9\sqrt{2}$ (6) $10\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

(7) $-1 + 3\sqrt{3}$
]

Pengayaan 3

Jawaban

1

(1) $\sqrt{26}$ (2) $\sqrt{6}$

(3) 12 (4) 5

(5) $8\sqrt{10}$ (6) $-12\sqrt{5}$

(7) $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ (8) $3\sqrt{3}$

(9) $2\sqrt{6}$ (10) $2\sqrt{3}$

2

(1) $7\sqrt{5}$ (2) $-5\sqrt{7}$

(3) $4\sqrt{2}$ (4) $-3\sqrt{2}+5\sqrt{6}$

(5) $4\sqrt{7}$ (6) $2\sqrt{2}$

(7) 0 (8) $5\sqrt{5}$

(9) $5\sqrt{2}$ (10) $-\sqrt{6}$

(11) $2\sqrt{15}$ (12) $7\sqrt{2}$

3

(1) $3\sqrt{6}$ (2) $3\sqrt{3}$

(3) $5\sqrt{6}-2$ (4) $3-\sqrt{7}$

(5) $17+7\sqrt{7}$ (6) $53+\sqrt{3}$

(7) $11-7\sqrt{5}$ (8) -71

(9) 6 (10) 3

(11) $16+6\sqrt{7}$ (12) $8-4\sqrt{3}$

(13) $8+6\sqrt{3}$ (14) $43-30\sqrt{2}$

(15) 22

(16) $\left(\frac{4}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}\right)\left(\frac{4}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}\right)$

$=\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2-(\sqrt{3})^2$

$=\frac{16}{3}-3=\frac{7}{3}$

(17) $(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-1)+1$

$=2+2\sqrt{2}-3+1$

$=2\sqrt{2}$

(18) $\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{3})-\frac{8}{\sqrt{2}}$

$=3\sqrt{2}-3-4\sqrt{2}$

$=-3-\sqrt{2}$

(19) $(\sqrt{5}-1)^2+\frac{10}{\sqrt{5}}$

$=5-2\sqrt{5}+1+2\sqrt{5}$

$=6$

Pengayaan 3

→ Perhitungan Akar Kuadrat

Mari kita terapkan pengetahuan kita untuk belajar secara mandiri dan berlatih.

1 Perkalian dan pembagian

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{13}$

(2) $\sqrt{42} : \sqrt{7}$

(3) $\sqrt{24}\times\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{50} : \sqrt{2}$

(5) $2\sqrt{5}\times 4\sqrt{2}$

(6) $4\sqrt{3}\times(-\sqrt{15})$

(7) $3\sqrt{5}\times\sqrt{\frac{5}{2}}$

(8) $9\sqrt{6} : 3\sqrt{2}$

(9) $8\sqrt{15} : 2\sqrt{10}$

(10) $\frac{\sqrt{21}}{3} : \frac{\sqrt{7}}{6}$

2 Penjumlahan dan Pengurangan

(1) $3\sqrt{5}\times 4\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{7}-6\sqrt{7}$

(3) $-2\sqrt{2}+9\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

(4) $5\sqrt{2}+4\sqrt{6}-8\sqrt{2}+\sqrt{6}$

(5) $\sqrt{63}+\sqrt{7}$

(6) $\sqrt{50}-\sqrt{18}$

(7) $\sqrt{18}-7\sqrt{2}+\sqrt{32}$

(8) $\sqrt{45}+4\sqrt{5}-\sqrt{20}$

(9) $\frac{6}{\sqrt{2}}+\sqrt{8}$

(10) $\sqrt{24}-\frac{18}{\sqrt{6}}$

(11) $\frac{9\sqrt{15}}{5}+\sqrt{\frac{3}{5}}$

(12) $\sqrt{32}-\frac{4}{\sqrt{2}}+\sqrt{50}$

3 Variasi Perhitungan

(1) $\sqrt{24}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{8}\times\sqrt{6}-\sqrt{18} : \sqrt{6}$

(3) $\sqrt{2}(5\sqrt{3}-\sqrt{2})$

(4) $(\sqrt{72}-\sqrt{56}) : \sqrt{8}$

(5) $(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{5})$

(6) $(8-\sqrt{3})(7+\sqrt{3})$

(7) $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-6)$

(8) $(\sqrt{10}+9)(\sqrt{10}-9)$

(9) $(\sqrt{19}-\sqrt{13})(\sqrt{19}+\sqrt{13})$

(10) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{5})$

(11) $(\sqrt{7}+3)^2$

(12) $(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2$

(13) $(2\sqrt{3}-1)(2\sqrt{3}+4)$

(14) $(3\sqrt{2}-5)^2$

(15) $(2\sqrt{6}+\sqrt{2})(2\sqrt{6}-\sqrt{2})$

(16) $\left(\frac{4}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}\right)\left(\frac{4}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}\right)$

(17) $(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-1)+1$

(18) $\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{3})-\frac{8}{\sqrt{2}}$

(19) $(\sqrt{5}-1)^2+\frac{10}{\sqrt{5}}$

Jawaban pada Hlm.275

Soal Tambahan/Pengayaan

Hitunglah

(1) $\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{27})-\sqrt{6}$

(2) $(\sqrt{27}-3):\sqrt{3}$

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{12})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

(4) $\sqrt{12}-\sqrt{6}:\sqrt{3}+\sqrt{21}\times\sqrt{7}$

(5) $8:\sqrt{2}+\sqrt{3}\times\sqrt{24}-\sqrt{50}$

[(1) 9

(2) $3-\sqrt{3}$

(3) $-1+\sqrt{15}$

(4) $9\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(5) $5\sqrt{2}$]

BAB 2 **Soal Latihan**

Jawaban pada Hlm.277

Latihan

1 Tentukan akar kuadrat dari bilangan-bilangan berikut.

(1) 25 (2) 19 (3) 0 (4) 0,16

2 Apakah pernyataan berikut ini benar? Apabila salah, perbaikilah.

(1) $\sqrt{49} = \pm 7$ (2) $(-\sqrt{49})^2 = 6$

(3) $\sqrt{(-2)^2} = -2$ (4) $-\sqrt{14}$ Lebih kecil dari $-\sqrt{15}$

3 Bandingkan pasangan bilangan berikut dan berikan tanda pertidaksamaan.

(1) $4\sqrt{3}$ ... 7 (2) $-\sqrt{17}$ ... $-3\sqrt{2}$

4 Hitunglah.

(1) $3\sqrt{2} \times \sqrt{4}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{3} : \frac{\sqrt{3}}{6}$

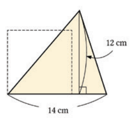
(3) $7\sqrt{3} - \sqrt{27}$ (4) $5\sqrt{3} + \sqrt{18} + 2\sqrt{2} - \sqrt{48}$

(5) $\frac{10}{\sqrt{5}} + 4\sqrt{5}$ (6) $\sqrt{24} + \sqrt{42} : \sqrt{7}$

(7) $(3+\sqrt{11})^2$ (8) $(2\sqrt{2}+5)(5-2\sqrt{2})$

5 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Sebuah segitiga mempunyai alas 14 cm dan tinggi 12 cm. Tentukan panjang sisi persegi yang luasnya sama dengan luas segitiga.



(2) Tentukan bilangan asli x sedemikian sehingga $4 < \sqrt{x} < 5$.

(3) Jika $x = 2 + \sqrt{3}$, dan $y = 2 - \sqrt{3}$, tentukan nilai $x^2 + y^2$

Bab 2 Akar Kuadrat 57

BAB 2 Soal Ringkasan (2 jam)

Jawaban

Gagasan Utama

1

(1) ± 5 (2) $\pm\sqrt{19}$

(3) 0 (4) $\pm 0,4$

2

(1) Adalah $\sqrt{49} = 7$

(2) Benar

(3) Adalah $-\sqrt{(-2)^2} = 2$

(4) $-\sqrt{14}$ lebih besar dari $-\sqrt{15}$

3

(1) $4\sqrt{3} < 7$

(2) $-\sqrt{17} > -3\sqrt{2}$

4

(1) $6\sqrt{7}$ (2) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(3) $4\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$

(5) $6\sqrt{5}$ (6) $3\sqrt{6}$

(7) $20 + 6\sqrt{11}$ (8) 17

5

(1) Luas segitiga

$14 \times 12 : 2 = 84 (\text{cm}^2)$

Oleh karena itu, panjang sisi persegi yang sama dengan luas segitiga adalah

$\sqrt{84} = 2\sqrt{21}$

Jawab $2\sqrt{21}$ cm

(2) $4 = \sqrt{16}$, $5 = \sqrt{25}$

$16 < x < 25$

17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24

Jawab 8

(3) $x^2 - y^2$

$= (x+y)(x-y)$

$= \{(2+\sqrt{3}) + (2-\sqrt{3})\}$

$\times \{(2+\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3})\}$

$= 4 \times 2\sqrt{3}$

$= 8\sqrt{3}$

Soal Tambahan

1 Berapa kalikah panjang sisi persegi dengan luas 20 cm^2 agar menjadi panjang sisi persegi yang luasnya 50 cm^2

2 Tentukan semua bilangan bulat a yang memenuhi ketentuan berikut.

(1) $2 < \sqrt{a} < 3$

(2) $\sqrt{5} < a < \sqrt{60}$

1 $\frac{\sqrt{10}}{2}$ kali lipat

2 (1) 5, 6, 7, 8

(2) 3, 4, 5, 6, 7

Penyelesaian

Penerapan

1

$$\frac{3}{7}=\sqrt{\frac{9}{49}},\ \frac{\sqrt{3}}{7}=\sqrt{\frac{3}{49}},$$

$$\frac{3}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{9}{7}}=\sqrt{\frac{63}{49}},\sqrt{\frac{3}{7}}=\sqrt{\frac{21}{49}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{7}<\frac{3}{7}<\sqrt{\frac{3}{7}}<\frac{3}{\sqrt{7}}$$

2

(1) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ (2) $\dfrac{5\sqrt{2}-\sqrt{10}}{5}$

3

(1) $10\sqrt{3}$ (2) 30

(3) $\sqrt{3}$ (4) $-5+2\sqrt{7}$

(5) $2\sqrt{3}$

4

(1) Agar $\sqrt{24n}$ menjadi bilangan asli, carilah n terkecil sehingga bilangan dalam akar menjadi kuadrat dari bilangan asli.

$$\begin{aligned}24n &= 2\times2\times2\times3\times n\\ &= 2^2\times6\times n\end{aligned}$$

Oleh karena itu, n=6

(2) Karena 13^2 = 169, 14^2 =196.
Jadi bagian bulat dari bilangan $\sqrt{180}$ adalah 13.'

(Jawaban Alternatif)

Oleh karena $\sqrt{180}$ = 6√5 =6 × 2,236...=13,416...,
Jadi bagian bulat dari bilangan $\sqrt{180}$ adalah 13.

(3) $9x^2-6x+1$

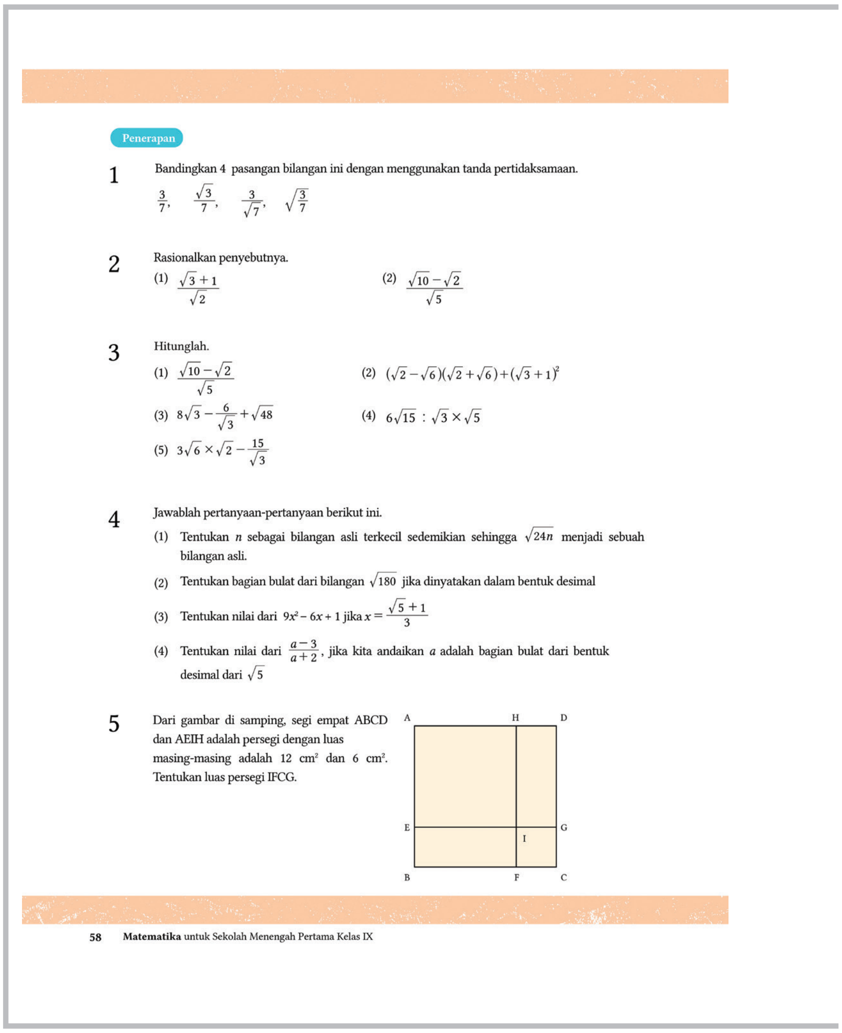
$$\begin{aligned}&=(3x-1)^2\\ &=\left(3\times\frac{\sqrt{5}+1}{3}-1\right)^2\\ &=(\sqrt{5}+1-2)^2\\ &=5\end{aligned}$$

(4) Dari 2 < $\sqrt{5}$ < 3, bagian bulat dari desimal $\sqrt{5}$ adalah $\sqrt{5}$ - 2

$$\begin{aligned}\frac{a-3}{a+2}&=\frac{\sqrt{5}-2-3}{\sqrt{5}-2+2}\\ &=\frac{\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}}\\ &=\frac{5-5\sqrt{5}}{5}\\ &=1-\sqrt{5}\end{aligned}$$

5

Panjang 1 sisi persegi ABCD adalah
$\sqrt{12}$ = 2 $\sqrt{3}$ (cm)
Panjang 1 sisi persegi AEIH adalah
$\sqrt{6}$ cm



Penerapan

1 Bandingkan 4 pasangan bilangan ini dengan menggunakan tanda pertidaksamaan.

$\frac{3}{7}$, $\frac{\sqrt{3}}{7}$, $\frac{3}{\sqrt{7}}$, $\sqrt{\frac{3}{7}}$

2 Rasionalkan penyebutnya.

(1) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$ (2) $\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

3 Hitunglah.

(1) $\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ (2) $(\sqrt{2}-\sqrt{6})(\sqrt{2}+\sqrt{6})+(\sqrt{3}+1)^2$

(3) $8\sqrt{3}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}+\sqrt{48}$ (4) $6\sqrt{15}:\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

(5) $3\sqrt{6}\times\sqrt{2}-\dfrac{15}{\sqrt{3}}$

4 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Tentukan n sebagai bilangan asli terkecil sedemikian sehingga $\sqrt{24n}$ menjadi sebuah bilangan asli.

(2) Tentukan bagian bulat dari bilangan $\sqrt{180}$ jika dinyatakan dalam bentuk desimal

(3) Tentukan nilai dari $9x^2-6x+1$ jika $x=\dfrac{\sqrt{5}+1}{3}$

(4) Tentukan nilai dari $\dfrac{a-3}{a+2}$, jika kita andaikan a adalah bagian bulat dari bentuk desimal dari $\sqrt{5}$

5 Dari gambar di samping, segi empat ABCD dan AEIH adalah persegi dengan luas masing-masing adalah 12 cm² dan 6 cm². Tentukan luas persegi IFCG.

58 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Jadi, luas persegi IFCG adalah

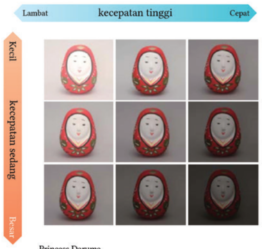
$$\begin{aligned}(2\sqrt{3}-\sqrt{6})^2&=12-4\sqrt{18}+6\\ &=18-12\sqrt{2}\end{aligned}$$

Jawab $(18-12\sqrt{2})\,\text{cm}^2$

BAB 2 **Soal Ringkasan**

Penggunaan Praktis

Ketika kita memotret menggunakan kamera, terdapat gradasi pencahayaan, yang disebut membidik dengan tajam. Bidikan ini ditentukan oleh 2 hal, yaitu bidikan dengan kecepatan tinggi (*shutter speed*) dan dengan kecepatan sedang (*aperture*). Tampak pada gambar di samping, jika *shutter speed* nya sangat tinggi, maka hasil foto tampak lebih cerah. Sedangkan, jika *aperture*, maka luas jumlah cahaya yang masuk menjadi sangat sedikit dan hasil fotonya tampak lebih gelap. Berikut adalah daftar dari gradasi pencahayaan.



Princess Daruma
(Taketa City, Oita Prefecture)

lambat → cepat

Bidikan dengan Kecepatan Tinggi (detik)	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{2000}$

kecil → besar

Bidikan dengan Kecepatan Sedang	F 1	F 1.4	F 2	F 2.8	F 4	F 5.6	F 8	F 11	F 16

1 f-berhenti

Speed, merupakan lamanya rana tetap terbuka. Semakin pendek kecepatan rana semakin cepat kecepatan rana. Dengan mengubah kecepatan rana dari $\frac{1}{15}$ ke $\frac{1}{30}$, lamanya rana tetap terbuka menjadi setengah, sehingga jumlah cahaya yang masuk juga setengah.
Bukaan (*Aperture*) adalah ukuran lubang masuknya cahaya. Dengan membuat ukuran dari bukaan lebih kecil, maka ukuran dari lubang membesar. Jika kita anggap bahwa lubangnya berbentuk lingkaran, dengan mengubah *aperture* 1 langkah dari F16 ke F11, diameter dari lubang menjadi $\sqrt{2}$ kali lebih luas dan jumlah cahaya yang masuk adalah dua kalinya.

1 Berapa kalikah (sebesar apakah) jumlah cahaya yang masuk ke dalam lubang akan bertambah ketika *aperture* berkurang 3 langkah dari F4 ke F1,4 ?

2 Pembukaan yang benar adalah bukaan (*aperture*) F4 dan kecepatan rana $\frac{1}{250}$. Jika kecepatan rana berubah ke $\frac{1}{1000}$, bagaimana yang seharusnya bukaan agar *eksposur* tetap sama?

Pekerjaan Terkait
Juru Kamera

BAB 2 | Akar Kuadrat

Bab 2 Akar Kuadrat 59

Penyelesaian

Penggunaan Praktis

1

Karena *aperture* dikurangi sebanyak 3 langkah, maka lubang diameternya adalah
$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ dan
menjadi $2\sqrt{2}$ kali.

2

Karena kecepatan menjadi 4 kali lipat, maka jumlah cahaya yang dapat ditangkap $\frac{1}{4}$ kali. Untuk mencapai *eksposur* yang sama, perlu melipatgandakan jumlah cahaya yang dapat ditangkap 4 kali lipat. Oleh karena itu, jika nilai aperture dikurangi 2 langkah, jumlah cahaya akan menjadi 4 kali lipat, sehingga nilai *aperture* harus diatur ke F2.

Penjelasan dan Hal-hal yang Perlu Diperhatikan

1. Penggunaan Halaman Ini

Jumlah cahaya yang dapat ditangkap ditentukan oleh kecepatan rana dan nilai aperture. Mudah untuk memahami kecepatan rana, tetapi tidak demikian halnya dengan nilai *aperture*. Jika nilai *aperture* dikurangi 1 langkah, maka lubang diameter akan berlipat ganda dan jumlah cahaya yang dapat ditangkap akan berlipat ganda. Perbandingan kesamaan dan perbandingan luas yang telah dipelajari dapat dijadikan sebagai ulasan

Referensi **Shutter Speed dan Aperture**

Meskipun kecepatan rana (*shutter speed*) dinaikkan seperti pada 2, *eksposur* yang sama dapat diperoleh dengan mengurangi nilai *aperture*. Namun demikian, jika kita mengurangi nilai *aperture*, maka kisaran ketepatannya dipersempit, dan bagian depan-belakang menjadi buram. Selain itu, jika kita mengubah kecepatan rana, maka akan mengubah tingkat keburaman subjek yang bergerak.

Bergantung pada jenis foto yang akan diambil, kita harus mempertimbangkan kombinasi kecepatan rana dan aperture.

Faktor penting lainnya yang menentukan eksposur adalah sensitivitas ISO. PR pada bagian ini adalah menetapkan sensitivitas ISO.

Seberapa Besar Balok Kayu yang Dapat Kita Ambil dari Kayu Bulat?

• Tujuan •

Peserta didik dapat menjelaskan cara mengambil persegi dari kayu bulat dengan menggunakan hubungan antara panjang sisi persegi dan garis diagonal.

Penyelesaian

1

Diameter kayu bulat adalah 7 cm, dan diameternya kita anggap sebagai diagonal balok kayu yang dapat diambil dari kayu bulat.

Jika sisi perseginya adalah x cm,

$$x : 7 = 1 : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}\,x = 7$$

$$x = \frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

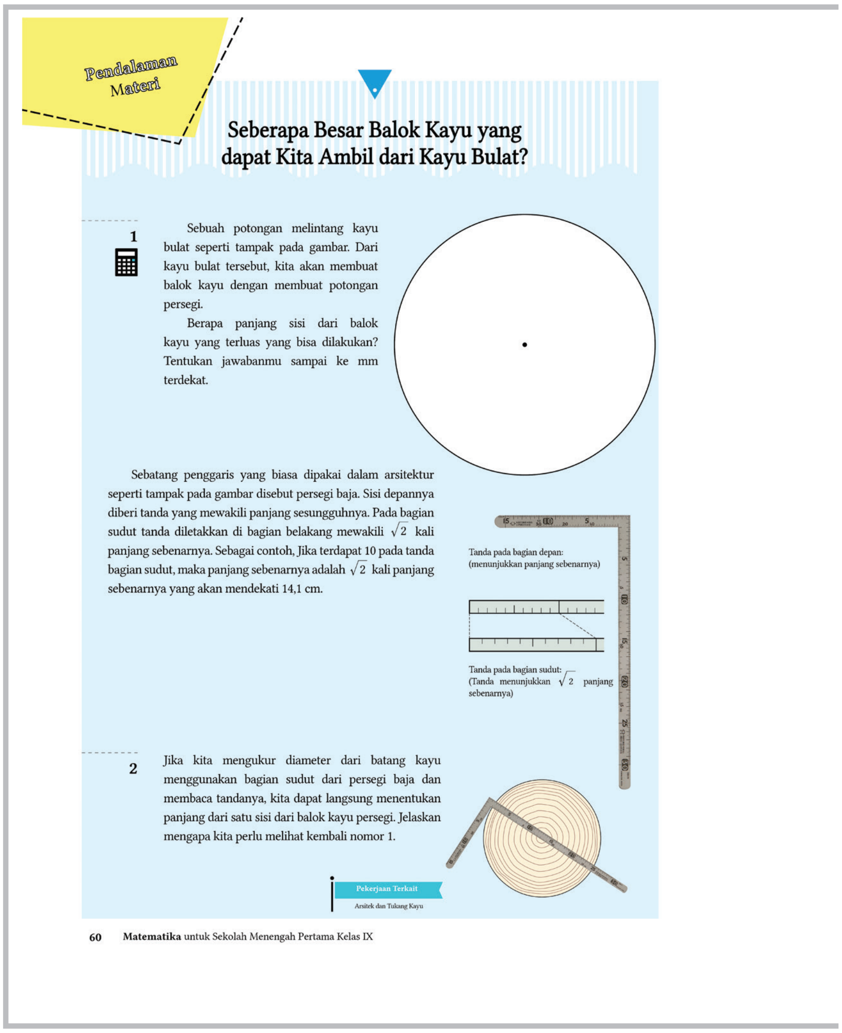
$$\sqrt{2} = 1,414$$

$$x = \frac{7 \times 1,414}{2} = 4,949$$

Jawab 4 cm 9 mm

2

Oleh karena satu sisi persegi adalah $\frac{1}{\sqrt{2}}$ kali diameter kayu bulat, maka nilai pada skala persegi adalah panjang salah satu



Pendalaman Materi

Seberapa Besar Balok Kayu yang dapat Kita Ambil dari Kayu Bulat?

1 Sebuah potongan melintang kayu bulat seperti tampak pada gambar. Dari kayu bulat tersebut, kita akan membuat balok kayu dengan membuat potongan persegi.

Berapa panjang sisi dari balok kayu yang terluas yang bisa dilakukan? Tentukan jawabanmu sampai ke mm terdekat.

Sebatang penggaris yang biasa dipakai dalam arsitektur seperti tampak pada gambar disebut persegi baja. Sisi depannya diberi tanda yang mewakili panjang sesungguhnya. Pada bagian sudut tanda diletakkan di bagian belakang mewakili $\sqrt{2}$ kali panjang sebenarnya. Sebagai contoh, Jika terdapat 10 pada tanda bagian sudut, maka panjang sebenarnya adalah $\sqrt{2}$ kali panjang sebenarnya yang akan mendekati 14,1 cm.

2 Jika kita mengukur diameter dari batang kayu menggunakan bagian sudut dari persegi baja dan membaca tandanya, kita dapat langsung menentukan panjang dari satu sisi dari balok kayu persegi. Jelaskan mengapa kita perlu melihat kembali nomor 1.

Pekerjaan Terkait

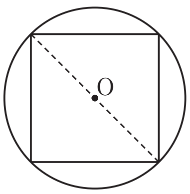
Arsitek dan Tukang Kayu

60 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Penjelasan dan Hal-hal yang Perlu Diperhatikan

1. Penanganan 1

Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, ketika kita akan mengambil balok persegi dari permukaan kayu bulat, sebuah persegi yang diagonalnya adalah panjang diameter lingkaran akan menjadi panjang sisi balok kayu yang terluas.



Perbandingan panjang satu sisi persegi dengan panjang garis diagonal adalah $1 : \sqrt{2}$, jadi jika panjang diameter lingkaran dibagi $\sqrt{2}$, maka kita akan memerlukan panjang salah satu sisi perseginya. Penggaris Baja Tukang Kayu dapat digunakan sebagai contoh penggunaan praktis ini.

2. Penanganan 2

Seperti ditunjukkan pada gambar, dengan menggunakan sudut persegi baja, kita dapat menentukan panjang diameter lingkaran, yaitu dari hubungan antara lingkaran dan garis singgungnya (garis singgung lingkaran tegak lurus dengan jari-jari dan melewati titik kontak). Kemudian, karena tanda pada sudut persegi baja yang menunjukkann ukuran diameter balok adalah $\sqrt{2}$ dari ukuran panjang sebenarnya, maka tanda tersebut dapat dipahami sebagai penunjuk panjang satu sisi persegi.

Dengan cara seperti ini, yaitu menggunakan persegi baja, kita dapat langsung menentukan panjang dari satu sisi balok di depan mata tanpa harus menghitungnya. Untuk memberi pengalaman pada siswa dan sebagai contoh penggunaan praktis, bahwa matematika berguna dalam kehidupan sehari-hari, lakukan pengukuran diameter secara langsung dengan persegi baja.

BAB

3 Persamaan Kuadrat

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022
Buku Panduan Guru Matematika Untuk Smp Kelas Ix
Penulis: Tim Gakko Tohso
Penyadur: Wahyu Setyaningrum S. dan Sukarman
ISBN: 978-602-244-836-5

(Pengenalan 1 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami masalah yang tidak dapat diselesaikan dengan persamaan linier dan menyadari keberadaan persamaan kuadrat
2. Peserta didik dapat mengetahui persamaan kuadrat dalam kehidupan sehari-hari dan menggunakan rumus tersebut.

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Ph.D dan Sukarman, M.Pd
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 3 Persamaan Kuadrat

1 Bagaimana Menyelesaikan Persamaan Kuadrat
2 Bagaimana Menggunakan Persamaan Kuadrat

Berapa banyak pembangkit listrik yang ada di sana?

Pembangkit tenaga surya adalah sebuah cara pembangkit tenaga yang langsung mengubah energi cahaya menjadi energi listrik, menggunakan alat yang disebut "*photovoltaic cell*". Selama menghasilkan listrik, tidak ada karbondioksida yang dipancarkan, oleh karena itu kebersihan lingkungan menjadi karakteristik utama dari pembangkit listrik ini. Tenaga listrik yang dihasilkan dapat dijual ke perusahaan-perusahaan tenaga listrik, dan juga sebagai usaha untuk menghemat biaya.

Penjelasan dan Hal-hal yang Perlu Diperhatikan

1. Penggunaan Halaman ini

Di sini ditunjukkan penggunaan persamaan akar kuadrat dalam contoh nyata melalui "Pembangkit tenaga surya". Dengan contoh seperti ini kita dapat memikirkan berbagai hal yang merupakan bagian terpenting dalam kegiatan ini.

Untuk membangkitkan kesadaran siswa, pertama bacalah wacananya, lalu memamahi isinya. Dengan kegiatan seperti ini tidak ada siswa yang tidak dapat mengikutinya. Untuk itu, perlu juga meminta siswa untuk membacanya. Membaca bacaannya dengan baik, lalu memahami pertanyannya dan dapat menjawabnya.

Referensi **Alur Pembelajaran Persamaan Kuadrat**

Materi yang dipelajari di SMP adalah rumus persamaan linear di kelas VII, rumus persamaan simultan di kelas VIII, dan persamaan kuadrat di kelas IX.

Dalam persamaan simultan, melalui penjumlahan-pengurangan,dan sifat distributif dll, siswa dapat melakukan pembalikan dari persamaan linear, lalu dalam persamaan simultan, melalui pemfaktoran siswa dapat melakukan pembalikan persamaan linear juga.

Selain itu, persamaan simultan, diperluas ke persamaan linear n secara simultan dan persamaan kuadrat diperluas ke-n persamaan linear.

Penyelesaian

1

Karena 4500 : 150 = 30 lembar

2

Pada panjangnya disusun x modul,
dan pada lebarnya disusun 3 modul lebih banyak dari panjangnya $(x + 3)$
Jadi, $x\ (x + 3) = 30$

---

2. Penanganan 1

Listrik yang dapat dialirkan ke seluruh array adalah 4500W, karena 1 modul mengalirkan 150, maka diperlukan modul sebanyak 4500 : 150.

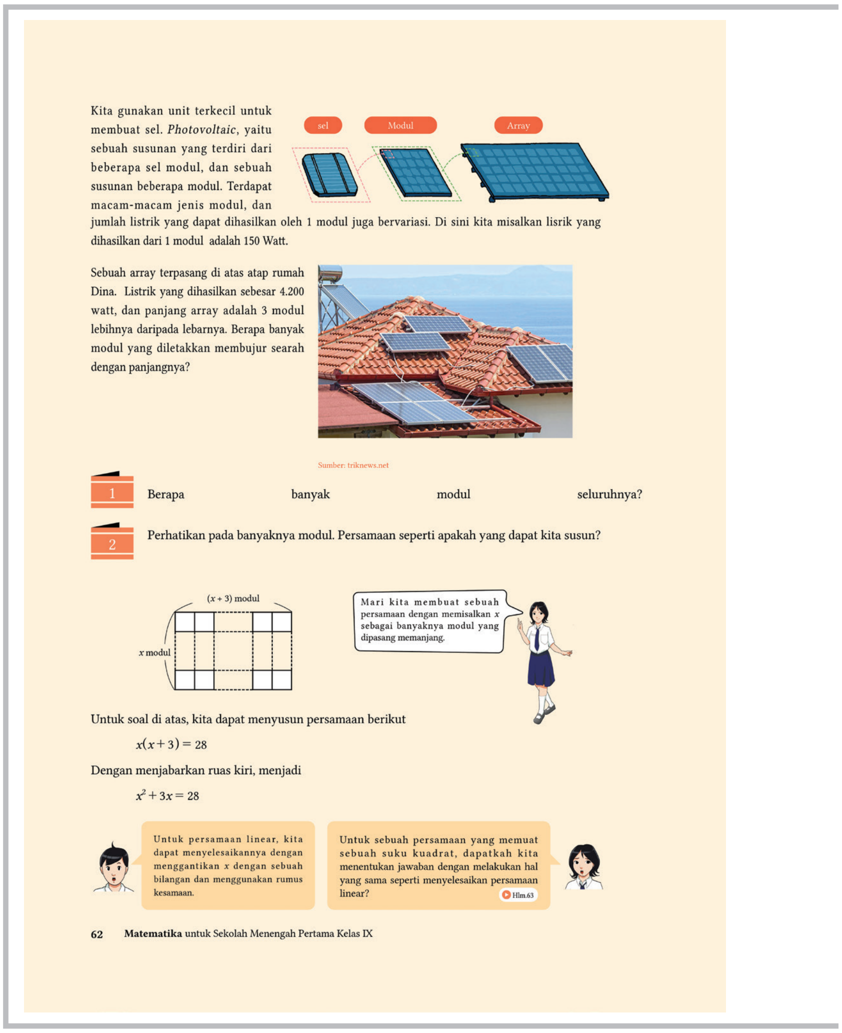
3. Penanganan 2

Diperlukan pertimbangan dari berbagai sudut dalam situasi ini, seperti "jika pada panjangnya disusun x modul, maka $x(x+3) = 28$¸ jika pada lebarnya disusun x modul, maka $x(x+3) = 30$.

Lalu, kita dapat membuat rumus kuadrat dari soal, tetapi cara penyelesainya belum dipelajari.

4. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Dalam rumus persamaan linear di kelas VII dan persamaan simultan (sistem persamaan linear) di kelas VIII, kita mengganti huruf dengan angka dan menyelesaikan soal dengan rumus kesamaan. Dengan cara pandang dan cara pikir seperti itu, pembelajaran dilanjutkan ke halaman selanjutnya.



Kita gunakan unit terkecil untuk membuat sel. *Photovoltaic*, yaitu sebuah susunan yang terdiri dari beberapa sel modul, dan sebuah susunan beberapa modul. Terdapat macam-macam jenis modul, dan jumlah listrik yang dapat dihasilkan oleh 1 modul juga bervariasi. Di sini kita misalkan lisrik yang dihasilkan dari 1 modul adalah 150 Watt.

Sebuah array terpasang di atas atap rumah Dina. Listrik yang dihasilkan sebesar 4.200 watt, dan panjang array adalah 3 modul lebihnya daripada lebarnya. Berapa banyak modul yang diletakkan membujur searah dengan panjangnya?

Sumber: triknews.net

1 Berapa banyak modul seluruhnya?

2 Perhatikan pada banyaknya modul. Persamaan seperti apakah yang dapat kita susun?

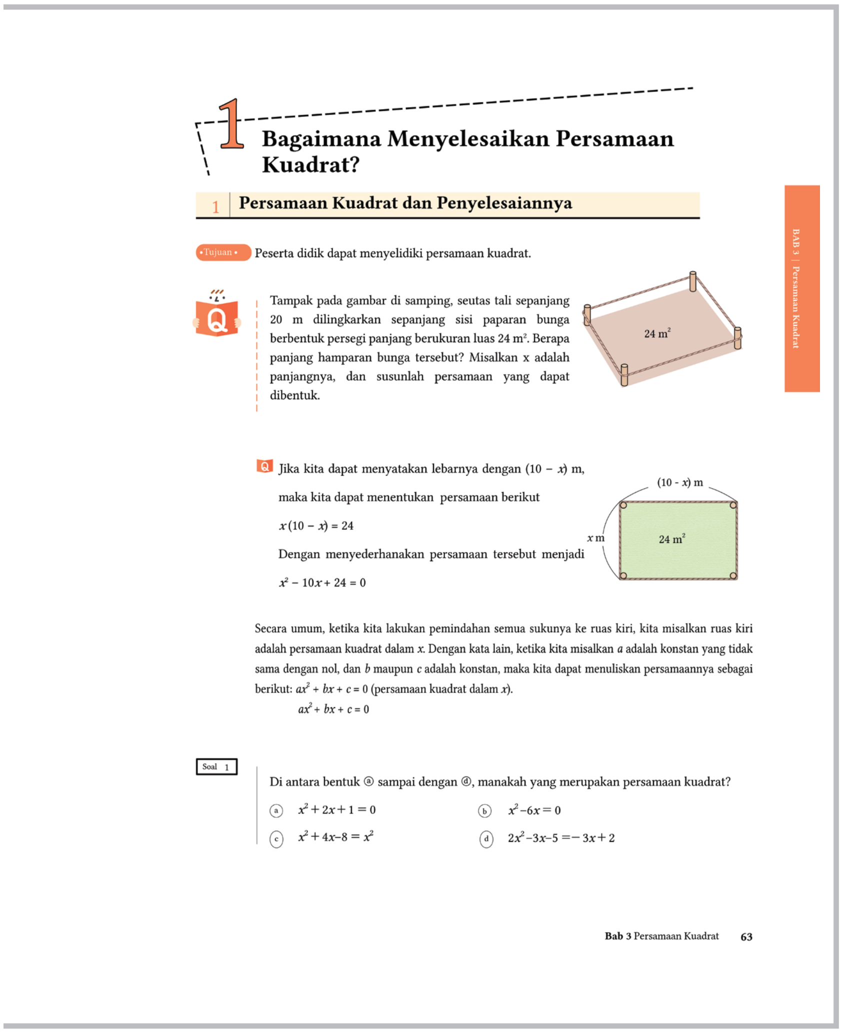
Untuk soal di atas, kita dapat menyusun persamaan berikut

$$x(x+3) = 28$$

Dengan menjabarkan ruas kiri, menjadi

$$x^2 + 3x = 28$$

62 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX



1 Bagaimana Menyelesaikan Persamaan Kuadrat?

1 | **Persamaan Kuadrat dan Penyelesaiannya**

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelidiki persamaan kuadrat.

Tampak pada gambar di samping, seutas tali sepanjang 20 m dilingkarkan sepanjang sisi paparan bunga berbentuk persegi panjang berukuran luas 24 m². Berapa panjang hamparan bunga tersebut? Misalkan x adalah panjangnya, dan susunlah persamaan yang dapat dibentuk.

Q Jika kita dapat menyatakan lebarnya dengan $(10 - x)$ m, maka kita dapat menentukan persamaan berikut

$x(10 - x) = 24$

Dengan menyederhanakan persamaan tersebut menjadi

$x^2 - 10x + 24 = 0$

Secara umum, ketika kita lakukan pemindahan semua sukunya ke ruas kiri, kita misalkan ruas kiri adalah persamaan kuadrat dalam x. Dengan kata lain, ketika kita misalkan a adalah konstan yang tidak sama dengan nol, dan b maupun c adalah konstan, maka kita dapat menuliskan persamaannya sebagai berikut: $ax^2 + bx + c = 0$ (persamaan kuadrat dalam x).

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Soal 1

Di antara bentuk ⓐ sampai dengan ⓓ, manakah yang merupakan persamaan kuadrat?

ⓐ $x^2 + 2x + 1 = 0$ ⓑ $x^2 - 6x = 0$

ⓒ $x^2 + 4x - 8 = x^2$ ⓓ $2x^2 - 3x - 5 = -3x + 2$

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Bab 3 Persamaan Kuadrat 63

1. Bagaimana Menyelesaikan Persamaan Kuadrat? (10 jam)

1 | Persamaan Kuadrat dan Penyelesaiannya (2 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami soal yang tidak dapat diselesaikan dengan persamaan yang sudah dipelajari (persamaan linear dan simultan) dan menyadari keberadaan persamaan kuadrat
2. Peserta didik dapat memahami arti dan cara penyelesaian dengan persamaan kuadrat

Penyelesaian

Q

$x(10 - x) = 24$

Soal 1

ⓐ, ⓑ, ⓓ

Soal Tambahan

Dari persamaan berikut, manakah yang termasuk persamaan kuadrat?

ⓐ $x^2 + 2x + 1 = x^2 + 4x$

ⓑ $x^2 + 2x + 1 = 0$

ⓒ $x^2 + 2x + 3 = -2x$

ⓓ $x^2 + 3x + 1 = 5$

[ⓑ ⓒ ⓓ]

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penggunaan Halaman Ini

Alur pembelajaran dilakukan sebagai berikut.

① Membuat rumus persamaan kuadrat $x(10 - x) = 24$.

② Mengubah bentuk rumus di ① menjadi $x^2 - 10x + 24 = 0$

③ Mengubah ② secara umum dan memberi batasan tentang persamaan kuadrat.

④ Menentukan penyelesaian ② (Q di halaman selanjutnya).

⑤ Menjelaskan arti "Penyelesaian" dengan persamaan kuadrat dan "Penyelesaian Persamaan Kuadrat".

Kemudian, pada ②, perlu menjelaskan mendetail bahwa $x^2 - 10x + 24 = 0$ berasal dari $x(10 - x) = 24$, sebagai pengantar. Selain itu, perhatikan bahwa persamaan kuadrat di ④ tidak tebatas hanya satu. Lebih lanjut, hubungan dengan ⑤, dan tekankan pada "penyelesaian persamaan kuadrat" dan "penyelesaian menyeluruh".

2. Penanganan Q

Hati-hati dengan 「panjang 20m」 karena merupakan panjang seluruh persegi, maka jumlah panjang dan lebar nya menjadi 10m. Jika x m adalah panjangnya, maka lebarnya adalah $(10 - x)$m.

3. Penanganan Soal 1

Setelah kita lakukan pemindahan semua suku ke ruas kiri, pertimbangkan apakah akan diselesaikan dengan persamaan kuadrat atau tidak. Walaupun di dalamnya terdapat suku kuadrat, ada kalanya tidak menjadi persamaan kuadrat ketika semua sukunya dipindahkan ke ruas lainnya.

Penyelesaian

Nilai x	Nilai dari ruas kiri	Hubungan	Nilai dari ruas kanan
2	8	>	0
3	3	>	0
4	0	=	0
5	-1	<	0
6	0	=	0
7	3	>	0
8	8	>	0
9	15	>	0

Jika x adalah 4, 6, maka merupakan persamaan kuadrat

Soal 2

-2, 0

Soal 3

ⓓ

Soal Tambahan

Di antara -2, -1, 0, 1, dan 2, yang manakah yang merupakan penyelesaian dari $x^2 - x - 2 = 0$

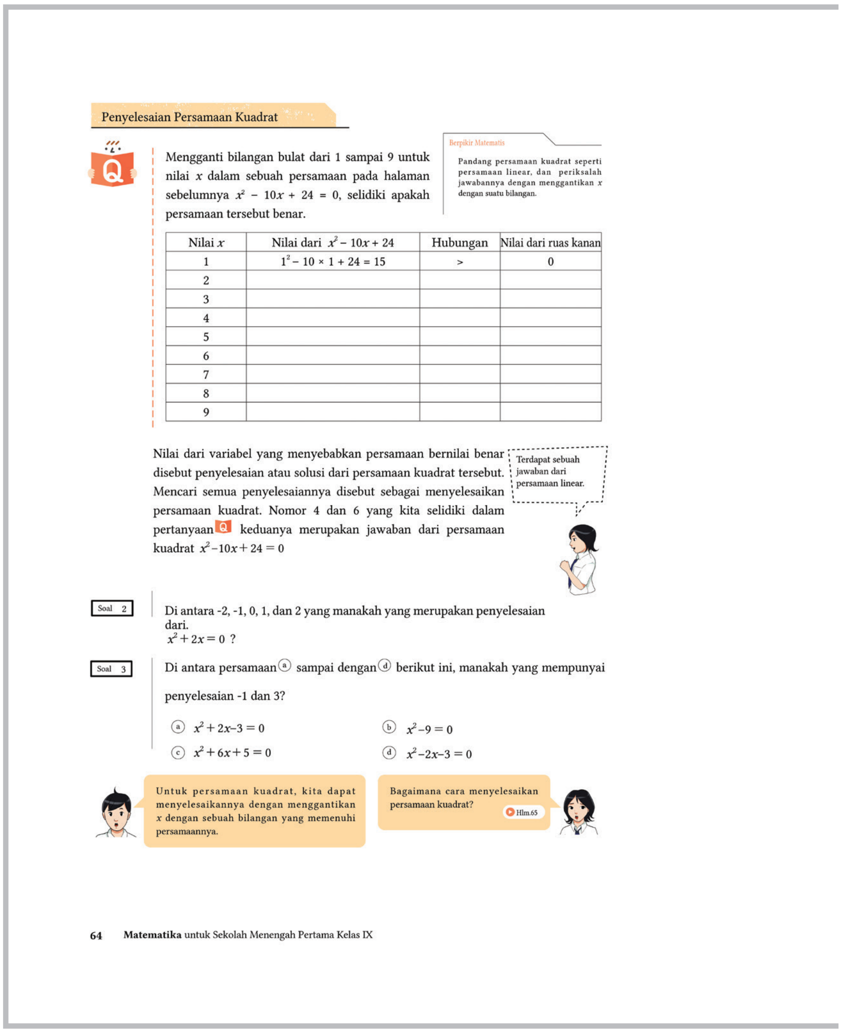
[-1, 2]

4. Penerapan Berpikir Matematis

Ini merupakan penyelesaian persamaan yang mengganti huruf dengan angka seperti persamaan linear di kelas VII dan persamaan simultan di kelas VIII. Berdasar pada analogi seperti itu, kita mengganti huruf dengan angka pada persamaan kuadrat saat menyelesaikan soal. Dengan demikian arti dari "Penyelesaian dengan Persamaan Kuadrat" dan "Penyelesaian Persamaan Kuadrat dapat dipahami secara jelas."

5. Penerapan Soal 2 dan Soal 3

Ini adalah soal untuk menentukan angka sebagai pengganti huruf dalam persamaan kuadrat. Pastikan bahwa dalam persamaan kuadrat diperlukan 2 penyelesaian.



Penyelesaian Persamaan Kuadrat

Mengganti bilangan bulat dari 1 sampai 9 untuk nilai x dalam sebuah persamaan pada halaman sebelumnya $x^2 - 10x + 24 = 0$, selidiki apakah persamaan tersebut benar.

Berpikir Matematis

Pandang persamaan kuadrat seperti persamaan linear, dan periksalah jawabannya dengan menggantikan x dengan suatu bilangan.

Nilai x	Nilai dari $x^2 - 10x + 24$	Hubungan	Nilai dari ruas kanan
1	$1^2 - 10 \times 1 + 24 = 15$	>	0
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

Nilai dari variabel yang menyebabkan persamaan bernilai benar disebut penyelesaian atau solusi dari persamaan kuadrat tersebut. Mencari semua penyelesaiannya disebut sebagai menyelesaikan persamaan kuadrat. Nomor 4 dan 6 yang kita selidiki dalam pertanyaan Q keduanya merupakan jawaban dari persamaan kuadrat $x^2 - 10x + 24 = 0$

Terdapat sebuah jawaban dari persamaan linear.

Soal 2 Di antara -2, -1, 0, 1, dan 2 yang manakah yang merupakan penyelesaian dari.
$x^2 + 2x = 0$?

Soal 3 Di antara persamaan ⓐ sampai dengan ⓓ berikut ini, manakah yang mempunyai penyelesaian -1 dan 3?

ⓐ $x^2 + 2x - 3 = 0$
ⓑ $x^2 - 9 = 0$
ⓒ $x^2 + 6x + 5 = 0$
ⓓ $x^2 - 2x - 3 = 0$

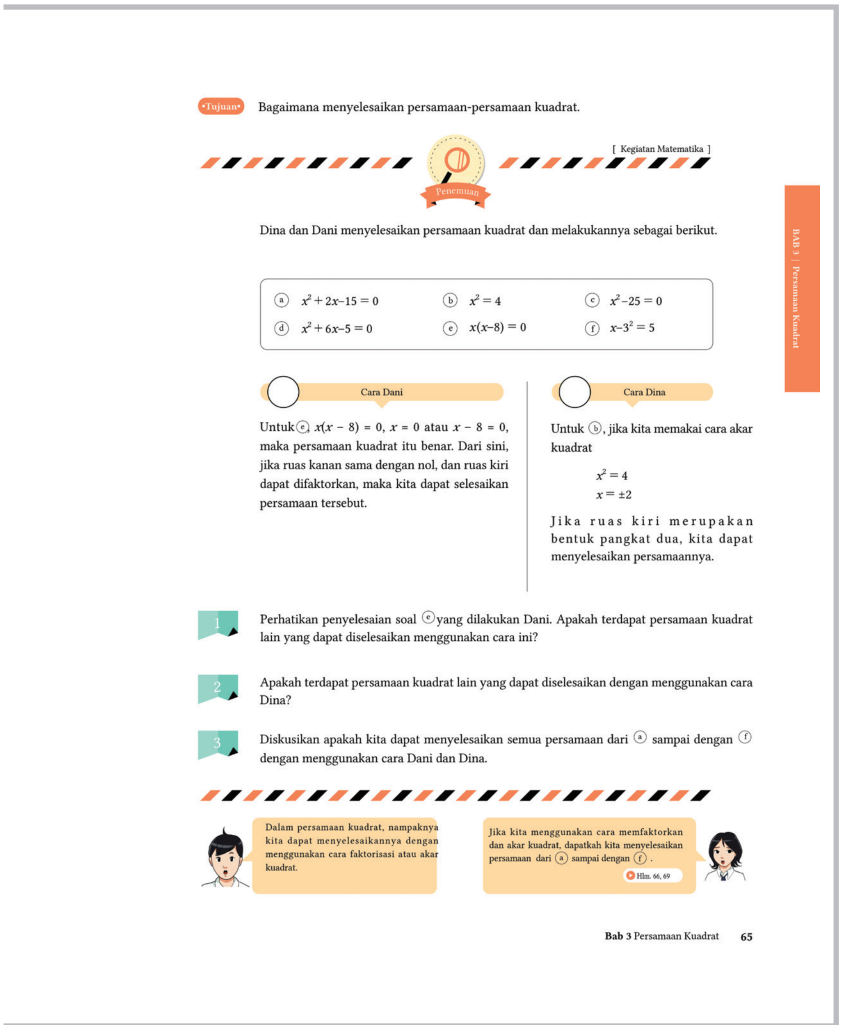
Untuk persamaan kuadrat, kita dapat menyelesaikannya dengan menggantikan x dengan sebuah bilangan yang memenuhi persamaannya.

Bagaimana cara menyelesaikan persamaan kuadrat? Hlm.65

64 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

6. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Seperti dalam persamaan linear, dalam persamaan kuadrat pun kita mengganti huruf dengan angka. Namun, perhatikan bahwa caranya tidak selalu seperti ini.


•Tujuan• Bagaimana menyelesaikan persamaan-persamaan kuadrat.

[Kegiatan Matematika]

Penemuan

Dina dan Dani menyelesaikan persamaan kuadrat dan melakukannya sebagai berikut.

ⓐ $x^2+2x-15=0$	ⓑ $x^2=4$	ⓒ $x^2-25=0$
ⓓ $x^2+6x-5=0$	ⓔ $x(x-8)=0$	ⓕ $x-3^2=5$

Cara Dani

Untuk ⓔ, $x(x-8)=0$, $x=0$ atau $x-8=0$, maka persamaan kuadrat itu benar. Dari sini, jika ruas kanan sama dengan nol, dan ruas kiri dapat difaktorkan, maka kita dapat selesaikan persamaan tersebut.

Cara Dina

Untuk ⓑ, jika kita memakai cara akar kuadrat

$$x^2=4$$
$$x=\pm 2$$

Jika ruas kiri merupakan bentuk pangkat dua, kita dapat menyelesaikan persamaannya.

1 Perhatikan penyelesaian soal ⓔ yang dilakukan Dani. Apakah terdapat persamaan kuadrat lain yang dapat diselesaikan menggunakan cara ini?

2 Apakah terdapat persamaan kuadrat lain yang dapat diselesaikan dengan menggunakan cara Dina?

3 Diskusikan apakah kita dapat menyelesaikan semua persamaan dari ⓐ sampai dengan ⓕ dengan menggunakan cara Dani dan Dina.

Dalam persamaan kuadrat, nampaknya kita dapat menyelesaikannya dengan menggunakan cara faktorisasi atau akar kuadrat.

Jika kita menggunakan cara memfaktorkan dan akar kuadrat, dapatkah kita menyelesaikan persamaan dari ⓐ sampai dengan ⓕ.

Hlm. 66, 69

Bab 3 Persamaan Kuadrat 65

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Penyelesaian

1

Untuk menjadi persamaan, x=0 atau x - 8 = 0, jadi

x = 0, x = 8

Ketika ruas kanan diubah dengan 0, ruas kiri yang dapat difaktorkan adalah, ⓑ, dan ⓒ.

2

ⓒ dapat diubah menjadi x^2 = 25.

ⓕ jika x-3 dianggap sebagai bilangan

3

Persamaan yang dapat dilakukan dengan cara Dani adalah ⓐ, ⓑ, ⓒ, dan ⓔ. Persamaan yang dapat dilakukan dengan cara Dina adalah ⓑ, ⓒ, dan ⓕ.

Penjelasan dan Perhatikan

7. Penggunaan Halaman Ini

Halaman ini merupakan situasi untuk menyelesaikan soal dengan persamaan kuadrat.

Penyelesaian soal dengan pemfaktoran dapat dipahami siswa dengan melihat ketika ruas kanan adalah 0, maka apakah ruas kiri dapat difaktorkan.

Penyelesaian dengan akar kuadrat dapat diterapkan pada semua persamaan kuadrat. Namun, di bagian ini kita tidak akan melakukannya sampai penerapan tersebut. Pada persamaan kuadrat ⓑ, ⓒ, dan ⓕ, kita juga dapat menyelesaikannya dengan akar kuadrat. Dalam diskusi sudah cukup jika ada pendapat bahwa persamaan kuadrat lain dapat dibuat dari ide akar kuadrat.

8. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Di sini, dikatakan bahwa untuk menyelesaikan persamaan kuadrat kita dapat menggunakan pemfaktoran dan akar kuadrat. Kaitkan dengan pembelajaran pada halaman berikutnya melalui pertanyaan seperti urutan penyelesaian persamaan kuadrat seperti apa yang baik dilakukan dan apa yang harus dilakukan dengan penyelesaian persamaan kuadrat seperti d untuk memotivasi siswa.

Referensi Urutan Pembelajaran

Dalam persamaan kuadrat, kita dapat menyelesaikan soal dengan cara memfaktoran dan akar kuadrat.

Jika dapat diselesaikan dengan cara pemfaktorkan, dapat diselesaikan dengan mudah. Cara menyelesaikan dengan akar kuadrat lebih sulit karena harus mengubah bentuk rumus (penyelesaian kuadrat) di tengah. Oleh karena itu, dalam buku teks ini penyelesaian dengan faktorisasi sederhana dari perubahan bentuk persamaan dibahas lebih dulu . Namun bergantung pada situasi siswa, akan menyelesaikannya dari mana terlebih dahulu, 2 hamanan berikut berkaitan dengan hal ini.

2 | Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Cara Memfaktorkan

(2 jam)

• Tujuan •

Peserta didik dapat memahami bagaimana menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan dan menggunakannya untuk menyelesaikan persamaan kuadrat.

Penyelesaian

Q

(1) 0

(2) 0

(3) Jika nilai x adalah 4 atau 6, maka $(x - 4)(x - 6)$ tidak berharga 0.

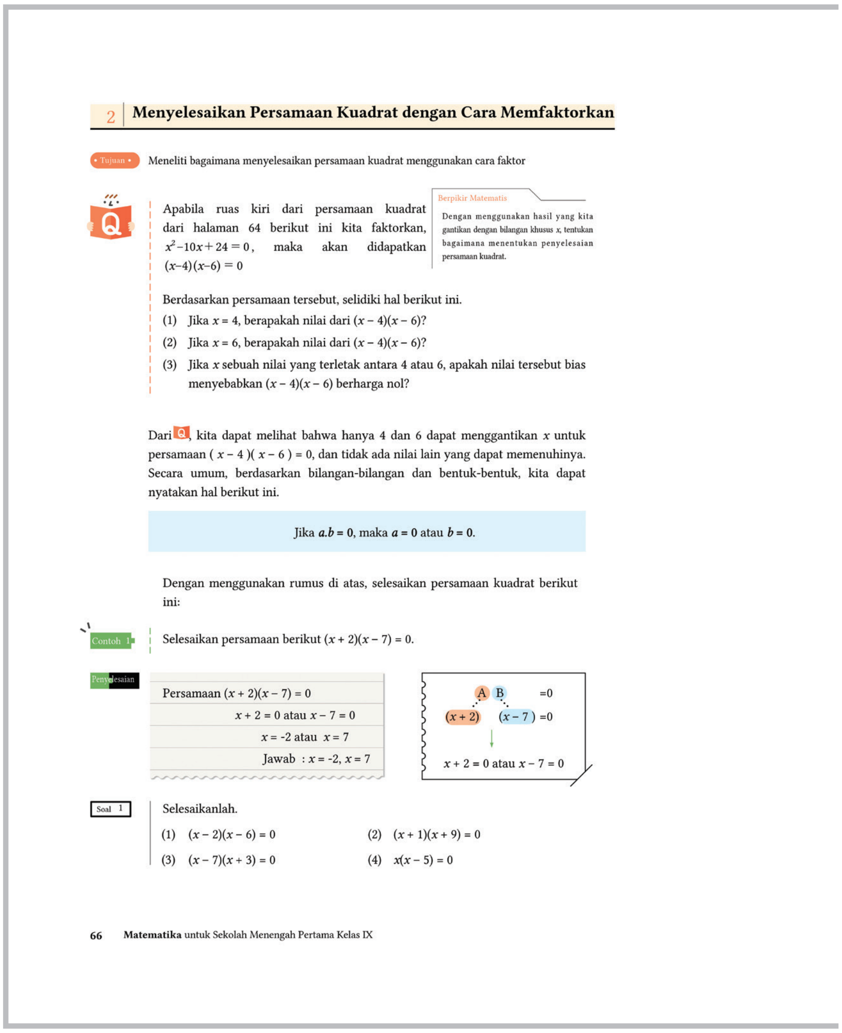
Soal 1

(1) $x = 2, x = 6$

(2) $x = -1, x = -9$

(3) $x = 7, x = -3$

(4) $x = 0, x = 5$



2 | Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Cara Memfaktorkan

• Tujuan • Meneliti bagaimana menyelesaikan persamaan kuadrat menggunakan cara faktor

Q Apabila ruas kiri dari persamaan kuadrat dari halaman 64 berikut ini kita faktorkan, $x^2 - 10x + 24 = 0$, maka akan didapatkan $(x-4)(x-6) = 0$

Berpikir Matematis

Dengan menggunakan hasil yang kita gantikan dengan bilangan khusus x, tentukan bagaimana menentukan penyelesaian persamaan kuadrat.

Berdasarkan persamaan tersebut, selidiki hal berikut ini.

(1) Jika $x = 4$, berapakah nilai dari $(x - 4)(x - 6)$?

(2) Jika $x = 6$, berapakah nilai dari $(x - 4)(x - 6)$?

(3) Jika x sebuah nilai yang terletak antara 4 atau 6, apakah nilai tersebut bias menyebabkan $(x - 4)(x - 6)$ berharga nol?

Dari Q, kita dapat melihat bahwa hanya 4 dan 6 dapat menggantikan x untuk persamaan $(x - 4)(x - 6) = 0$, dan tidak ada nilai lain yang dapat memenuhinya. Secara umum, berdasarkan bilangan-bilangan dan bentuk-bentuk, kita dapat nyatakan hal berikut ini.

Jika $a.b = 0$, maka $a = 0$ atau $b = 0$.

Dengan menggunakan rumus di atas, selesaikan persamaan kuadrat berikut ini:

Contoh 1 Selesaikan persamaan berikut $(x + 2)(x - 7) = 0$.

Penyelesaian

Persamaan $(x + 2)(x - 7) = 0$

$x + 2 = 0$ atau $x - 7 = 0$

$x = -2$ atau $x = 7$

Jawab : $x = -2, x = 7$

Soal 1 Selesaikanlah.

(1) $(x - 2)(x - 6) = 0$

(2) $(x + 1)(x + 9) = 0$

(3) $(x - 7)(x + 3) = 0$

(4) $x(x - 5) = 0$

66 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan Q, dan Berpikir Matematis

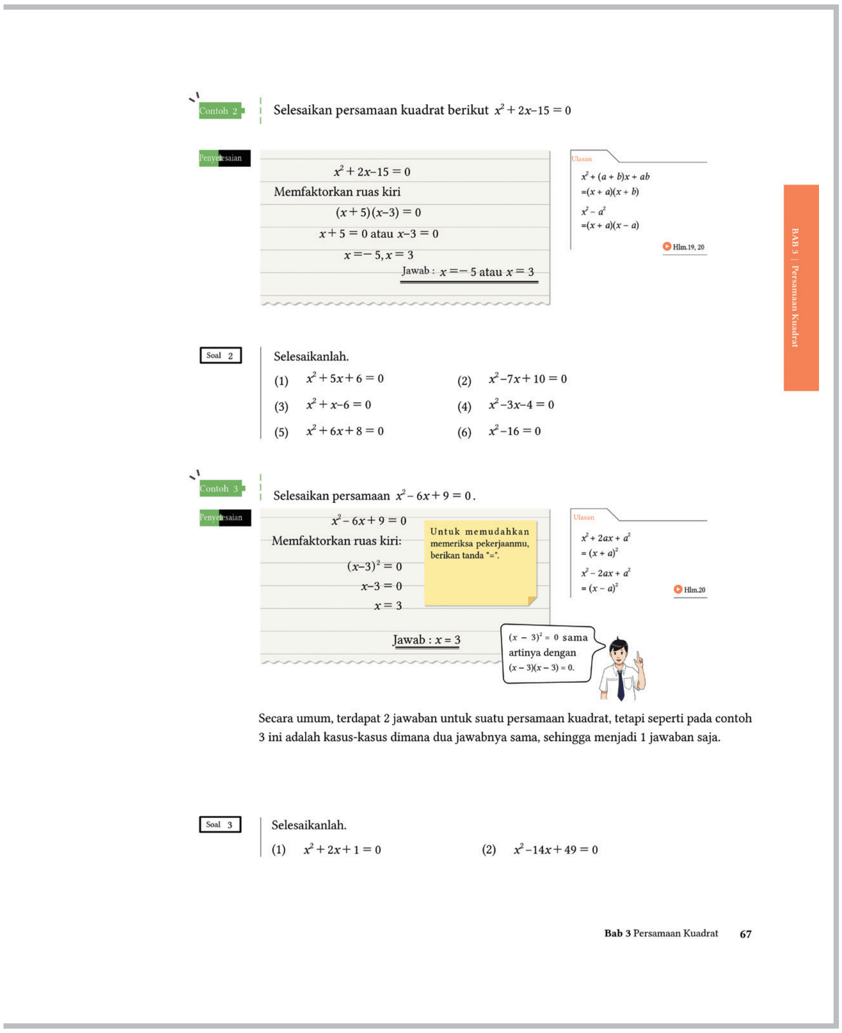
Di sini nilai di ruas kiri diperiksa dengan urutan (1), (2), (3), dan persamaan ini hanya berlaku jika nilai x adalah 4 atau 6, dengan kata lain, hanya ada 2 penyelesaian untuk persamaan ini, dan secara induktif memungkinkan siswa untuk mencari tahu sendiri.

Prinsip bagaimana menyelesaikan dengan pemfaktoran adalah [$a . b = 0 \Longleftrightarrow a = 0$ atau $b = 0$]. Dari jumlah tersebut, $\Longleftarrow$ natural, masalahnya adalah membuktikan bila [$a . b = 0 \Longrightarrow a = 0$ atau $b = 0$]. Di kelas IX, hal ini dipahami secara intuitif. Oleh karena itu penanganan dibatasi hanya pada buku ini.

2. Penanganan Contoh 1

Berdasarkan prinsip pemecahan dengan pemfaktoran, persamaan kuadrat $(x + 2)(x - 7)$ dapat diselesaikan dengan menguranginya menjadi persamaan linear

$x + 2 = 0$, $x - 7 = 0$.



Contoh 2 Selesaikan persamaan kuadrat berikut $x^2+2x-15=0$

Penyelesaian

$x^2+2x-15=0$

Memfaktorkan ruas kiri

$(x+5)(x-3)=0$

$x+5=0$ atau $x-3=0$

$x=-5, x=3$

Jawab : $x=-5$ atau $x=3$

Ulasan

$x^2+(a+b)x+ab$
$=(x+a)(x+b)$

x^2-a^2
$=(x+a)(x-a)$

Hlm.19, 20

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Soal 2 Selesaikanlah.

(1) $x^2+5x+6=0$ (2) $x^2-7x+10=0$

(3) $x^2+x-6=0$ (4) $x^2-3x-4=0$

(5) $x^2+6x+8=0$ (6) $x^2-16=0$

Contoh 3 Selesaikan persamaan $x^2-6x+9=0$.

Penyelesaian

$x^2-6x+9=0$

Memfaktorkan ruas kiri:

$(x-3)^2=0$

$x-3=0$

$x=3$

Jawab : $x=3$

Untuk memudahkan memeriksa pekerjaanmu, berikan tanda "=".

Ulasan

$x^2+2ax+a^2$
$=(x+a)^2$

$x^2-2ax+a^2$
$=(x-a)^2$

Hlm.20

$(x-3)^2=0$ sama artinya dengan $(x-3)(x-3)=0$.

Secara umum, terdapat 2 jawaban untuk suatu persamaan kuadrat, tetapi seperti pada contoh 3 ini adalah kasus-kasus dimana dua jawabnya sama, sehingga menjadi 1 jawaban saja.

Soal 3 Selesaikanlah.

(1) $x^2+2x+1=0$ (2) $x^2-14x+49=0$

Bab 3 Persamaan Kuadrat 67

Penyelesaian

Soal 2

(1) $x=-2,\ x=-3$

(2) $x=2,\ x=5$

(3) $x=-3,\ x=2$

(4) $x=-1,\ x=4$

(5) $x=-2,\ x=-4$

(6) $x=-4,\ x=4$

Soal 3

(1) x=-1

(2) x=7

Penjelasan dan Perhatikan

3. Penanganan Contoh 2

Ini adalah penerapan penyelesaian persamaan kuadrat berdasarkan prinsip pemfaktoran di halaman sebelumnya.

Tahapan penyelesaian Contoh 2 menjadi sebagi berikut.

$x^2 + 2x - 15 = 0$

jika ruas kiri difaktorkan,

$(x + 5)(x -3) =0$

$x + 5 = 0$ atau $x - 3 = 0$

$x = -5$ atau $x = 3$

Jadi, jawabannya x= -5, x =3

Dalam buku teks, bagian yang diberi garis bawah dihilangkan, tetapi jika diperlukan dalam pembelajaran dapat dilakukan sampai siswa terbiasa dengan langkah penyelesaiannya.

Kemudian, karena harus diselesaikan dengan persamaan kuadrat, jawabannya adalah x = -5, x =3. Sebagai tambahan, penulisan jawaban di buku Matematika SMA menjadi x= -5, 3.

4. Penanganan Contoh 3

Penyelesaian persamaan kuadrat ini hanya 1 jawaban. Persamaan

$(x - 3)(x - 3)$ =0 yang memiliki 2 jawaban dapat dianggap sebagai kasus khusus. Dengan demikian kita dapat mengintegrasikannya dengan persamaan kuadrat yang lainnya. Pertanyaan lanjut siswa mengungkapkan hal itu

Penyelesaian

Soal 4

(1) $x = -4$

(2) $x = -4,\ x = 3$

(3) $x = 2,\ x = 3$

(4) $x = -10,\ x = 1$

Soal 5

(1) $x = -4,\ x = -5$

(2) $x = 4,\ x = 6$

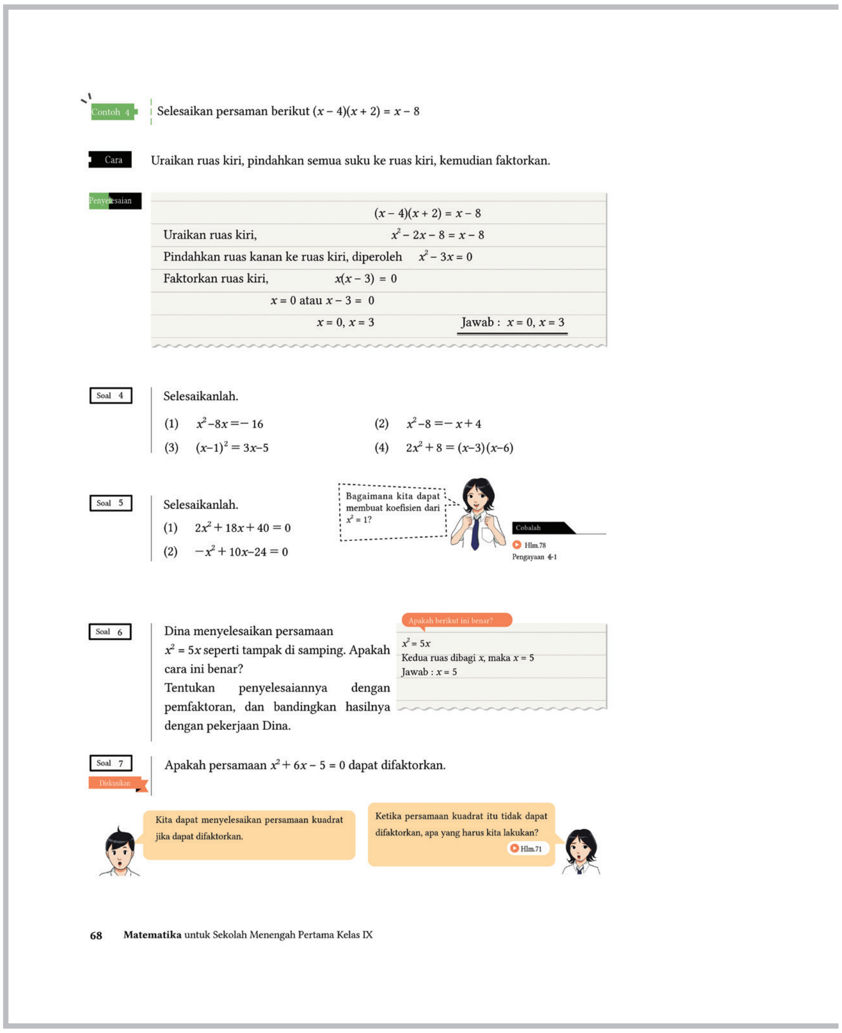
Soal 6

Tidak benar

$$x^2 = 5x$$
$$x^2 - 5x = 0$$
$$x(x-5) = 0$$
$$x = 0 \text{ atau } x - 5 = 0$$
$$x = 0, x = 5$$

Jawab: x = 0, x = 5

Jika x = 0, kedua ruas dengan rumus sejenis tidak dapat dibagi.



Contoh 4 Selesaikan persaman berikut $(x-4)(x+2) = x-8$

Cara Uraikan ruas kiri, pindahkan semua suku ke ruas kiri, kemudian faktorkan.

Penyelesaian

$(x-4)(x+2) = x-8$

Uraikan ruas kiri, $x^2 - 2x - 8 = x - 8$

Pindahkan ruas kanan ke ruas kiri, diperoleh $x^2 - 3x = 0$

Faktorkan ruas kiri, $x(x-3) = 0$

$x = 0$ atau $x - 3 = 0$

$x = 0, x = 3$ Jawab : $x = 0, x = 3$

Soal 4 Selesaikanlah.

(1) $x^2 - 8x = -16$ (2) $x^2 - 8 = -x + 4$

(3) $(x-1)^2 = 3x - 5$ (4) $2x^2 + 8 = (x-3)(x-6)$

Soal 5 Selesaikanlah.

(1) $2x^2 + 18x + 40 = 0$

(2) $-x^2 + 10x - 24 = 0$

Cobalah Hlm.78 Pengayaan 4-1

Soal 6 Dina menyelesaikan persamaan $x^2 = 5x$ seperti tampak di samping. Apakah cara ini benar? Tentukan penyelesaiannya dengan pemfaktoran, dan bandingkan hasilnya dengan pekerjaan Dina.

Apakah berikut ini benar?

$x^2 = 5x$

Kedua ruas dibagi x, maka $x = 5$

Jawab : $x = 5$

Soal 7 Diskusikan Apakah persamaan $x^2 + 6x - 5 = 0$ dapat difaktorkan.

68 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

5. Penanganan Contoh 4

Pada contoh seperti ini, kita memfaktorkan ruas kiri setelah mengubah bentuk umum persamaan kuadrat. Perhatikan dengan bentuk rumus di ruas kiri yang berubah menjadi pemfaktoran.

Lalu, selesaikan dengan perlahan karena seperti Soal 6, persamaan untuk menjadikan 0 di satu ruas akan membingungkan siswa.

6. Penanganan Soal 5

Ini adalah penanganan persamaan koefisien x^2 selain 1. Dalam kasus seperti ini, latih siswa agar dapat menemukan sendiri bahwa kita harus menggunakan bilangan yang sama untuk membagi kedua ruasnya sehingga x^2 menjadi koefisien 1.

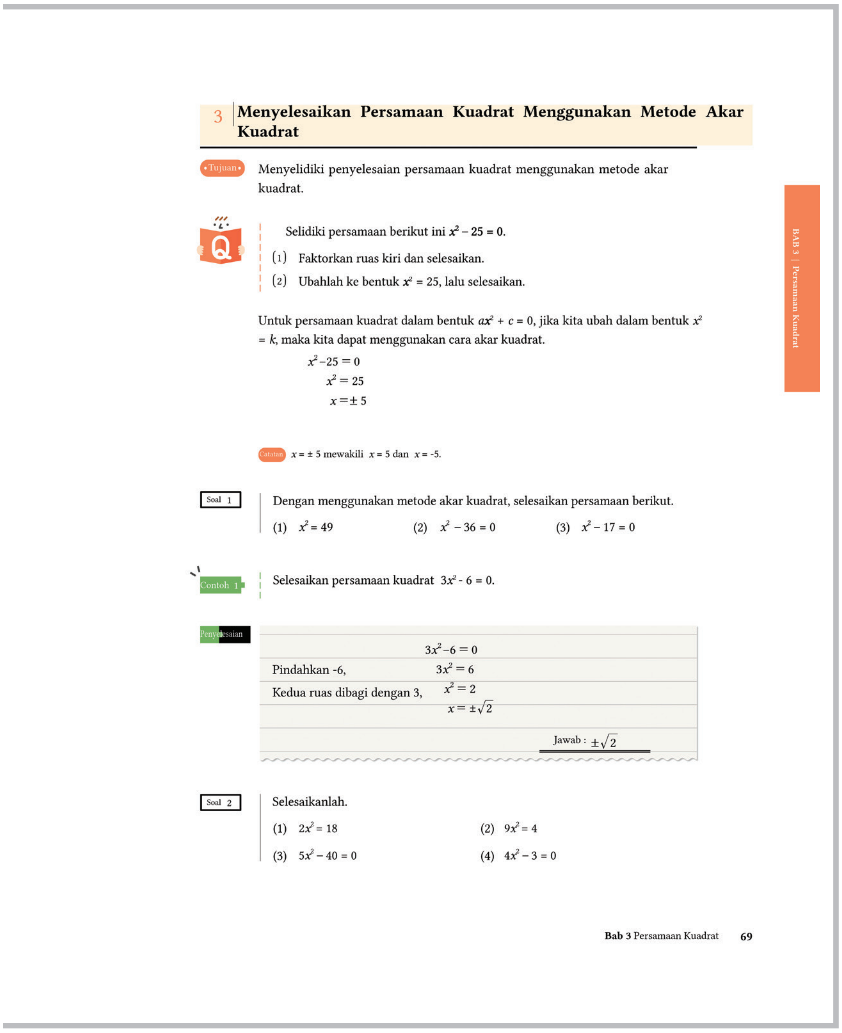
7. Penanganan Soal 6

Di sini kita dapat memperdalam pemahaman siswa tentang cara menggunakan rumus yang sama untuk menyelesaikan persamaan kuadrat.

Kita dapat menjelaskannya dengan, fokus pada "membagi kedua ruasnya dengan x", dan jika diasumsikan $x \neq 0$ walaupun kedua ruasnya dibagi dengan bilangan x yang sama , maka jawaban x = 0 adalah pengecualian.

8. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Berdasarkan Contoh 7, arahkan perhatian siswa pada persamaan kuadrat yang tidak dapat diselesaikan dengan memfaktoran, lalu lanjutkan pembelajaran ke buku teks halaman 82.



3 Menyelesaikan Persamaan Kuadrat Menggunakan Metode Akar Kuadrat

•Tujuan• Menyelidiki penyelesaian persamaan kuadrat menggunakan metode akar kuadrat.

Selidiki persamaan berikut ini $x^2 - 25 = 0$.

(1) Faktorkan ruas kiri dan selesaikan.

(2) Ubahlah ke bentuk $x^2 = 25$, lalu selesaikan.

Untuk persamaan kuadrat dalam bentuk $ax^2 + c = 0$, jika kita ubah dalam bentuk $x^2 = k$, maka kita dapat menggunakan cara akar kuadrat.

$$x^2 - 25 = 0$$
$$x^2 = 25$$
$$x = \pm 5$$

Catatan $x = \pm 5$ mewakili $x = 5$ dan $x = -5$.

Soal 1 Dengan menggunakan metode akar kuadrat, selesaikan persamaan berikut.

(1) $x^2 = 49$ (2) $x^2 - 36 = 0$ (3) $x^2 - 17 = 0$

Contoh 1 Selesaikan persamaan kuadrat $3x^2 - 6 = 0$.

Penyelesaian

$3x^2 - 6 = 0$

Pindahkan -6, $3x^2 = 6$

Kedua ruas dibagi dengan 3, $x^2 = 2$

$x = \pm\sqrt{2}$

Jawab : $\pm\sqrt{2}$

Soal 2 Selesaikanlah.

(1) $2x^2 = 18$ (2) $9x^2 = 4$

(3) $5x^2 - 40 = 0$ (4) $4x^2 - 3 = 0$

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Bab 3 Persamaan Kuadrat 69

3 | Menyelesaikan Persamaan Kuadrat Menggunakan Metode Akar Kuadrat

(3 jam)

Tujuan

1. Peserta didik dapat menyelesaikan persamaan kuadrat $ax^2 = b$, dan $(x + p)^2 = q$ dengan akar kuadrat.
2. Peserta didik dapat Memahami persamaan kuadrat $x^2 + ax + b = 0$ dapat diselesaikan jika $(x + p)^2$ diubah.

Penyelesaian

Q

(1)
$$x^2 - 25 = 0$$
$$(x + 5)(x - 5) = 0$$
$$x = -5, x = 5$$

(2)
$$x^2 - 25 = 0$$
$$x^2 = 25$$
$$x = -5, x = 5$$

Soal 1

(1) $x = \pm 7$ (2) $x = \pm 6$

(3) $x = \pm\sqrt{17}$

Soal 2

(1) $x = \pm 3$ (2) $x = \pm\dfrac{2}{3}$

(3) $x = \pm 2\sqrt{2}$ (4) $x = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan Q, dan Berpikir Matematis

Pada (1), kita dapat menyelesaikannya dengan pemfaktoran yang sudah dipelajari, lalu pada (2) kita menyelesaikan persamaan kuadrat dengan akar kuadrat. Perhatikan bahwa lebih baik mengubah $x^2 = 25$, bukan pada bentuk $x^2 - 25 = 0$.

Dalam kasus ini, perlu hati-hati dengan munculnya "±"

2. Penanganan Contoh 1

Ini adalah kasus koefisien x^2 selain 1. Dalam kasus ini, kita selesaikan seperti Soal 5 setelah mengubah koefisien x^2 menjadi 1 seperti pada Soal 1.

Referensi **Metode Akar**

Kita menyebut metode akar kuadrat untuk persamaan kuadrat yang dapat diubah ke bentuk $(x + p)^2$. Lalu , hasil perubahan bentuk $(x + p)^2$ disebut "metode akar". Cara ini dapat dituliskan sebagai berikut.

1. Metode akar kuadrat adalah cara penyelesaian dengan menggunakan akar.
2. Bentuk $x^2 + ax + b = 0$, dapat diselesaikan dengan metode akar.

Penyelesaian

Soal 3

(1) $x = -2 \pm \sqrt{7}$

(2) $x = 5 \pm 2\sqrt{2}$

(3) $x = 7, \quad x = 1$

(4) $x = 4, \quad x = -10$

(5) $x = 7 \pm 2\sqrt{3}$

(6) $x = \dfrac{3}{2}, \quad x = -\dfrac{1}{2}$

Soal Tambahan

Selesaikan persamaan berikut.

(1) $(x+3)^2 = 25$

(2) $(x-5)^2 = 16$

(3) $(x-6)^2 = 5$

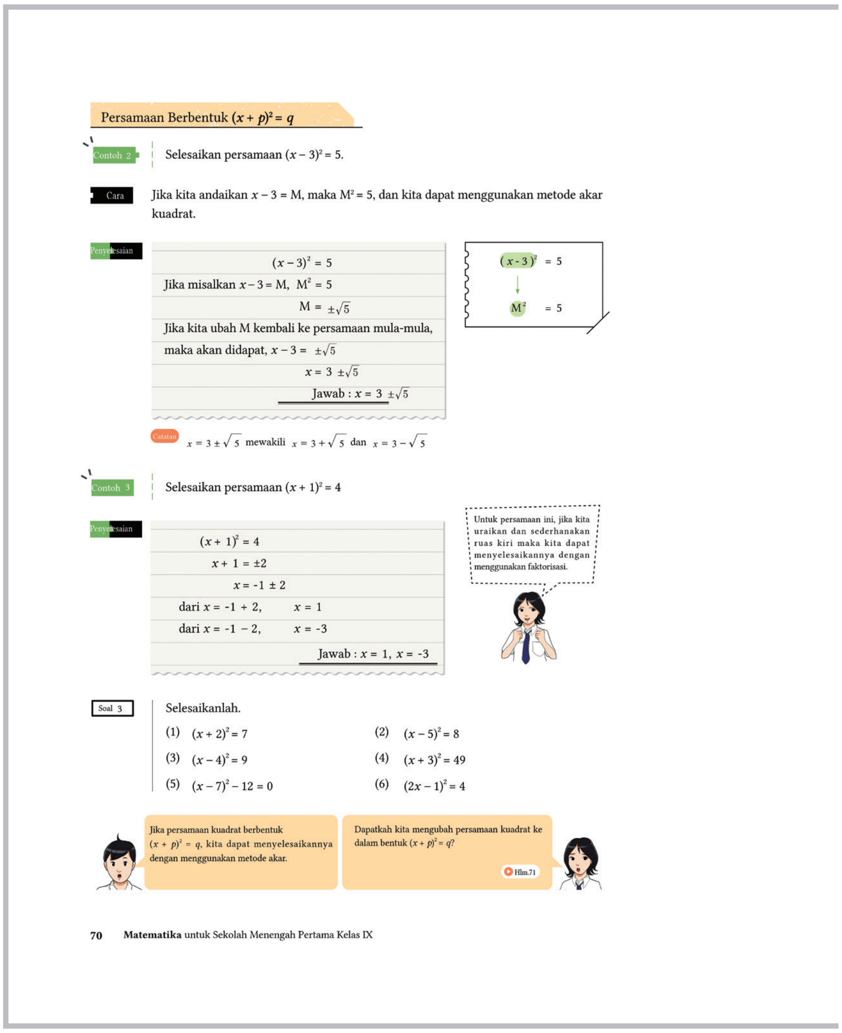
(4) $(x+5)^2 = 8$

[(1) $x = 2, x = -8$

(2) $x = 9, x = 1$

(3) $x = 6 \pm \sqrt{5}$

(4) $x = -5 \pm 2\sqrt{2}$]



Persamaan Berbentuk $(x + p)^2 = q$

Contoh 2 Selesaikan persamaan $(x - 3)^2 = 5$.

Cara Jika kita andaikan $x - 3 = \text{M}$, maka $\text{M}^2 = 5$, dan kita dapat menggunakan metode akar kuadrat.

Penyelesaian

$(x - 3)^2 = 5$

Jika misalkan $x - 3 = \text{M}$, $\text{M}^2 = 5$

$\text{M} = \pm\sqrt{5}$

Jika kita ubah M kembali ke persamaan mula-mula,

maka akan didapat, $x - 3 = \pm\sqrt{5}$

$x = 3 \pm\sqrt{5}$

Jawab : $x = 3 \pm\sqrt{5}$

Catatan $x = 3 \pm \sqrt{5}$ mewakili $x = 3 + \sqrt{5}$ dan $x = 3 - \sqrt{5}$

Contoh 3 Selesaikan persamaan $(x + 1)^2 = 4$

Penyelesaian

$(x + 1)^2 = 4$

$x + 1 = \pm 2$

$x = -1 \pm 2$

dari $x = -1 + 2$, $x = 1$

dari $x = -1 - 2$, $x = -3$

Jawab : $x = 1$, $x = -3$

Soal 3 Selesaikanlah.

(1) $(x + 2)^2 = 7$ (2) $(x - 5)^2 = 8$

(3) $(x - 4)^2 = 9$ (4) $(x + 3)^2 = 49$

(5) $(x - 7)^2 - 12 = 0$ (6) $(2x - 1)^2 = 4$

70 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Penanganan Contoh 2

Ketika kita mengubah 1 huruf dengan M pada persamaan linear dalam kurung, yaitu M^2 = (bilangan) sebagai pengenalan, kita dapat menggunakan metode akar.

Pada tahap awal, latih siswa untuk menulis rumus yang telah diganti menjadi $\text{M}^2=5$ dan setelah terbiasa minta mereka untuk menghilangkan tanda kurungnya secara langsung seperti $(x\text{-}3)^2=5 \longrightarrow x\text{-}3=\pm\sqrt{5}$

Lalu, karena bentuk x=3+5 atau x=3 merupakan penyelesaian yang muncul pertama kalinya, pastikan untuk mengetahui bahwa jawaban tersebut didapat setelah kita mengembalikannya ke persamaan semula.

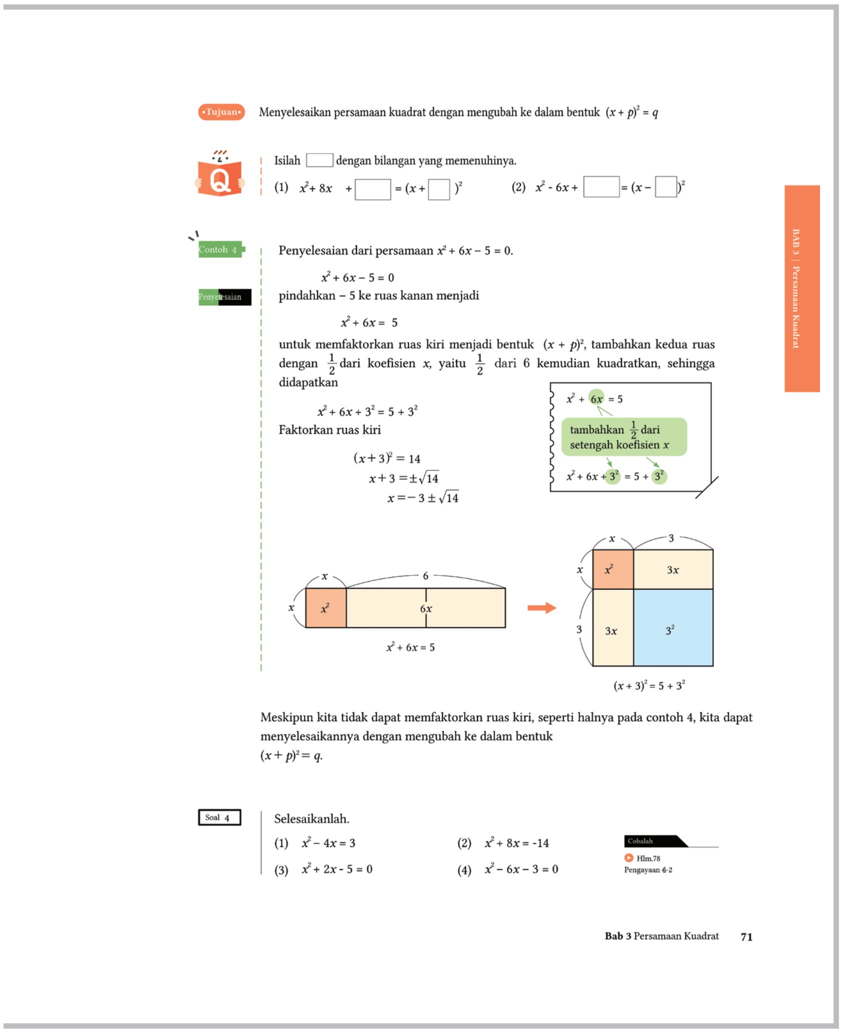
4. Penanganan Contoh 3

Ini adalah penyelesaian yang tidak memiliki akar di dalamnya. Dalam soal seperti ini, perhatikan bahwa di bagian akhir, kita harus menghitung dengan membagi 2, yaitu +,- dari 2.

Lalu, seperti dalam panel pernyataan siswa, jika kita uraikan dan sederhanakan ruas kiri, maka dapat diselesaikan dengan menggunakan faktorisasi. Soal yang penyelesaiannya tidak memiliki akar seperti ini, yaitu soal yang jawabannya adalah pecahan atau bilangan bulat merupakan soal yang dapat diselesaikan dengan faktorisasi.

5. Penanganan terhadap Pertanyaan lebih lanjut

Jika ditemukan bentuk persamaan kuadrat $(x+p)^2=q$, maka kita dapat menyelesaikannya dengan ide kuadrat. Seperti tersaji dalam Balon Pertanyaan Lebih Lanjut, persamaan kuadrat apapun, dapat diselesaikan ke bentuk $(x+p)^2=q$ sebagaimana tersaji dalam pembelajaran di halaman berikutnya.



•Tujuan• Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan mengubah ke dalam bentuk $(x+p)^2=q$

Isilah $\square$ dengan bilangan yang memenuhinya.

(1) $x^2+8x+\square=(x+\square)^2$ (2) $x^2-6x+\square=(x-\square)^2$

Contoh 4

Penyelesaian dari persamaan $x^2+6x-5=0$.

Penyelesaian

$$x^2+6x-5=0$$

pindahkan -5 ke ruas kanan menjadi

$$x^2+6x=5$$

untuk memfaktorkan ruas kiri menjadi bentuk $(x+p)^2$, tambahkan kedua ruas dengan $\frac{1}{2}$ dari koefisien x, yaitu $\frac{1}{2}$ dari 6 kemudian kuadratkan, sehingga didapatkan

$$x^2+6x+3^2=5+3^2$$

Faktorkan ruas kiri

$$(x+3)^2=14$$
$$x+3=\pm\sqrt{14}$$
$$x=-3\pm\sqrt{14}$$

$x^2+6x=5$

tambahkan $\frac{1}{2}$ dari setengah koefisien x

$x^2+6x+3^2=5+3^2$

Meskipun kita tidak dapat memfaktorkan ruas kiri, seperti halnya pada contoh 4, kita dapat menyelesaikannya dengan mengubah ke dalam bentuk $(x+p)^2=q$.

Soal 4

Selesaikanlah.

(1) $x^2-4x=3$ (2) $x^2+8x=-14$

(3) $x^2+2x-5=0$ (4) $x^2-6x-3=0$

Cobalah

Hlm.78 Pengayaan 4-2

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Bab 3 Persamaan Kuadrat 71

Penyelesaian

(1) 16, 4

(2) 9,3

Soal 4

(1) $x=2\pm\sqrt{7}$

(2) $x=-4\pm\sqrt{2}$

(3) $x=-1\pm\sqrt{6}$

(4) $x=3\pm2\sqrt{3}$

Soal Tambahan

Hitunglah rumus persamaan berikut.

(1) $x^2+6x-10=0$

(2) $x^2-4x-6=0$

(3) $x^2+2x-7=0$

$$\left[\begin{array}{ll} (1) & x=-3\pm\sqrt{19} \\ (2) & x=2\pm\sqrt{10} \\ (3) & x=-1\pm2\sqrt{2} \end{array}\right]$$

Penjelasan dan Perhatikan

6. Penanganan

ini adalah soal untuk mengulang hubungan antara koefisien x dan konstanta saat memfaktorkan ke bentuk persegi. Periksa bagian berikut ini.

$$x^2+\overbrace{8x+16=(x+4)}^{\frac{1}{2}\text{ dari kofisien } x}{}^2$$

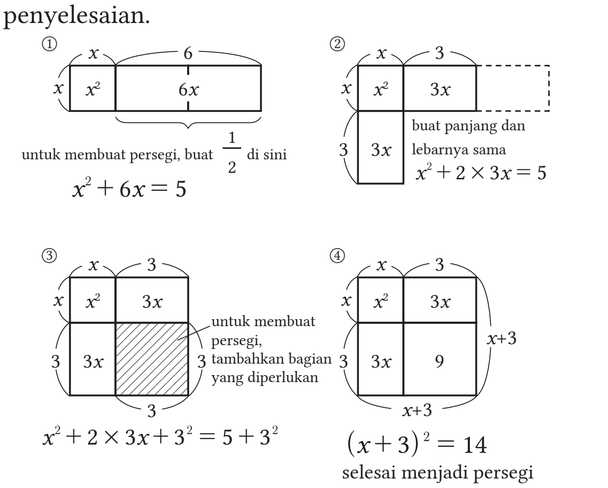
dikali 1

7. Penanganan Contoh 4

Dengan menggunakan cara akar, yang menjadi poin perubahan bentuk adalah menentukan apa yang harus ditambahkan di kedua ruasnya.

Pertama, kita pindahkan -5 terlebih dahulu, ini untuk memudahkan melihat bahwa ruas kiri diubah menjadi bentuk $(x+p)^2$ dengan menambahkan 1/2 dari koefisien x ke kedua ruasnya. Untuk memahami perubahan bentuk tersebut dapat memanfaatkan gambar luas bangun dan sejenisnya (lihat gambar di sebelah kanan).

Setelah mengajarkan Contoh 4, beri penjelasan kepada siswa bahwa bahkan persamaan kuadrat yang tidak dapat diselesaikan dengan pemfaktoran pun dapat diselesaikan dengan menggunakatkan metode ini dan hal ini dapat dikaitkan dengan pembelajaran rumus penyelesaian.



Penyelesaian

Mari Mencoba

$$\begin{aligned} x^2+5x-2&=0\\ x^2+5x&=2\\ x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2&=2+\left(\frac{5}{2}\right)^2\\ \left(x+\frac{5}{2}\right)^2&=\pm\sqrt{\frac{33}{4}}\\ x&=-\frac{5}{2}\pm\frac{\sqrt{33}}{2}\\ &=\frac{-5+\sqrt{33}}{2} \end{aligned}$$

Jawab $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$

Soal Tambahan

Hitunglah

(1) $x^2+3x-1=0$

(2) $x^2+5x+1=0$

(3) $x^2+7x-3=0$

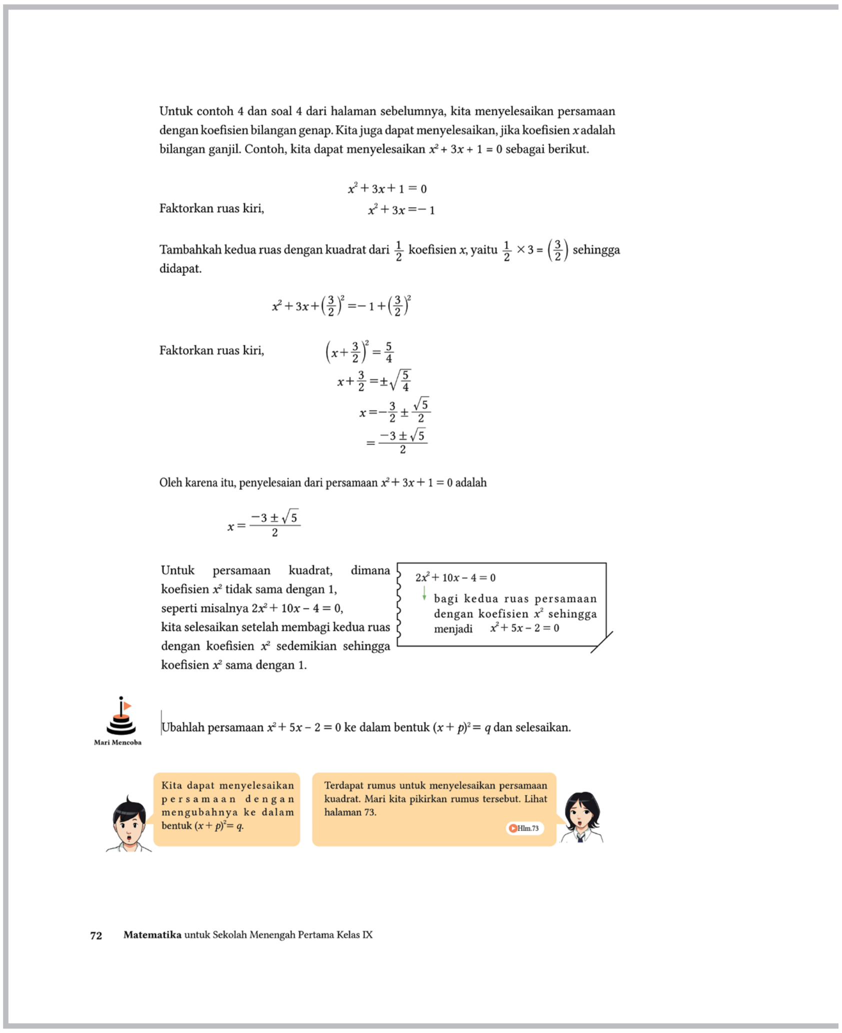
(4) $x^2-5x+2=0$

$$\left[\begin{array}{ll} (1) & x=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}\\ (2) & x=\dfrac{-5+\sqrt{21}}{2}\\ (3) & x=\dfrac{-7+\sqrt{61}}{2}\\ (4) & x=\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{2} \end{array}\right]$$

8. Penanganan Jika Koefisien x adalah bilangan ganjil

Jika koefisien x adalah bilangan genap, $\frac{1}{2}$ dari koefisien tersebut menjadi bilangan bulat sehingga mudah diselesaikan. Namun, jika koefisien x adalah bilangan ganjil, bilangan pecahan yang muncul dalam perubahan rumusnya akan sulit dipahami. Bimbing siswa sambil membandingkannya dengan cara penyelesaian pada Contoh 4 di halaman sebelumnya.

Dalam Pedoman Pembelajaran, tentang metode akar, penyelesaian difokuskan pada koefisien x bilangan genap. Oleh karena itu, arahkan siswa untuk menyelesaikan persamaan dengan koefisien x bilangan ganjil seperti bilangan genap yang berkaitan dengan



Untuk contoh 4 dan soal 4 dari halaman sebelumnya, kita menyelesaikan persamaan dengan koefisien bilangan genap. Kita juga dapat menyelesaikan, jika koefisien x adalah bilangan ganjil. Contoh, kita dapat menyelesaikan $x^2+3x+1=0$ sebagai berikut.

$$x^2+3x+1=0$$

Faktorkan ruas kiri, $\quad x^2+3x=-1$

Tambahkah kedua ruas dengan kuadrat dari $\frac{1}{2}$ koefisien x, yaitu $\frac{1}{2}\times 3=\left(\frac{3}{2}\right)$ sehingga didapat.

$$x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=-1+\left(\frac{3}{2}\right)^2$$

Faktorkan ruas kiri,

$$\begin{aligned} \left(x+\frac{3}{2}\right)^2&=\frac{5}{4}\\ x+\frac{3}{2}&=\pm\sqrt{\frac{5}{4}}\\ x&=-\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{5}}{2}\\ &=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

Oleh karena itu, penyelesaian dari persamaan $x^2+3x+1=0$ adalah

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$$

Untuk persamaan kuadrat, dimana koefisien x^2 tidak sama dengan 1, seperti misalnya $2x^2+10x-4=0$, kita selesaikan setelah membagi kedua ruas dengan koefisien x^2 sedemikian sehingga koefisien x^2 sama dengan 1.

$2x^2+10x-4=0$

bagi kedua ruas persamaan dengan koefisien x^2 sehingga menjadi $x^2+5x-2=0$

Mari Mencoba

Ubahlah persamaan $x^2+5x-2=0$ ke dalam bentuk $(x+p)^2=q$ dan selesaikan.

Kita dapat menyelesaikan persamaan dengan mengubahnya ke dalam bentuk $(x+p)^2=q$.

Terdapat rumus untuk menyelesaikan persamaan kuadrat. Mari kita pikirkan rumus tersebut. Lihat halaman 73.

Hlm.73

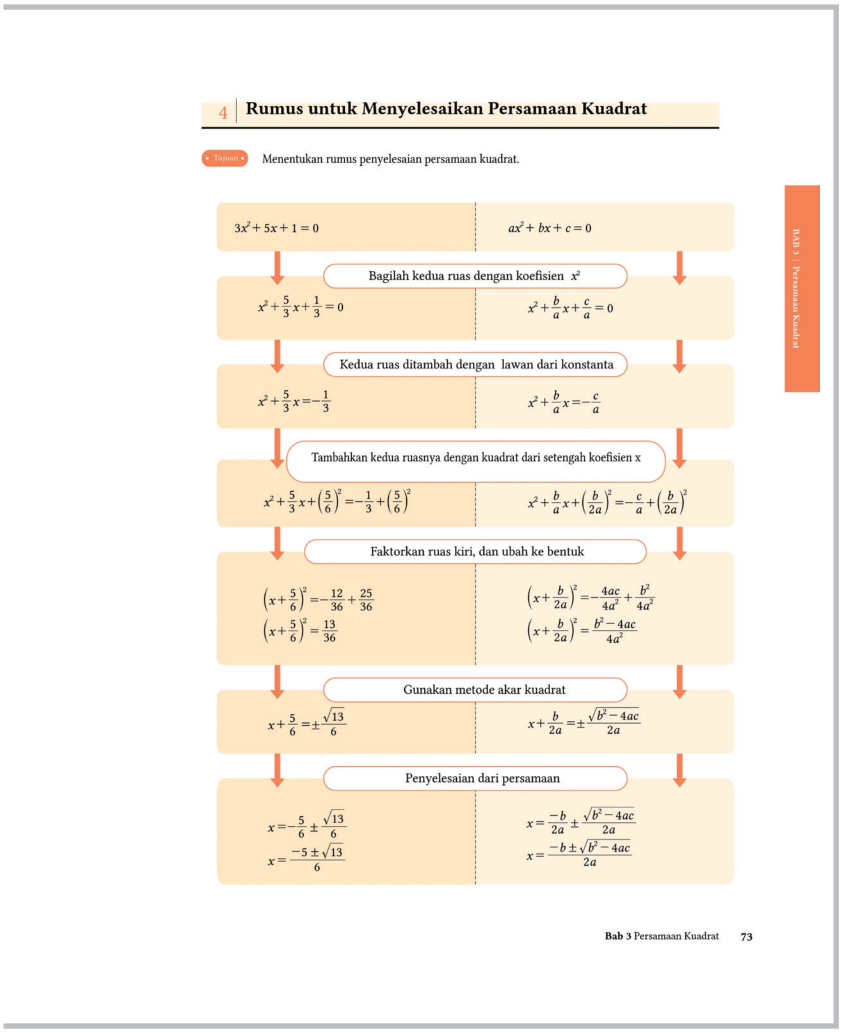
72 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

pembelajaran di halaman selanjutnya tentang rumus penyelesaian.

9. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Di bagian ini kita belajar menyelesaikan persamaan kuadrat dengan mengubah bentuk $(x+p)^2=q$. Perhatikan bahwa perubahan ke bentuk $(x+p)^2=q$ dilakukan dengan urutan yang sama, baik pada bilangan genap maupun bilangan ganjil. Berdasarkan hal ini pembelajaran dilanjutkan ke halaman selanjutnya tentang rumus kuadrat.

Rumus kuadrat merupakan rumus yang menggeneralisasikan metode penyelesaian dan merupakan modifikasi dari koefisien yang muncul dalam persamaan kuadrat.



4 **Rumus untuk Menyelesaikan Persamaan Kuadrat**

• Tujuan • Menentukan rumus penyelesaian persamaan kuadrat.

$3x^2 + 5x + 1 = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$
Bagilah kedua ruas dengan koefisien x^2	
$x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{3} = 0$	$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$
Kedua ruas ditambah dengan lawan dari konstanta	
$x^2 + \frac{5}{3}x = -\frac{1}{3}$	$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$
Tambahkan kedua ruasnya dengan kuadrat dari setengah koefisien x	
$x^2 + \frac{5}{3}x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 = -\frac{1}{3} + \left(\frac{5}{6}\right)^2$	$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$
Faktorkan ruas kiri, dan ubah ke bentuk	
$\left(x + \frac{5}{6}\right)^2 = -\frac{12}{36} + \frac{25}{36}$ $\left(x + \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{13}{36}$	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$ $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$
Gunakan metode akar kuadrat	
$x + \frac{5}{6} = \pm\frac{\sqrt{13}}{6}$	$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Penyelesaian dari persamaan	
$x = -\frac{5}{6} \pm \frac{\sqrt{13}}{6}$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$	$x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Bab 3 Persamaan Kuadrat 73

4 | Rumus Menyelesaikan Persamaan Kuadrat

(2,5 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami rumus untuk menyelesaikan persaman kuadrat.
2. Peserta didik dapat menggunakan rumus untuk menyelesaikan persamaan kuadrat.

Penjelasan dan Perhatikan

1. Rumus Kuadrat

Perhatikan hal-hal berikut saat menjelaskan rumus kuadrat.

(1) Menekankan arti pada rumus kuadrat dengan jelas. Rumus ini digunakan untuk persamaan kuadrat yang tidak dapat diselesaikan dengan faktorisasi. Rumus kuadrat efisien digunakan karena menghilangan pengulangan pengoperasian yang diperlukan dalam kuadrat sempurna.

(2) Siswa akan mengalami kesulitan jika hanya memformulasikan persamaan kuadrat ax^2+bx+c=0 dengan koefisien huruf. Oleh karena itu, bimbing secara perlahan dengan membandingkannya melalui angka konkrit pada persamaan kuadrat yang diselesaikan dengan kuadrat sempurna seperti $3x^2$=5x=1=0

(3) Pengenalan penggunaan rumus kuadrat merupakan penyelesaian berdasarkan kuadrat sempurna. Oleh karena itu, saat menjumlahkan $\left(\frac{5}{6}\right)^2$ dan $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ di kedua ruas, koefisen x adalah $\frac{5}{3}$ pangkat $\frac{1}{2}$ dengan menunjukkan $\left(\frac{5}{3 \times 2}\right)^2$.

Membiarkan koefisien seperti ini dalam rumus, akan mempermudah perbandingannya dengan koefisien huruf. Artinya, sulit untuk memahami fungsi koefisien dari rumus: $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$

tetapi jika ditulis rumus $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$

kita akan dapat melihat koefisien 3, 5, 1.

Dengan cara ini penyelesaian persamaan kuadrat ditentukan oleh koefisien *a, b,c* dari 3 suku, yaitu rumus kuadrat yang dilakukan dengan operasi koefisien.

Penyelesaian

Soal 1

(1) Jika digunakan rumus kuadrat pada a=1, b=1, c=-3

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$$
$$=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$$

(2) Jika digunakan rumus kuadrat pada a=1, b=-3, c=-2

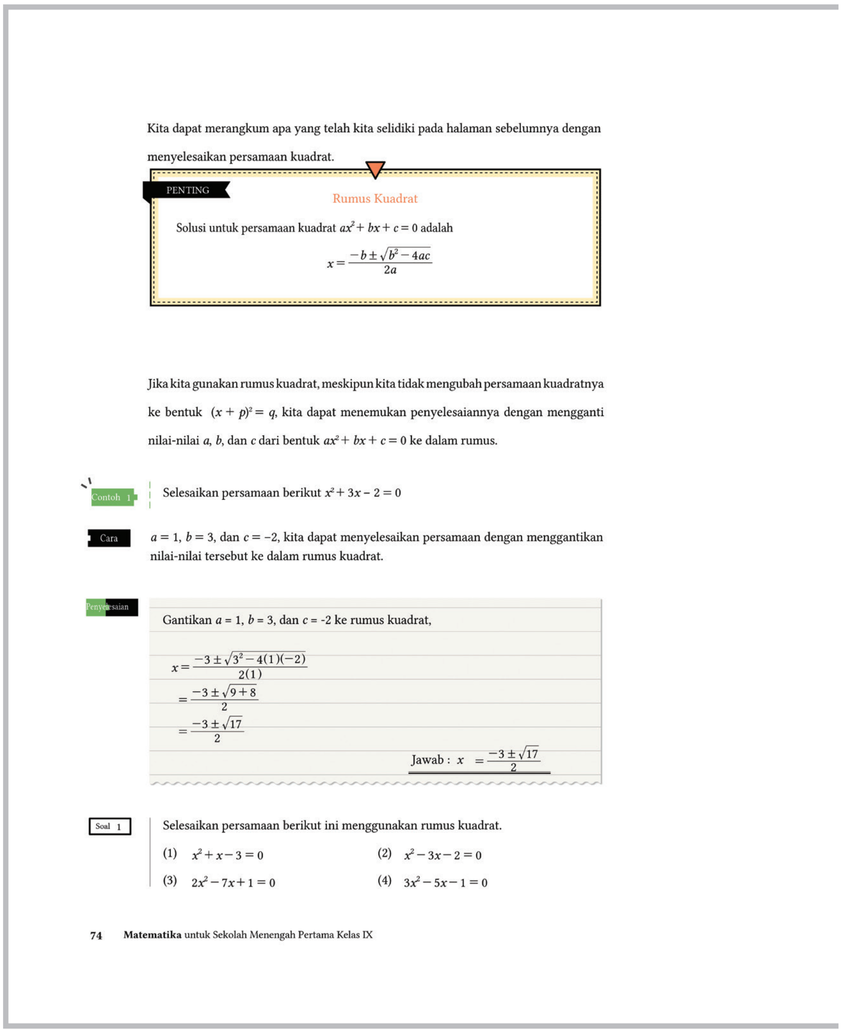
$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}$$
$$=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$$

(3) Jika digunakan rumus kuadrat pada a=2, b=-7, c=1

$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times2\times1}}{2\times2}$$
$$=\frac{7\pm\sqrt{41}}{4}$$

(4) Jika digunakan rumus kuadrat pada a=3, b=-5, c=-1

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$$
$$=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$$



Kita dapat merangkum apa yang telah kita selidiki pada halaman sebelumnya dengan menyelesaikan persamaan kuadrat.

PENTING

Rumus Kuadrat

Solusi untuk persamaan kuadrat $ax^2+bx+c=0$ adalah

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Jika kita gunakan rumus kuadrat, meskipun kita tidak mengubah persamaan kuadratnya ke bentuk $(x+p)^2=q$, kita dapat menemukan penyelesaiannya dengan mengganti nilai-nilai a, b, dan c dari bentuk $ax^2+bx+c=0$ ke dalam rumus.

Contoh 1 Selesaikan persamaan berikut $x^2+3x-2=0$

Cara $a=1$, $b=3$, dan $c=-2$, kita dapat menyelesaikan persamaan dengan menggantikan nilai-nilai tersebut ke dalam rumus kuadrat.

Penyelesaian

Gantikan a = 1, b = 3, dan c = -2 ke rumus kuadrat,

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4(1)(-2)}}{2(1)}$$
$$=\frac{-3\pm\sqrt{9+8}}{2}$$
$$=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$$

Jawab : $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

Soal 1 Selesaikan persamaan berikut ini menggunakan rumus kuadrat.

(1) $x^2+x-3=0$ (2) $x^2-3x-2=0$

(3) $2x^2-7x+1=0$ (4) $3x^2-5x-1=0$

74 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Untuk siswa yang tidak pandai berhitung, latih dengan menghitung bagian dalam akar terlebih dahulu seperti di bawah,

$$b^2-4ac=32-4\times1\times(-2)$$
$$=9+8$$
$$=17$$

$$\text{Jadi, } x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2\times1}$$
$$=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$$

2. Penanganan Contoh 1 dan soal 1

Pada rumus kuadrat, jika mensubtitusikan nilai a, b, c, maka masalah mendasar yang diperlukan seperti mereduksi tidak perlu dilakukan lagi.

Adakalanya kita tidak dapat menemukan jawaban yang benar walaupun rumusnya dapat diingat dengan benar jika mengabaikan tanda "-" dari koefisien. Oleh karena itu, perlu dipahami cara pandang tentang kesesuaian antara rumus kuadrat a, b, dan c dengan koefisien dalam persamaan kuadrat seperti tersebut di bawah.

(1) Berapakah nilai dari a, b, dan c dalam persamaan kuadrat x^2+3x-2=0

(2) Persamaan kuadrat seperti apa pada ax^2+bx-c=0, jika a=1, b=3, dan c=2

Lalu, perlu ditekankan untuk menulis semua rumus yang disubtitusi dengan benar tanpa menghilangkannya ketika a=1 atau c=1 pada saat saat menggunakan rumus kuadrat.

Setelah mensubtitusi nilai a, b, c ke dalam rumus kuadrat perlu dilakukan latihan untuk menghitung dengan benar.

Contoh 2 Selesaikan persamaan berikut: $a = 1$, $b = -4$, dan $c = -2$

Penyelesaian

Gantikan $a = 1$, $b = -4$, dan $c = 2$ ke dalam rumus kuadrat sehingga didapat

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)}$$
$$= \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2}$$
$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$
$$= 2 \pm 2\sqrt{2}$$

Jawab : $x = 2 \pm 2\sqrt{2}$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{\overset{1}{\cancel{2}}(2 \pm \sqrt{2})}{\cancel{2}}$$
$$= 2 \pm 2\sqrt{2}$$

Soal 2 Selesaikan persamaan berikut menggunakan rumus kuadrat.

(1) $x^2 + 2x - 2 = 0$ (2) $2x^2 - 8x - 3 = 0$

Contoh 3 Selesaikan persamaan berikut $2x^2 + 5x - 3 = 0$.

Penyelesaian

Gantikan $a = 2$, $b = 5$, dan $c = -3$ ke dalam rumus kuadrat, sehingga didapat

$$x = \frac{(-5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$
$$= \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$$
$$= \frac{-5 \pm 7}{4}$$
$$x = \frac{-5 + 7}{4}, x = \frac{1}{2}$$
$$x = \frac{-5 - 7}{4}, \quad x = -3$$

Jawab : $x = \frac{1}{2}$, $x = -3$

Soal 3 Selesaikan persamaan kuadrat berikut menggunakan rumus kuadrat.

(1) $3x^2 + 4x + 1 = 0$ (2) $2x^2 = 7x + 4$

Hlm.78 Pengayaan 4-3

Penyelesaian

Soal 2

(1) a=1, b=2, dan c=-2

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1}$$
$$= -1 \pm \sqrt{3}$$

(2) a=2, b=-8, dan c=-3

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2}$$
$$= \frac{4 \pm \sqrt{22}}{2}$$

Soal 3

(1) a=3, b=4, dan c=2

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$$
$$= \frac{-4 \pm 2}{6}$$
$$x = -\frac{1}{3}, x = -1$$

(2) a=2, b=-7, dan c=-4

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2}$$
$$= \frac{7 \pm 9}{4}$$
$$x = 4, x = -\frac{1}{2}$$

Penjelasan dan Perhatikan

3. Penanganan Contoh 2 dan soal 2

Secara umum jika koefisien b dari x adalah bilangan genap, kita perlu melakukan reduksi di bagian akhir. Soal tersebut dicontohkan di sini.

Saat seperti ini, perlu diperhatikan adalah kesalahan yang mudah terjadi seperti di sebelah kanan. Dengan mengingat kembali perhitungan aljabar, siswa dapat mereduksi dengan benar.

Lalu, jika persamaan kuadrat pada Contoh 2, $x^2 - 4x + 2 = 0$ diselesaikan dengan kuadrat sempurna,tidak diperlukan pecahan. Dalam persamaan dengan koefisien bilangan genap b dari x dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus kuadrat sambil memprediksi reduksinya.

4. Penanganan Contoh 3 dan soal 3

Ini adalah soal dengan menghilangkan akar pembilangnya dan penyelesaiannya adalah bilangan rasional. Perhatikan bahwa apakah penyelesaiannya menjadi bilangan rasional atau irasional bergantung pada apakah b^2- 4ac dalam akar adalah bilangan kuadrat.

Persamaan kuadrat apapun dapat diselesaikan dengan rumus kuadrat, tetapi perlu diingat bahwa kerumitan pasca subtitusi akan memberatkan siswa.

Penyelesaian

Soal 2

(1) < Pemfaktoran>

$(x+4)(x-1)=0$

$x=-4, x=1$

<Rumus Penyelesaian>

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4(1)(-4)}}{2\times 1}$$

$$=\frac{-3\pm 5}{2}$$

$x=1,\ x=-4$

(2) < Pemfaktoran>

$(x-5)^2=0$

$x=5$

<Rumus Penyelesaian>

$$x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4(1)(25)}}{2\times 1}$$

$=5$

Mari Mencoba

Jika nilai di dalam akar (b^2 - $4ac$) = 0, jawabannya adalah 1

Mari kita periksa

(0,5 jam)

Penyelesaian

1

ⓑ ⓓ

2

(1)	$x=-5, x=8$	(2)	$x=-5, x=-6$
(3)	$x=-6, x=2$	(4)	$x=1$
(5)	$x=0, x=9$	(6)	$x=-3, x=-6$

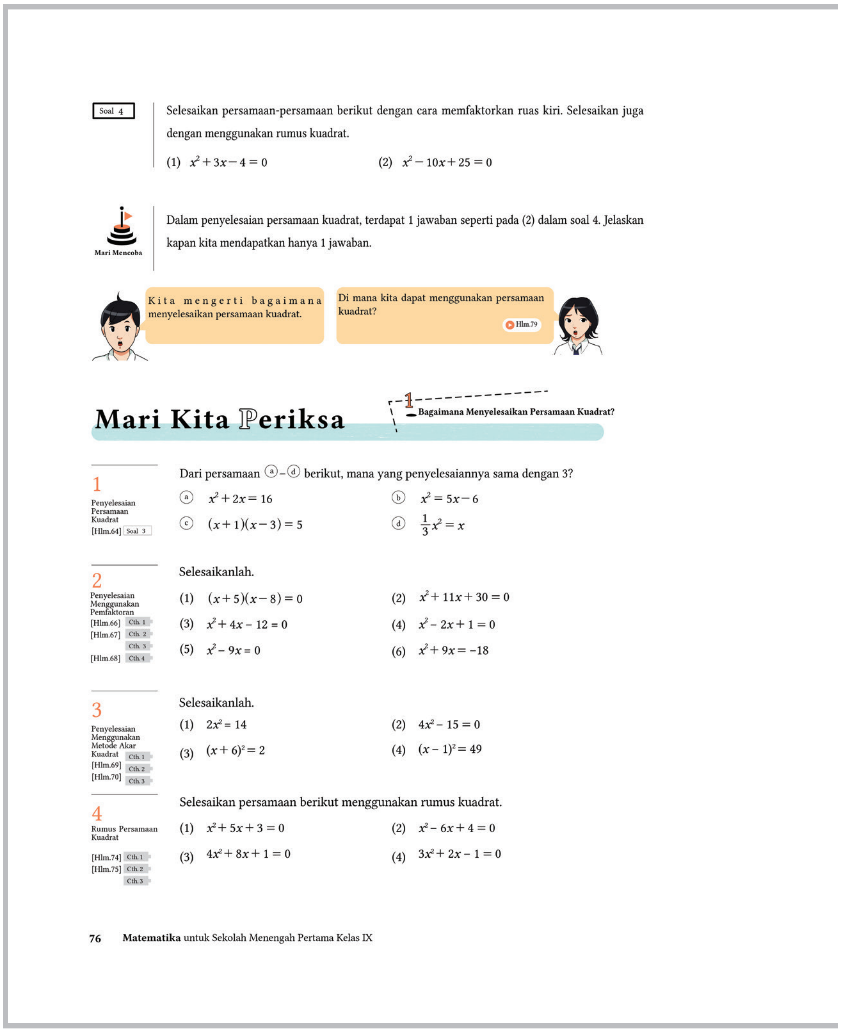
3

(1)	$x=\pm\sqrt{7}$	(2)	$x=\pm\dfrac{\sqrt{15}}{2}$
(3)	$x=-6\pm\sqrt{2}$	(4)	$x=8,\ x=-6$

4

(1)	$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$	(2)	$x=3\pm\sqrt{5}$
(3)	$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{3}}{2}$	(4)	$x=\dfrac{1}{3},\ x=-1$

5. Penanganan soal 4



Soal 4 Selesaikan persamaan-persamaan berikut dengan cara memfaktorkan ruas kiri. Selesaikan juga dengan menggunakan rumus kuadrat.

(1) $x^2+3x-4=0$ (2) $x^2-10x+25=0$

Mari Mencoba

Dalam penyelesaian persamaan kuadrat, terdapat 1 jawaban seperti pada (2) dalam soal 4. Jelaskan kapan kita mendapatkan hanya 1 jawaban.

Mari Kita Periksa

1 Bagaimana Menyelesaikan Persamaan Kuadrat?

1 Penyelesaian Persamaan Kuadrat [Hlm.64] Soal 3

Dari persamaan ⓐ–ⓓ berikut, mana yang penyelesaiannya sama dengan 3?

ⓐ $x^2+2x=16$ ⓑ $x^2=5x-6$

ⓒ $(x+1)(x-3)=5$ ⓓ $\frac{1}{3}x^2=x$

2 Penyelesaian Menggunakan Pemfaktoran [Hlm.66] Cth. 1 [Hlm.67] Cth. 2 Cth. 3 [Hlm.68] Cth. 4

Selesaikanlah.

(1) $(x+5)(x-8)=0$ (2) $x^2+11x+30=0$

(3) $x^2+4x-12=0$ (4) $x^2-2x+1=0$

(5) $x^2-9x=0$ (6) $x^2+9x=-18$

3 Penyelesaian Menggunakan Metode Akar Kuadrat Cth. 1 [Hlm.69] Cth. 2 [Hlm.70] Cth. 3

Selesaikanlah.

(1) $2x^2=14$ (2) $4x^2-15=0$

(3) $(x+6)^2=2$ (4) $(x-1)^2=49$

4 Rumus Persamaan Kuadrat [Hlm.74] Cth. 1 [Hlm.75] Cth. 2 Cth. 3

Selesaikan persamaan berikut menggunakan rumus kuadrat.

(1) $x^2+5x+3=0$ (2) $x^2-6x+4=0$

(3) $4x^2+8x+1=0$ (4) $3x^2+2x-1=0$

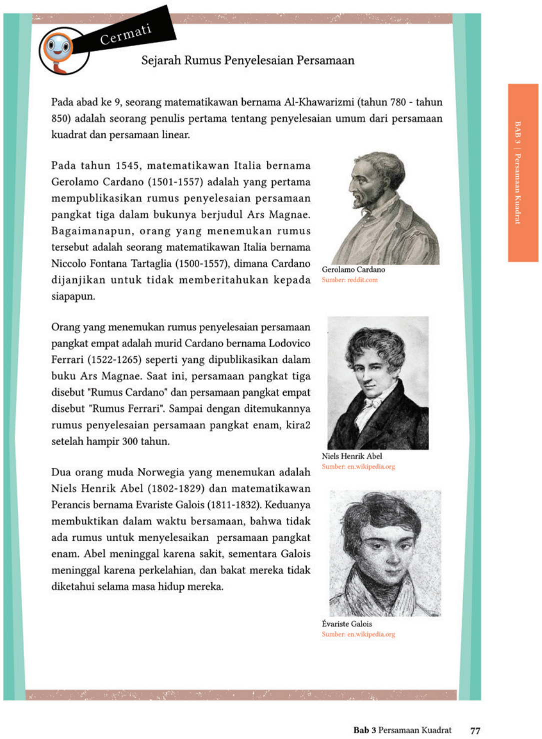
76 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Ini adalah soal untuk memahami bahwa dalam persamaan yang dapat diselesaikan dengan faktorisasi pun kita dapat menggunakan rumus kuadrat. Dengan membandingkan keduanya, pertama selidiki apakah persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan memfaktorkannya, jika tidak bisa, gunakan rumus kuadrat untuk efisiensi.

6. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Pembelajaran sampai saat ini adalah cara menyelesaikan persamaan kuadrat. Arahkan perhatian siswa untuk menggunakan hasil pembelajaran dalam kehidupan di sekitarnya.

Situasi yang berkaitan dengan penyelesaian persamaan kuadrat dipelajari di buku teks halaman 90.


Cermati

Sejarah Rumus Penyelesaian Persamaan

Pada abad ke 9, seorang matematikawan bernama Al-Khawarizmi (tahun 780 - tahun 850) adalah seorang penulis pertama tentang penyelesaian umum dari persamaan kuadrat dan persamaan linear.

Pada tahun 1545, matematikawan Italia bernama Gerolamo Cardano (1501-1557) adalah yang pertama mempublikasikan rumus penyelesaian persamaan pangkat tiga dalam bukunya berjudul Ars Magnae. Bagaimanapun, orang yang menemukan rumus tersebut adalah seorang matematikawan Italia bernama Niccolo Fontana Tartaglia (1500-1557), dimana Cardano dijanjikan untuk tidak memberitahukan kepada siapapun.

Gerolamo Cardano
Sumber: reddit.com

Orang yang menemukan rumus penyelesaian persamaan pangkat empat adalah murid Cardano bernama Lodovico Ferrari (1522-1265) seperti yang dipublikasikan dalam buku Ars Magnae. Saat ini, persamaan pangkat tiga disebut "Rumus Cardano" dan persamaan pangkat empat disebut "Rumus Ferrari". Sampai dengan ditemukannya rumus penyelesaian persamaan pangkat enam, kira2 setelah hampir 300 tahun.

Niels Henrik Abel
Sumber: en.wikipedia.org

Dua orang muda Norwegia yang menemukan adalah Niels Henrik Abel (1802-1829) dan matematikawan Perancis bernama Evariste Galois (1811-1832). Keduanya membuktikan dalam waktu bersamaan, bahwa tidak ada rumus untuk menyelesaikan persamaan pangkat enam. Abel meninggal karena sakit, sementara Galois meninggal karena perkelahian, dan bakat mereka tidak diketahui selama masa hidup mereka.

Évariste Galois
Sumber: en.wikipedia.org

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Bab 3 Persamaan Kuadrat 77

Penjelasan dan Perhatikan

7. Rumus Penyelesaian Persamaan

Kita sudah belajar tentang cara menyelesaikan kuadrat sampai di sini dan terakhir mengenal rumus penyelesaian pada persamaan kuadrat.

Mungkin di antara siswa ada yang menduga tentang persamaan pangkat tiga, empat, lima, dst. Dugaan tersebut wajar terjadi karena adanya rumus penyelesaian persamaan kuadrat, sehingga bertanya-tanya apakah persamaan lain pun memiliki rumus penyelesaian.

Dalam situasi seperti ini, bahan bacaan seperti halaman ini efektif untuk memenuhi ketertarikan siswa.

Siswa juga dapat mencarinya sendiri sebagai kesempatan belajar memenuhi keantusiasan mereka.

Referensi **Al-Khawarizmi**

Al-Khawarizmi adalah matematikawan berkebangsaan Arab yang hidup pada abad ke-9 dan saat itu tidak memahami apapun tentang hidupnya.

Bukunya yang terkenal adalah Al-Jabr Wal Muqabaalah merupakan salah satu buku aljabar tertua. Buku ini diterjemahkan ke dalam bahasa Latin dan telah lama digunakan sebagai buku teks di Eropa. "Al-Jable" merupakan etimologi dari aljabar. Selain itu, algoritma pun dikatakan sebagai peninggalan Al-Kawarizmi.

Referensi **Abel dan Galois**

Pada saat yang sama, 2 orang jenius yang membuktikan bahwa persamaan pangkat 5 tidak dapat diselesaikan secara aljabar memiliki informasi yang tumpang tindih. Mungkin hal terbesar itu adalah bahwa prestasi besar mereka yang tidak diakui dan meninggal dalam usia muda.

Bidang penelitiannya pun sama, teori persamaan, teori eliptik, dan teori integral. Lalu keduanya pun mengirimkan hasil penelitiannya ke Akademi Paris, tetapi diperlakukan sama seperti isinya yang tidak dipahami dan tulisannya yang hilang.

Teori Garis tentang himpunan memainkan peranan penting dari abad ke-19 s.d 20 di bidang matematika dan fisika.

Pengayaan

Penyelesaian

1

(1) $x = 3, \quad x = -9$

(2) $x = -1, \quad x = -5$

(3) $x = 3, \quad x = -8$

(4) $x = -3, \quad x = -8$

(5) $x = 3, \quad x - 5$

(6) $x = -4$

(7) $x = 6$

(8) $x = 7, \quad x = -6$

(9) $x = 0, \quad x = -1$

(10) $x = \pm 6$

(11) $x^2 - 2x - 35 = 0 \;\; x = 7, \; x = -5$

(12) $x^2 - 10x + 25 = 0 \;\; x = 5$

(13) $x^2 - 10x + 25 = 0 \;\; x = 2, \; x = 3$

(14) $x^2 - 3x - 4 = 0 \;\; x = 4, \; x = -1$

(15) $x^2 - 5x - 6 = 0 \;\; x = 6, \; x = -1$

(16) $x^2 - 11x + 28 = 0 \;\; x = 4, \; x = 7$

(17) $x^2 - 1 = 0 \;\; x = \pm 1$

(18) $x^2 + x - 42 = 0 \;\; x = 6 \;\; x = -7$

2

(1) $x = \pm 2\sqrt{3}$

(2) $x = +\frac{9}{2}$

(3) $x = \pm\sqrt{7}$

(4) $x = \pm 3$

(5) $x = \pm 2\sqrt{5}$

(6) $x = -6 \pm \sqrt{11}$

(7) $x = 5, \; x = 13$

(8) $x = 3 \pm 3\sqrt{2}$

(9) $x = -1, x = -4$

(10) $x = 5, \; x = -1$

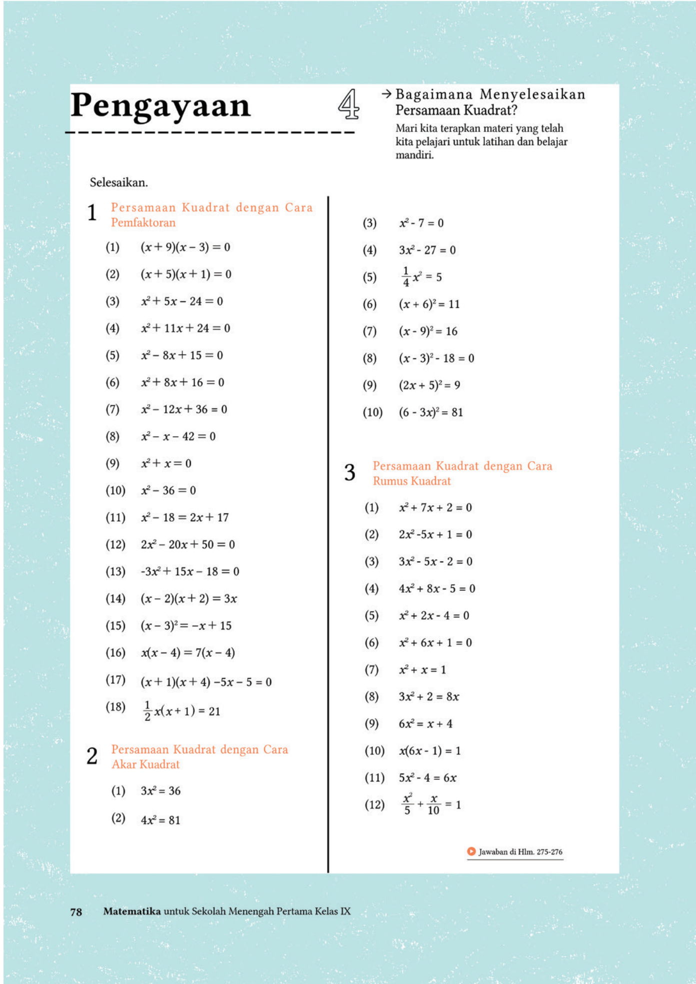
2

(1) $x = \dfrac{-7 \pm \sqrt{41}}{2}$

(2) $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$

(3) $x = 2, \; x = -\dfrac{1}{3}$

(4) $x = \dfrac{1}{2}, x = -\dfrac{5}{2}$



Pengayaan 4

→ Bagaimana Menyelesaikan Persamaan Kuadrat?

Mari kita terapkan materi yang telah kita pelajari untuk latihan dan belajar mandiri.

Selesaikan.

1 Persamaan Kuadrat dengan Cara Pemfaktoran

(1) $(x + 9)(x - 3) = 0$
(2) $(x + 5)(x + 1) = 0$
(3) $x^2 + 5x - 24 = 0$
(4) $x^2 + 11x + 24 = 0$
(5) $x^2 - 8x + 15 = 0$
(6) $x^2 + 8x + 16 = 0$
(7) $x^2 - 12x + 36 = 0$
(8) $x^2 - x - 42 = 0$
(9) $x^2 + x = 0$
(10) $x^2 - 36 = 0$
(11) $x^2 - 18 = 2x + 17$
(12) $2x^2 - 20x + 50 = 0$
(13) $-3x^2 + 15x - 18 = 0$
(14) $(x - 2)(x + 2) = 3x$
(15) $(x - 3)^2 = -x + 15$
(16) $x(x - 4) = 7(x - 4)$
(17) $(x + 1)(x + 4) -5x - 5 = 0$
(18) $\frac{1}{2}x(x + 1) = 21$

2 Persamaan Kuadrat dengan Cara Akar Kuadrat

(1) $3x^2 = 36$
(2) $4x^2 = 81$
(3) $x^2 - 7 = 0$
(4) $3x^2 - 27 = 0$
(5) $\frac{1}{4}x^2 = 5$
(6) $(x + 6)^2 = 11$
(7) $(x - 9)^2 = 16$
(8) $(x - 3)^2 - 18 = 0$
(9) $(2x + 5)^2 = 9$
(10) $(6 - 3x)^2 = 81$

3 Persamaan Kuadrat dengan Cara Rumus Kuadrat

(1) $x^2 + 7x + 2 = 0$
(2) $2x^2 -5x + 1 = 0$
(3) $3x^2 - 5x - 2 = 0$
(4) $4x^2 + 8x - 5 = 0$
(5) $x^2 + 2x - 4 = 0$
(6) $x^2 + 6x + 1 = 0$
(7) $x^2 + x = 1$
(8) $3x^2 + 2 = 8x$
(9) $6x^2 = x + 4$
(10) $x(6x - 1) = 1$
(11) $5x^2 - 4 = 6x$
(12) $\frac{x^2}{5} + \frac{x}{10} = 1$

Jawaban di Hlm. 275-276

(5) $x = -1 \pm \sqrt{5}$

(6) $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$

(7) $x^2 + x - 1 = 0 \;\; x = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

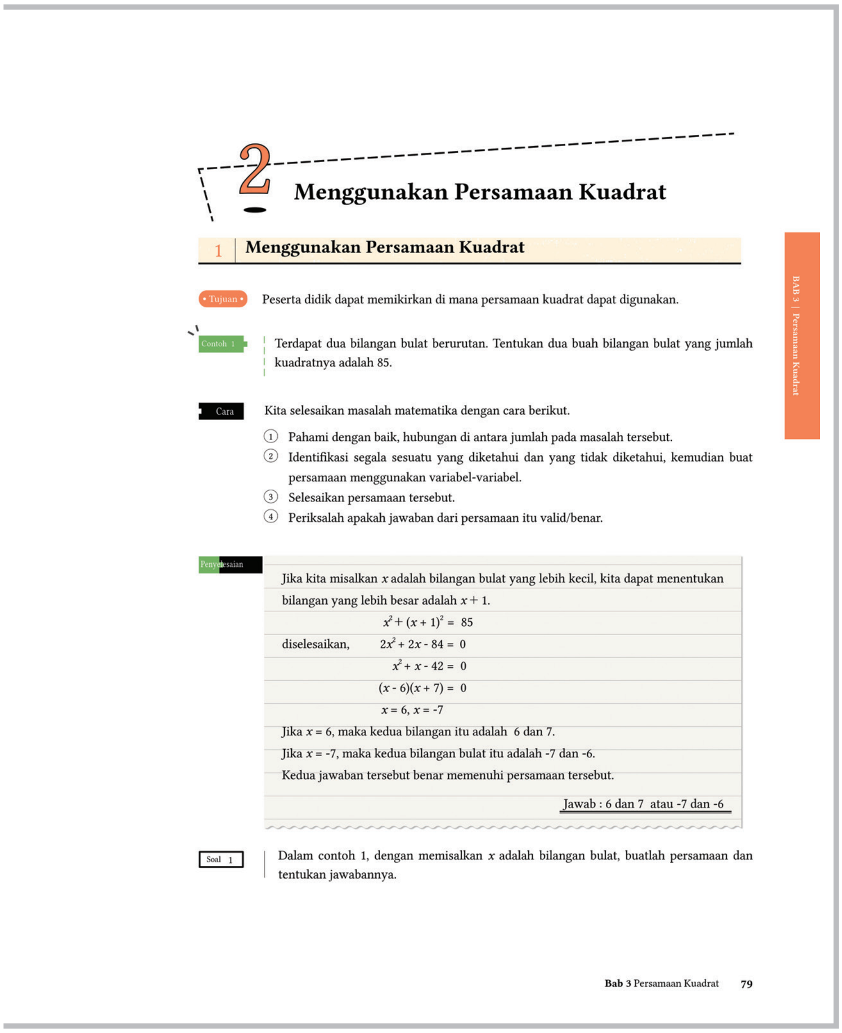
(8) $3x^2 - 8x + 2 = 0 \;\; x = \dfrac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

(9) $6x^2 - x - 4 = 0 \;\; x = \dfrac{1 \pm \sqrt{97}}{12}$

(10) $6x^2 - x - 1 = 0 \;\; x = \dfrac{1}{2}, \; x = -\dfrac{1}{3}$

(11) $5x^2 - 6x - 4 = 0 \;\; x = \dfrac{3 \pm \sqrt{29}}{5}$

(12) $2x^2 + x - 10 = 0 \;\; x = 2, \; x = -\dfrac{5}{2}$


2 Menggunakan Persamaan Kuadrat

1 | Menggunakan Persamaan Kuadrat

• Tujuan • Peserta didik dapat memikirkan di mana persamaan kuadrat dapat digunakan.

Contoh 1 Terdapat dua bilangan bulat berurutan. Tentukan dua buah bilangan bulat yang jumlah kuadratnya adalah 85.

Cara Kita selesaikan masalah matematika dengan cara berikut.

① Pahami dengan baik, hubungan di antara jumlah pada masalah tersebut.
② Identifikasi segala sesuatu yang diketahui dan yang tidak diketahui, kemudian buat persamaan menggunakan variabel-variabel.
③ Selesaikan persamaan tersebut.
④ Periksalah apakah jawaban dari persamaan itu valid/benar.

Penyelesaian

Jika kita misalkan x adalah bilangan bulat yang lebih kecil, kita dapat menentukan bilangan yang lebih besar adalah $x+1$.

$x^2 + (x+1)^2 = 85$

diselesaikan, $2x^2 + 2x - 84 = 0$

$x^2 + x - 42 = 0$

$(x-6)(x+7) = 0$

$x = 6, x = -7$

Jika $x = 6$, maka kedua bilangan itu adalah 6 dan 7.

Jika $x = -7$, maka kedua bilangan bulat itu adalah -7 dan -6.

Kedua jawaban tersebut benar memenuhi persamaan tersebut.

Jawab : 6 dan 7 atau -7 dan -6

Soal 1 Dalam contoh 1, dengan memisalkan x adalah bilangan bulat, buatlah persamaan dan tentukan jawabannya.

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Bab 3 Persamaan Kuadrat 79

2 Menggunaan Persamaan Kuadrat (3 jam)

1 | Menggunakan Persamaan Kuadrat (2,5 jam)

• Tujuan •

Peserta didik dapat menggunakan rumus persamaan kuadrat dan menyelesaikan soal-soalnya.

Penyelesaian

Soal 1

Jika kita misalkan x adalah bilangan bulat yang lebih besar, maka bilangan bulat yag lebih kecil dinyatakan dengan x-1.
$(x-1)^2 + x^2 = 85$
diselesaikan, x=7, x=-6

jika x=7, maka kedua bilangan itu adalah 6, 7
Jika x=-6, maka kedua bilangan itu adalah -7, -6

Kedua jawaban tersebut memenuhi persamaan tersebut.
Jawab: 6 dan 7 atau -7 dan -6

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan Contoh 1

Membuat persamaan dari uraian adalah proses yang tidak disukai siswa. "Cara menyelesaikan soal dengan menggunakan persamaan" dipelajari di kelas VII dan VIII. Di kelas IX pun dilaksanan dengan cara yang sama, yaitu memastikan cara penyelesaian soal yang ditunjukkan di bagian Cara. Siswa menyelesaikan soal menurut cara tersebut.

Penyelesaian baris ke-1 s.d ke-2 sesuai dengan cara ①/②. Baris ke-7 s.d ke-8 sesuai dengan cara ③. Baris ke-9 sesuai dengan cara ④.

Mengenai pemeriksaan jawaban pada cara ④, tidak banyak masalah dengan persamaan linier dan persamaan simultan. Hal ini terjadi karena penyelesaian persamaan hampir selalu merupakan jawaban dari soal. Namun, tidak demikian halnya dengan persamaan kuadrat, ada kalanya penyelesaian persamaan tidak sesuai dengan cara yang tersedia. Perlu untuk memeriksa penyelesaiannya dengan benar.

2. Penanganan Soal 1

Pastikan untuk pernyataan bahwa jika kita misalkan x adalah bilang bulat yang lebih besar, bilangan bulat yang lebih kecil ditentukan adalah x-1. Demikian juga dengan memastikan penyelesaian seperti Contoh 1 .

Penyelesaian

Soal 2

Karena -7 tidak sesuai, maka jawabannya hanya 6 dan 7

Soal 3

Jika kita misalkan x adalah bilangan bulat yang lebih kecil, kita menentukan bilangan yang lebih besar adalah x+1.

$$(x+1)^2 - 2x = 26$$

diselesaikan, x= 5
karena x adalah bilangan bulat,
x=5 memenuhi persamaan, sedangkan x=-5 tidak memenuhi persamaan

Jawab: 5, 6

Soal 4

Jika kita misalkan x adalah panjang bagian yang akan dilipat,

$$x(20-2x) = 42$$
$$x^2 - 10x + 21 = 0$$
$$(x-3)(x-70 = 0$$
$$x = 3,\ x = 7$$

karena 0 < x < 10, keduanya memenui persamaan.

Jawab: 3 cm atau 7 cm

Soal 5

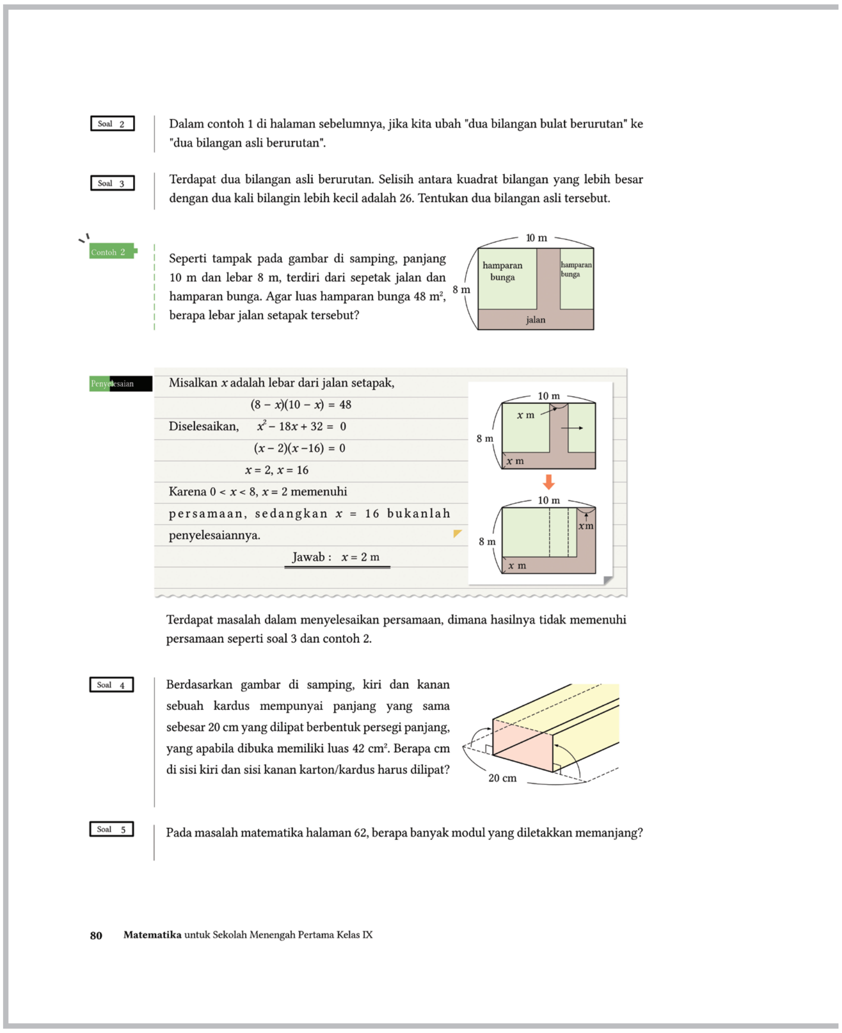
Jika x(x +3) diselesaikan, karena x pada x =-7, x =4 adalah bilangan bulat, maka x =4 memenuhi persamaan, x =-7 tidak memenuhi persamaan.

Jawab: 4 modul pada panjangnya.

3. Penanganan Soal 2

Melalui diskusi siswa akan menyadari perlunya dan pentingnya pemeriksaan terhadap jawaban dengan menjelaskan alasan mengapa x=-7 tidak memenuhi persamaan.

Pemeriksaan jawaban dilakukan juga pada persamaan linear dan persamaan simultan, tetapi dalam persamaan kuadrat umumnya, terdapat 2 jawaban dan salah satu di antaranya tidak sesuai dengan soal ini, sehingga perlu diperhatikan untuk memberi pemahaman tersebut kepada siswa.



Soal 2 Dalam contoh 1 di halaman sebelumnya, jika kita ubah "dua bilangan bulat berurutan" ke "dua bilangan asli berurutan".

Soal 3 Terdapat dua bilangan asli berurutan. Selisih antara kuadrat bilangan yang lebih besar dengan dua kali bilangin lebih kecil adalah 26. Tentukan dua bilangan asli tersebut.

Contoh 2 Seperti tampak pada gambar di samping, panjang 10 m dan lebar 8 m, terdiri dari sepetak jalan dan hamparan bunga. Agar luas hamparan bunga 48 m², berapa lebar jalan setapak tersebut?

Penyelesaian Misalkan x adalah lebar dari jalan setapak,

$$(8-x)(10-x) = 48$$

Diselesaikan, $x^2 - 18x + 32 = 0$

$$(x-2)(x-16) = 0$$
$$x = 2,\ x = 16$$

Karena $0 < x < 8$, $x = 2$ memenuhi persamaan, sedangkan $x = 16$ bukanlah penyelesaiannya.

Jawab : $x = 2$ m

Terdapat masalah dalam menyelesaikan persamaan, dimana hasilnya tidak memenuhi persamaan seperti soal 3 dan contoh 2.

Soal 4 Berdasarkan gambar di samping, kiri dan kanan sebuah kardus mempunyai panjang yang sama sebesar 20 cm yang dilipat berbentuk persegi panjang, yang apabila dibuka memiliki luas 42 cm². Berapa cm di sisi kiri dan sisi kanan karton/kardus harus dilipat?

Soal 5 Pada masalah matematika halaman 62, berapa banyak modul yang diletakkan memanjang?

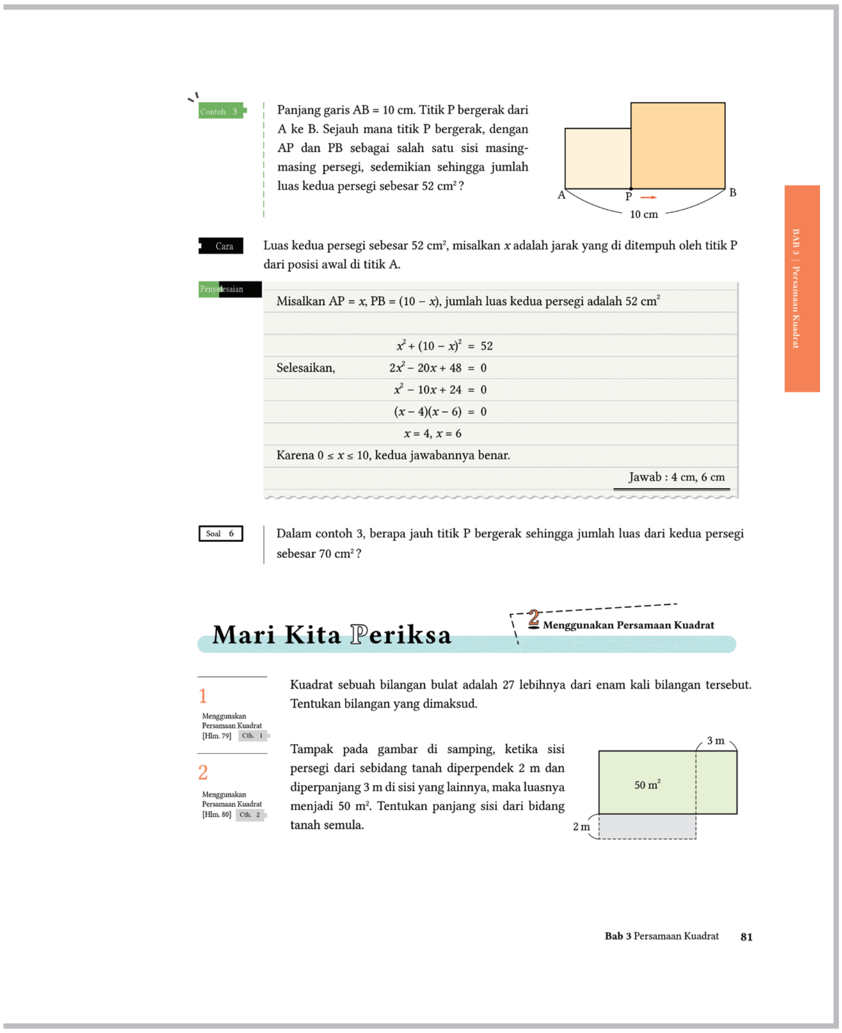
80 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Penanganan Contoh 2 dan Soal 4

Contoh 2 dan selanjutnya berhubungan dengan hal-hal nyata yang lingkup masalahnya mungkin tersembunyi di balik benda-benda tersebut dan tidak terlihat.

Pada Contoh 2, lebar jalan x harus berupa angka positif dan kurang dari 8 m. Oleh karena itu, x=16 tidak benar. Lalu pada Soal 4, rentang 0 < x < 10 memenuhi penyelesaiannya.

Dengan soal nyata seperti ini, ketika memeriksa kebenaran penyelesaian, kita dapat mempertimbangkan kemungkinan rentang x yang dapat memenuhi uraian soal dan perlunya menentukan jawaban yang sesuai. Selain itu, kita harus memperhatikan hal-hal yang tersembunyi dan makna implisit dibalik uraian soal


Contoh 3

Panjang garis AB = 10 cm. Titik P bergerak dari A ke B. Sejauh mana titik P bergerak, dengan AP dan PB sebagai salah satu sisi masing-masing persegi, sedemikian sehingga jumlah luas kedua persegi sebesar 52 cm²?

Cara

Luas kedua persegi sebesar 52 cm², misalkan x adalah jarak yang di ditempuh oleh titik P dari posisi awal di titik A.

Penyelesaian

Misalkan AP = x, PB = $(10 - x)$, jumlah luas kedua persegi adalah 52 cm²

Selesaikan,
$$x^2 + (10 - x)^2 = 52$$
$$2x^2 - 20x + 48 = 0$$
$$x^2 - 10x + 24 = 0$$
$$(x - 4)(x - 6) = 0$$
$$x = 4,\ x = 6$$

Karena $0 \le x \le 10$, kedua jawabannya benar.

Jawab : 4 cm, 6 cm

Soal 6

Dalam contoh 3, berapa jauh titik P bergerak sehingga jumlah luas dari kedua persegi sebesar 70 cm²?

Mari Kita Periksa — 2 Menggunakan Persamaan Kuadrat

1 (Menggunakan Persamaan Kuadrat [Hlm. 79] Cth. 1)
Kuadrat sebuah bilangan bulat adalah 27 lebihnya dari enam kali bilangan tersebut. Tentukan bilangan yang dimaksud.

2 (Menggunakan Persamaan Kuadrat [Hlm. 80] Cth. 2)
Tampak pada gambar di samping, ketika sisi persegi dari sebidang tanah diperpendek 2 m dan diperpanjang 3 m di sisi yang lainnya, maka luasnya menjadi 50 m². Tentukan panjang sisi dari bidang tanah semula.

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Bab 3 Persamaan Kuadrat 81

Penyelesaian

Soal 6

Jika jarak gerak titik P adalah x cm, PB=(10-x)cm
Karena jumlah luas kedua persegi adalah 70 cm²,

$$x^2 + (10 - x)^2 = 70$$
$$2x^2 - 20x + 30 = 0$$
$$x = 5 \pm \sqrt{10}$$

karena $0 \le x \le 10$, keduanya benar.

Jawab $(5 + \sqrt{10})$cm, $(5 - \sqrt{10})$cm

Mari kita periksa

(0,5 jam)

Penyelesaian

1

Jika suatu bilangan bulat kita misalkan x,

$$x^2 = 6x + 27$$
$$x^2 - 6x - 27 = 0$$
$$(x + 3)(x - 9) = 0$$
$$x = -3,\ x = 9$$

Kedua jawabannya benar

Jawab: -3, 9

2

Jika panjang 1 sisi persegi adalah x m,

$$(x - 2)(x + 3) = 50$$
$$x^2 + x - 56 = 0$$
$$(x + 8)(x - 7) = 0$$
$$x = -8,\ x = 7$$

karena x>2, x=7 adalah jawaban benar, dan x=-8 bukan jawaban benar.

Jawab: 7

Penjelasan dan Perhatikan

5. Penanganan Contoh 3

Banyak siswa yang tidak pandai dalam soal memindahkan titik angka. Untuk soal seperti ini, tunjukkan perubahan angka yang menyertai pergerakan titik.

Selain itu, jawaban dari persamaan yang dirumuskan adalah x = 4 dan x = 6, dan karena ini benar, maka jawaban menjadi sebagaimana adanya. x = 4 dan x = 6 adalah kiri dan kanan persegi, yang situasinya akan tetap sama walaupun diubah, gunakan gambar untuk memberikan pemahamannya.

6. Penanganan Soal 6

Jawaban dari penyelesaian $x = 5 \pm \sqrt{10}$ keduanya memenuhi persamaan. Proses ini dapat digunakan sebagai kesempatan untuk mempelajari kembali perkiraan nilai akar kuadrat

Soal Ringkasan Bab 3

(2 jam)

Penyelesaian

Gagasan Utama

1

ⓑ ⓒ

2

(1) $x = \pm\frac{5}{2}$ (2) $x = 5 \pm \sqrt{6}$

(3) $x = \frac{9}{2},\ x = -\frac{7}{2}$

(4) $x = -2,\ x = -6$

(5) $x = 6,\ x = -5$

(6) $x = \frac{7 \pm \sqrt{5}}{2}$

(7) $x = 1,\ x = 6$

(8) $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$

(9) $x = 5$ (10) $x = 0,\ x = 7$

3

Jika x=3 digantikan ke $x^2 + ax - 15 = 0$.

$(3)^2 + 3a - 15 = 0$

Diselesaikan, $a = 2$

Jika $a = 2$ di subsitusikan ke $x^2 + ax - 15 = 0$

Diselesaikan, x =-5, x =3

Jawab: $a = 2,\ x = -5$

Soal Tambahan

1

Jika salah satu jawaban dari persamaan $x^2 - ax - 2a = 0$ adalah -6, tentukan nilai dari a, tentukan pula jawaban lainnya.

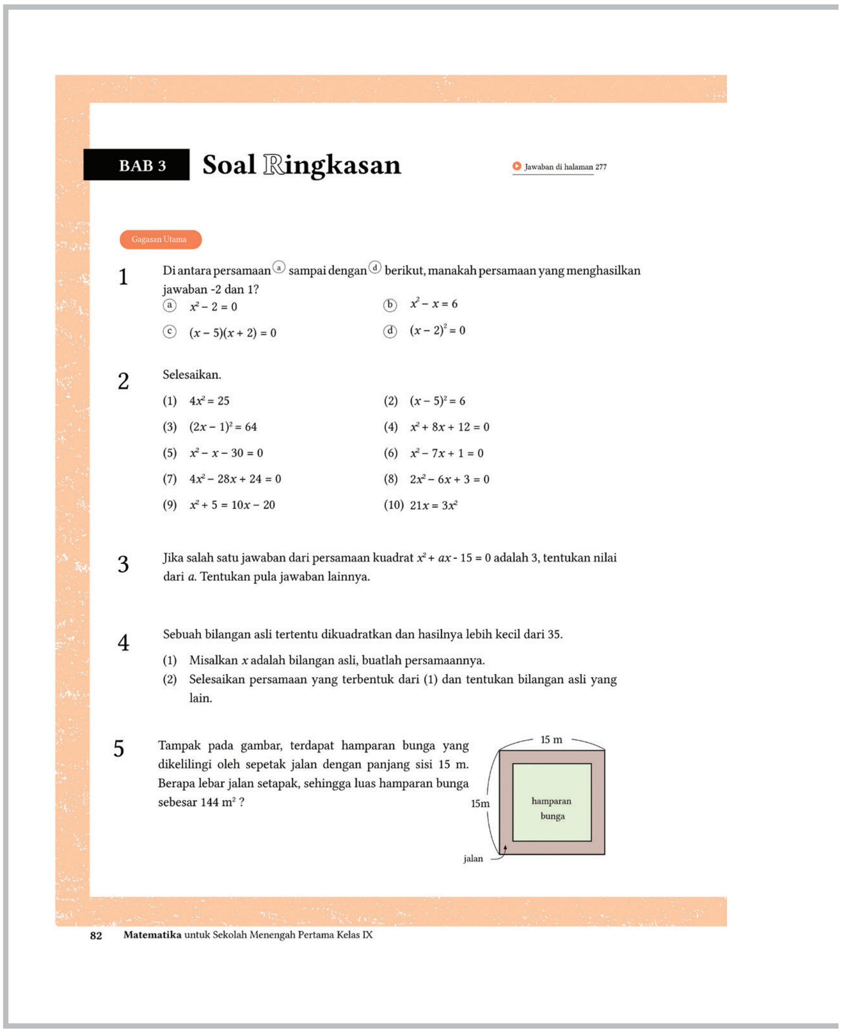
2

Terdapat tanah persegi panjang dengan luas 90 m², Tanah ini diperluas panjangnya 8 m dan lebarnya diperpendek 5 m sehingga menjadi persegi. Tentukan panjang satu sisi persegi tersebut.

1 a=-9, x=-3

2 Jika 1 sisi persegi adalah x m,
$(x-8)(x+5)=90$
Jika dihitung, x =-10, x =13
karena x >5, x=13 memenuhi persamaan, sedangkan x =-10 bukanlah penyelesaiannya.

Jawab: 13 m



BAB 3 **Soal Ringkasan**

Jawaban di halaman 277

Gagasan Utama

1 Di antara persamaan ⓐ sampai dengan ⓓ berikut, manakah persamaan yang menghasilkan jawaban -2 dan 1?

ⓐ $x^2 - 2 = 0$ ⓑ $x^2 - x = 6$

ⓒ $(x-5)(x+2) = 0$ ⓓ $(x-2)^2 = 0$

2 Selesaikan.

(1) $4x^2 = 25$ (2) $(x-5)^2 = 6$

(3) $(2x-1)^2 = 64$ (4) $x^2 + 8x + 12 = 0$

(5) $x^2 - x - 30 = 0$ (6) $x^2 - 7x + 1 = 0$

(7) $4x^2 - 28x + 24 = 0$ (8) $2x^2 - 6x + 3 = 0$

(9) $x^2 + 5 = 10x - 20$ (10) $21x = 3x^2$

3 Jika salah satu jawaban dari persamaan kuadrat $x^2 + ax - 15 = 0$ adalah 3, tentukan nilai dari a. Tentukan pula jawaban lainnya.

4 Sebuah bilangan asli tertentu dikuadratkan dan hasilnya lebih kecil dari 35.

(1) Misalkan x adalah bilangan asli, buatlah persamaannya.

(2) Selesaikan persamaan yang terbentuk dari (1) dan tentukan bilangan asli yang lain.

5 Tampak pada gambar, terdapat hamparan bunga yang dikelilingi oleh sepetak jalan dengan panjang sisi 15 m. Berapa lebar jalan setapak, sehingga luas hamparan bunga sebesar 144 m² ?

82 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

4

(1) $x^2 - 2x = 35$

(2) Jika persamaan (1) diselesaikan x=7, x=-5
Karena x adalah bilangan asli, x=7 memenuhi persamaan, sedangkan x=-5 bukanlah penyelesaiannya.

Jawab: 7

5

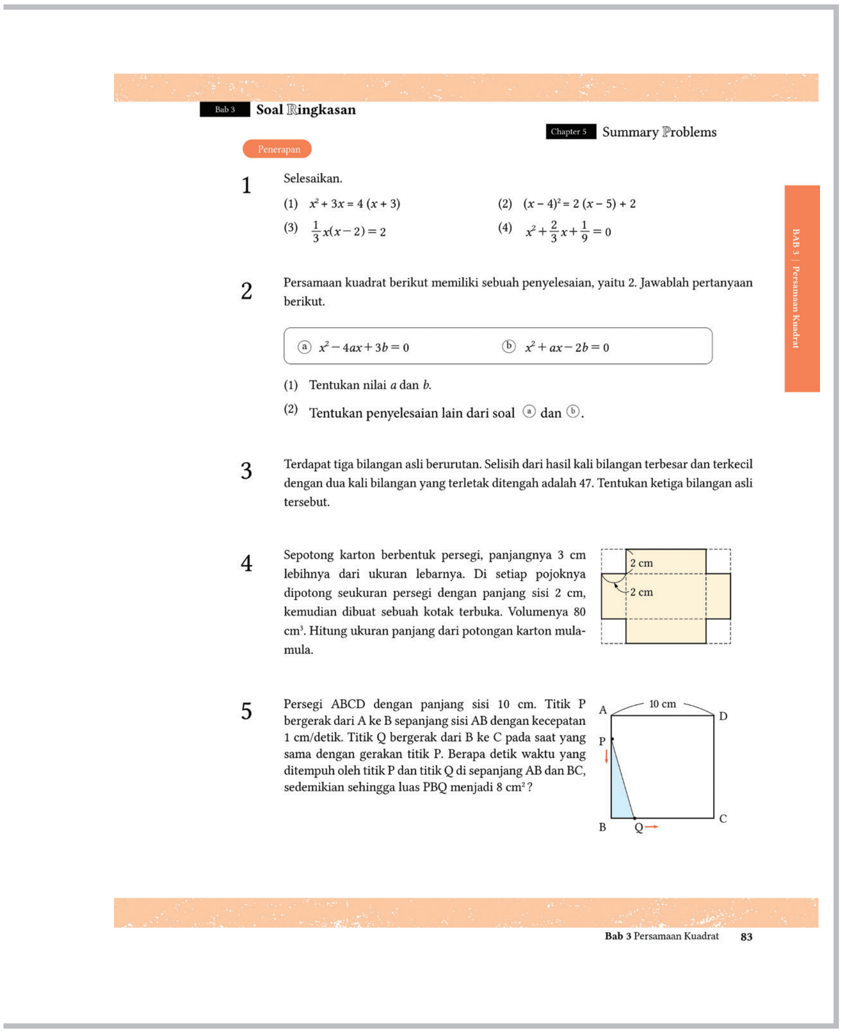
Jika lebar jalan adalah x m, panjang 1 sisi hamparan bunga dinyatakan (15-2x) m

$(15 - 2x)^2 = 144$

Dihitung, $x = \frac{3}{2},\ x = \frac{27}{2}$

Karena $0 < x < \frac{15}{2}$ maka $x = \frac{3}{2}$ memenuhi persamaan, sedangkan $x = \frac{27}{2}$ bukanlah penyelesaiannya.

Jawab $1,5\ \text{m} = \frac{3}{2}$ m



Bab 3 **Soal Ringkasan**

Chapter 5 Summary Problems

Penerapan

1 Selesaikan.

(1) $x^2 + 3x = 4(x + 3)$ (2) $(x - 4)^2 = 2(x - 5) + 2$

(3) $\frac{1}{3}x(x - 2) = 2$ (4) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0$

2 Persamaan kuadrat berikut memiliki sebuah penyelesaian, yaitu 2. Jawablah pertanyaan berikut.

ⓐ $x^2 - 4ax + 3b = 0$ ⓑ $x^2 + ax - 2b = 0$

(1) Tentukan nilai a dan b.

(2) Tentukan penyelesaian lain dari soal ⓐ dan ⓑ.

3 Terdapat tiga bilangan asli berurutan. Selisih dari hasil kali bilangan terbesar dan terkecil dengan dua kali bilangan yang terletak ditengah adalah 47. Tentukan ketiga bilangan asli tersebut.

4 Sepotong karton berbentuk persegi, panjangnya 3 cm lebihnya dari ukuran lebarnya. Di setiap pojoknya dipotong seukuran persegi dengan panjang sisi 2 cm, kemudian dibuat sebuah kotak terbuka. Volumenya 80 cm^3. Hitung ukuran panjang dari potongan karton mula-mula.

5 Persegi ABCD dengan panjang sisi 10 cm. Titik P bergerak dari A ke B sepanjang sisi AB dengan kecepatan 1 cm/detik. Titik Q bergerak dari B ke C pada saat yang sama dengan gerakan titik P. Berapa detik waktu yang ditempuh oleh titik P dan titik Q di sepanjang AB dan BC, sedemikian sehingga luas PBQ menjadi 8 cm^2?

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Bab 3 Persamaan Kuadrat 83

Penyelesaian

Penerapan

1

(1) $x = 4, \quad x = -3$

(2) $x = 4, \quad x = 6$

(3) $x = 1 \pm \sqrt{7}$

(4) $x = -\frac{1}{3}$

2

(1) Jika x=2 digantikan masing-masing ke ⓐ dan ⓑ

$8a$-$3b$=4 ①

a - b =-2②

Jika ①, ② diselesaikan dengan persamaan simultan

Jawab: a=2, b=4

(2) Jika a = 2, b = 4 digantikan ke a

x^2 - 8x + 12 = 0

dan diselesaikan, x = 2, x = 6

Oleh karena itu, penyelesaian lainnya adalah x = 6

Jika a = 2, b = 4 digantikan ke b,

x^2 + 2x - 8 = 0

Jika diselesaikan, x =-4, x =2

Oleh karena itu, penyelesaian lainnya adalah x =-4

Jawab: ⓐ x=6, ⓑ x=-4

(3) Pada 3 bilangan asli berturut-turut, jika bilangan tengahnya adalah x,

$(x-1)(x+1) - 2x = 47$

Diselesaikan, x = 8, x = -6

Karena x adalah bilangan asli,, x=8 memenuhi penyelesaian, sedangkan x=-6 bukanlah penyelesaiannya.

Jawab: 7, 8, 9

(4) Jika potongan panjang karton semula adalah x cm,

$2(x-4)(x+3-4) = 80$

Diselesaikan, x=9, x =-4

Karena x > 4, x =9 memenuhi penyelesaian, sedangkan x =-4 bukanlah penyelesaiannya.

Jawab: 9 cm

(5) Jika setelah titik P dan titik Q bergerak pada x detik kemudian luas △PBQ menjadi 8 cm^2

$\frac{1}{2}x(10-x) = 8$

Diselesaikan, x = 2, x = 8

Jawab: 2 detik kemudian, 8 detik kemudian

Penyelesaian

Penggunaan Praktis

1

(1) Segi empat → 2 buah
Segi lima → 5 buah
Segi enam → 9 buah
segi tujuh → 14 buah

(2) Dari satu titik sudut segi-n dapat digambar garis diagonal (n-3), kecuali untuk titik sudut yang berdekatan dengannya, Karena ada titik sudut n buah, jika dikalikan dengan n menjadi $n(n-3)$ garis, tetapi karena dihitung dua kali, maka mengalikannya dengan $\frac{1}{2}$ sehingga menghasilkan banyaknya diagonal yang dapat digambar menjadi $\frac{1}{2}n(n-3)$ garis

(3) Jika $n = 8$ digantikan ke $\frac{1}{2}n(n-3)$

$$\frac{1}{2}n(n-3)$$
$$= \frac{1}{2} \times 8 \times (8-3)$$
$$= 20$$
$$\frac{1}{2}n(n-3) = 35$$
$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

Dihitung, n=-7, n =10
karena n > 0, n =10 memenuhi penyelesaian, sedangkan n=-7 bukanlah penyelesaiannya.

Jawab: 20 diagonal, segi10

3

Jika x=3 digantikan ke $x^2+ax-15=0$.
$3^2+3a-15=0$

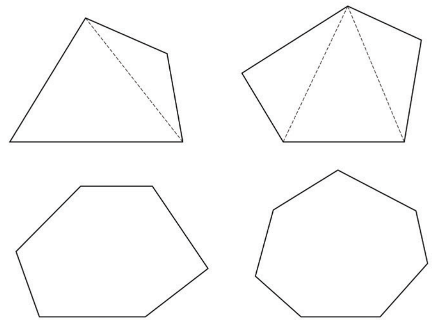
Diselesaikan, a=2
Jika a=2 digantikan ke $x^2+ax-15=0$
Diselesaikan, x =-5, x =3

Jawab: a=2, x=-5

Penggunaan Praktis

1 Kita akan menyelidiki berapa banyak diagonal dapat dibuat dalam sebuah poligon. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan banyaknya diagonal dapat dibuat di dalam segi empat, segi lima, segi enam, dan segi tujuh. Gunakan gambar-gambar berikut.



(2) Untuk segi-n, kita dapat menggambar $\frac{1}{2}n(n-3)$ garis. Pikirkan berapa banyak diagonal dapat digambar dari satu titik sudut, jelaskan arti dari pernyataan $\frac{1}{2}n(n-3)$.

(3) Dari sebuah segi-8, berapa banyak diagonal dapat digambar? Berapa sisi segi-n dapat ditentukan jika memiliki 35 buah diagonal? Berikan jawabanmu dengan menggunakan pernyataan nomor (2).

84 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

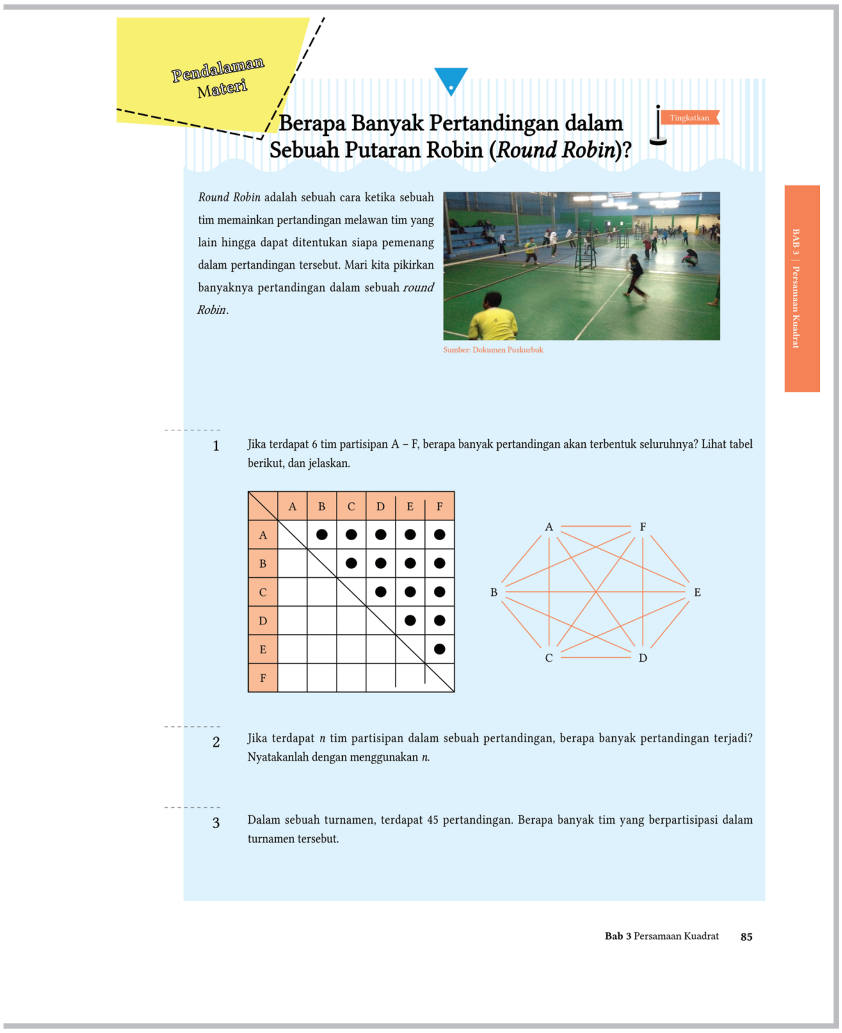
Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan *1*(1)

Bagian ini adalah tugas untuk mengetahui cara menentukan garis diagonal suatu poligon melalui aktivitas operasional secara induktif. Perlu diperhatikan bahwa dari satu titik sudut dapat ditarik garis diagonal ke semua titik sudutnya kecuali yang berdekatan dengannya untuk menghilangkan duplikasi.

2. Penanganan *1*(2)

Pada soal ini siswa menjelaskan dan berdiskusi tentang pembacaan rumus $\frac{1}{2}n(n-3)$ berdasarkan aktivitas (1). Hal utama dalam kegiatan ini adalah siswa dapat memahami pembacaan arti n-3 dan $\frac{1}{2}$.



Pendalaman Materi

Berapa Banyak Pertandingan dalam Sebuah Putaran Robin (*Round Robin*)?

Tingkatkan

Round Robin adalah sebuah cara ketika sebuah tim memainkan pertandingan melawan tim yang lain hingga dapat ditentukan siapa pemenang dalam pertandingan tersebut. Mari kita pikirkan banyaknya pertandingan dalam sebuah *round Robin*.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

1 Jika terdapat 6 tim partisipan A – F, berapa banyak pertandingan akan terbentuk seluruhnya? Lihat tabel berikut, dan jelaskan.

	A	B	C	D	E	F
A		●	●	●	●	●
B			●	●	●	●
C				●	●	●
D					●	●
E						●
F						

2 Jika terdapat *n* tim partisipan dalam sebuah pertandingan, berapa banyak pertandingan terjadi? Nyatakanlah dengan menggunakan *n*.

3 Dalam sebuah turnamen, terdapat 45 pertandingan. Berapa banyak tim yang berpartisipasi dalam turnamen tersebut.

Bab 3 Persamaan Kuadrat 85

Berapa Banyak Pertandingan dalam sebuah Putaran Robin (Round Robin)?

Tujuan

Peserta didik memecahkan masalah berupa berapa banyak pertandingan dalam sebuah putaran sebagai penggunaan praktis persamaan kuadrat.

Penyelesaian

1

Karena semua tim bertanding melawan tim selain tim mereka sendiri, maka ada 30 pertandingan dari 6×5, tetapi karena dihitung dua kali, maka akan menjadi 15 pertandingan dari 30 : 2 = 15 pertandingan

Jawab: 15 pertandingan

2

karena *n* tim partisipan bertanding melawan semua tim selain tim mereka sendiri, maka $n(n-1)$, tetapi menjadi dua kali, sehingga pertandingan tim partisipan adalah

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

Jawab: $\dfrac{n(n-1)}{2}$ pertandingan

3

Sesuai dengan rumus 2,

$$\frac{n(n-1)}{2} = 45$$

jika diuraikan menjadi

$$n^2 - n - 90 = 0$$
$$(n-10)(n+9) = 0$$
$$n = 10, n = -9$$

karena $n > 0$, $n = 10$ memenuhi penyelesaian, sedangkan $n = -9$ bukanlah penyelesaiannya.

Jawab: 10 tim

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penggunaan Halaman Ini

Target dalam aktivitas ini adalah memecahkan masalah secara praktis. Penyelesaian di samping kiri bukan contoh baku, siswa dapat menentukan sendiri penyelesaiannya.

2. Penanganan 1 dan 2

Di bagian ini siswa menjelaskan idenya tentang cara menentukan jumlah pertandingan dalam sebuah putaran (*round robin*) berdasakan materi yang telah dipelajari sebelumnya. Siswa dapat menggunakan gambar yang disajikan dengan menjumlahkan garis diagonal dari poligon pada setiap sisinya yang menunjukkan jumlah pertandingan setiap tim, tetapi tidak termasuk tim sendiri (n-1), lalu mengalikan n, dan untuk menghindari terjadi pertandingan dua kali maka dikalikan $\frac{1}{2}$.

Ulasan

• Tujuan •

Peserta didik dapat mengulas karakteristik perbandingan senilai (proporsi), perbandingan berbalik nilai (proporsi lawan), dan fungsi linear yang telah dipelajari sebelumnya.

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan ulasan

Pembelajaran yang telah dilakukan di kelas VII adalah "Proporsi dan Proporsi Lawan" sebagai ruang lingkup dari "Fungsi C" dan di kelas VIII dipelajari Fungsi Linear, Sambil mengulas pembelajaran yang lalu, di bagian ini dipelajari seperti apakah fungsi itu.

2. Penanganan ulasan

Sebelum belajar "Fungsi $y = ax^2$" ulaslah terlebih dahulu materi yang dipelajari di kelas VII dan VIII, yaitu karakteristik proporsi, proporsi lawan, fungsi linear, persamaan, grafik, dan perubahan nilai sebagai ringkasan,

Ulasan dapat dilakukan dengan menggunakan buku ajar kelas VII dan VIII, atau grafik melalui komputer dan sejenisnya. Penggunaan grafik akan maksimal jika disertai dengan LKS karena dapat memberikan gambaran kasar kepada siswa yang kurang paham dan sekaligus dapat digunakan sebagai panduan pembelajaran secara keseluruhan.

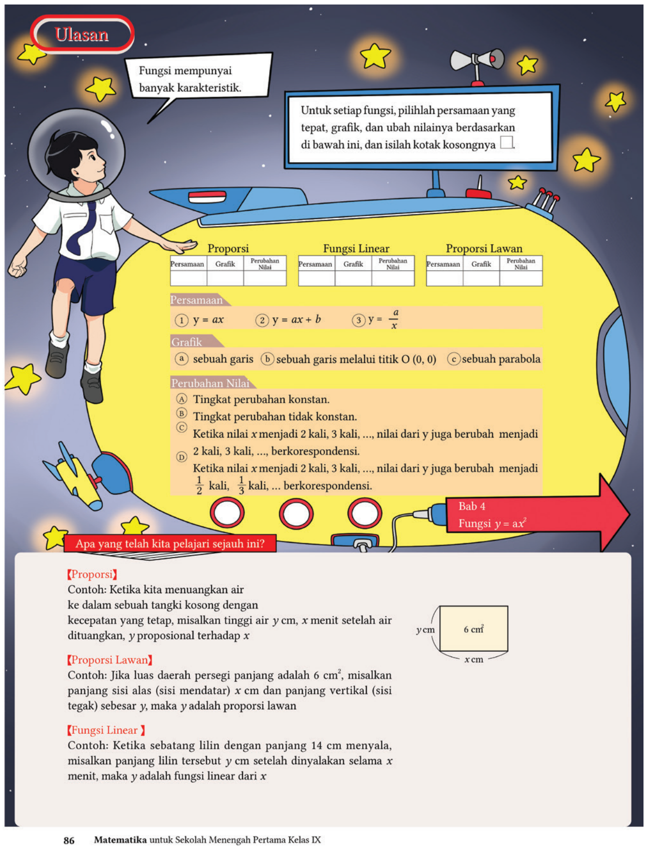
Dengan aktivitas ulasan seperti ini, pandangan siswa terhadap "Fungsi $y = ax^2$", menjadi meluas dan dapat juga dikaitkan dengan fungsi kuadrat yang dipelajari di SMA.

Proporsi

Persamaan	Grafik	Perubahan Nilai
①		ⓐ ⓒ

Fungsi Linear

Persamaan	Grafik	Perubahan Nilai
②		ⓐ



Proporsi Lawan

Persamaan	Grafik	Perubahan Nilai
②		ⓐ

3. Materi yang Sudah Dipelajari

Contoh spesifik dari fungsi proporsi, proporsi lawan, dan fungsi linear dari sini, tetapi contoh lain selain yang diberikan di sini akan memperdalam pemahaman siswa tentang fungsi.

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022
Buku Panduan Guru Matematika Untuk Smp Kelas Ix
Penulis: Tim Gakko Tohso
Penyadur: Wahyu Setyaningrum S. dan Sukarman
ISBN: 978-602-244-836-5

BAB

4 Fungsi $y = ax^2$

(Pengenalan 1 jam)

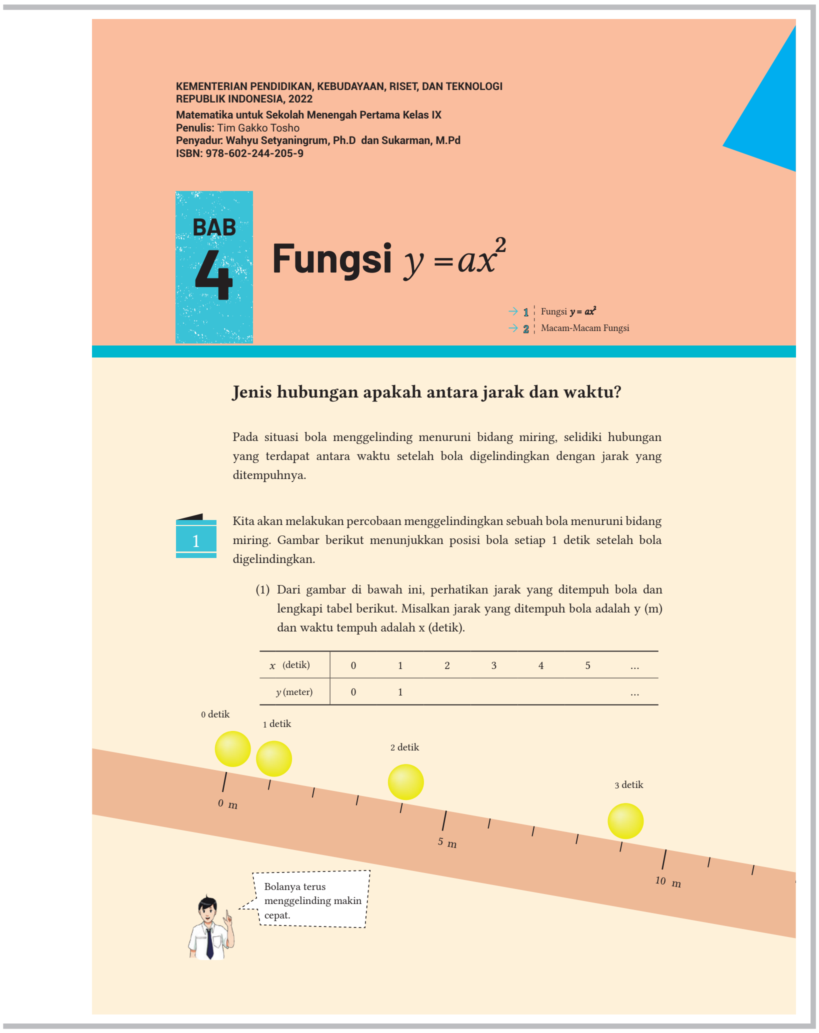
Tujuan

1. Melalui kegiatan menyelidiki perubahan dan tanggapan terhadap peristiwa tertentu, Peserta didik dapat menyadari bahwa terdapat hubungan fungsional yang berbeda dari fungsi yang telah dipelajarinya selama ini.

Penyelesaian

1

(1) urutan dari kiri
4, 9, 16, 25


KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Ph.D dan Sukarman, M.Pd
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 4 Fungsi $y = ax^2$

1 Fungsi $y = ax^2$
2 Macam-Macam Fungsi

Jenis hubungan apakah antara jarak dan waktu?

Pada situasi bola menggelinding menuruni bidang miring, selidiki hubungan yang terdapat antara waktu setelah bola digelindingkan dengan jarak yang ditempuhnya.

1 Kita akan melakukan percobaan menggelindingkan sebuah bola menuruni bidang miring. Gambar berikut menunjukkan posisi bola setiap 1 detik setelah bola digelindingkan.

(1) Dari gambar di bawah ini, perhatikan jarak yang ditempuh bola dan lengkapi tabel berikut. Misalkan jarak yang ditempuh bola adalah y (m) dan waktu tempuh adalah x (detik).

x (detik)	0	1	2	3	4	5	...
y (meter)	0	1					...

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penggunaan Halaman ini

Di halaman ini kita akan memastikan materi telah dipelajari tentang beberapa fungsi seperti fungsi proporsi dan proporsi lawan di kelas VII, fungsi linear di kelas VII fungsi lainnya di kelas IX.

Dengan memeperhatikan tabel dan grafik arahkan siswa untuk menyadari bahwa ada fungsi lain yang berbeda dengan fungsi yang telah dipelajarinya selama ini.Agar siswa lebih termotivasi, minta mereka untuk menyelidikinya.

Berkaitan dengan foto di bagian atas halaman berikutnya, bola menggeliding dengan kemiringan 30°, 45°, 60°.

2. Penanganan 1 (1)

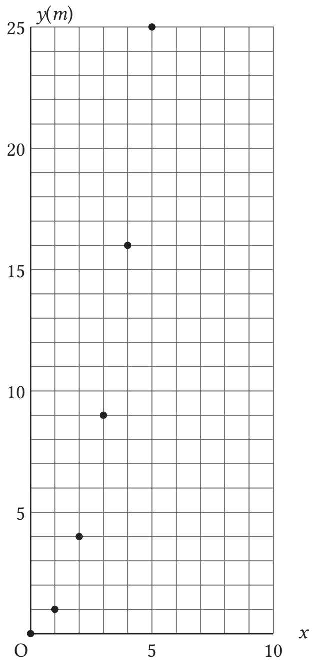
Alangkah baiknya jika percobaan ini benar-benar dilakukan, tetapi mengingat sulitnya menyiapkan peralatan untuk percobaan dan pengukuran, jadi gunakan buku teks sebagai media untuk membaca jarak yang ditempuh bola dalam detik.

Minta siswa untuk membaca angka dari gambar lalu tulislah dalam tabel. Dari sana, dapat dibaca bahwa jarak menggelinding bola bertahap meningkat, dengan kata lain kecepatan bola meningkat secara bertahap.

Penyelesaian

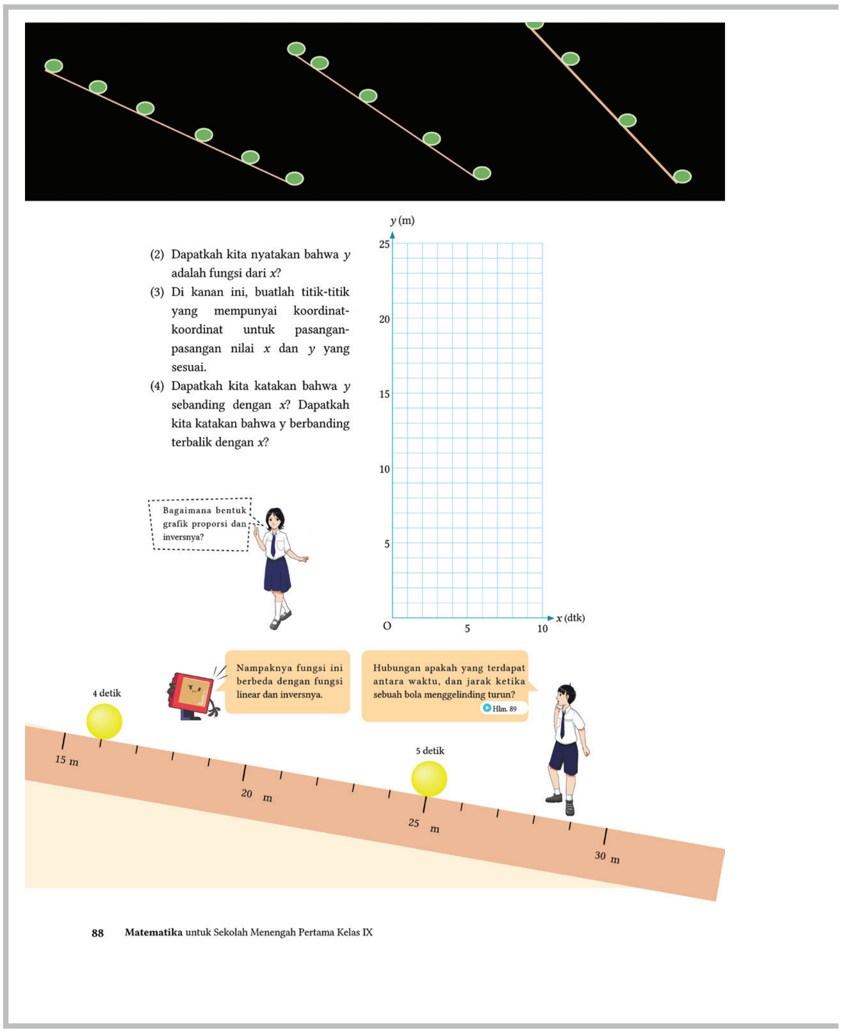
(2) y adalah fungsi dari x

(3)



(4) Relasi antara x dan y adalah, karena keduanya tidak menjadi $y = ax$, $y = \dfrac{a}{x}$, maka keduanya tidak mempunyai relasi, baik proporsional maupun proporsional lawan

Jika melihat grafik, karena keduanya bukan garis lurus dan bukan parabola, maka tidak mempunyai relasi baik proporsional maupun proporsional lawan.



(2) Dapatkah kita nyatakan bahwa y adalah fungsi dari x?

(3) Di kanan ini, buatlah titik-titik yang mempunyai koordinat-koordinat untuk pasangan-pasangan nilai x dan y yang sesuai.

(4) Dapatkah kita katakan bahwa y sebanding dengan x? Dapatkah kita katakan bahwa y berbanding terbalik dengan x?

88 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Penanganan (2), (3), dan (4)

Pertanyaan (2) dijawab berdasarkan definisi fungsi.

Pertanyaan (3) membuat grafik dengan koordinat himpunan x dan y.

Pertanyaan (4) mempertimbangkan dari berbagai sudut pandang berdasarkan hal yang dapat dibaca dari tabel dan grafik. Melalui aktivitas ini siswa dapat menjelaskan perbedaan relasi antara x dan y, perbedaan jika dibandingkan dengan definisi.

4. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Di bagian ini berkaitan dengan tabel dan grafik, kita dapat memahami bahwa terdapat fungsi yang berbeda dari fungsi proporsi dan lawannya serta fungsi linear yang telah dipelajari. Dari sini, yaitu berkaitan dengan relasi antara waktu menggelindingnya bola dengan jarak yang perlu diselidiki lebih jauh, dapat dikaitkan dengan pembelajaran di halaman selanjutnya sebagai bagian untuk mendorong motivasi mereka.

1 Fungsi $y = ax^2$

1 Fungsi yang Proporsional terhadap Bentuk Kuadrat

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelidiki hubungan antara waktu sejak sebuah bola mulai digelindingkan menuruni bidang miring dengan jarak yang ditempuh olehnya.

Kita akan ubah tingkat kemiringan dari bidang miring yang terdapat 1 pada halaman 87 dan kita lakukan lagi percobaan yang sama. Jika kita misalkan waktu tempuh adalah x detik, dan bola menggelinding sejauh y m, hubungan diantara keduanya, tampak dalam tabel berikut. Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini.

x (detik)	0	1	2	3	4	5	...
y (meter)	0	0,5	2	4,5	8	12,5	...

(1) Ketika nilai x menjadi 2 kali lebih besar, 3 kali lebih besar, dan seterusnya, sebesar apakah perubahan yang terdapat pada nilai y ?

(2) Tentukan nilai dari x^2 dan lengkapi tabel berikut. Selidiki juga hubungan yang terdapat antara x^2 dengan y.

x (detik)	0	1	2	3	4	5	...
x^2							...
y (meter)	0	0,5	2	4,5	8	12,5	...

Berdasarkan tabel di atas, dapat kita nyatakan bahwa nilai y adalah 0,5 kali dari nilai x^2. Dengan kata lain, dapat dinyatakan bahwa x dan y mempunyai relasi

$$y = 0{,}5x^2$$

BAB 4 | Fungsi $y=ax^2$

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 89

1. Fungsi $y=ax^2$ (13 jam)

1 | Fungsi yang Proporsional terhadap Bentuk Kuadrat (2 jam)

Tujuan

1. Peserta didik dapat memahami fungsi $y=ax^2$ yang proporsional terhadap bentuk kuadrat berdasarkan penyelidikan terhadap perubahan dan respon kejadian faktual.
2. Peserta didik dapat menyelidiki rumus fungsi yang proporsional terhadap bentuk kuadrat.

Penyelesaian

(1) Nilai y menjadi 4 kali dan 9 kali lebih besar.

(2) Urutan dari kiri

0, 1, 4, 9, 16, 25

Nilai y selalu menjadi 0.5 lipat dari nilai x^2

Nilai $\dfrac{y}{x^2}$ menjadi 0.5 lipat dari nilai x^2 secara konstan.

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan

Pada (1), kondisikan siswa menyadari bahwa nilai x ketika 2 kali, 3 kali, ...kali lipat maka menjadi 4 kali, 9 kali, ... kali lipat. Jadi, diketahui bahwa y mempunyai relasi dengan x, tetapi y bukan relasi proporsional.

Selanjutnya, pada (2), meringkas tabel relasi x^2 dan y sebagai pemahaman terhadap relasi proporsional antara x^2 dan y. Jika dilakukan penyelidikan terhadap relasi antara x^2 dan y, diketahui bahwa nilai $\dfrac{y}{x^2}$ menjadi 0,5 secara konstan.

Pembimbingan dilakukan secara praktis sampai cara membaca tabel (penyelidikan terhadap perubahan dan respon) sampai di sini.

2. Referensi ▶ Definisi Fungsi Proporsi

Terdapat perbedaan antara definisi fungsi proporsi dan fungsi proporsi lawan di SD dan SMP, SD berupa cara mengubah x dan y, sedangkan di SMP berupa penuangannya dalam rumus.

<Definisi Fungsi Proporsi di SD>

Sesuai dengan perubahan 2 besaran pada x dan y, jika nilai x berubah menjadi 2 kali, 3 kali lipat, ..., maka nilai y menjadi 2 kali, 3 kali lipat,..., jadi diketahui bahwa y mempunyai fungsi proporsi pada x.

<Definisi Fungsi Proporsi Lawan di SD>

Sesuai dengan perubahan 2 besaran pada x dan y, Jika nilai x berubah menjadi 2 kali, 3 kali lipat, ..., maka nilai y menjadi $\frac{1}{2}$ kali, $\frac{1}{3}$ kali lipat, jadi diketahui bahwa y mempunyai proporsi lawan pada x.

Penyelesaian

Soal 1

(1) $y = ax^2$

y tidak proporsional terhadap kuadrat x

(2) $y = \pi x^2$

y proporsional terhadap kuadat x

2. Fungsi yang Proporsional terhadap Bentuk Kuadrat

Ini merupakan definisi tentang fungsi yang proporsional terhadap kuadrat. Pastikan untuk membandingkannya dengan fungsi proporsi yang dipelajari di kelas VII, bentuk persamaan, dan cara mengubahnya.

3. Penanganan Contoh 1

Di SMP perlu diperhatikan pembelajaran terhadap bentuk persamaan, misalnya "y proporsional terhadap x", "y tidak proporsional terhadap x", "y proporsional terhadap kuadrat x". Oleh karena itu, relasi antara x dan y ditulis sesuai dengan cara menyatakan persamaannya.

Jika kita asumsikan permukaan kubus dengan panjang dari 1 rusuk x cm adalah y cm², pernyataan persamaan yang sesuai dengannya adalah $y = 6x^2$. Dari persamaan ini, y proporsional terhadap kuadrat x, dan konstanta proporsinya adalah 6.

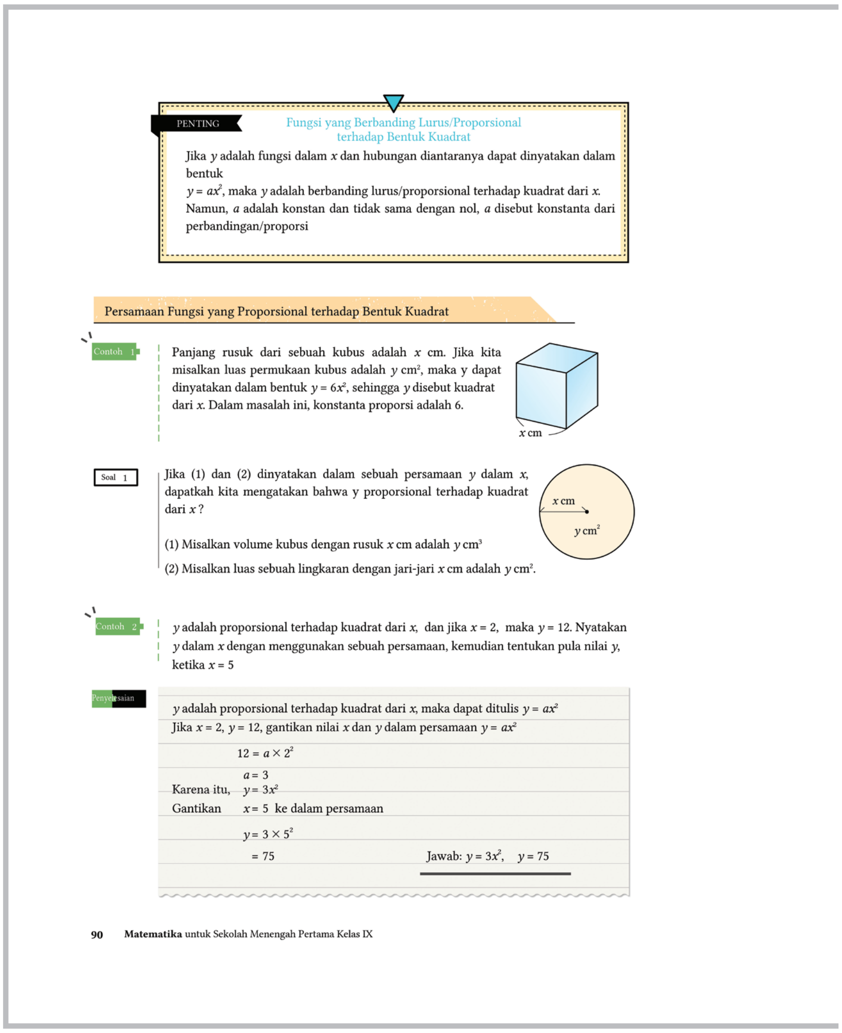
4. Penanganan Soal 1

Pada (1) $y = x^2$, y adalah pernyataan fungsi yang proporsional terhadap 3 kali lipat dari x.

Pada (2) $y = \pi x^2$, karena konstanta proporsional akan membingungkan siswa, perhatikan bahwa $\pi(3,14\cdots)$ merupakan huruf yang menyatakan konstanta.

5. Penanganan Contoh 2

Ketika kita menganggap bahwa y adalah proposional terhadap kuadrat dari x, maka 1 himpunan dari x, akan diketahui rumusnya jika nilai y ditentukan (konstanta proporsional). Dapat mengulas cara menentukan rumus porporsional yang dipelajari di kelas VII (Buku Teks Kelas VII Hlm. 132)



PENTING — Fungsi yang Berbanding Lurus/Proporsional terhadap Bentuk Kuadrat

Jika y adalah fungsi dalam x dan hubungan diantaranya dapat dinyatakan dalam bentuk

$y = ax^2$, maka y adalah berbanding lurus/proporsional terhadap kuadrat dari x.
Namun, a adalah konstan dan tidak sama dengan nol, a disebut konstanta dari perbandingan/proporsi

Persamaan Fungsi yang Proporsional terhadap Bentuk Kuadrat

Contoh 1

Panjang rusuk dari sebuah kubus adalah x cm. Jika kita misalkan luas permukaan kubus adalah y cm², maka y dapat dinyatakan dalam bentuk $y = 6x^2$, sehingga y disebut kuadrat dari x. Dalam masalah ini, konstanta proporsi adalah 6.

Soal 1

Jika (1) dan (2) dinyatakan dalam sebuah persamaan y dalam x, dapatkah kita mengatakan bahwa y proporsional terhadap kuadrat dari x ?

(1) Misalkan volume kubus dengan rusuk x cm adalah y cm³

(2) Misalkan luas sebuah lingkaran dengan jari-jari x cm adalah y cm².

Contoh 2

y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x, dan jika $x = 2$, maka $y = 12$. Nyatakan y dalam x dengan menggunakan sebuah persamaan, kemudian tentukan pula nilai y, ketika $x = 5$

Penyelesaian

y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x, maka dapat ditulis $y = ax^2$

Jika $x = 2$, $y = 12$, gantikan nilai x dan y dalam persamaan $y = ax^2$

$$12 = a \times 2^2$$
$$a = 3$$

Karena itu, $y = 3x^2$

Gantikan $x = 5$ ke dalam persamaan

$$y = 3 \times 5^2$$
$$= 75$$

Jawab: $y = 3x^2$, $y = 75$

90 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Soal 2 Jika y proporsional terhadap kuadrat x, dalam (1) dan (2), nyatakan y dalam persamaan dengan variabel x. Kemudian tentukan y, jika $x = -2$

(1) Jika $x = -4$, $y = 8$

(2) Jika $x = 3$, $y = -36$

Soal 3 Jawablah pertanyaan berikut tentang nilai x dan y dalam pada halaman 87.

(1) Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan.

(2) Tentukan jarak yang ditempuh oleh bola yang menggelinding selama 10 detik.

Hubungan antara waktu dan jarak tempuh ketika sebuah bola digelindingkan ke bawah menuruni bidang miring adalah proporsional terhadap kuadratnya

Grafik macam apakah yang dimiliki oleh fungsi-fungsi yang proporsional terhadap bentuk kuadrat ? Hlm.92

BAB 4 | Fungsi $y=ax^2$

Cermati

Matematikawan Kiyoshi Oka

Seorang matematikawan Jepang bernama Kiyoshi Oka (1901-1978). Ia juga disebut sebagai matematikawan terbesar yang lahir di jaman Jepang modern. Oka dapat menyelesaikan persamaan-persamaan yang tidak bisa diselesaikan oleh orang lain pada jaman itu. Artikel penelitian Oka, mengejutkan para matematikawan dunia. Beberapa matematikawan mengira bahwa "Kiyoshi Oka" adalah nama sebuah kelompok yang terdiri dari kaum matematikawan, bukannya nama seseorang. Oka mendedikasikan hidupnya dalam penelitian Matematika, dan beliau memberikan pepatah "Matematika diciptakan oleh semangat yang berapi-api". "Tujuan Matematika adalah keserasian dari kebenaran dan tujuan dari seni adalah keserasian dari keindahan".

Kiyoshi Oka
Sumber: alchetron.com

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 91

Penyelesaian

Soal 2

(1) Karena y proporsional terhadap kuadrat x, $y=ax^2$
Ketika x=-4, maka y=8, digantikan ke

$$8 = 16a$$

$$a = \frac{1}{2}$$

Oleh karena itu, $y = \frac{1}{2}x^2$

Jika digantikan ke rumus ini, x=-2, maka y=2

Jawab: $y = \frac{1}{2}x^2, y = 2$

(2) Karena y proporsional terhadap kuadrat x, $y=ax^2$
Ketika x=3, karena y=-36, digantikan ke

$$-36 = 9a$$

$$a = -4$$

Oleh karena itu, $y = 4x^2$

Jika digantikan ke rumus ini, x=-2, maka y=-16

Jawab: $y = 4x^2, y = -16$

Soal 3

(1) $y=x^2$

(2) $y=x^2$ Jika digantikan ke $y=ax^2$ $x=10$

(3) $y=10^2$

$=100$

Jawab 100m

Penjelasan dan Perhatikan

6. Penanganan Soal 2 dan Soal 3

Ini adalah pertanyaan untuk menentukan rumus pada fungsi proporsional terhadap kuadrat ketika nilai x dalam satu himpunan dan nilai y diketahui.

Soal 2 (2) nilai konstanta adalah -4. Melalui pertanyaan ini, kita dapat memastikan bahwa dalam fungsi $y = ax^2$ pun adakalanya konstanta proporsional berupa bilangan negatif.

Soal 3 merupakan pertanyaan praktis terhadap situasi faktual yang dipelajari di halaman sebelumnya, Contoh 2 dan Soal 2.

7. Penggunaan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Di sini, kita telah mempelajari rumus fungsi proporsional terhadap kuadrat. Selanjutnya, arahkan siswa pada situasi tentang fungsi proporsional terhadap kuadrat dapat dinyatakan dalam grafik seperti apa? yang merupakan pendorong motivasi pembelajaran di halaman selanjutnya.

8. Matematikawan Kiyoshi Oka

Ketika berbicara tentang sejarah matematika, terlepas dari matematika Jepang, sedikit sekali matematikawan berkebangsaan Jepang. Namun, ada seorang matematikawan Jepang yang mengejutkan dunia. Orang tersebut adalah Kiyoshi Oka.

Di bagian ini dikenalkan matematikawan terkenal Jepang bernama Kiyoshi Oka sebagai pendorong rasa ingin tahu siswa.

2 | Grafik Fungsi $y = ax^2$

(4 jam)

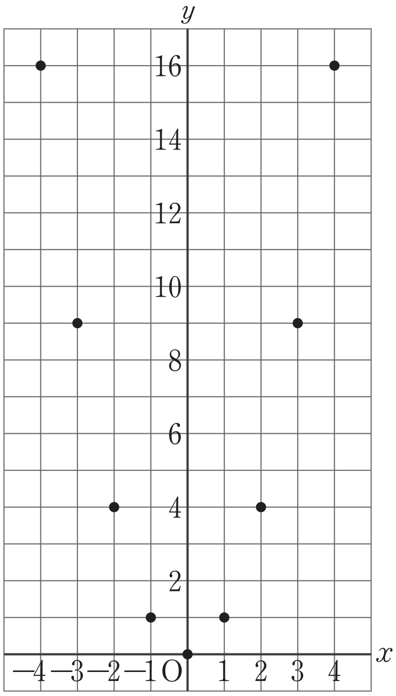
• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami bahwa grafik fungsi $y = ax^2$ dapat menjadi parabola.
2. Peserta didik dapat memahami karakteristik grafik $y = ax^2$ dalam kaitannya dengan tanda dan nilai absolut konstanta proposional a.

Penyelesaian

Q

(1) Urutan dari kiri
16, 9, 4, 1, 0, 1, 4, 9, 16

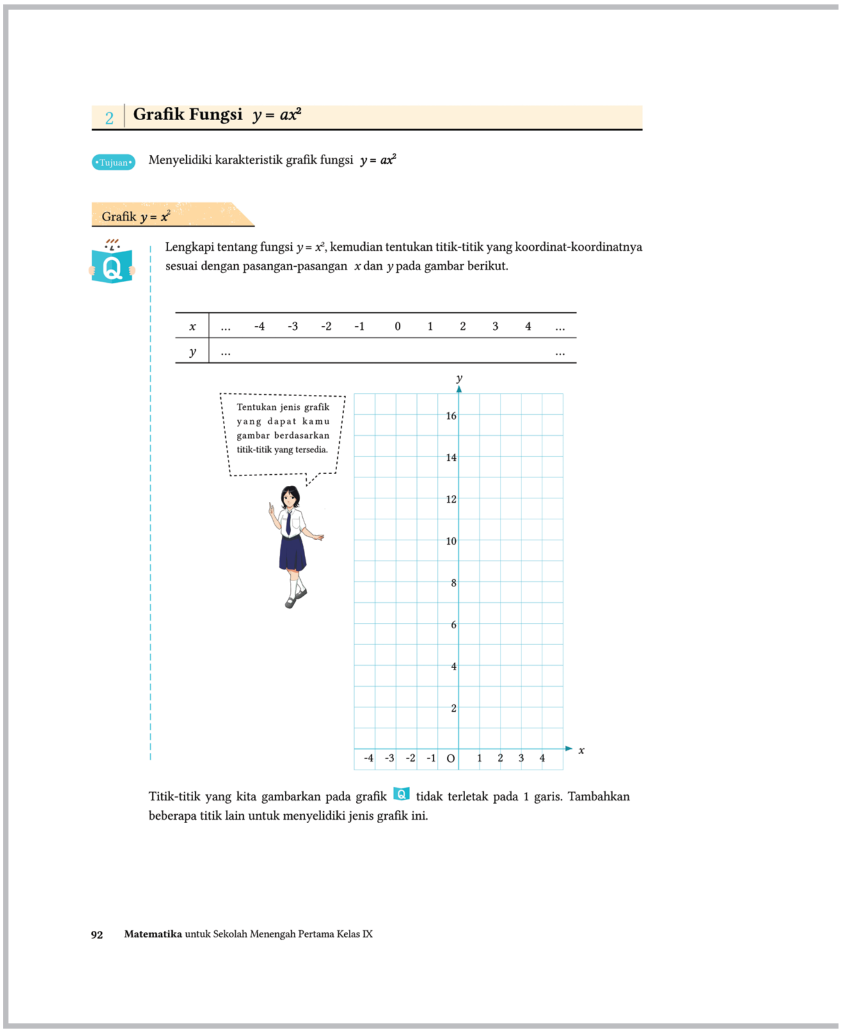


Penjelasan dan Perhatikan

6. Penanganan Q

Sebagai grafik paling dasar dari fungsi $y = ax^2$ yang proporsional terhadap kuadrat, dianggap situasinya a=1.

Di sini, kita perlu meluangkan waktu yang cukup untuk membuat serangkaian gambar grafik bekerja secara faktual, seperti tabel dari persamaannya, menggambar titik-titik yang koordinatnya adalah himpunan nilai x dan y.



2 | **Grafik Fungsi $y = ax^2$**

•Tujuan• Menyelidiki karakteristik grafik fungsi $y = ax^2$

Grafik $y = x^2$

Q Lengkapi tentang fungsi $y = x^2$, kemudian tentukan titik-titik yang koordinat-koordinatnya sesuai dengan pasangan-pasangan x dan y pada gambar berikut.

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y	…										…

Titik-titik yang kita gambarkan pada grafik Q tidak terletak pada 1 garis. Tambahkan beberapa titik lain untuk menyelidiki jenis grafik ini.

92 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

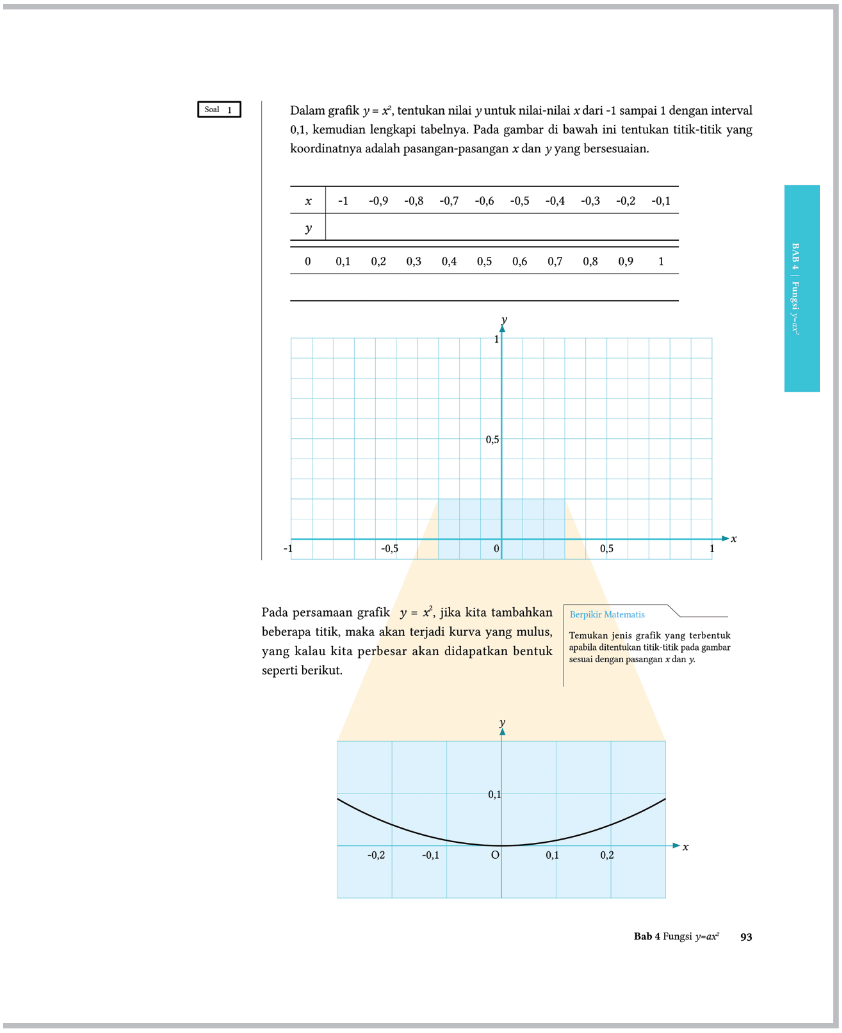
Setelah menggambar semua titiknya, kita dapat membuat aktivitas kelas berupa prediksi-prediksi yang akan dikatakan siswa sebagai karakteristik dari grafik $y = ax^2$.

Misalnya, beberapa pendapat seperti,
(a) tampaknya bukan garis lurus
(b) melewati titik 0
(c) hanya ada satu titik di sumbu x paling atas
(d) tampaknya simetris dengan sumbu y

Perlu diperhatikan bahwa grafik ini sangat berbeda dari grafik fungsi linear.

Lebih lanjut, jika kita lihat kaitannya dengan tabel yang sesuai, pada (a) tampak jumlah kenaikan y tidak konstan terhadap jumlah kenaikan x, pada (d), ketika nilai absolut dari nilai x yang tandanya berbeda, maka nilai y yang bersesuaian menjadi sama

Selain itu, pertanyaan terhadap siswa yang langsung menghubungkan titik yang saling berdekatan, seperti "Apakah antara titik yang satu dengan titik yang lain akan benar-benar menjadi ruas garis?" dapat memotivasi untuk pemberlajaran di halaman berikutnya.



Soal 1 Dalam grafik $y = x^2$, tentukan nilai y untuk nilai-nilai x dari -1 sampai 1 dengan interval 0,1, kemudian lengkapi tabelnya. Pada gambar di bawah ini tentukan titik-titik yang koordinatnya adalah pasangan-pasangan x dan y yang bersesuaian.

x	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1
y										

0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1

Pada persamaan grafik $y = x^2$, jika kita tambahkan beberapa titik, maka akan terjadi kurva yang mulus, yang kalau kita perbesar akan didapatkan bentuk seperti berikut.

Berpikir Matematis

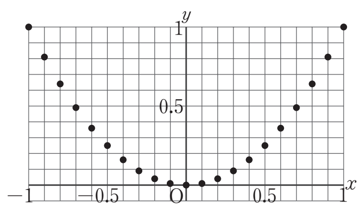
Temukan jenis grafik yang terbentuk apabila ditentukan titik-titik pada gambar sesuai dengan pasangan x dan y.

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 93

Penyelesaian

Soal 1

1,	0,81,	0,64,	0,49,	0,36,	0,25,
0,16,	0,09,	0,04,	0,01,	0,	0,01,
0,04,	0,09,	0,16,	0,25,	0,36,	0,49,
0,64,	0,81,	1			



Penjelasan dan Perhatikan

2. Penanganan Soal 1

Kita dapat mengambil 3 titik (-1, 1), (0, 0), (1, 1) dari tabel di halaman sebelumnya pada Soal 1. Pikirkan tentang cara menggambar grafik secara akurat sambil memahami jenis garis apa yang harus dihubungkan di antara ketiga titik tersebut. Kemudian, setelah memperhatikan bahwa semakin halus interval plot yang kita buat, maka akan semakin akurat grafiknya, lengkapi tabel dengan nilai x yang diambil dari -1 hingga 1 dalam kelipatan 0.1, lalu plot titik-titik tersebut pada gambar.

Beri pemahaman kepada siswa bahwa dari gambar tersebut harus digambar sebagai kurva halus, bukan sebagai ruas garis. Terutama perhatikan bagian grafik yang mendekati titik 0.

Referensi **Penggunaan Komputer**

Jika kita menggunakan tabel hitung (speradsheet) dari aplikasi Excel® 2010 (Microsoft®), kita dapat membuat grafik $y = ax^2$ dengan urutan sebagai berikut.

(1) Masukkan nilai x pada kolom A.dengan lebar 0,1 dari -2 hingga 2 (bila $2 \leq x \leq 2$).

(2) Masukkan nilai y dari $y = x^2$ di kolom B seperti ditunjukkan pada gambar berikut.

	A	B	C	D
1	x	x^2		
2	−2	=A2^2		
3	−1.9			
4	−1.8			
5	−1.7			
6	−1.6			
7	−1.5			
8	−1.4			

Masukkan kuadrat A2 di B2, lalu double klik di ujung bawah kanan sel B2 untuk memasukkan kuadrat semua nilai.

(3) Pilih semua sel di tempat memasukkan semua nilai tersebut, lalu pilih "Sisipkan" ⟶ pilih "Chart (Grafik Linear)" untuk menampilkan grafik.

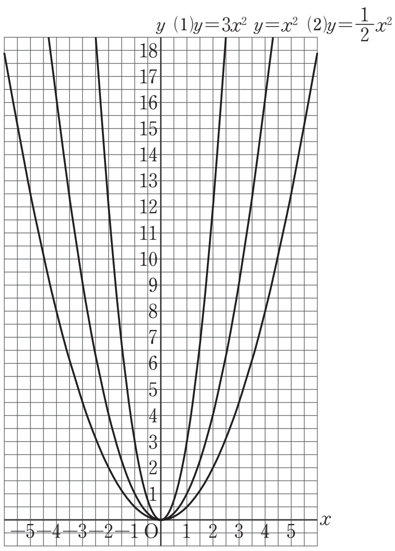
Penyelesaian

x	$\cdots$	2	1,5	1	0,5	0	0,5	1	1,5	2	$\cdots$
x^2	$\cdots$	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4	$\cdots$
y	$\cdots$	8	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5	8	$\cdots$

(Grafik: lihat Referensi gambar di Buku Teks)

Soal 2

Untuk (1), ambil titik tempat koordinat y dari setiap titik pada grafik $y = ax^2$ digandakan 3 kali lipat
Untuk (2) lakukan hal yang sama, kalikan $\frac{1}{2}$ kali.



Soal 3

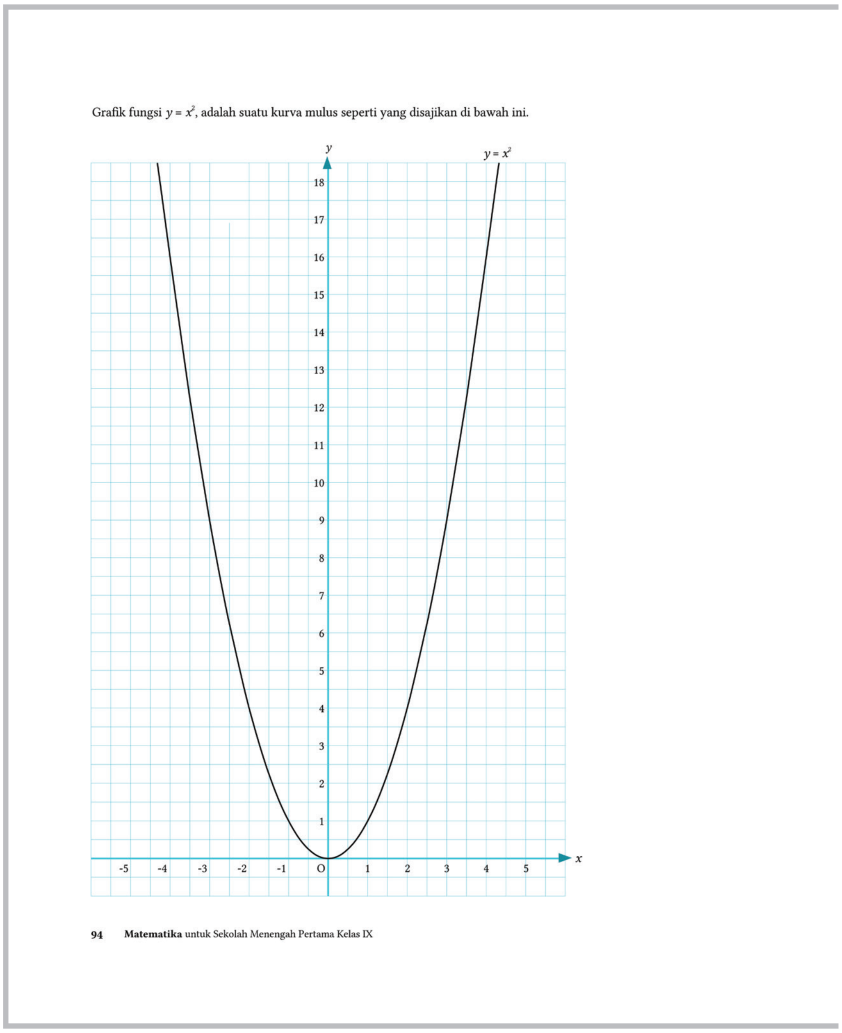
- Merupakan kurva yang melewati titik 0 dan simetris terhadap sumbu y
- Di atas sumbu y
- Terbuka ke atas
- Semakin besar nilai a, bukaan grafik semakin kecil.

Penjelasan dan Perhatikan

3. Grafik $y=x^2$

Tujuan di bagian ini adalah untuk memahami grafik $y = ax^2$ secara tepat.

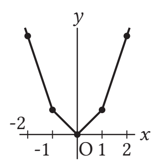
Grafik yang dibuat siswa dapat terjadi sebagai berikut.



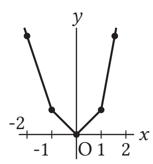
Grafik fungsi $y = x^2$, adalah suatu kurva mulus seperti yang disajikan di bawah ini.

94 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

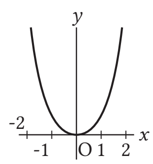
(a) Grafik Garis



(b) Grafik Asimetris



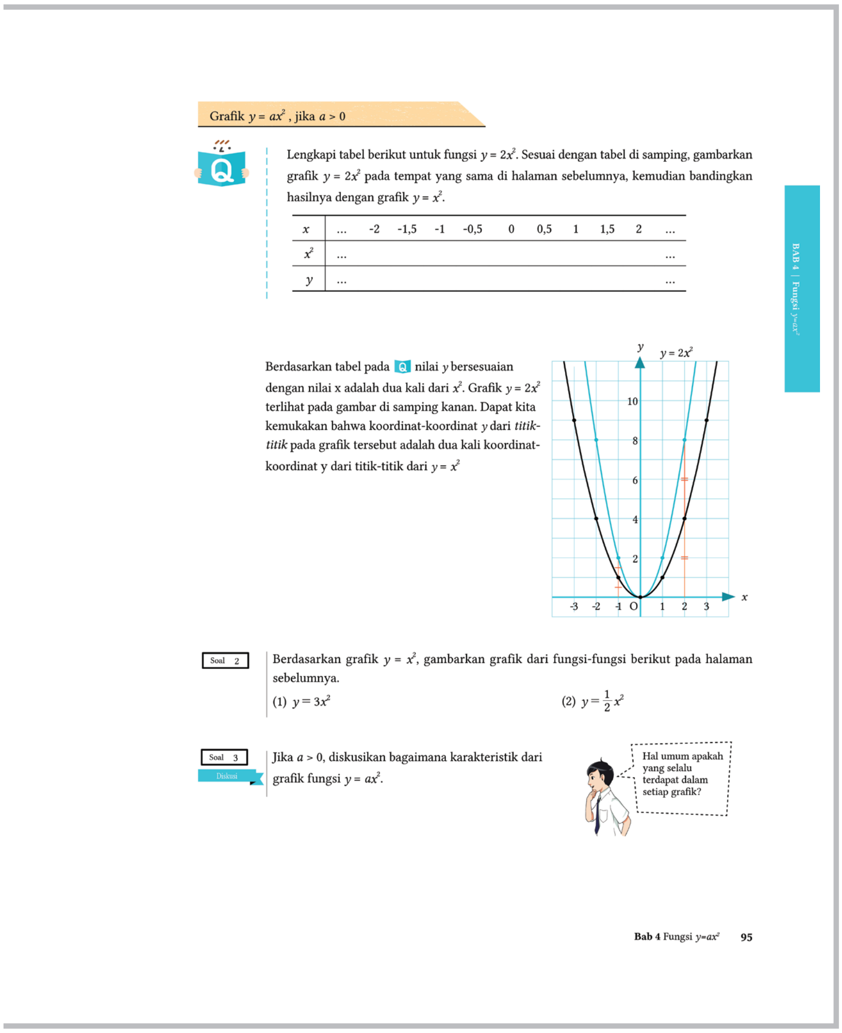
(c) Grafik Melengkung



Penyebabnya dapat terjadi karena salah satu titik tidak ditempatkan sesuai dengan plotnya, atau mereka tidak memahami bentuk grafik dengan benar.

Grafik $y = x^2$ adalah dasar untuk mempertimbangkan pembuatan grafik fungsi $y = x^2$. Oleh karena itu, di sini disajikan dalam ukuran besar, dalam pembimbingan penting untuk memvisualkannya dan menyuruh siswa membuat grafik dengan cermat.

Kita dapat membuat berbagai grafik lainnya berdasarkan grafik $y = x^2$. Misalnya, grafik $y = -x^2$ (Buku Teks Hlm. 96) dan grafik $y = \frac{1}{2}x^2$ (Buku Teks Hlm. 97) dapat digambar seperti gambar di sebelah kanan.



BAB 4 | Fungsi $y=ax^2$

Grafik $y = ax^2$, jika $a > 0$

Q Lengkapi tabel berikut untuk fungsi $y = 2x^2$. Sesuai dengan tabel di samping, gambarkan grafik $y = 2x^2$ pada tempat yang sama di halaman sebelumnya, kemudian bandingkan hasilnya dengan grafik $y = x^2$.

x	…	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	…
x^2	…										…
y	…										…

Berdasarkan tabel pada Q nilai y bersesuaian dengan nilai x adalah dua kali dari x^2. Grafik $y = 2x^2$ terlihat pada gambar di samping kanan. Dapat kita kemukakan bahwa koordinat-koordinat y dari *titik-titik* pada grafik tersebut adalah dua kali koordinat-koordinat y dari titik-titik dari $y = x^2$

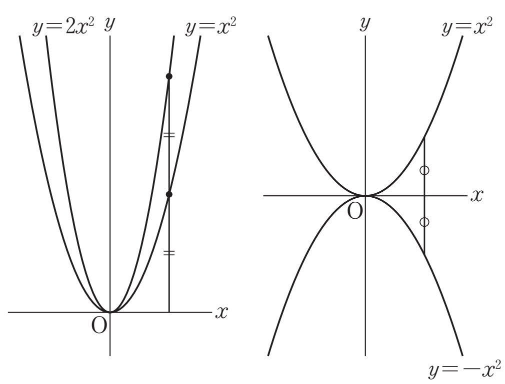
Soal 2 Berdasarkan grafik $y = x^2$, gambarkan grafik dari fungsi-fungsi berikut pada halaman sebelumnya.

(1) $y = 3x^2$ (2) $y = \frac{1}{2}x^2$

Soal 3 Diskusi Jika $a > 0$, diskusikan bagaimana karakteristik dari grafik fungsi $y = ax^2$.

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 95

Mengenai grafik-grafik ini yang mirip dengan grafik $y = x^2$ gunakan di Buku Teks Hlm.240-241 tentang "Apakah Semua Parabola-Parabola Sebangun?".



4. Penanganan Q

Pertama, buat tabel yang sesuai dari persamaan $y = 2x^2$ lalu periksa apakah rangkaian operasi membuat grafik dari tabel dapat dilakukan dengan lancar.

Selanjutnya, gunakan nilai x^2 dan y (=$2x^2$) yang sesuai pada tabel sebagai petunjuk, bandingkan antara grafik $y = x^2$ dan $y = 2x^2$, dan pertimbangan relasi di antara kedua grafik tersebut. Setelah itu, kondisikan siswa menyadari bahwa untuk membuat grafik $y = 2x^2$, kita harus menggunakan titik-titik pada grafik dua kali koordinat-koordinat y dari titik-titik dari grafik $y = x^2$

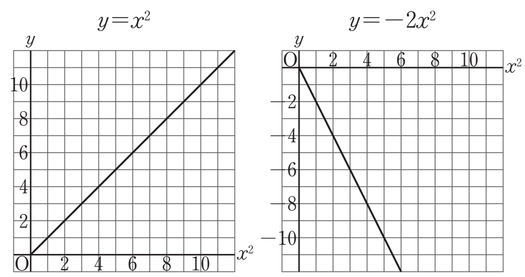
5. Penanganan $\boxed{\text{Soal 3}}$

Berdasarkan hal yang disadari siswa, rangkum karakteristik grafik a>0 hasil diskusi.

Referensi **Penggunaan Komputer**

Grafik Fungsi Proporsional terhadap x^2

Seperti tampak pada gambar berikut, pada fungsi y=x^2, jika sumbu horizontal adalah x^2, maka grafik tersebut menjadi lurus. Grafik ini dapat dikonfirmasikan pada siswa yang bertanya arti dari "y adalah proporsional terhadap kuadrat x".



Penyelesaian

Q

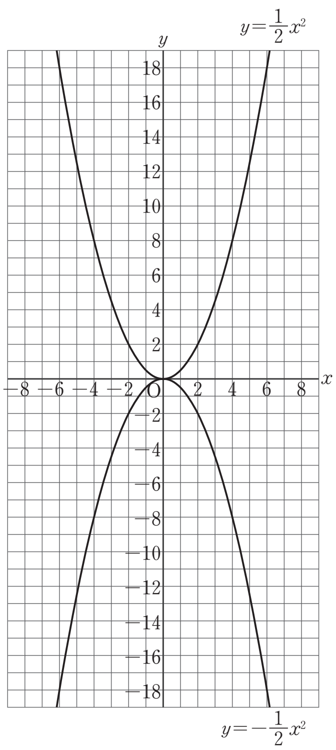
x	···	-4	-3	-2	-1	0
x^2	···	16	9	4	1	0
y	···	-16	-9	-4	-1	0

1	2	3	4	···
1	4	9	16	···
-1	-4	-9	-16	···

(Referensi grafik di gambar buku teks)

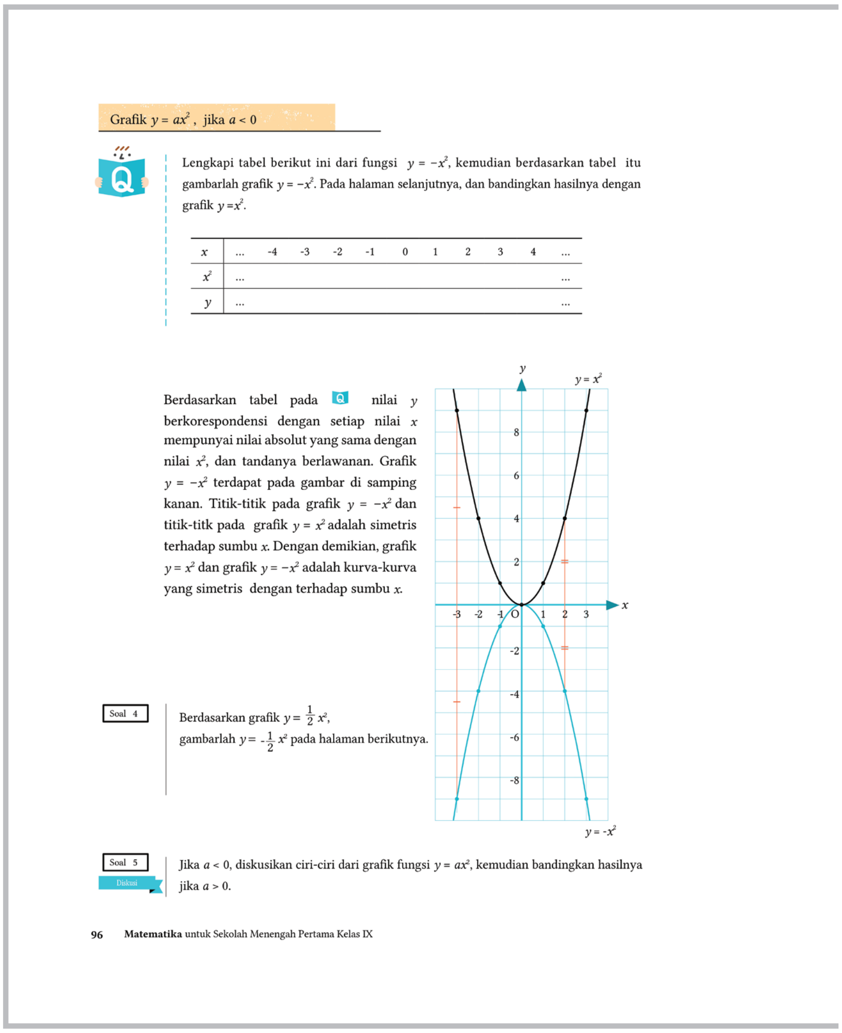
Soal 4

Untuk menggambar grafik $y = -\frac{1}{2}x^2$, ambillah titik-titik pada grafik $y = -\frac{1}{2}x^2$ yang simetris terhadap sumbu x



Soal 5

- Merupakan kurva yang simetris terhadap sumbu y dan melewati titik 0
- di bawah sumbu x
- terbuka di bawah.
- semakin besar nilai absolut a, bukaan grafik semakin mengecil.



Grafik $y = ax^2$, jika $a < 0$

Q Lengkapi tabel berikut ini dari fungsi $y = -x^2$, kemudian berdasarkan tabel itu gambarlah grafik $y = -x^2$. Pada halaman selanjutnya, dan bandingkan hasilnya dengan grafik $y = x^2$.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
x^2	...										...
y	...										...

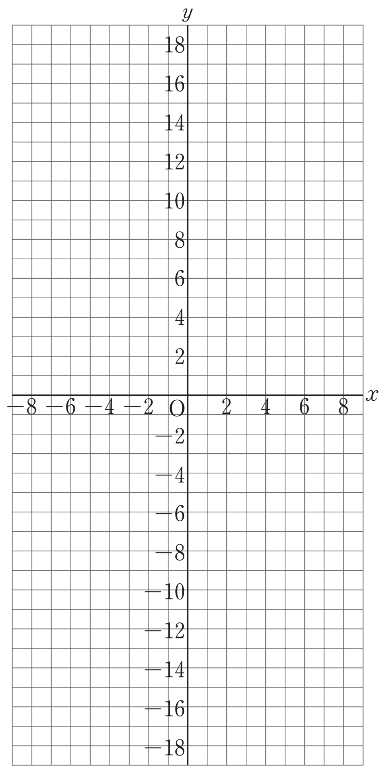
Berdasarkan tabel pada Q nilai y berkorespondensi dengan setiap nilai x mempunyai nilai absolut yang sama dengan nilai x^2, dan tandanya berlawanan. Grafik $y = -x^2$ terdapat pada gambar di samping kanan. Titik-titik pada grafik $y = -x^2$ dan titik-titk pada grafik $y = x^2$ adalah simetris terhadap sumbu x. Dengan demikian, grafik $y = x^2$ dan grafik $y = -x^2$ adalah kurva-kurva yang simetris dengan terhadap sumbu x.

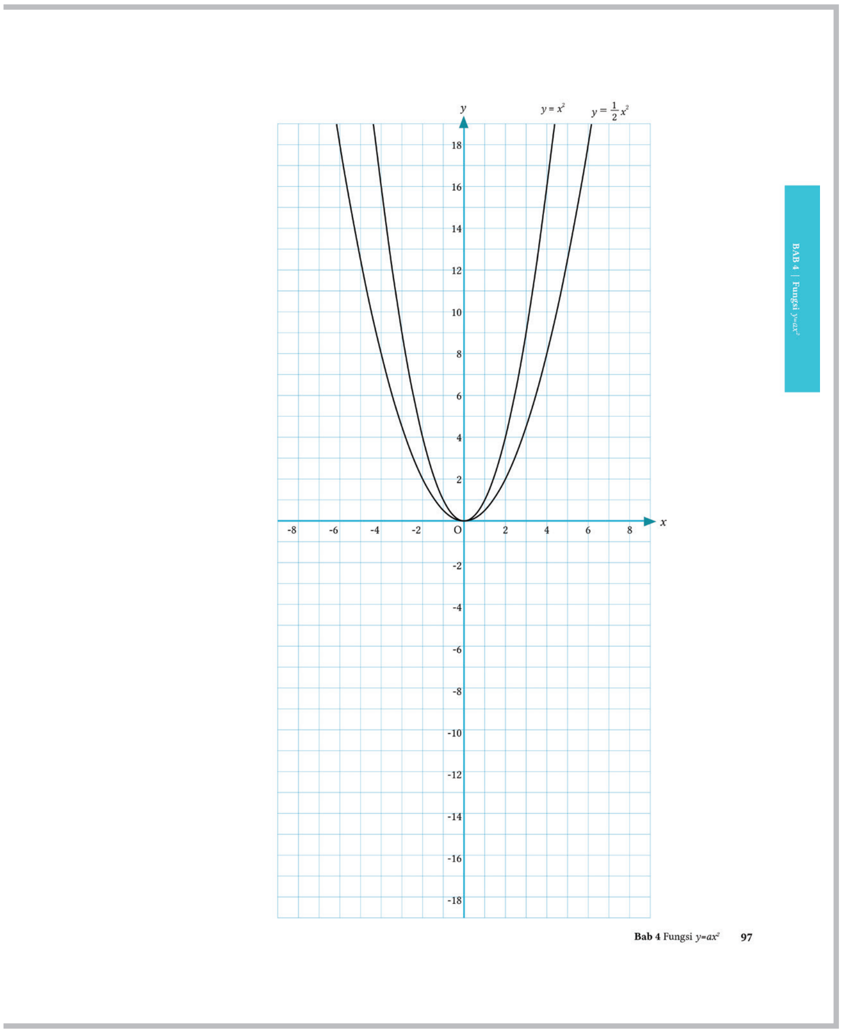
Soal 4 Berdasarkan grafik $y = \frac{1}{2}x^2$, gambarlah $y = -\frac{1}{2}x^2$ pada halaman berikutnya.

Soal 5 Diskusi Jika $a < 0$, diskusikan ciri-ciri dari grafik fungsi $y = ax^2$, kemudian bandingkan hasilnya jika $a > 0$.

96 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Kertas Grafik untuk difotokopi
(Dapat diperbesar sesuai kebutuhan)





Penjelasan dan Perhatikan

6. Penanganan

Gunakan nilai x^2 yang sesuai dari tabel dan nilai $y=(-x^2)$, grafik $y=x^2$ dan grafik $y=-x^2$ adalah kurva yang simetris terhadap sumbu x.

7. Penanganan Soal 4

Setelah menggambar grafik, pikirkan relasi antara grafik $y = -\frac{1}{2}x^2$ dan $y=-x^2$.

8. Penanganan Soal 5

Berdasarkan diskusi siswa, rangkum hasil dari $a < 0$ dan bandingkan dengan hasil dari $a > 0$ pada Soal 3 di halaman sebelumnya.

Referensi **Cara Menggambar Grafik $y = x^2$**

Seperti tampak pada gambar di sebelah kanan, pada sebuah persegi OABC, tarik ruas garis yang sejajar dengan sisi OC, bagi juga ruas garis berjarak sama di sisi AB. Lalu, ambil perpotongan Q di atas ruas garis yang menguhubungkan titik P dan titik sudut O. Setelah itu, jika kita menghubungkan perpotongannya secara berurutan, kita dapat membuat grafik $y=x^2$. Hal ini dapat dibuktikan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut.

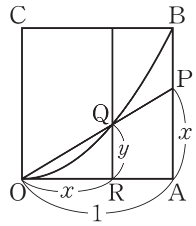
Berdasarkan gambar di sebelah kanan.

OR : OA = QR : PA

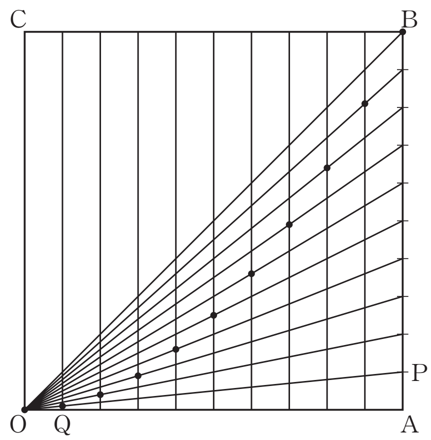
Jika OR = x, QR = y,

$x : 1 = y : x$

Oleh karena itu, $y=x^2$



Jka panjang 1 sisi persegi $\frac{1}{a}$, dan makukan hal yang sama, maka kita dapat menggambar grafik $y=ax^2$.



Penyelesaian

Soal 6

① (c) karena melewati titik (1, 3)

② (a) karena melewati titik (3, 3)

③ (b) karena melewati titik (1, -1)

④ (d) karena melewati titik (3, -3)

---

9. Grafik $y=ax^2$

Ini adalah rangkuman karakteristik grafik pada Soal 3 dan Soal 5 di buku Teks halaman 96 dan 97.

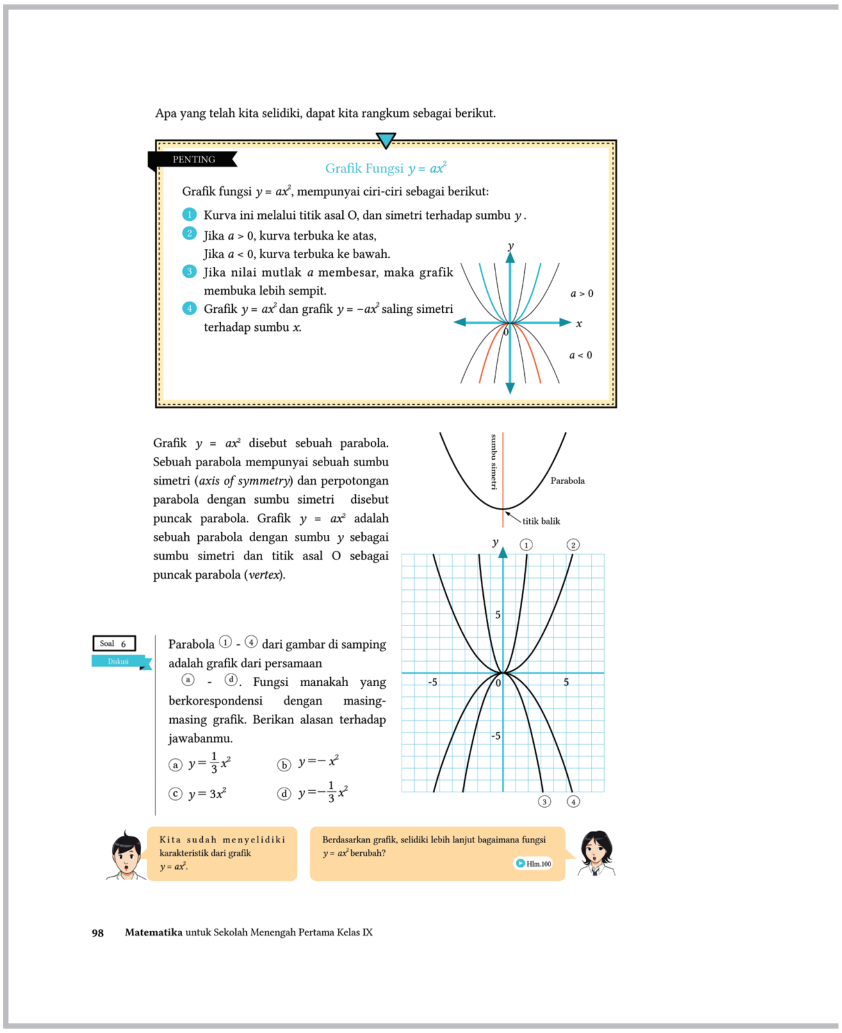
10. Parabola

Di bagian ini kita memahami tentang grafik $y=ax^2$ yang disebut parabola dan titik puncak yang simetris dengan sumbunya.

Terjadinya situasi pada suatu benda yang dilempar secara diagonal ke atas akan jatuh membentuk kurva, menyebabkan munculnya penaman ini.

11. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Di sini kita sudah menyelidiki karakteristik pada grafik. Penyelidikan lebih lanjut mengenai perubahan x dan y akan dipelajari di buku teks halaman 101.



Apa yang telah kita selidiki, dapat kita rangkum sebagai berikut.

PENTING

Grafik Fungsi $y = ax^2$

Grafik fungsi $y = ax^2$, mempunyai ciri-ciri sebagai berikut:

1. Kurva ini melalui titik asal O, dan simetri terhadap sumbu y.
2. Jika $a > 0$, kurva terbuka ke atas, Jika $a < 0$, kurva terbuka ke bawah.
3. Jika nilai mutlak a membesar, maka grafik membuka lebih sempit.
4. Grafik $y = ax^2$ dan grafik $y = -ax^2$ saling simetri terhadap sumbu x.

Grafik $y = ax^2$ disebut sebuah parabola. Sebuah parabola mempunyai sebuah sumbu simetri (*axis of symmetry*) dan perpotongan parabola dengan sumbu simetri disebut puncak parabola. Grafik $y = ax^2$ adalah sebuah parabola dengan sumbu y sebagai sumbu simetri dan titik asal O sebagai puncak parabola (*vertex*).

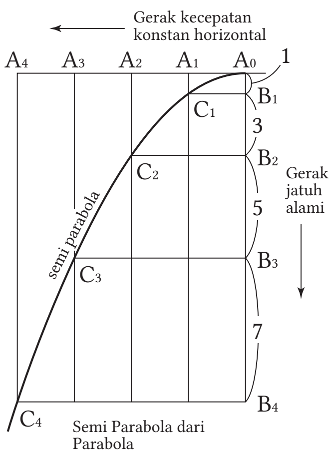
Soal 6 Diskusi

Parabola ① - ④ dari gambar di samping adalah grafik dari persamaan ⓐ - ⓓ. Fungsi manakah yang berkorespondensi dengan masing-masing grafik. Berikan alasan terhadap jawabanmu.

ⓐ $y=\frac{1}{3}x^2$ ⓑ $y=-x^2$

ⓒ $y=3x^2$ ⓓ $y=-\frac{1}{3}x^2$

98 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

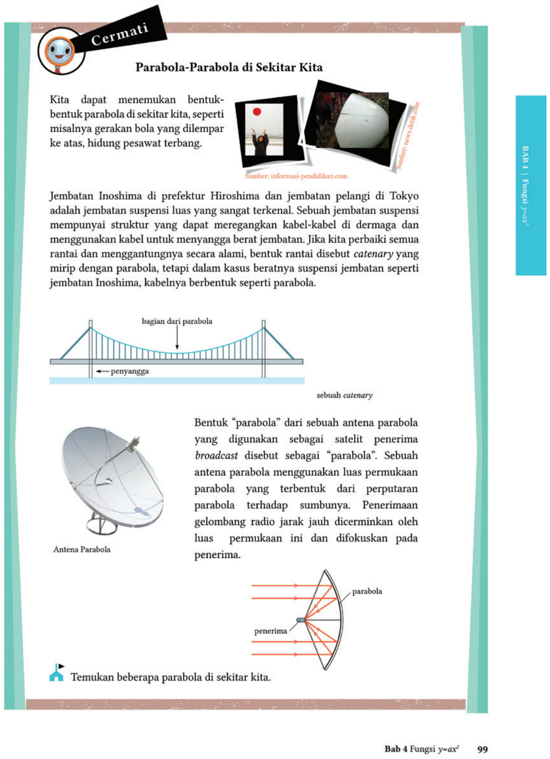


Referensi

Sekitar 50 tahun sebelum Newton menemukan teori gravitasi universal, Galileo Galilei (1565 - 1642) lah yang menyatakan bahwa radiator akan jatuh membentuk parabola berdasarkan teori gerak dari serangkaian eksperimennya. Dalam bukunya "New Science Dialogue" (1638), ia menyimpulkan bahwa "Jarak jatuh benda secara alami akan sebanding dengan kuadrat waktu jatuh" dan "Pada bidang horizontal, benda yang bergerak mengalami percepatan dari luar, kecepatan tersebut dipertahankan sepanjang tidak terjadi perlambatan" dari asumsi tersebut, benda yang diproyeksikan secara horizontal di tempat tinggi disimpulkan akan menggabungkan gerak kecepatan konstan horizontal dan gerak jatuh alami untuk membentuk semi parabola.

Galileo juga menemukan bahwa sifat parabolayang ditemukan sama dengan sama dengan Apollonius lebih dari 1000 tahun yang lalu dan jalur radiator secara matematis sama.

Referensi: Ryozo Funayama (2002) "Tujuh Kisah yang Membuat Anda Menyukai Matematika", Jikkyo Shuppan



Cermati

Parabola-Parabola di Sekitar Kita

Kita dapat menemukan bentuk-bentuk parabola di sekitar kita, seperti misalnya gerakan bola yang dilempar ke atas, hidung pesawat terbang.

Sumber: informasi-pendidikan.com

Sumber: news.detik.com

Jembatan Inoshima di prefektur Hiroshima dan jembatan pelangi di Tokyo adalah jembatan suspensi luas yang sangat terkenal. Sebuah jembatan suspensi mempunyai struktur yang dapat meregangkan kabel-kabel di dermaga dan menggunakan kabel untuk menyangga berat jembatan. Jika kita perbaiki semua rantai dan menggantungnya secara alami, bentuk rantai disebut *catenary* yang mirip dengan parabola, tetapi dalam kasus beratnya suspensi jembatan seperti jembatan Inoshima, kabelnya berbentuk seperti parabola.

bagian dari parabola

penyangga

sebuah *catenary*

Bentuk "parabola" dari sebuah antena parabola yang digunakan sebagai satelit penerima *broadcast* disebut sebagai "parabola". Sebuah antena parabola menggunakan luas permukaan parabola yang terbentuk dari perputaran parabola terhadap sumbunya. Penerimaan gelombang radio jarak jauh dicerminkan oleh luas permukaan ini dan difokuskan pada penerima.

Antena Parabola

parabola

penerima

Temukan beberapa parabola di sekitar kita.

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 99

Penyelesaian

Cermati

(Contoh)

Reflektor kompor, pengumpul suara di museum sains, permukaan reflektif senter

Penjelasan hal-hal yang perlu diperhatikan

12. Parabola-Parabola di Sekitar Kita

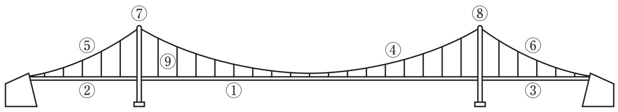
Bagian ini disajikan untuk meningkatkan motivasi dan minat siswa terhadap pembelajaran yang disajikan pada bab ini, yaitu dengan mengetahui parabola sebagai fenomena alami di sekitar dan beberapa benda yang memilikii karakteristik parabola.

13. Antena Parabola

Antena parabola memanfaatkan sinar sejajar yang simetris dengan parabola yang selalu melewati 1 titik ke titik fokus dan dipantulkan melalui parabola (permukaan parabola).

Archimedes dikatakan sebagai orang yang menggunakan titik fokus ini untuk membakar kapal perang Romawi. Ia memasang reflector berbentuk parabola besar di dinding untuk memantulkan sinar matahari.

(**Referensi** Uzawa Hirofumi (1999) "Pengantar Kusuka Matematika 3" Iwanami Shoten)



Jika, titik Asal 0 (titik tengah permukaan jalan antara menara utama),
sumbu x (horizontal), sumbu y (vertikal),
satuan ukuran (m),

(1)	Permukaan jalan menara utama	y=-0.000026x²	$(-385 \leqq x \leqq 385)$
(2)	Permukaan jalan sebelah kiri	y=-0.02x=3.85	$(-635 \leqq x \leqq -385)$
(3)	Permukaan jalan sebelah kanan	y= -0.02x+3.85	$(385 \leqq x \leqq 635)$
(4)	Kabel antara menara utama	y=0.0005241x²+0.76	$(-385 \leqq x \leqq 385)$
(5)	Kabel horizontal sebelah kiri	y=0.0004607x²+0.8192x+325.5	$(-635 \leqq x \leqq -385)$
(6)	Kabel horizontal sebelah kanan	y=0.0004607x²-0.8192x+325.53	$(385 \leqq x \leqq 635)$
(7)	Menara utama sebelah kiri	y=-385	$(-59.85 \leqq y \leqq 80.75)$
(8)	Menara utama sebelah kanan	y=385	$(-59.85 \leqq y \leqq 80.75)$
(9)	Jarak kabel gantung	10m	

(Sumber Referensi) Jalan Tol Honshu Shikoku Co.Ltd.

3 | Perubahan pada Nilai dari Fungsi $y = ax^2$

(4 jam)

Tujuan

1. Peserta didik dapat memahami perubahan nilai dari fungsi $y = ax^2$, nilai terkecil, nilai terbesar, dan domain.
2. Peserta didik dapat menyelidiki laju perubahan dari fungsi $y = ax^2$ menentukan kecepatan rata-rata pada situasi faktual.
3. Peserta didik dapat memahami laju perubahan dari fungsi $y = ax^2$, perbedaannya dengan fungsi linear dan karakteristiknya.

Penyelesaian

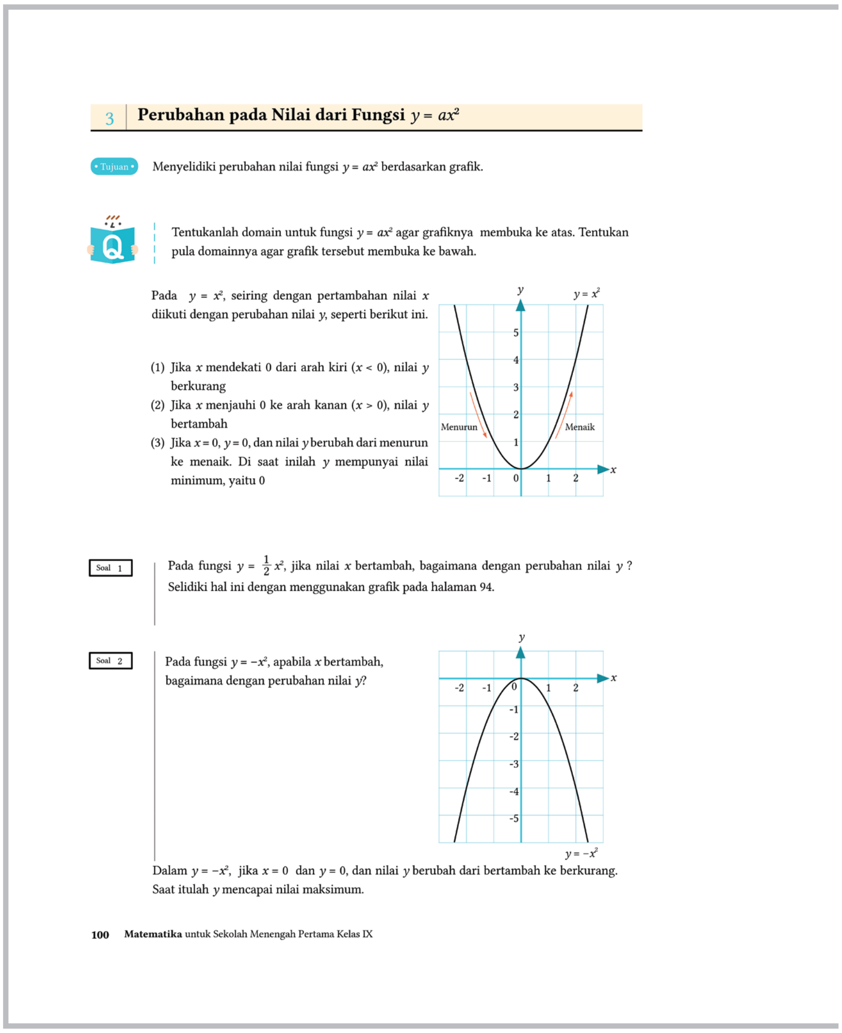
Kanan menaik...$x > 0$
Kanan menurun...$x < 0$

Soal 1

[1] ~ [3] sama dengan $y = ax^2$

Soal 2

Ketika $x < 0$, nilai y bertambah.
Ketika $x > 0$, nilai y berkurang.
Ketika $x = 0$, menjadi $y = 0$, dan nilai y berubah dari bertambah menjadi berkurang.



3 Perubahan pada Nilai dari Fungsi $y = ax^2$

• Tujuan • Menyelidiki perubahan nilai fungsi $y = ax^2$ berdasarkan grafik.

Tentukanlah domain untuk fungsi $y = ax^2$ agar grafiknya membuka ke atas. Tentukan pula domainnya agar grafik tersebut membuka ke bawah.

Pada $y = x^2$, seiring dengan pertambahan nilai x diikuti dengan perubahan nilai y, seperti berikut ini.

(1) Jika x mendekati 0 dari arah kiri ($x < 0$), nilai y berkurang
(2) Jika x menjauhi 0 ke arah kanan ($x > 0$), nilai y bertambah
(3) Jika $x = 0$, $y = 0$, dan nilai y berubah dari menurun ke menaik. Di saat inilah y mempunyai nilai minimum, yaitu 0

Soal 1 Pada fungsi $y = \frac{1}{2}x^2$, jika nilai x bertambah, bagaimana dengan perubahan nilai y ? Selidiki hal ini dengan menggunakan grafik pada halaman 94.

Soal 2 Pada fungsi $y = -x^2$, apabila x bertambah, bagaimana dengan perubahan nilai y?

Dalam $y = -x^2$, jika $x = 0$ dan $y = 0$, dan nilai y berubah dari bertambah ke berkurang. Saat itulah y mencapai nilai maksimum.

100 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan

Ini adalah pertanyaan untuk memastikan perubahan nilai dari fungsi $y = ax^2$ proporsional terhadap kuadrat, saat $x = 0$ sebagai batas, grafik berubah dari kanan menurun menjadi kanan menaik.

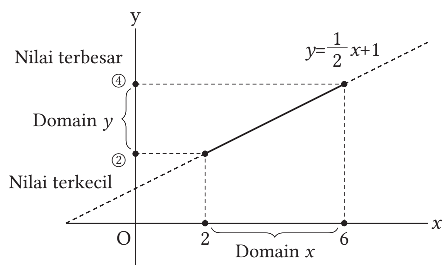
Perhatikan pada nilai x dan y dengan bertanya kepada siswa tentang "Apa arti grafik kanan menaik (kanan menurun)?" dan sejenisnya.

2. Nilai Terkecil dan Nilai Terbesar

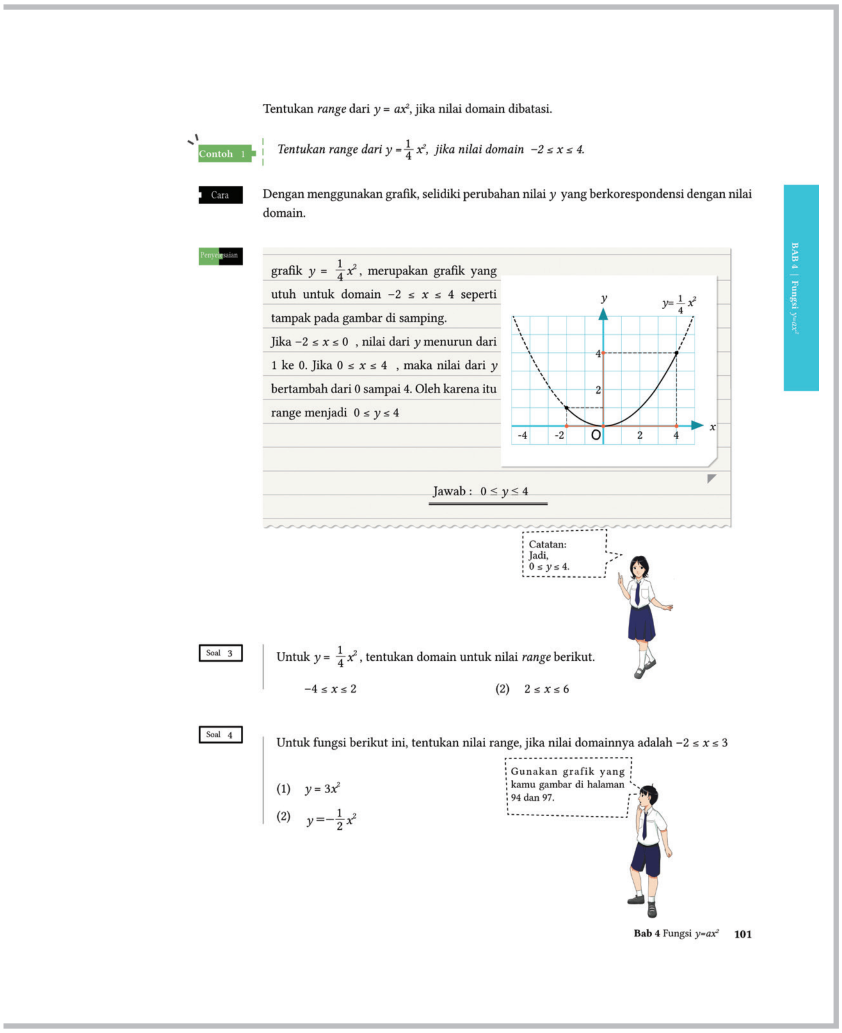
Pada fungsi linear, nilai terkecil dan nilai terbesas tidak diidentifikasikan, tetapi pada fungsi $y = ax^2$, diketahui bahwa ketika $a > 0$, nilai terkecil adalah 0, dan ketika $a < 0$, nilai terbesar menjadi 0 yang dapat dipahami melalui pengamatan.

Referensi Nilai Terkecil dan Nilai Terbesar dari Fungsi Linear

Pada fungsi linear pun, pada saat domainnya terbatas, maka nilai terkecil dan nilai terbesar y terlihat seperti pada gambar berikut ini.



pada domain y $2 \leqq y \leqq 4$, nilai terkecil y adalah 2, nilai terbesarnya adalah 4.



Tentukan *range* dari $y = ax^2$, jika nilai domain dibatasi.

Contoh 1 *Tentukan range dari $y = \frac{1}{4}x^2$, jika nilai domain $-2 \le x \le 4$.*

Cara Dengan menggunakan grafik, selidiki perubahan nilai y yang berkorespondensi dengan nilai domain.

Penyelesaian grafik $y = \frac{1}{4}x^2$, merupakan grafik yang utuh untuk domain $-2 \le x \le 4$ seperti tampak pada gambar di samping.
Jika $-2 \le x \le 0$, nilai dari y menurun dari 1 ke 0. Jika $0 \le x \le 4$, maka nilai dari y bertambah dari 0 sampai 4. Oleh karena itu range menjadi $0 \le y \le 4$

Jawab : $0 \le y \le 4$

Soal 3 Untuk $y = \frac{1}{4}x^2$, tentukan domain untuk nilai *range* berikut.

$-4 \le x \le 2$ (2) $2 \le x \le 6$

Soal 4 Untuk fungsi berikut ini, tentukan nilai range, jika nilai domainnya adalah $-2 \le x \le 3$

(1) $y = 3x^2$
(2) $y = -\frac{1}{2}x^2$

Penyelesaian

Soal 3

(1) Nilai y adalah
ketika x = 0, nilai terkecil 0
ketika x = -4, nilai terbesar 4

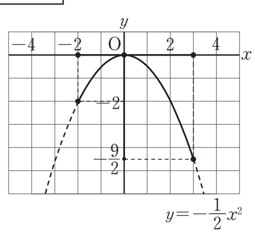
Jawab $0 \le y \le 4$

(2) Nilai y adalah
ketika x = 2, nilai terkecil 1
ketika x = 6, nilai terbesar 9

Jawab $1 \le y \le 9$

Soal 4

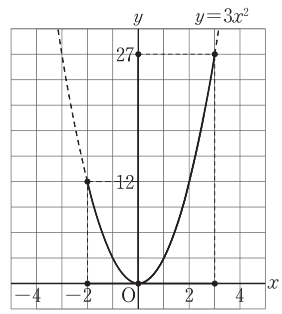
(1)



Nilai y adalah
ketika x = 0, nilai terkecil 0
ketika x = 3, nilai terbesar 27

Jawab $0 \leqq y \leqq 27$

(2)



Nilai y adalah
ketika x = 3, nilai terkecil $-\frac{9}{2}$
ketika x = 0, nilai terbesar 0

Jawab $-\frac{9}{2} \leqq y \leqq 0$

Penjelasan dan Perhatikan

3. Penanganan Contoh 1, Soal 3, dan Soal 4

Seperti pembelajaran sebelumnya di kelas VIII tentang fungsi linear, ketika kita menganggap relasi fungsi dalam fenomena nyata, kita perlu menentukan domain dari relasi fungsi tersebut.

Cara menentukan range y akan berbeda bergantung pada apakah domain dari x menyertakan x = 0 atau tidak. Contoh 3 (2), adalah yang terakhir. Dalam kasus seperti ini, ia menaik secara monoton (menurun secara monoton), sehingga nilai terbesar dan nilai terkecil y, dapat ditentukan di kedua ujung grafik.

Contoh 1, Soal 3 (1), dan Soal 4 adalah kasus ketika x = 0 termasuk dalam domain x. Dengan mengamati grafik dapat diketahui bahwa titik akhir grafik tidak menjadi nilai terkecil (nilai terbesar) y, dan y = 0 pada titik asal 0 menjadi nilai terkecil (nilai terbesar) y.

Penyelesaian

Laju Perubahan tidak konstan

Soal 5

(1) Laju perubahan bernilai negatif jika $x < 0$, dan bernilai positif jika $x > 0$.
(2) Ketika nilai absolut x bertambah, kenaikan dan penurunan nilai y bertambah

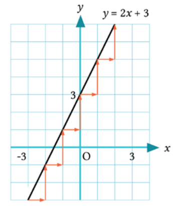
Soal 6

Kenaikan nilai x	1	1	1	1	1	1	
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9
Kenaikan nilai y	5	3	1	-1	-3	-5	

Laju perubahan bernilai positif jika $x < 0$, dan bernilai negatif jika $x > 0$
Ketika nilai absolut x bertambah, kenaikan dan penurunan nilai y bertambah.

Laju Perubahan

Untuk fungsi $y = 2x + 3$, laju perubahan sebesar 2 dan perubahan ini tetap. Untuk fungsi $y = x^2$, selidiki besarnya kenaikan nilai y manakala nilai x bertambah sebesar 1, dengan menggunakan gambar pada halaman 94.



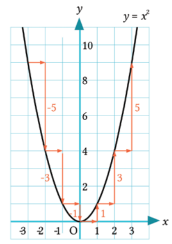
Ulasan

$$(\text{laju perubahan}) = \frac{(\text{kenaikan nilai } y)}{(\text{kenaikan nilai } x)}$$

Kelas VII SMP

Untuk fungsi $y = x^2$, jika nilai x bertambah satu dimulai dari -3 sampai 3, maka kenaikan y adalah -5, -3, -1, 1, 3, 4 seperti terlihat pada tabel berikut:

Kenaikan Nilai x	1	1	1	1	1	1	
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9
Kenaikan Nilai y	-5	-3	-1	1	3	5	



Laju perubahan dari $y = x^2$ tidak konstan.

Soal 5 Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini untuk $y = x^2$.

(1) Jika $x < 0$ dan $x > 0$, bagaimanakah perbedaan antara laju perubahannya?
(2) Apabila nilai mutlak x bertambah, bagaimana perubahan nilai y?

Soal 6 Untuk fungsi $y = -x^2$, buatlah tabel yang bersesuaian dan selidikilah untuk soal yang sama seperti pada soal nomor 5.

102 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

4. Penanganan

Di bagian ini kita mengkonfirmasi arti laju perubahan dan laju perubahan fungsi linear $y = ax+b$ adalah konstan dan sama dengan koefisien a dari x, kemudian menyelidiki laju perubahan $y=ax^2$. Laju perubahan adalah

$$\text{Laju perubahan} = \frac{\text{kenaikan nilai } y}{\text{kenaikan nilai } x}$$

pada fungsi linear, "nilai x yang bertambah sebesar 1 akan menjadi nilai y yang bertambah."

Laju perubahan $y=x^2$ tidak konstan dan dapat dibaca melalui grafik.

Selain itu, pada tahapan ini sebaiknya meninjau ulang cara menentukan laju perubahan dengan perhitungan.

5. Laju Perubahan Fungsi $y = ax^2$

Fungsi $y = ax^2$ berbeda dengan fungsi kuadrat, yaitu laju perubahan tidak konstan dan ini adalah contohnya. Gunakan grafik untuk menyelidikinya.

Kemudian, pada Soal 5, perhatikan dengan tanda laju perubahan berikut besaran nilai absolutnya.

Melalui beberapa hal yang dipelajari di sini, diharapkan siswa mendapat gambaran tentang garis besar perubahan nilai fungsi $y = ax^2$

6. Penanganan Soal 6

Meminta siswa memikirkan cara membuat tabel dari grafik $y = ax^2$ yang dibuat dari buku teks.halaman 108

Contoh 2 Untuk fungsi $y=\frac{1}{2}x^2$, tentukan laju perubahannya jika x bertambah dari 2 ke 4.

Penyelesaian

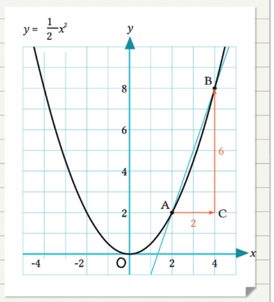
Jika $x = 2$, $y = \frac{1}{2} \times 2^2$
$= 2$

Jika $x = 4$, $y = \frac{1}{2} \times 4^2$
$= 8$

Oleh karena itu,

$$\frac{(\text{kenaikan nilai } y)}{(\text{kenaikan nilai } x)} = \frac{8-2}{4-2} = \frac{6}{2} = 3$$

Jawab : 3



BAB 4 | Fungsi $y=ax^2$

Untuk gambar pada contoh 2, kemiringan dari garis yang melalui 2 titik A (2,2) dan B (4,8) adalah $\frac{CB}{AC}$. Dapat dikatakan bahwa laju perubahan ketika nilai x bertambah dari 2 ke 4 menyatakan kemiringan garis itu.

Soal 7 Untuk fungsi $y=\frac{1}{2}x^2$, tentukan tingkat perubahan jika x bertambah sebagai berikut.

(1) dari 4 ke 6 (2) dari −4 ke −2

Soal 8 Untuk fungsi $y = -2x^2$, tentukan laju perubahan jika x bertambah sebagai berikut.

(1) dari 2 ke 5 (2) dari −3 ke 0

Sesuai dengan penyelidikan kita sejauh ini, laju perubahan dari $y = ax^2$ tidak tetap, hal ini berbeda dengan fungsi linear.

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 103

Penyelesaian

Soal 7

(1) Jika x=4, y=8
Jika x=6, y=18

Laju perubahan $\dfrac{18-8}{6-4} = 5$

(2) Jika x=-4, y=8
Jika x =-2, y=2

Laju perubahan $\dfrac{2-8}{-2-(-4)} = -3$

Soal 8

(1) Jika x=2, y=-8
Jika x=5, y=-50

Laju perubahan $\dfrac{-50-(-8)}{5-2} = -14$

(2) Jika x=-3, y=-18
Jika x=0, y=0

Laju perubahan $\dfrac{0-(-18)}{0-(-3)} = 6$

Penjelasan dan Perhatikan

7. Penanganan Contoh 2

Dari laju perubahan pada tabel di halaman sebelumnya, laju perubahan fungsi $y = ax^2$ di sini, dihitung dalam interval arbitrer

Dapat diketahui bahwa laju perubahannya mewakili kemiringan garis lurus yang melewati 2 titik pada grafik.

8. Penanganan Soal 7 dan Soal 8

Membayangkan bentuk grafik dan menghitung laju perubahan apakah perubahannya menjadi positif atau negatif (apakah naik atau turun). Melalui pembelajaran di sini, diketahui bahwa laju perubahan fungsi $y = ax^2$ tidak konstan.

Referensi **Laju Perubahan dan Kemiringan Persinggungan**

Laju perubahan fungsi linear menyatakan kemiriringan (garis) grafik

Laju perubahan fungsi $y = ax^2$ adalah

$$\frac{\text{kenaikan nilai } y}{\text{kenaikan nilai } x} = \frac{a(x+h)^2 - ax^2}{(x+h)-x} = 2ax + ah$$

Ini bervariasi tergantung pada nilai x dan h dan tidak konstan.

Di sini, jika nilai h ditentukan sekecil mungkin, maka laju perubahan akan mendekati $2ax$ sebanyak mungkin pada persinggungan titik grafik $y = ax^2$.

Penyelesaian

x (detik)	0	1	2	3	4	5	⋯
y (m)	0	5	20	45	80	125	⋯

Soal 9

(1) $\dfrac{45-20}{3-2} = 25\,(\mathrm{m/s})$

(2) $\dfrac{80-45}{4-3} = 35\,(\mathrm{m/s})$

(3) $\dfrac{125-80}{5-4} = 45\,(\mathrm{m/s})$

Mari Mencoba

Prediksi kecepatan menjadi

1 detik $\approx$ 1.1 detik

$$\frac{6,05-5}{1,1-1} = 10,5\,(\mathrm{m/s})$$

Prediksi kecepatan menjadi

1 detik $\approx$ 1.01 detik

$$\frac{5,1005-5}{1,01-1} = 10,05\,(\mathrm{m/s})$$

Prediksi kecepatan menjadi

1 detik $\approx$ 1.001 detik

$$\frac{5,010005-5}{1,001-1} = 10,05\,(\mathrm{m/s})$$

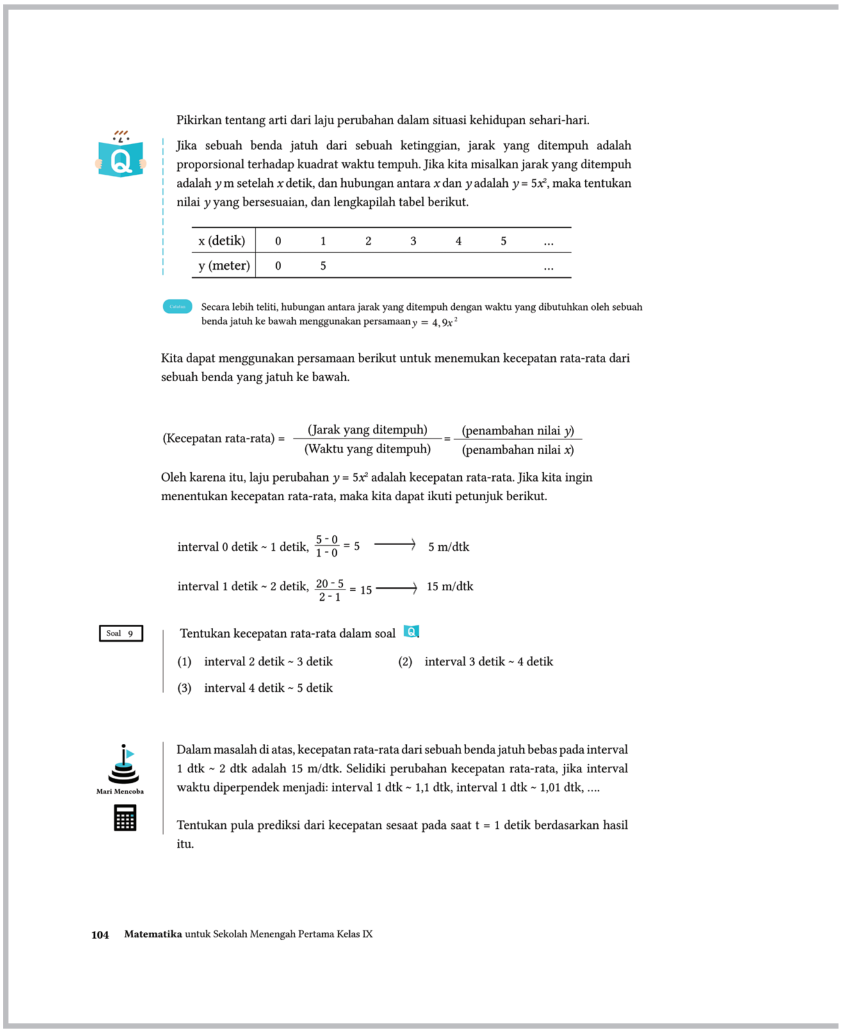
$\vdots$

jika interval waktu diperpendek, maka rata-rata kecepatan mendekatan 10m/s, Dari sini diketahui bahwa kecepatan sesaat 1 detik adalah 10m/s.

9. Penanganan

Ini adalah contoh pengamatan tentang arti laju perubahan fungsi $y = ax^2$ dalam situasi kehidupan sehari-hari. Dikatakan bahwa Galileo menemukan hukum gerak jatuh. Pada umumnya konstanta proporsional sering diperlakukan sebagai 4,9, tetapi di sini digunakan 5 sebagai angka perkiraan

Dari gambar di buku teks, diketahui bahwa kecepatan jatuh meningkat setiap saat, sehingga kecepatan rata-rata pada interval itu dihitung $\dfrac{\text{jarak yang ditempuh}}{\text{waktu yang ditempuh}}$. Kemudian kecepatan rata-rata pada interval tersebut diketahui merupakan laju perubahan fungsi $y = 5\times 2$.



Pikirkan tentang arti dari laju perubahan dalam situasi kehidupan sehari-hari.

Jika sebuah benda jatuh dari sebuah ketinggian, jarak yang ditempuh adalah proporsional terhadap kuadrat waktu tempuh. Jika kita misalkan jarak yang ditempuh adalah y m setelah x detik, dan hubungan antara x dan y adalah $y = 5x^2$, maka tentukan nilai y yang bersesuaian, dan lengkapilah tabel berikut.

x (detik)	0	1	2	3	4	5	...
y (meter)	0	5					...

Catatan: Secara lebih teliti, hubungan antara jarak yang ditempuh dengan waktu yang dibutuhkan oleh sebuah benda jatuh ke bawah menggunakan persamaan $y = 4,9x^2$

Kita dapat menggunakan persamaan berikut untuk menemukan kecepatan rata-rata dari sebuah benda yang jatuh ke bawah.

$$(\text{Kecepatan rata-rata}) = \frac{(\text{Jarak yang ditempuh})}{(\text{Waktu yang ditempuh})} = \frac{(\text{penambahan nilai } y)}{(\text{penambahan nilai } x)}$$

Oleh karena itu, laju perubahan $y = 5x^2$ adalah kecepatan rata-rata. Jika kita ingin menentukan kecepatan rata-rata, maka kita dapat ikuti petunjuk berikut.

interval 0 detik ~ 1 detik, $\dfrac{5-0}{1-0} = 5 \longrightarrow$ 5 m/dtk

interval 1 detik ~ 2 detik, $\dfrac{20-5}{2-1} = 15 \longrightarrow$ 15 m/dtk

Soal 9 Tentukan kecepatan rata-rata dalam soal Q.

(1) interval 2 detik ~ 3 detik (2) interval 3 detik ~ 4 detik

(3) interval 4 detik ~ 5 detik

Mari Mencoba

Dalam masalah di atas, kecepatan rata-rata dari sebuah benda jatuh bebas pada interval 1 dtk ~ 2 dtk adalah 15 m/dtk. Selidiki perubahan kecepatan rata-rata, jika interval waktu diperpendek menjadi: interval 1 dtk ~ 1,1 dtk, interval 1 dtk ~ 1,01 dtk, ...

Tentukan pula prediksi dari kecepatan sesaat pada saat t = 1 detik berdasarkan hasil itu.

104 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

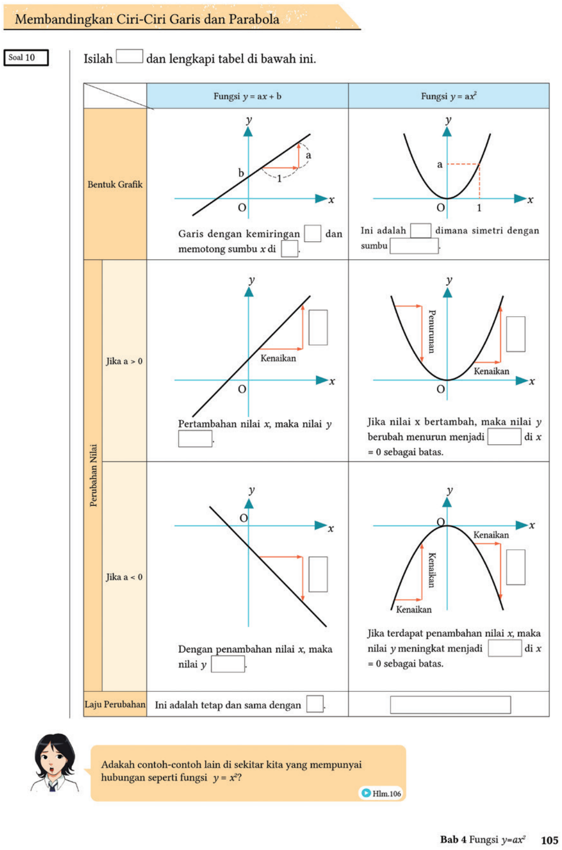
10. Penanganan

Mari Mencoba

Pada Q dan Soal 9, dihitung kecepatan rata-rata per detak dan diketahui bahwa kecepatan rata-rata meningkat secara bertahap. Di sini, tujuannya adalah unutk mengetahui bagaimana kecepatanrata-rata berubah jika jarak interval dikurangi secara bertahap.

Sebagaimana disajikan dalam penyelesaian di atas, diperkirakan bahwa kecepatan rata-rata akan mendekati 10 m/s jika jarak interval berkurak setelah 1 detik.

Gagasan dapat dipahami melalui diferensiasi yang akan dipelajari di SMA.



Membandingkan Ciri-Ciri Garis dan Parabola

Soal 10 Isilah ☐ dan lengkapi tabel di bawah ini.

		Fungsi $y = ax + b$	Fungsi $y = ax^2$
Bentuk Grafik		Garis dengan kemiringan ☐ dan memotong sumbu x di ☐.	Ini adalah ☐ dimana simetri dengan sumbu ☐.
Perubahan Nilai	Jika a > 0	Pertambahan nilai x, maka nilai y ☐.	Jika nilai x bertambah, maka nilai y berubah menurun menjadi ☐ di x = 0 sebagai batas.
	Jika a < 0	Dengan penambahan nilai x, maka nilai y ☐.	Jika terdapat penambahan nilai x, maka nilai y meningkat menjadi ☐ di x = 0 sebagai batas.
Laju Perubahan		Ini adalah tetap dan sama dengan ☐.	☐

Adakah contoh-contoh lain di sekitar kita yang mempunyai hubungan seperti fungsi $y = x^2$?

Hlm.106

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 105

Penyelesaian

Soal 10

< Fungsi $y = ax + b$>
Urutan dari atas
a, b
Kenaikan, Kenaikan
Penurunan, Penurunan
a
<Fungsi $y = ax^2$>
Urutan dari atas
y, parabola
Kenaikan, Kenaikan
Penurunan, Penurunan
Tidak konstan

Penjelasan dan Perhatikan

11. Penanganan Soal 10

Dengan rangkuman yang terintegrasi terhadap ciri-ciri perubahan nilai yang diselidiki dari setiap fungsi $y=x^2$, y=-2×2 dan membandingkannya dengan fungsi linear, maka ciri-ciri keduanya dapat dipahami siswa dengan jelas.

Harap diperhatikan agar siswa tidak menghapalkannya secara khusus, dengan menggunakan grafik untuk membaca nilai yang bertambah dan menurun atau menghitung laju perubahan, hal tersebut dapat dihindari.

Grafik $y=ax+b$ dan $y=-ax^2$ yang disajikan di sini merupakan grafik yang mewakilinya masing-masing, ciri-cirinya yang tertulis merupakan hal yang pada umumnya berlaku.

12. Penanganan terhadap Pertanyaan lebih Lanjut

Kita sudah belajar tentang grafik dan persamaan fungsi yang proporsional terhadap kuadrat serta perubahan nilainya. Penggunaan hal tersebut dalam situasi kehidupan sehari-hari terdapat pada soal jatuh bebas di halaman sebelumnya di luar pengantar. Contoh-contoh lain di sekitar kita dapat dilihat di halaman selanjutnya.

Referensi **Parabola dan Kalkulus Diferensial Newton**

Eropa pada abad ke 16-17 M dilanda perang berkelanjutkan sebagai upaya penyatuan Eropa dari setiap negaranya. Sehubungan dengan itu, lintasan peluru marak diteliti untuk menembakkan peluru meriam berkekuatan besar.

Pada abad ke-16, Galileo menemukan bahwa bentuk lintasan peluru adalah parabola. Sejak itu mulai dipelajarai bagaimana perubahan arah perjalanan peluru yang ditembakkan bersamaan dengan waktu, artinya persoalan terletak pada garis singgung parabola (kurva). Newton secara independen mencetuskan idenya untuk menentukan kemiringan garis singgung (kalkulus diferensial). Melalui penemuannya ini, umat manusia mempeoleh alat ampuh yang dapat bersinggunan dengan kurva apapun, bukan hanya parabola. (Referensi) "Newton, Februari 2011", Newton Press.

3 | Penerapan Fungsi $y = ax^2$

(2 jam)

• Tujuan •

Peserta didik dapat menjelaskan penggunaan fungsi $y = ax^2$ dalam kehidupan sekitar

Penyelesaian

Q

Nilai y kira-kira 2 kali perkalian 2 dari x

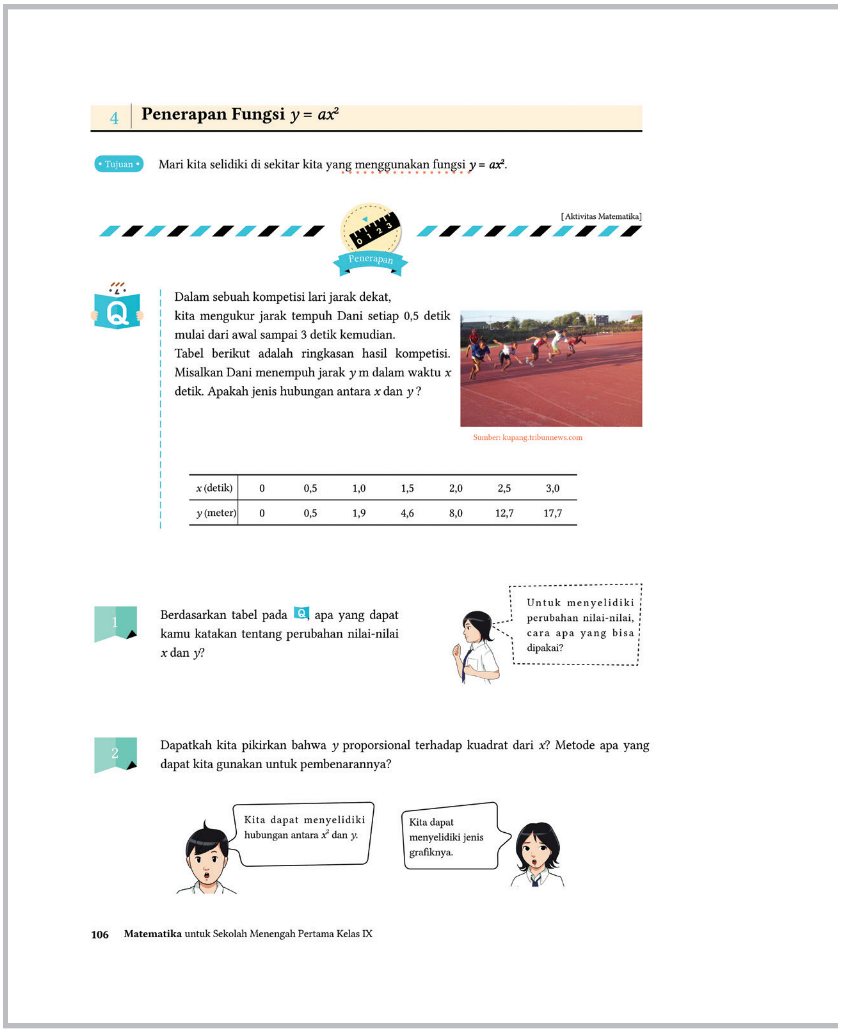
1 (Contoh)

- Laju perubahan tidak konstan
- jika nilai x berubah 2 kali, 3 kali, ...kali lipat , maka nilai y berubah kitra-kira 4 kali, 9 kali, ...

2

y dapat dikatakan proporsioanl terhadap kuadrat x (Contoh pembuktian)

- menyelidiki relasi antara x^2 dan y
- menyatakan relasi x dan y dalam grafik.



4 | **Penerapan Fungsi $y = ax^2$**

• Tujuan • Mari kita selidiki di sekitar kita yang menggunakan fungsi $y = ax^2$.

[Aktivitas Matematika]

Penerapan

Q Dalam sebuah kompetisi lari jarak dekat, kita mengukur jarak tempuh Dani setiap 0,5 detik mulai dari awal sampai 3 detik kemudian. Tabel berikut adalah ringkasan hasil kompetisi. Misalkan Dani menempuh jarak y m dalam waktu x detik. Apakah jenis hubungan antara x dan y ?

Sumber: kupang.tribunnews.com

x (detik)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
y (meter)	0	0,5	1,9	4,6	8,0	12,7	17,7

1 Berdasarkan tabel pada Q, apa yang dapat kamu katakan tentang perubahan nilai-nilai x dan y?

2 Dapatkah kita pikirkan bahwa y proporsional terhadap kuadrat dari x? Metode apa yang dapat kita gunakan untuk pembenarannya?

106 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Penjelasan dan Perhatikan

1. Aktivitas Matematika Saat Ini

Pada jam ini dapat diterapkan aktivitas matematika c dari Panduan Pembelajaran, yaitu "Penerapan Fungsi $y=ax^2$, dan Penyelidikan terhadap Relasi antara Waktu dan Jarak dalam Sebuah Kompetensi Lari Jarak Dekat."

2. Penanganan Q

Menunjukkan 1 data dari waktu mulai lomba lari jarak pendek. Meminta siswa untuk memperhatikan data dan mempresentasikan hal yang diamatinya berdasarkan 1 dan 4 .

3. Penanganan 1

Membaca perubahan nilai x dan y dari ringkasan hasil kompetensi pada tabel. Dari sini diharapkan siswa dapat melihat laju perubahan dan 2 cara penyelidikan berdasarkan kelipatan dan kelipatannya.

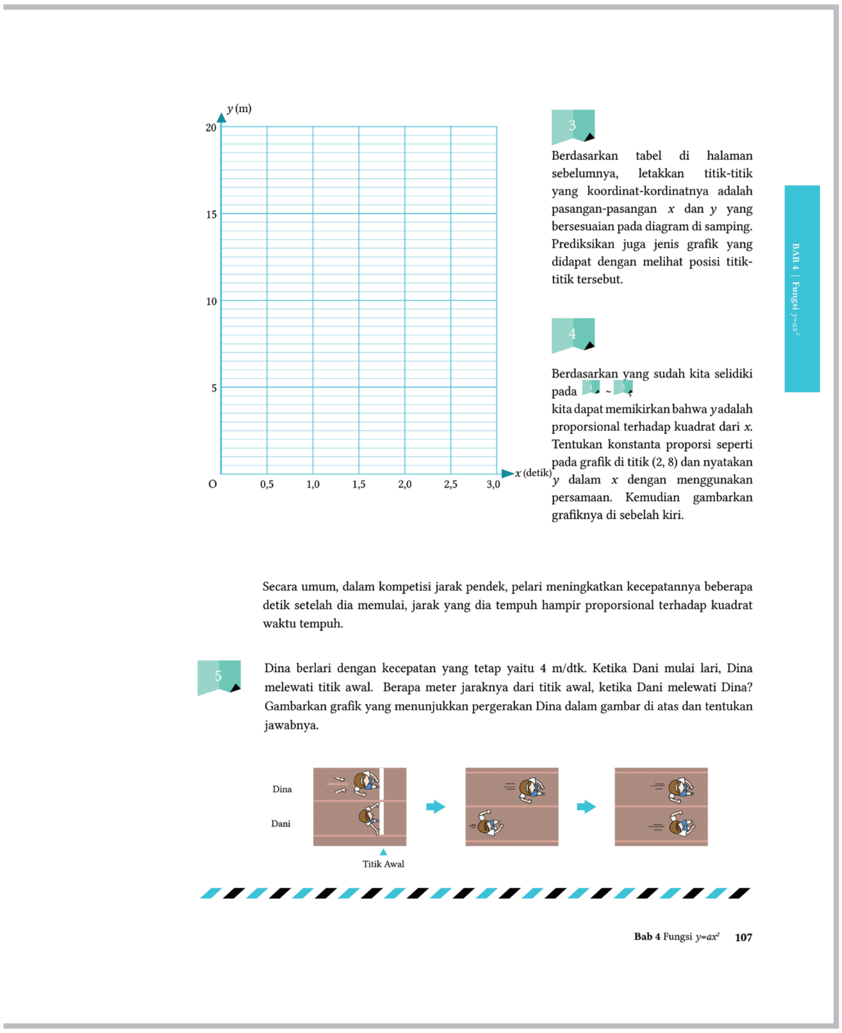
4. Penanganan 2

Diharapkan siswa dapat melakukan aktivitas matematika melalui penyelidikan relasi yang berkorespondensi antara x dan y dari tabel dan menggambar grafik berdasarkan tabel.

Ketika mereka menyelidiki relasi antara x^2 dan y, buatlah tabel seperti ini dan mintalah mereka menyelidikanya.

x	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
x^2	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9
y	0	0,5	1,9	4,6	8,0	1,27	17,7
$\frac{y}{x^2}$	∞	2	1,9	2,04	2	2,03	1,97

Nilai $\frac{y}{x^2}$ kira-kira konstan $(\fallingdotseq 2)$, di antara x dan y diketahui terdapat relasi y=2×2.


y (m)
20
15
10
5
O 0,5 1,0 1,5 2,0 2,5 3,0 x (detik)

3

Berdasarkan tabel di halaman sebelumnya, letakkan titik-titik yang koordinat-kordinatnya adalah pasangan-pasangan x dan y yang bersesuaian pada diagram di samping. Prediksikan juga jenis grafik yang didapat dengan melihat posisi titik-titik tersebut.

4

Berdasarkan yang sudah kita selidiki pada 1 ~ 3, kita dapat memikirkan bahwa y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x. Tentukan konstanta proporsi seperti pada grafik di titik (2, 8) dan nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan. Kemudian gambarkan grafiknya di sebelah kiri.

BAB 4 | Fungsi $y=ax^2$

Secara umum, dalam kompetisi jarak pendek, pelari meningkatkan kecepatannya beberapa detik setelah dia memulai, jarak yang dia tempuh hampir proporsional terhadap kuadrat waktu tempuh.

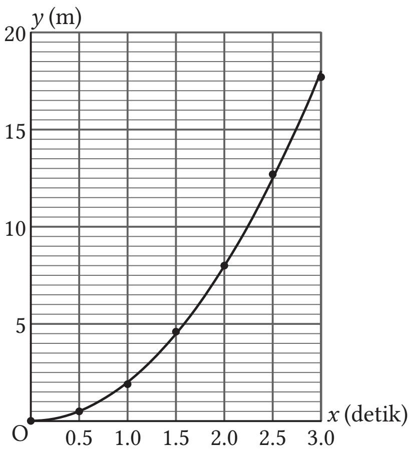
5 Dina berlari dengan kecepatan yang tetap yaitu 4 m/dtk. Ketika Dani mulai lari, Dina melewati titik awal. Berapa meter jaraknya dari titik awal, ketika Dani melewati Dina? Gambarkan grafik yang menunjukkan pergerakan Dina dalam gambar di atas dan tentukan jawabnya.

Dina
Dani
Titik Awal

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 107

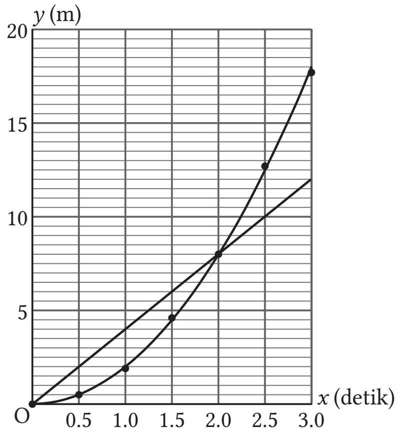
Penyelesaian

3, 4



Jika x = 2,0 dan y = 8,0 digantikan ke $y = ax^2$
Diselesaikan, a = 2
Oleh karena itu, persamaannya adalah y = 2×2

5



Karena kedua grafik bersinggungan di titik (2,0 dan 8), jarak dari titik awal ketika melewatinya adalah 8 m.

Penjelasan dan Perhatikan

5. Penanganan 3

Jika kita meletakkan titik-titik pada bidang koordinat berdasarkan tabel di halaman sebelumnya, diketahui bahwa titik-titik tersebut tidak berada pada garis lurus. Lalu kita dapat memperkirakan bahwa grafik tersebut akan menjadi parabola dari susunan titik-titiknya dan hasil penyelidikan pada 1 dan 2. Dengan demikian, penting untuk mempertimbangkan tabel, persamaan dan grafik yang saling berkorelasi terkait dengan situasi dalam kehidupan sehari-hari.

6. Penanganan 4

Ketika kita menggambar grafik fungsi dengan persamaan $y = 2ax^2$, diketahui bahwa 7 titik berada pada grafik atau di dekatnya. Dengan kata lain, diketahui bahwa terdapat relasi kira-kira sebesar $y = 2ax^2$ di antara x dan y,

7. Penanganan 5

Ini merupakan pertanyaan yang dibuat untuk membaca dan menggunakan grafik.

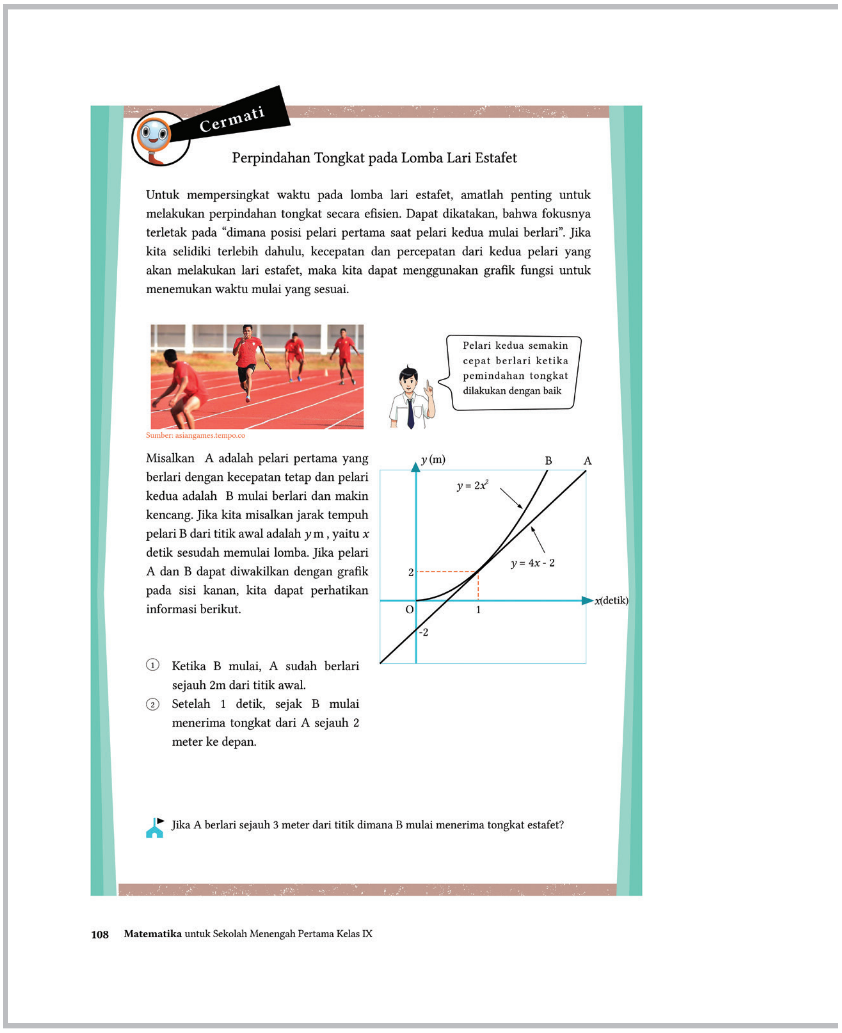
Pertama-tama, penting untuk mengetahui tentang relasi antara waktu berlari dan jarak yang ditempuh Dina adalah relasi proposional. Dengan mengacu pada titil awal, Dina berlari dengan kecepatan konstan 4 m/detik, sehingga persamaannya dinyatakan $y = 4x$.

Kemudian perhatikan garis lurus pada grafik yang berpotongan dengan parabola dan membaca artinya. Dua perpotongan dalam grafik tersebut menunjukkan bahwa mereka berada pada waktu yang sama di titik awal, yaitu titik awal dan titik Dani mengejar Dina

Penyelesaian

Cermati

Dalam situasi seperti ini, persamaan A menjadi y=4x-3, Grafik ini tidak bersinggungan dengan grafik y=2×2 Oleh karena itu, perpindahan tongkat dari A ke B tidak dapat dilakukan.



Cermati

Perpindahan Tongkat pada Lomba Lari Estafet

Untuk mempersingkat waktu pada lomba lari estafet, amatlah penting untuk melakukan perpindahan tongkat secara efisien. Dapat dikatakan, bahwa fokusnya terletak pada "dimana posisi pelari pertama saat pelari kedua mulai berlari". Jika kita selidiki terlebih dahulu, kecepatan dan percepatan dari kedua pelari yang akan melakukan lari estafet, maka kita dapat menggunakan grafik fungsi untuk menemukan waktu mulai yang sesuai.

Sumber: asiangames.tempo.co

Pelari kedua semakin cepat berlari ketika pemindahan tongkat dilakukan dengan baik

Misalkan A adalah pelari pertama yang berlari dengan kecepatan tetap dan pelari kedua adalah B mulai berlari dan makin kencang. Jika kita misalkan jarak tempuh pelari B dari titik awal adalah y m, yaitu x detik sesudah memulai lomba. Jika pelari A dan B dapat diwakilkan dengan grafik pada sisi kanan, kita dapat perhatikan informasi berikut.

① Ketika B mulai, A sudah berlari sejauh 2m dari titik awal.

② Setelah 1 detik, sejak B mulai menerima tongkat dari A sejauh 2 meter ke depan.

Jika A berlari sejauh 3 meter dari titik dimana B mulai menerima tongkat estafet?

108 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

8. Perpindahan Tongkat pada Lomba Lari Estafet

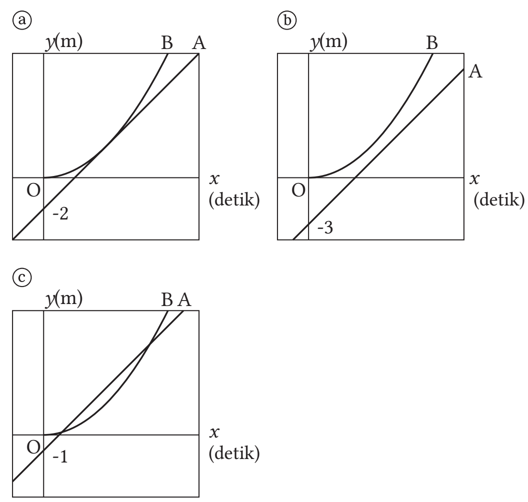
Ini merupakan penerapan dari 5 di halaman sebelumnya. Jika kita mempertimbangkan grafik A dan B berdasarkan perpindahan tongkat pada lari estafet tersebut, Jika B mulai berlari sebelum A datang sejauh 2 m, maka perpindahan tongka tidak dapat dilakukan (grafik tidak bersinggungan). Lalu, jika B mulai berlari dari titik awal yang lebih dekat dari 2 m, maka perpindahan tongkat dapat dilakukan (grafik bersinggungan pada 2 titik). Oleh karena itu, situasi yang ditunjukkan dalam grafik (garis lurus bersinggungan dengan parabola) adalah jalur perpindahan tongkat optimal.

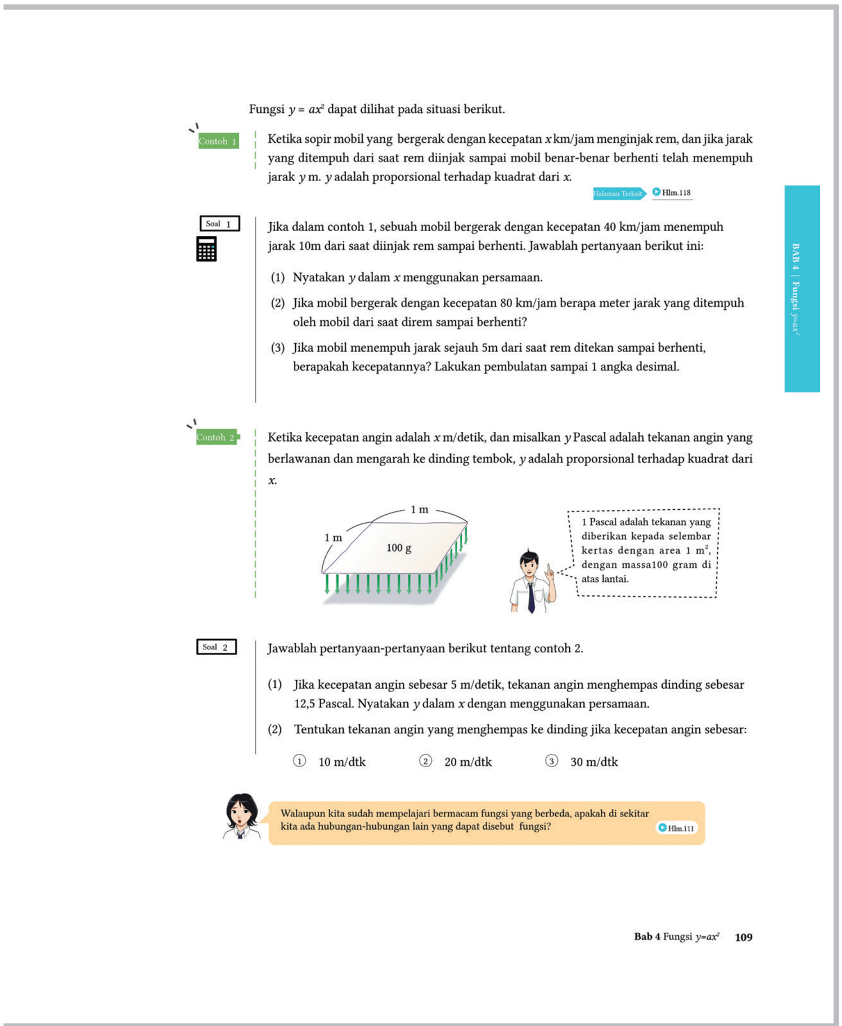
Diharapkan siswa dapat menjelaskan tentang bagaimana cara membaca perpindahan tongkat dari bilangan pada titik persinggungan

9. Penanganan

Grafik yang menunjukkan situasi dalam terlihat pada ⓐ di sebelah kanan. Situasi ⓑ menunjukkan bahwa A ditarik keluar saat memindahkan tongkat ke B satu kali, lalu B menarik keluar A lagi. Dengan aktivitas menjelaskan berdasarkan analisis situasi perpindahan tongkat melalui grafik, siswa dapat mengamati situasi yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari melalui matematika, begitu juga dengan umpan balik yang dapat dilakukan, misalnya dengan mengajukan pertanyaan "Perpindahan tongkat yang efisien akan terjadi dalam situasi seperti apa?

Selain itu, dapat juga disajikan melalui komputer dan sejenisnya untuk memudahkan pengilustrasiannya, misalnya, memindahkan grafik y=4x-2 secara visual di sepanjang sumbu y dan mengamati situasi tersebut secara berkelanjutan.





Fungsi $y = ax^2$ dapat dilihat pada situasi berikut.

Contoh 1

Ketika sopir mobil yang bergerak dengan kecepatan x km/jam menginjak rem, dan jika jarak yang ditempuh dari saat rem diinjak sampai mobil benar-benar berhenti telah menempuh jarak y m. y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x.

Halaman Terkait Hlm.118

Soal 1

Jika dalam contoh 1, sebuah mobil bergerak dengan kecepatan 40 km/jam menempuh jarak 10m dari saat diinjak rem sampai berhenti. Jawablah pertanyaan berikut ini:

(1) Nyatakan y dalam x menggunakan persamaan.

(2) Jika mobil bergerak dengan kecepatan 80 km/jam berapa meter jarak yang ditempuh oleh mobil dari saat direm sampai berhenti?

(3) Jika mobil menempuh jarak sejauh 5m dari saat rem ditekan sampai berhenti, berapakah kecepatannya? Lakukan pembulatan sampai 1 angka desimal.

Contoh 2

Ketika kecepatan angin adalah x m/detik, dan misalkan y Pascal adalah tekanan angin yang berlawanan dan mengarah ke dinding tembok, y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x.

Soal 2

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut tentang contoh 2.

(1) Jika kecepatan angin sebesar 5 m/detik, tekanan angin menghempas dinding sebesar 12,5 Pascal. Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan.

(2) Tentukan tekanan angin yang menghempas ke dinding jika kecepatan angin sebesar:

① 10 m/dtk ② 20 m/dtk ③ 30 m/dtk

Walaupun kita sudah mempelajari bermacam fungsi yang berbeda, apakah di sekitar kita ada hubungan-hubungan lain yang dapat disebut fungsi? Hlm.111

Penyelesaian

Soal 1

(1) Jika $x = 40$ dan $y = 10$ digantikan ke $y = ax^2$,

$$10 = a \times 40^2$$

$$a = \frac{1}{160}$$

Jawab $y = \frac{1}{160}x^2$

(2) Jika x=80 digantikan ke $y = \frac{1}{160}x^2$,

$$y = \frac{1}{160} \times 80^2$$

$$= 40$$

Jawab 40m

(3) Jika y=5 digantikan ke $y = \frac{1}{160}x^2$,

$$5 = \frac{1}{160}x^2$$

karena $x > 0$

$$x = 20\sqrt{2} = 28,2842\cdots$$

Jawab $y = 0.5x^2$

Soal 2

(1) Jika x=5 dan y=12,5 digantikan ke y=ax^2,

$$12,5 = a \times 5^2$$

$$a = 0.5$$

Jawab: $y = 0,5x^2$

(2) (1) 50 Pascal

(2) 200 Pascal

(3) 450 Pascal

Penjelasan dan Perhatikan

10. Penanganan Contoh 1

Ini merupakan materi yang terkait erat dengan kehidupan sehari-hari dan sering digunakan untuk pelatihan keselamatan, seperti untuk mendapatkan SIM. Materi ini juga tercakup dalam "Apa hubungan antara Kecepatan dan Jarak Berhenti" di halaman 119-121, sehingga dapat dibahas dalam kaitannya dengan materi tersebut.

11. Penanganan Contoh 2

Pengertian tekanan dan satuan tekanan Pascal (Pa) dipelajari di SMP kelas VII Tekanan

$$\text{(simbol Pa)} = \frac{\text{Gaya dorong tekanan secara vertikal (N)}}{\text{Luas tempat gaya bekerja} (m^2)}$$

Perhatikan bahwa Newton (simbol N) merupakan satuan dari besarnya gaya dan 1 Newton hampir sama dengan besar gravitasi yang bekerja pada benda yang berukuran 100 g di atas lantai.

Tekanan angin P diketahui sebanding dengan kuadrat kecepatan angin V, umumnya dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut

P=0,5×p×V2

<P: Tekanan Angin (PA), p: kecepatan udara (kg/m²), V: kecepatan angin (m/dtk)>

12. Penanganan terhadap Pertanyaan Lebih Lanjut

Kita sudah belajar tentang fungsi-fungsi yang proporsional, proporsional berlawanan dan fungsi proporsional terhadap kuadrat. Penyelidikan terhadap fungsi-fungsi lain di sekitar kita dapat meningkatkan motivasi siswa untuk menyelidikinya.

Mari Kita Periksa

(1 jam)

Penyelesaian

1

$y = 8x^2$

y dapat dikatakan proporsional terhadap kuadrat dari x

2

karena y proporsional terhadap kuadrat dari x

$y = ax^2$

Jika x =-3 y = 18, dan digantikan ke

$$18 = a \times (-3)^2$$
$$a = 2$$

Oleh karena itu, y=2x^2

Jika x=-4 digantikan ke persamaan ini

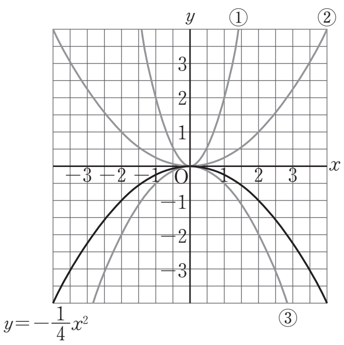
$$y = 2 \times (-4)^2$$
$$= 32$$

Jawab $y = 2x^2$, $y = 32$

3

(1) ① ⓒ, ② ⓑ, ③ ⓐ

(2)



4

Nilai y

jika x = 0, nilai terkecil 0

jika x = 6, nilai terbesar 12

Oleh karena itu, range y adalah $0 \leq y \leq 12$

5

(1) Jika x = 1, y = 2

Jika x = 4, 4 = 32

Jadi, laju perubahannya adalah,

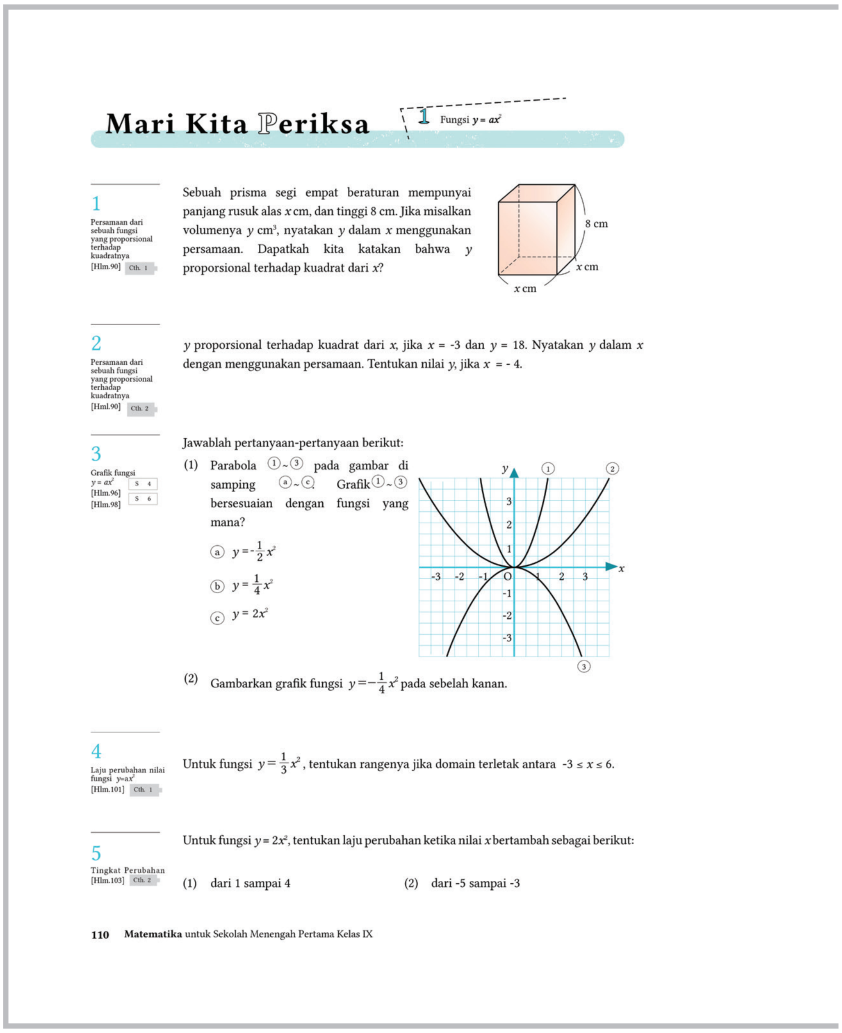
$$\frac{32-2}{4-1} = \frac{30}{3}$$
$$= 10$$

(2) Jika x = 5, y = 50

Jika x = 3, 4 = 18

Jadi, laju perubahannya adalah,

$$\frac{18-50}{-3-(-5)} = \frac{-32}{2}$$
$$= -16$$



Mari Kita Periksa 1 Fungsi $y = ax^2$

1 Persamaan dari sebuah fungsi yang proporsional terhadap kuadratnya [Hlm.90] Cth. 1

Sebuah prisma segi empat beraturan mempunyai panjang rusuk alas x cm, dan tinggi 8 cm. Jika misalkan volumenya y cm³, nyatakan y dalam x menggunakan persamaan. Dapatkah kita katakan bahwa y proporsional terhadap kuadrat dari x?

8 cm, x cm, x cm

2 Persamaan dari sebuah fungsi yang proporsional terhadap kuadratnya [Hml.90] Cth. 2

y proporsional terhadap kuadrat dari x, jika x = -3 dan y = 18. Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan. Tentukan nilai y, jika x = - 4.

3 Grafik fungsi $y = ax^2$ [Hlm.96] S 4 [Hlm.98] S 6

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Parabola ①~③ pada gambar di samping ⓐ~ⓒ. Grafik ①~③ bersesuaian dengan fungsi yang mana?

ⓐ $y = -\frac{1}{2}x^2$

ⓑ $y = \frac{1}{4}x^2$

ⓒ $y = 2x^2$

(2) Gambarkan grafik fungsi $y = -\frac{1}{4}x^2$ pada sebelah kanan.

4 Laju perubahan nilai fungsi $y=ax^2$ [Hlm.101] Cth. 1

Untuk fungsi $y = \frac{1}{3}x^2$, tentukan rangenya jika domain terletak antara $-3 \leq x \leq 6$.

5 Tingkat Perubahan [Hlm.103] Cth. 2

Untuk fungsi $y = 2x^2$, tentukan laju perubahan ketika nilai x bertambah sebagai berikut:

(1) dari 1 sampai 4 (2) dari -5 sampai -3

110 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

2 Macam-Macam Fungsi

1 Berbagai Fungsi di Sekitar Kita

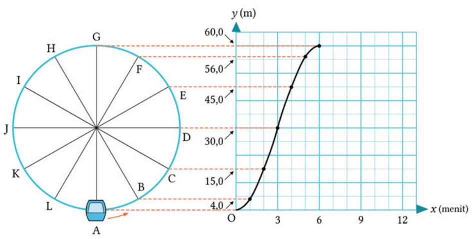
• Tujuan • Menemukan bermacam-macam fungsi di sekitar kita dan menyelidiki bagaimana mereka berubah sesuai dengan rumusnya.

Q Umumnya, kincir air berputar dengan kecepatan tetap. Misalkan diameternya sebesar 60 m, dan waktu yang dibutuhkan untuk 1 putaran adalah 12 menit.

Tentukan beberapa besaran yang berubah saat dimana gondola akan terlepas dari pelatarannya.

Sumber: rappler.com

Seperti tampak pada gambar berikut, dalam Q, misalkan ketinggian gondola adalah y m ketika sudah berputar dalam waktu x menit. Dalam hal ini, jika nilai x ditentukan dan hanya ada 1 nilai y yang bersesuaian seperti misalnya " setelah 2 menit, ketinggiannya adalah 15,0 m", y adalah fungsi dari x. Jika $0 \le x \le 6$ kita gambarkan grafik fungsi, maka kita dapatkan gambar berikut:



Soal 1 Dalam Q, gambarkan grafik fungsi di atas untuk $6 \le x \le 12$.

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 111

BAB 4 | Fungsi $y=ax^2$

2 Macam-Macam Fungsi

(3 jam)

1| Berbagai Fungsi di Sekitar Kita

(2.5 jam)

• Tujuan •

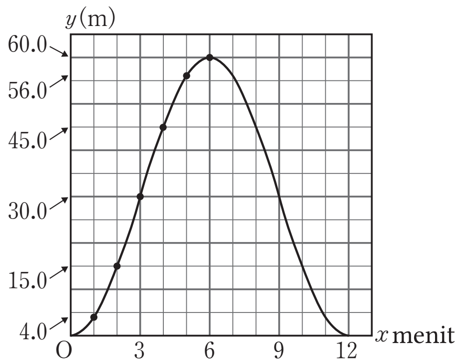
1. Peserta didik dapat menemukan bermacam-macam fungsi di sekitar kita dan menyelidiki karakteristiknya dengan menggunakan grafik
2. Peserta didik dapat memperdalam pemahaman yang berkaitan dengan fungsi

Penyelesaian

Q

Ketinggian gondola, jarak perpindahan gondola, sudut putaran kincir air

Soal 1



Penjelasan dan Perhatikan

1. Berbagai Fungsi di Sekitar Kita

Bermacam fungsi di sekitar kita dapat dinyatakan dalam grafik ,tetapi sulit menyatakannya dalam rumus.

2. Penanganan Q

Ini merupakan tugas untuk menemukan besaran yang berubah seiring dengan waktu, bergantung pada situasinya, minta siswa untuk memperhatikan sudut pandang tentang "sudut" dan "ketinggian", dan 3 sudut pandang seperti "waktu", "sudut", dan "ketinggian" perlu dipertimbangkan untuk memperdalam Tugas. Dengan menyajikan grafik berdasarkan ini, siswa dapat menyadari laju perubahan ketinggian terhadap waktu, yaitu berubah berdasarkan sudut, Pengamatan terhadap gafik di atas dapat juga dijadikan dasar pengenalan fungsi trigonometri (Matematika SMA II). Sebagai referensi jika dirumuskan akan menjadi

$$y = 30\sin\left(\frac{\pi}{6}x - \frac{\pi}{2}\right) + 30$$

3. Penanganan Soal 1

Bimbing siswa untuk membuat grafik berdasarkan gambar. Beri pemahaman berdasarkarkan grafik yang menjadi kurva, $0 \le x \le 6$

Penyelesaian

Soal 2 (Contoh)

- Antara AB dan BC, antara BC grafiknya naik dengan tajam, laju pertambahan ketinggian besar.
- nilai maksimum G digambar 60,0

Soal 3

(1) 700 rupiah

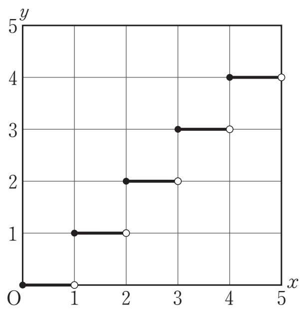
(2) 270 menit

(3) Jika nilai x ditentukan, nilai y yang bersesuaian hanya 1, sehingga y dapat dikatakan fungsi dari x.

Soal 4

(1) $y = 2$

(2)



4. Penanganan Soal 2

Berdasarkan pembelajaran yang sudah dilakukan, diharapkan siswa dapat menjelaskan karakteristik perubahan y dengan menggunakan istilah matematika dari berbagai cara pandang.

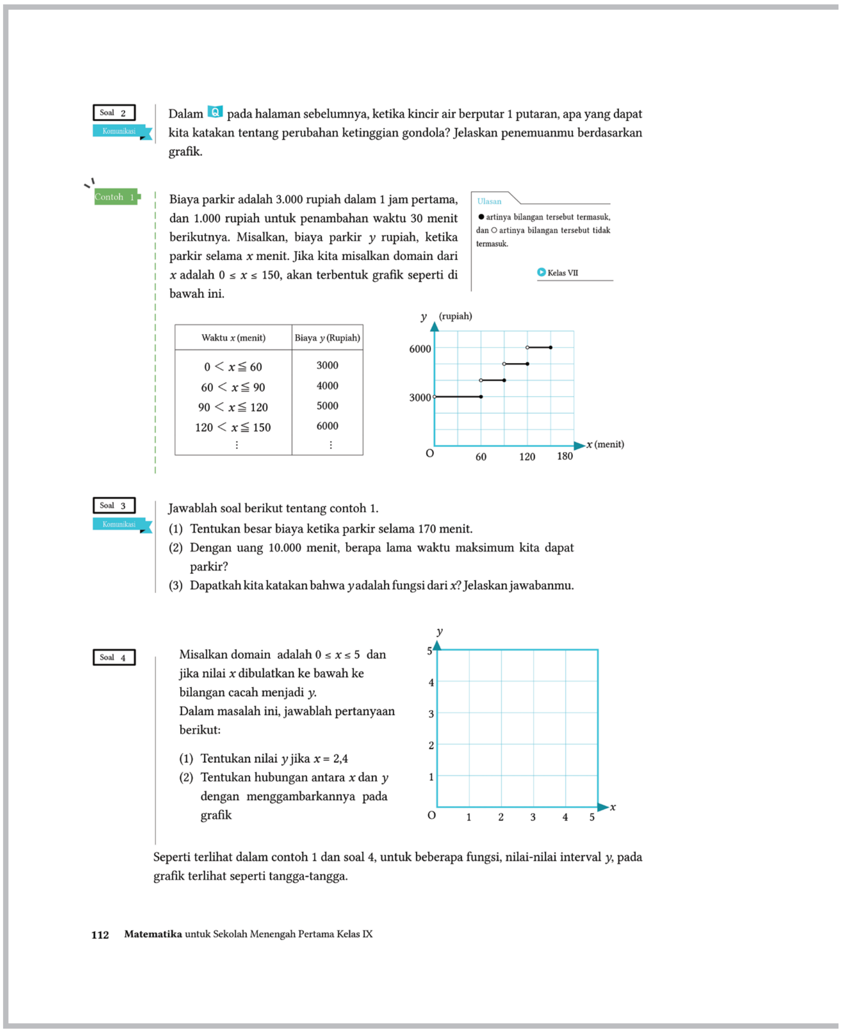
5. Penanganan Contoh 1 dan Soal 3

Ini merupakan contoh fungsi yang tidak dapat dinyatakan dengan 1 rumus dan berkaitan dengan besaran. Walaupun sulit, gunakan tabel dan rumus yang sudah dipelajari, lalu selidiki perubahan dan situasi yang bersesuaian, sehingga karakteristiknya dapat ditemukan.

Kemudian, terhadap beberapa siswa yang lupa dengan tanda ◦, • pada grafik, bimbing agar dapat membaca grafik dengan cermat dan memahami artinya.

6. Penanganan Soal 4

Ini merupakan soal penerapan tentang nilai x yang dibulatkan ke bilangan cacah terdekat atau dibulatkan ke y dan digambarkan dalam grafik.



Soal 2 Komunikasi

Dalam Q pada halaman sebelumnya, ketika kincir air berputar 1 putaran, apa yang dapat kita katakan tentang perubahan ketinggian gondola? Jelaskan penemuanmu berdasarkan grafik.

Contoh 1

Biaya parkir adalah 3.000 rupiah dalam 1 jam pertama, dan 1.000 rupiah untuk penambahan waktu 30 menit berikutnya. Misalkan, biaya parkir y rupiah, ketika parkir selama x menit. Jika kita misalkan domain dari x adalah $0 \leq x \leq 150$, akan terbentuk grafik seperti di bawah ini.

Ulasan

● artinya bilangan tersebut termasuk, dan ○ artinya bilangan tersebut tidak termasuk.

Kelas VII

Waktu x (menit)	Biaya y (Rupiah)
$0 < x \leqq 60$	3000
$60 < x \leqq 90$	4000
$90 < x \leqq 120$	5000
$120 < x \leqq 150$	6000
⋮	⋮

Soal 3 Komunikasi

Jawablah soal berikut tentang contoh 1.

(1) Tentukan besar biaya ketika parkir selama 170 menit.

(2) Dengan uang 10.000 menit, berapa lama waktu maksimum kita dapat parkir?

(3) Dapatkah kita katakan bahwa y adalah fungsi dari x? Jelaskan jawabanmu.

Soal 4

Misalkan domain adalah $0 \leq x \leq 5$ dan jika nilai x dibulatkan ke bawah ke bilangan cacah menjadi y.

Dalam masalah ini, jawablah pertanyaan berikut:

(1) Tentukan nilai y jika $x = 2{,}4$

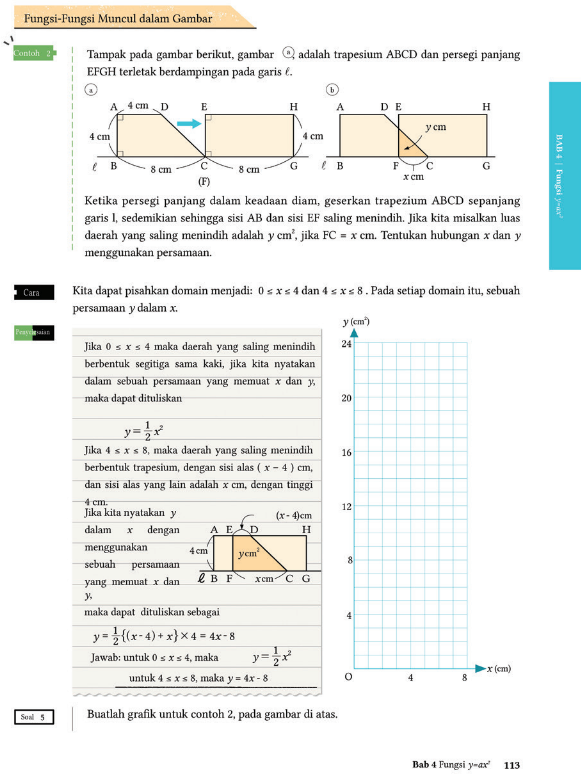
(2) Tentukan hubungan antara x dan y dengan menggambarkannya pada grafik

Seperti terlihat dalam contoh 1 dan soal 4, untuk beberapa fungsi, nilai-nilai interval y, pada grafik terlihat seperti tangga-tangga.

112 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

7. Penanganan Contoh 1 dan Soal 4

Seperti soal yang diberikan di sini, dalam situasi kehidupan sehari-hari nilai-nilai interval y, pada grafik terlihat seperti tangga-tangga. Selain itu, jika kita menentukan x, maka nilai y yang bersesuaian hanya 1 dan banyak situasi yang menunjukkan bahwa y menjadi fungsi dari x.



Fungsi-Fungsi Muncul dalam Gambar

Contoh 2

Tampak pada gambar berikut, gambar ⓐ adalah trapesium ABCD dan persegi panjang EFGH terletak berdampingan pada garis ℓ.

Ketika persegi panjang dalam keadaan diam, geserkan trapezium ABCD sepanjang garis l, sedemikian sehingga sisi AB dan sisi EF saling menindih. Jika kita misalkan luas daerah yang saling menindih adalah y cm^2, jika FC = x cm. Tentukan hubungan x dan y menggunakan persamaan.

Cara

Kita dapat pisahkan domain menjadi: $0 \leq x \leq 4$ dan $4 \leq x \leq 8$. Pada setiap domain itu, sebuah persamaan y dalam x.

Penyelesaian

Jika $0 \leq x \leq 4$ maka daerah yang saling menindih berbentuk segitiga sama kaki, jika kita nyatakan dalam sebuah persamaan yang memuat x dan y, maka dapat dituliskan

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

Jika $4 \leq x \leq 8$, maka daerah yang saling menindih berbentuk trapesium, dengan sisi alas ($x - 4$) cm, dan sisi alas yang lain adalah x cm, dengan tinggi 4 cm.

Jika kita nyatakan y dalam x dengan menggunakan sebuah persamaan yang memuat x dan y, maka dapat dituliskan sebagai

$$y = \frac{1}{2}\{(x-4)+x\} \times 4 = 4x - 8$$

Jawab: untuk $0 \leq x \leq 4$, maka $y = \frac{1}{2}x^2$

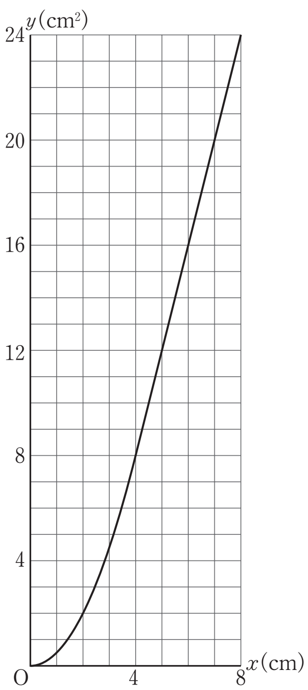
untuk $4 \leq x \leq 8$, maka $y = 4x - 8$

Soal 5

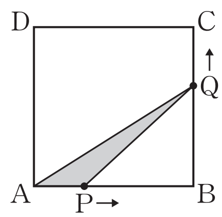
Buatlah grafik untuk contoh 2, pada gambar di atas.

Penyelesaian

Soal 5



Soal Tambahan



Pada persegi ABCD yang 1 sisinya 6 cm, titik P bergerak dari A ke B di sisi AB dengan kecepatan 1 cm per detik , titik Q bergerak dari B ke D di sisi BC dan CD dengan kecepatan 2 cm per detik. Jika y cm^2 adalah luas $\triangle$APQ x detik setelah P dan Q bergerak pada waktu yang sama, jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan luas $\triangle$APQ setelah bergerak 2 detik

(2) Nyatakan y dalam persamaan x

1) jika $0 \leq \times \leq 3$

2) jika $0 \leq \times \leq 6$

(3) Nyatakan hubungan x dan y dalam grafik

[(1) 4 cm^2 (2) ① $y = x^2$ ② $y = 3x$
(3) grafik dihilangkan]

Penjelasan dan Perhatikan

8. Penanganan Contoh 2

Banyak siswa yang kurang memahami soal yang berhubungan dengan titik-titik gerak dari suatu gambar bangun. Jika kita menunjukkan gerakan gambar dengan Digi MATH dan sejenisnya, perubahan di daerah yang saling menindih dan waktu sesaat dari segitiga menjadi trapesium akan terlihat secara visual sehingga mudah dipahami. Domain perlu diketahui untuk menulis persamaan dan grafiknya.

Pada Contoh 2, persegi panjang EFGH dalam keadaan diam dan trapesium ABCD bergeser dari kiri. Siswa perlu dibimbing untuk memahami soal dengan cermat.

Di sini, domain x, dibagi menjadi dua, yaitu $0 \leq x \leq 4$ dan $4 \leq x \leq 8$, dan y di setiap domain dinyatakan dengan persamaan x.

Penyelesaian

Soal 6

Luas trapesium ABCD

$(4+8)\times 4:2=24\,(\text{cm}^2)$

Oleh karena itu, setengahnya adalah 12 cm^2

Jika y = 12 digantikan ke y = 4x - 8 yang telah dihitung di Contoh 2

$$12=4x-8$$

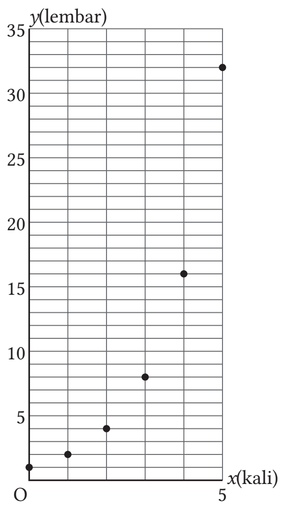
$$x=5$$

Mari Mencoba

(1) Urutan dari kiri tabel

2, 4, 8, 16, 32

(2)



(3) Jika x bertambah 1, y menjadi 2 kali lipat, Oleh karena itu,

1×2×2×2×2×2×2×2×2×2×2=1024

Jawab: 1024 lembar

Mari Kita Periksa

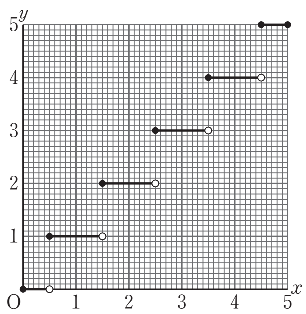
(0,5 jam)

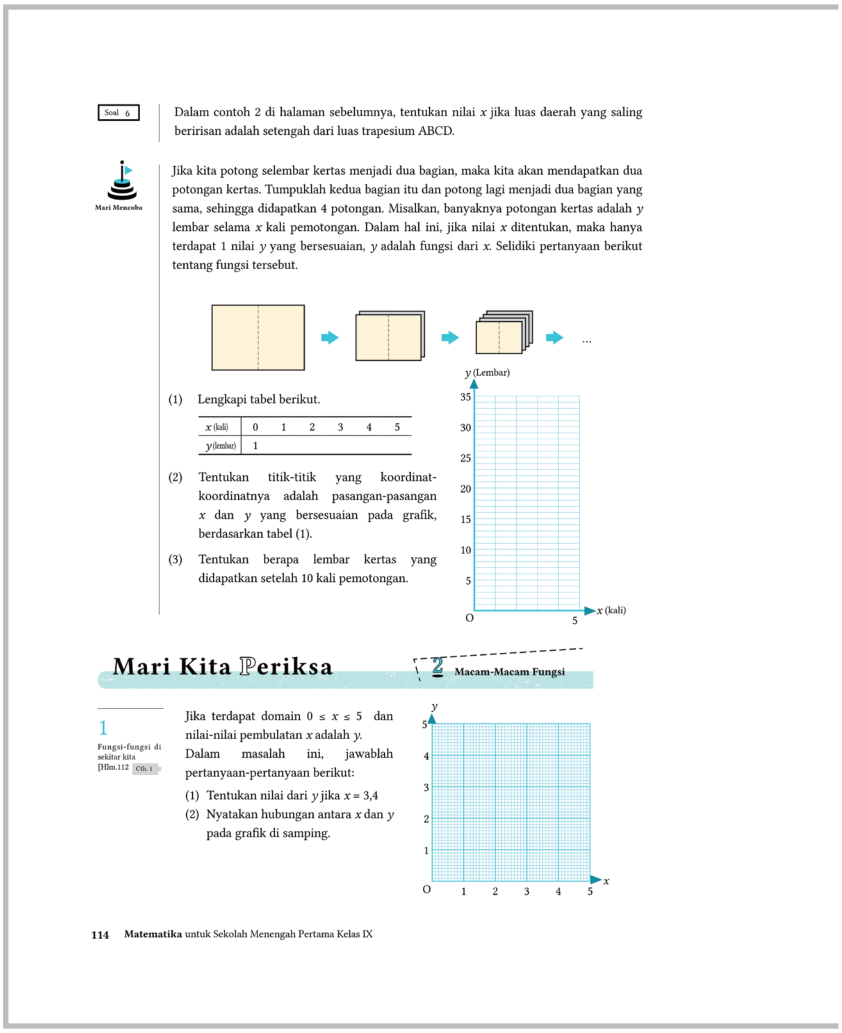
Penyelesaian

1

(1) y=3

(2)





Soal 6 Dalam contoh 2 di halaman sebelumnya, tentukan nilai x jika luas daerah yang saling beririsan adalah setengah dari luas trapesium ABCD.

Mari Mencoba

Jika kita potong selembar kertas menjadi dua bagian, maka kita akan mendapatkan dua potongan kertas. Tumpuklah kedua bagian itu dan potong lagi menjadi dua bagian yang sama, sehingga didapatkan 4 potongan. Misalkan, banyaknya potongan kertas adalah y lembar selama x kali pemotongan. Dalam hal ini, jika nilai x ditentukan, maka hanya terdapat 1 nilai y yang bersesuaian, y adalah fungsi dari x. Selidiki pertanyaan berikut tentang fungsi tersebut.

(1) Lengkapi tabel berikut.

x (kali)	0	1	2	3	4	5
y (lembar)	1					

(2) Tentukan titik-titik yang koordinat-koordinatnya adalah pasangan-pasangan x dan y yang bersesuaian pada grafik, berdasarkan tabel (1).

(3) Tentukan berapa lembar kertas yang didapatkan setelah 10 kali pemotongan.

Mari Kita Periksa — 2 Macam-Macam Fungsi

1 Fungsi-fungsi di sekitar kita [Hlm.112 Cth. 1

Jika terdapat domain $0 \le x \le 5$ dan nilai-nilai pembulatan x adalah y. Dalam masalah ini, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Tentukan nilai dari y jika x = 3,4

(2) Nyatakan hubungan antara x dan y pada grafik di samping.

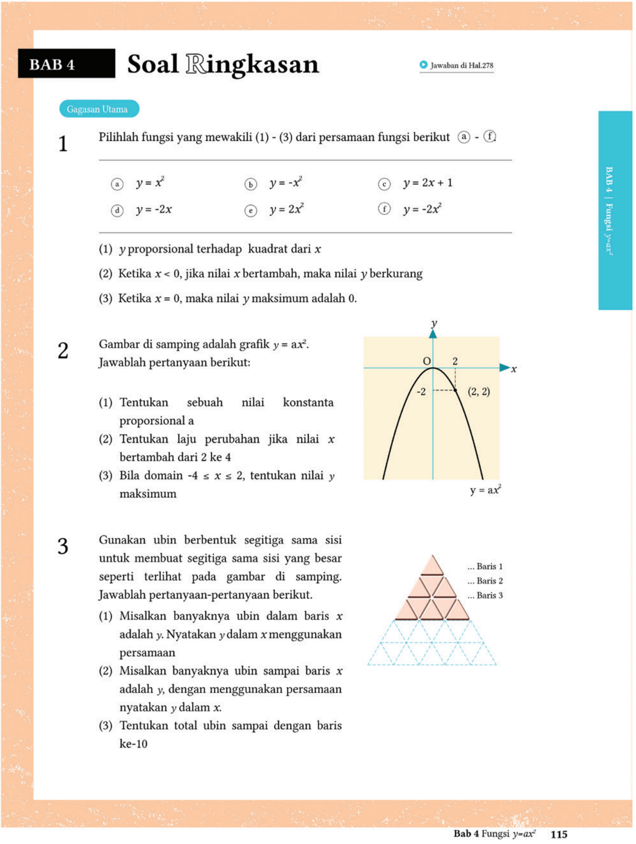
114 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Penjelasan dan Perhatikan

9. Penanganan Mari Mencoba

Soal ini juga untuk memastikan apakah y adalah fungsi x.

Jika soal ini dinyatakan dalam persamaan, maka menjadi $y = 2x$, dan ini disebut dengan fungsi eksponensial (Matematika SMA II). Soal ini pun sulit dinyatakan dalam persamaan, sehingga perlu dinyatakan dalam grafik. Selain itu arahkan siswa untuk menyadari bahwa nilai y meningkat dengan drastis.



BAB 4 **Soal Ringkasan**

Jawaban di Hal.278

Gagasan Utama

1 Pilihlah fungsi yang mewakili (1) - (3) dari persamaan fungsi berikut ⓐ - ⓕ

ⓐ $y = x^2$ ⓑ $y = -x^2$ ⓒ $y = 2x + 1$

ⓓ $y = -2x$ ⓔ $y = 2x^2$ ⓕ $y = -2x^2$

(1) y proporsional terhadap kuadrat dari x

(2) Ketika $x < 0$, jika nilai x bertambah, maka nilai y berkurang

(3) Ketika $x = 0$, maka nilai y maksimum adalah 0.

2 Gambar di samping adalah grafik $y = ax^2$. Jawablah pertanyaan berikut:

(1) Tentukan sebuah nilai konstanta proporsional a

(2) Tentukan laju perubahan jika nilai x bertambah dari 2 ke 4

(3) Bila domain $-4 \le x \le 2$, tentukan nilai y maksimum

3 Gunakan ubin berbentuk segitiga sama sisi untuk membuat segitiga sama sisi yang besar seperti terlihat pada gambar di samping. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Misalkan banyaknya ubin dalam baris x adalah y. Nyatakan y dalam x menggunakan persamaan

(2) Misalkan banyaknya ubin sampai baris x adalah y, dengan menggunakan persamaan nyatakan y dalam x.

(3) Tentukan total ubin sampai dengan baris ke-10

BAB 4 | Fungsi $y=ax^2$

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 115

BAB 4 Soal Ringkasan

(2 jam)

Penyelesaian

Gagasan Utama

1

(1) ⓐ, ⓑ, ⓔ, ⓕ

(2) ⓐ, ⓓ, ⓔ

(3) ⓑ, ⓕ

2

(1) Karena jika x=2, maka y=-2, digantikan ke $y=ax^2$,

$$-2 = a \times 2^2$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

(2) Jika x=2, y=-2

x=4, y=-8

Oleh karena itu, laju perubahannya

$$\frac{-8-(-2)}{4-2} = \frac{-6}{2}$$

$$= -3$$

(3) Nilai y adalah

Jika x = -4, nilai terkecil -8

Jika x = 0, nilai terbesar 0

Jawab: Nilai terkecil $\cdots$-8, nilai terbesar $\cdots$0

3

(1)

x (ke -)	0	1	2	3	4	$\cdots$
y (buah)	0	1	3	5	7	$\cdots$

Dari tabel di atas, y=2x -1

(2)

x (ke -)	0	1	2	3	4	$\cdots$
y (buah)	0	1	4	9	16	$\cdots$

Dari tabel di atas, $y=x^2$

(3)

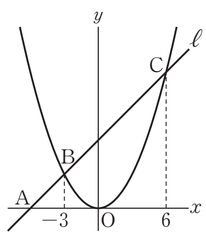
Jika x=10 digantikan ke $y=x^2$

y=100

Jawab: 100 buah

Soal Tambahan

Tampak pada gambar di kanan, garis lurus ℓ memotong sumbu x dan grafik fungsi $y=\frac{1}{3}x^2$ pada 3 titik A, B, dan C. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut jika koordinat dari titik B, C masing-masing adalah -3 dan 6,.



(1) Tentukan persamaan garis lurus ℓ.

(2) Tentukan luas △ABC.

(3) Tentukan volume bangun ruang yang dapat dibuat dengan memutar △ABC satu kali dengan sumbu x sebagai tiang rotasinya.

[(1) $y = x + 6$ (2) 27
(3) 288π]

Penyelesaian

(Penerapan)

1

(1) Jika x=-4, y=4 digantikan ke $y = ax^2$

$$4 = a \times (-4)^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

(2) Jika x=1, y=1

Jika x=4, y=16a $\quad \dfrac{16a - a}{-1} = -5$

Oleh karena itu,

$$a = -1$$

(3) Jika nilai maksimum y adalah 3

jika x=-3, y=3

$3 = a \times (-3)^2$

$$a = \frac{1}{3}$$

2

(1) $y = \frac{1}{3} \times \pi x^2 \times 30$

$= 10\pi x^2$

Jawab $y = 10\pi x^2$

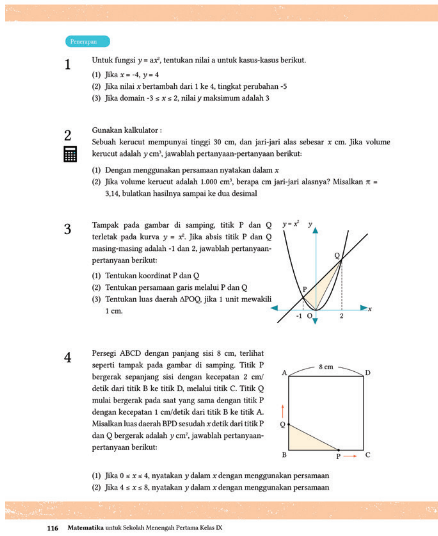
(2) Jika y=1000, π=3.14 digantikan ke y=10πx^2

$$1000 = 10 \times 3,14 \times x^2$$

$$x^2 = 31,847\cdots$$

dari x>0, x=5,643...

Jawab: 5,64 cm


Penerapan

1 Untuk fungsi $y = ax^2$, tentukan nilai a untuk kasus-kasus berikut.

(1) Jika $x = -4$, $y = 4$

(2) Jika nilai x bertambah dari 1 ke 4, tingkat perubahan -5

(3) Jika domain $-3 \leq x \leq 2$, nilai y maksimum adalah 3

2 Gunakan kalkulator :

Sebuah kerucut mempunyai tinggi 30 cm, dan jari-jari alas sebesar x cm. Jika volume kerucut adalah y cm^3, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Dengan menggunakan persamaan nyatakan dalam x

(2) Jika volume kerucut adalah 1.000 cm^3, berapa cm jari-jari alasnya? Misalkan π = 3,14, bulatkan hasilnya sampai ke dua desimal

3 Tampak pada gambar di samping, titik P dan Q terletak pada kurva $y = x^2$. Jika absis titik P dan Q masing-masing adalah -1 dan 2, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Tentukan koordinat P dan Q

(2) Tentukan persamaan garis melalui P dan Q

(3) Tentukan luas daerah $\triangle$POQ, jika 1 unit mewakili 1 cm.

4 Persegi ABCD dengan panjang sisi 8 cm, terlihat seperti tampak pada gambar di samping. Titik P bergerak sepanjang sisi dengan kecepatan 2 cm/detik dari titik B ke titik D, melalui titik C. Titik Q mulai bergerak pada saat yang sama dengan titik P dengan kecepatan 1 cm/detik dari titik B ke titik A. Misalkan luas daerah BPD sesudah x detik dari titik P dan Q bergerak adalah y cm^2, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Jika $0 \leq x \leq 4$, nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan

(2) Jika $4 \leq x \leq 8$, nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan

116 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3

(1) Jika koordinat x titik P pada grafik $y = x^2$ adalah -1, $y = (-1)^2 = 1$

Begitu juga dengan titik Q, dengan koordinat x adalah 2, $y = 2^2 = 4$

Jawab: P(-1, 1), Q(2, 4,)

(2) Persamaan garis tersebut adalah $y = ax + b$

garis ini melewati 2 titik P (-1, 1), Q(2, 4)

$$a = \frac{4-1}{2-(-1)} = 1$$

Oleh karena itu, $y = x + b$

jika x=-1, y=1 digantikan ke persamaan ini

$$1 = -1 + b$$

$$b = 2$$

Jawab: y=x+2

(3) Jika kita misalkan R memotong $y = x + 2$ dan sumbu y.

$$\triangle POQ = \triangle POR + \triangle QOR$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2$$

$$= 3$$

Jawab: 3 cm^2

4

(1) Karena BP=2x cm, BQ=x cm

$$y = \frac{1}{2} \times 2x \times x$$

$$= x^2$$

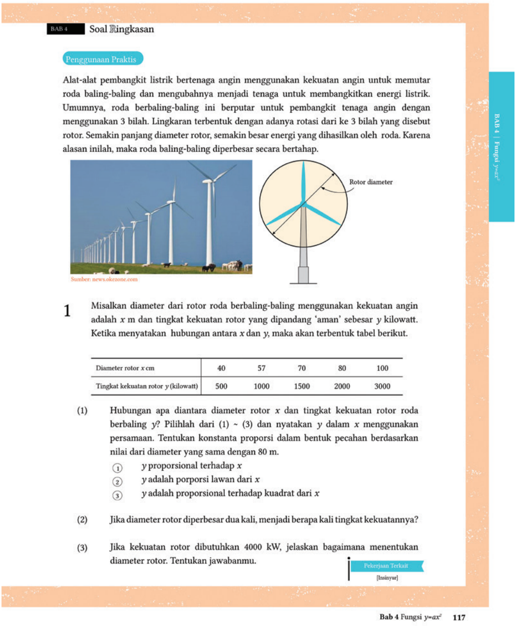
Jawab $y = x^2$

(2) Jika kita misalkan BQ pada $\triangle$BPQ adalah rusuk alas, karena ketinggian konstan 8 cm

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 8x$$

$$= 4x$$

Jawab $y = 4x$



BAB 4 Soal Ringkasan

Penggunaan Praktis

Alat-alat pembangkit listrik bertenaga angin menggunakan kekuatan angin untuk memutar roda baling-baling dan mengubahnya menjadi tenaga untuk membangkitkan energi listrik. Umumnya, roda berbaling-baling ini berputar untuk pembangkit tenaga angin dengan menggunakan 3 bilah. Lingkaran terbentuk dengan adanya rotasi dari ke 3 bilah yang disebut rotor. Semakin panjang diameter rotor, semakin besar energi yang dihasilkan oleh roda. Karena alasan inilah, maka roda baling-baling diperbesar secara bertahap.

Sumber: news.okezone.com

1 Misalkan diameter dari rotor roda berbaling-baling menggunakan kekuatan angin adalah x m dan tingkat kekuatan rotor yang dipandang 'aman' sebesar y kilowatt. Ketika menyatakan hubungan antara x dan y, maka akan terbentuk tabel berikut.

Diameter rotor x cm	40	57	70	80	100
Tingkat kekuatan rotor y (kilowatt)	500	1000	1500	2000	3000

(1) Hubungan apa diantara diameter rotor x dan tingkat kekuatan rotor roda berbaling y? Pilihlah dari (1) ~ (3) dan nyatakan y dalam x menggunakan persamaan. Tentukan konstanta proporsi dalam bentuk pecahan berdasarkan nilai dari diameter yang sama dengan 80 m.

① y proporsional terhadap x

② y adalah porporsi lawan dari x

③ y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x

(2) Jika diameter rotor diperbesar dua kali, menjadi berapa kali tingkat kekuatannya?

(3) Jika kekuatan rotor dibutuhkan 4000 kW, jelaskan bagaimana menentukan diameter rotor. Tentukan jawabanmu.

Pekerjaan Terkait

[Insinyur]

BAB 4 | Fungsi $y=ax^2$

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 117

Penyelesaian

(Penggunaan praktis)

1

(1) ③

Karena y proporsional terhadap kuadrat x

$y = ax^2$

Jika $x = 80$, $y = 2000$ digantikan ke rumus ini

$2000 = a \times 80^2$

$2000 = 6400a$

$a = \dfrac{5}{16}$

Oleh karena itu, $y = \dfrac{5}{16}x^2$

(2) 4 kali lipat

(3) (Contoh)

Persamaan yang diperlukan $y = \dfrac{5}{16}x^2$, jika $y = 4000$ digantikan pada tingkat kekuatan y, ditentukan panjang diameter rotor x.

Jika $y = 4000$ digantikan ke $y = \dfrac{5}{16}x^2$

$4000 = \dfrac{5}{16}x^2$

$x^2 = 12800$

$x = \sqrt{12800}$

$= 80\sqrt{2}$

Jika $\sqrt{2}$ =1,414, maka 80^2 = 113,12 m

Jawab sekitar 113m

Penjelasan dan Perhatikan

Referensi **Pembangkit Listrik Bertenaga Angin**

Pembangkit listrik bertenaga angin sejajar dengan pembangkit listrik bertenaga surya dikatakan ramah lingkungan. Ia dapat menghasilkan listrik tanpa mengeluarkan gas rumah kaca yang menyebabkan pemanasan global.

Melalui baling-baling besar, angin alami diterima dan memutar baling-baling untuk menghasilkan listrik

Kekurangannya adalah pasokan yang tidak stabil karena penggunaan angin alam dan lokasi pemasangannya yang terbatas. Selain itu, kebisingan dan getaran frekwensi rendahnya dikatakan berdampak pada kesehatan manusia. Oleh karena itu, dalam beberapa tahun terakhir, terjadi peningkatan pemasangannya di laut karena angin dapat bertiup kencang.

Besarnya energi yang dihasilkan proporsional terhadap bilah penampung angin sehingga proporsional terhadap kuadrat panjang bilah. Semakin panjang bilahnya akan semakin besar energi yang dihasilkan, karena itu roda baling-baling berukuran besar meningkat.

Selain itu, karena energi yang dihasilkan proporsional terhadap kelipatan 3 kecepatan angin, maka pemasangan banyak dilakukan di tempat yang memiliki kekuatan angin yang stabil dan kuat. Di Jepang, banyak baling-baling angin yang dipasang di Hokkaido, Aomori, Akita dan Okinawa karena tempat-tempat tersebut memiliki angin yang stabil dan kuat.

Apa Hubungan antara Kecepatan dan Jarak Berhenti?

• Tujuan •

Peserta didik dapat menjelaskan hubungan kecepatan sebuah mobil dan jarak pengereman dengan menggunakan fungsi $y = ax^2$ secara praktis.

Penyelesaian

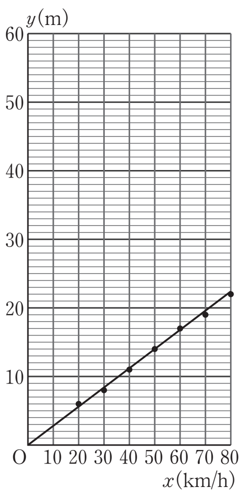
1

(1) Contoh
Jika kecepatan menjadi 2 kali lipat, 3 kali lipat, $\cdots$, maka jarak bereaksi menjadi 2 kali lipat, 3 kali lipat $\cdots$ Dengan kata lain , jarak bereaksi dianggap proporsional terhadap kecepatan.

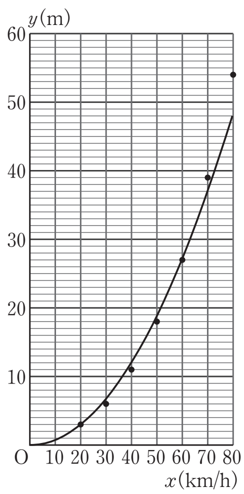
(2) Grafik garis lurus (grafik di gambar bawah)

2

Jika kecepatan menjadi 2 kali lipat, 3 kali lipat, $\cdots$, maka jarak pengereman kira-kira menjadi 2 kali lipat, 3 kali lipat $\cdots$ Dengan kata lain, jarak pengereman proporsional terhadap kuadrat kecepatan.
Grafik parabola



Gambar 1 Kecepatan dan Jarak Bereaksi

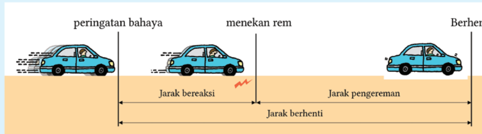


Gambar 2 Kecepatan dan Jarak Pengereman

Pendalaman Materi

Apa Hubungan antara Kecepatan dan Jarak Berhenti?

Jika sebuah mobil bergerak dengan kecepatan 100 km/jam, berapa meter jarak tempuhnya jika sopir mulai menyadari bahaya sampai waktu mobil berhenti?
Jarak yang ditempuh oleh sebuah mobil sampai dia berhenti disebut jarak berhenti (*stopping distance*) adalah jumlah dari jarak ketika sopir menyadari bahaya ke waktu dia mulai menginjak pedal rem (jarak bereaksi → *reaction distance*), dan jarak yang ditempuh saat menginjak rem sampai mobil benar-benar berhenti.



Tabel berikut menunjukkan hasil-hasil dari sejumlah percobaan yang menyatakan hubungan antara kecepatan sebuah mobil dengan jarak henti.

Kecepatan (km/jam)	Jarak bereaksi (m)	Jarak pengereman (m)	Jarak Henti (m)
20	6	3	9
30	8	6	14
40	11	11	22
50	14	18	32
60	17	27	44
70	19	39	58
80	22	54	76

1 Pada awalnya, silahkan selidiki hubungan antara kecepatan dengan jarak reaksi.

(1) Berdasarkan nilai pada tabel, prediksi apa yang kamu berikan?
(2) Andaikan jarak reaksi y m ketika kecepatan x km/jam. Tentukan titik-titik pada gambar 1 di halaman berikut berdasarkan tabel di atas dan selidikilah grafik macam apakah itu?

2 Selidiki hubungan antara kecepatan dengan jarak pengereman menggunakan metode yang sama dalam soal 1 di atas. Gambarkan grafik dalam gambar 2 pada halaman selanjutnya.

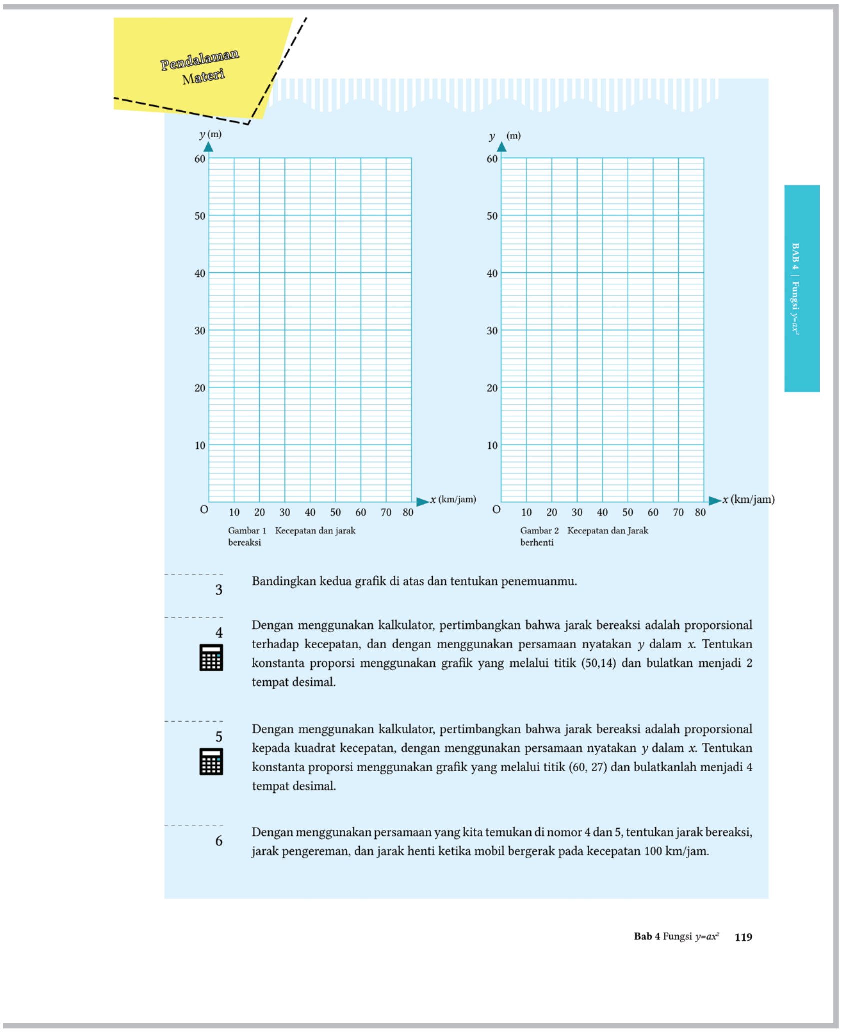
118 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penggunaan Halaman Ini

Penggunaaan materi yang berkaitan erat dengan situasi dalam kehidupan sehari hari, diharapkan dapat membangkitkan kepekaan siswa terhadap kaitan matematika dengan kehidupan sehari-hari. Jarak pengereman sebuah mobil, sering diperlakukan sebagai "proposional terhadap kuadrat kecepatan" bahkan dalam kelas pengambilan izin mengemudi diajarkan untuk mempertimbangkan keselamatan dengan perhitungan matematika.

Selain itu melalui jarak bereaksi dan jarak pengereman, kita dapat membandingkan fungsi proporsional yang dipelajari di kelas VII dengan fungsi $y = ax^2$ dalam bacaan. Lebih lanjut, dengan menangani jarak berhenti dapat dikembangan pada pintasan isi pembelajaran matematika SMA kelas X (Fungsi Kuadrat).



Pendalaman Materi

Gambar 1 Kecepatan dan jarak bereaksi

Gambar 2 Kecepatan dan Jarak berhenti

3 Bandingkan kedua grafik di atas dan tentukan penemuanmu.

4 Dengan menggunakan kalkulator, pertimbangkan bahwa jarak bereaksi adalah proporsional terhadap kecepatan, dan dengan menggunakan persamaan nyatakan y dalam x. Tentukan konstanta proporsi menggunakan grafik yang melalui titik (50,14) dan bulatkan menjadi 2 tempat desimal.

5 Dengan menggunakan kalkulator, pertimbangkan bahwa jarak bereaksi adalah proporsional kepada kuadrat kecepatan, dengan menggunakan persamaan nyatakan y dalam x. Tentukan konstanta proporsi menggunakan grafik yang melalui titik (60, 27) dan bulatkanlah menjadi 4 tempat desimal.

6 Dengan menggunakan persamaan yang kita temukan di nomor 4 dan 5, tentukan jarak bereaksi, jarak pengereman, dan jarak henti ketika mobil bergerak pada kecepatan 100 km/jam.

BAB 4 | Fungsi $y=ax^2$

Bab 4 Fungsi $y=ax^2$ 119

Penyelesaian

3

dihilangkan

4

Jika $x= 50$, $y=14$ digantikan ke $y=ax$

$$14 = a \times 50$$

$$a = 0.28$$

Jawab: $y=0,28x$

5

Jika $x= 60$, $y=27$ digantikan ke $y=ax^2$

$$27 = a \times 60^2$$

$$a = 0.0075$$

Jawab: $y=0,0075x^2$

6

Jarak bereaksi $\cdots y = 0,28 \times 100$

$= 28\,(\mathrm{m})$

Jarak pengereman $\cdots y = 0,0075 \times 100^2$

$= 75\,(\mathrm{m})$

Jarak berhenti $\cdots$ 28 + 75 =103(m)

Penjelasan dan Perhatikan

2. Penanganan 4 dan 5

Menentukan pendekatan garis lurus dan pendekatan kurva berdasarkan nilai pengukuran. Dalam buku teks persamaan ditentukan berdasarkan titik yang dilalui pada grafik, perlu diperhatikan bahwa konstanta proporsional dapat berbeda tergantung pada bagaimana kita menggambar pendekatan garis lurus dan pendekatan kurva. Pertimbangkan untuk menggunakan aplikasi spreadsheet untuk memastikannya.

Soal Tambahan

Guncangan dari sebuah mobil yang melaju dengan kecepatan 60 km/jam dan menabrak dinding beton dikatakan hampir sama dengan guncangan karena jatuh dari ketinggian 14 m. Demikian juga guncangan sama dengan kecepatan 40 km/jam adalah 6 m, kecepatan 80 km/jam adalah 25 m, kecepatan 100 km/jam adalah 39 m, kecepatan 120 km/jam adalah 56 m. Selidiki hubungan tersebut dalam tabel dan grafik. Lalu prediksikan hal tersebut dalam persamaan, dan tentukanlah jika kecepatan 50 km/jam, dari ketinggian berapakah guncangan yang sama akan diperoleh.

x (km/h)	40	60	80	100	120
y (m)	6	14	25	39	56

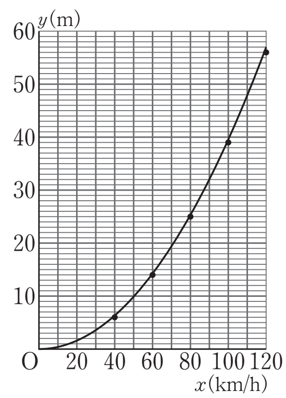
Jika kita anggap (80, 25) melewati titik grafik,

$y=\dfrac{1}{256}x^2$

ketika $x=50$

$y=9.76$

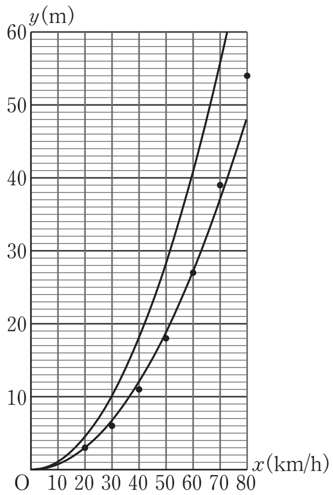
Pada kecepatan 50 km/jam kira-kira akan diperoleh guncangan yang sama dari ketinggian 98 m.



Penyelesaian

7

(1)



Gambar 2 Kecepatan dan Jarak Pengereman

(2) (Contoh)

- Jika kecepatan meningkat, selisih jarak pengereman dari kedua situasi meningkat
- Jika jalanan basah, meningkatkan kecepatan akan berbahaya.

---

1. Penggunaan Halaman Ini

Hubungan antara kecepatan per jam dan jarak berhenti dapat dinyatakan sebagai

$y = 0{,}0075x^2 + 0{,}28x$

dengan menggunakan dua persamaan yang diperoleh pada halaman sebelumnya. Penyelesaian ini sebaiknya diperlakukan sebagai "pengembangan" dan terkait dengan 7.

Referensi **Koefisien Gesekan dan Jarak Pengereman**

Jarak bereaksi dan jarak pengereman dinyatakan sebagai berikut.

(Jarak Bereaksi) = (Waktu Reaksi) × (kecepatan/detik)

(Jarak Pengereman) = (Koefisien) × (Kecepatan/detik)2/(Koefisien Gesekan)

Waktu reaksi normal adalah sekitar 0,75 ~ 1 detik. Koefisien gesekan berubah tergantung pada kondisi permukaan jalan seperti pada tabel di sebelah kanan. Misalnya, koefisien gesekan di jalan beraspal kering adalah 0,7, dan jika turun hujan menjadi 0,5, maka jika keduanya digantikan pada persamaan di atas, jarak pengereman menjadi 0,7 : 0,5 = 1,4 (kali).

Kemudian pada sepeda, misalnya dengan kecepatan 14 km, dikatakan jarak berhenti menjadi 5,4 m. Dengan kata lain, sepeda pun memiliki masalah dengan jarak berhenti. Dari poin ini, dapat dikatakan bahwa situasi ini berkaitan langsung dengan siswa SMP.

7 Berdasarkan apa yang sudah kita selidiki di halaman 129 dan 130, selidikilah pertanyaan-pertanyaan berikut ini:

(1) Dapat dinyatakan bahwa ketika hari hujan dan jalanan basah maka jarak pengereman menjadi 1,5 ~ 2 kali dibandingkan bila jalanan kering. Berdasarkan grafik yang kita gambarkan pada 2 di halaman 129, gambarkan grafik ketika jarak pengereman bertambah ke 1,5 kali dalam gambar 2 di halaman sebelumnya.

(2) Apa yang dapat kamu baca dari dua buah grafik yang kamu buat dalam Gambar 2 pada halaman sebelumnya?

Walaupun di bawah kecepatan yang sama, jarak pengereman sebuah mobil berubah banyak tergantung dari gesekan antara jalanan dan roda. Tidak diragukan lagi bahwa kondisi jalanan akibat adanya salju atau hujan akan mempengaruhi jarak pengereman. Termasuk ban roda yang sudah lama (tua) dan aus akan berakibat terhadap makin bertambah panjangnya jarak pengereman.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

Ketika mengendarai sepeda, dapat dinyatakan bahwa ketika kecepatannya 14 km/jam, jarak pengeremannya adalah 5,4 m. Masalah jarak henti dan kecepatan juga merupakan hal yang sering dijumpai oleh para siswa SMP.

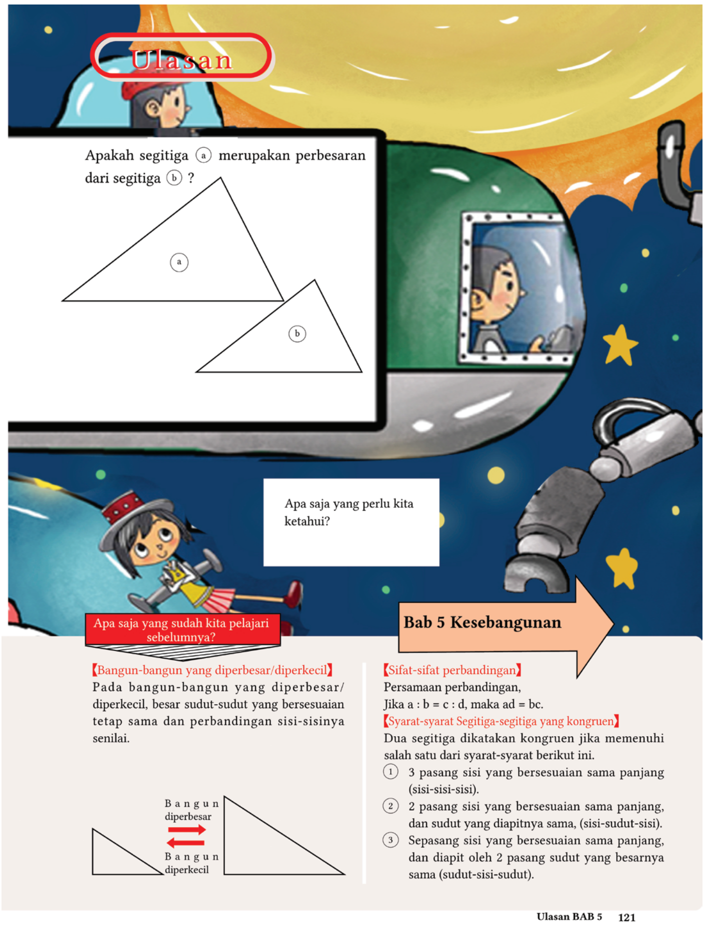
120 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Rentang Koefisien Gesekan untuk Setiap Jenis Permukaan Jalan Licin

Jenis Jalan	Rentang Koefisien Gesekan	
	Kering	Basah
Jalan beton	0,5~1,0	0,4~0,9
Jalan aspal	0,5~1,0	0,3~0,9
Jalan berkerikil	0,4~0,6	-
Jalan berpagar pengaman (plat besi dll.)	0,4~0,8	0,2~0,5
Jalan bersalju	-	0,2~0,5
Jalan ber-es	-	0,1~0,2

Dari "*Knowledge of Safe Driving*" diawasi oleh Divisi SIM, Biro Perhubungan, Badan Kepolisian Nasional

[Referensi] Kelompok Studi Pendidikan Keselamatan Lalu Lintas Prefektur Kanagawa "Simulasi Lalu Lintas: Berpikir tentang Keselamatan di Persimpangan Jalan"


Ulasan

Apakah segitiga ⓐ merupakan perbesaran dari segitiga ⓑ ?

Apa saja yang perlu kita ketahui?

Apa saja yang sudah kita pelajari sebelumnya?

Bab 5 Kesebangunan

【Bangun-bangun yang diperbesar/diperkecil】
Pada bangun-bangun yang diperbesar/diperkecil, besar sudut-sudut yang bersesuaian tetap sama dan perbandingan sisi-sisinya senilai.

Bangun diperbesar

Bangun diperkecil

【Sifat-sifat perbandingan】
Persamaan perbandingan,
Jika a : b = c : d, maka ad = bc.

【Syarat-syarat Segitiga-segitiga yang kongruen】
Dua segitiga dikatakan kongruen jika memenuhi salah satu dari syarat-syarat berikut ini.
① 3 pasang sisi yang bersesuaian sama panjang (sisi-sisi-sisi).
② 2 pasang sisi yang bersesuaian sama panjang, dan sudut yang diapitnya sama, (sisi-sudut-sisi).
③ Sepasang sisi yang bersesuaian sama panjang, dan diapit oleh 2 pasang sudut yang besarnya sama (sudut-sisi-sudut).

Ulasan BAB 5 121

Ulasan

• Tujuan •

Dengan mengingat kembali pembelajaran tentang bidang geometri yang sudah dipelajari sebelumnya peserta didik diharapkan dapat mengenali persamaan antara luas segitiga siku-siku yang ada pada gambar.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan Ulasan

Pada tingkat 1 SMP siswa sudah pernah mempelajari ranah Bidang Geometri melalui pengenalan materi Bidang (bentuk dua dimensi), Ruang (bentuk tiga dimensi). Lalu, pada tingkat 2 SMP siswa juga mempelajari Sifat bidang Segitiga, dan Segi empat.

Berdasarkan hal ini diharapkan siswa dapat memiliki pandangan tentang pembelajaran mengenai kesebangunan, lingkaran, dan Teorema Pythagoras.

2. Ulasan tentang perbesaran dan pengecilan

Pada tingkat 6 SD siswa sudah mempelajari mengenai pembesaran dan pengecilan. Namun pada tingkat 7 dan 8 SMP kesempatan untuk mempelajari kembali perbesaran dan pengecilan bisa dikatakan tidak ada sehingga ada kemungkinan siswa sudah lupa. Maka dari itu dalam bab ini merupakan kesempatan yang bagus untuk mengulang kembali.

Dalam bab ini, beberapa siswa mungkin mengingat bahwa ketika sebuah bdiang dikatakan kongruen apabila:

① 3 pasang sisi yang bersesuaian sama panjang (sisi-sisi-sisi).
② 2 pasang sisi yang bersesuaian sama panjang, dan sudut yang diapitnya sama. (sisi-sudut-sisi).
③ Sepasang sisi yang bersesuaian sama panjang, dan diapit oleh 2 pasang sudut yang besarnya sama (sudut-sisi-sudut).

Dengan memiliki pemahaman diatas siswa diharapkan memiliki pemikiran apakah bisa mencari kesebangunan, lalu mengukur panjang sisi yang sebenarnya dan mengukur sudut.

Syarat-syarat kesebangunan yang sebenarnya terkadang berbeda dengan syarat-syarat kekongruenan. Namun pada tahap ini, siswa diharapkan mampu mendiskusikan dasar-dasar kesebangunan dan tidak perlu memperhatikan/mempertanyakan hal-hal yang mendetail.

Dengan kegiatan ini diharapkan dapat memootivasi siswa untuk mempelajari kesebangunan bidang.

3. Ulasan Sudut Pusat

Mengingatkan kembali siswa tentang hubungan persamaan sudut pusat dan juring lingkaran. Diharapkan pada bagian ini siswa dapat memahami dengan baik bahwa besar ukuran sebuah lingkaran dan besar sudut pusat sebanding dengan juring lingkarannya.

4. Puzzle yang tidak beraturan

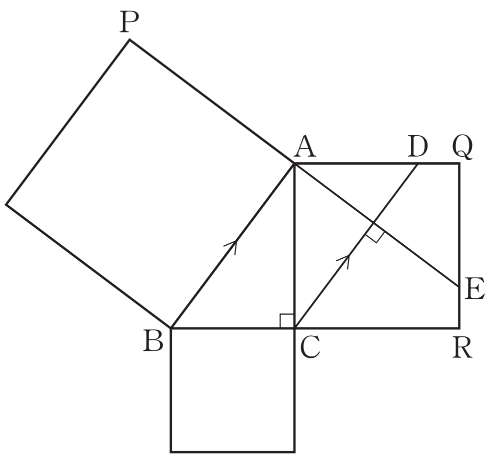
Pada gambar ini terdapat notasi dan garis titik-titik. Perhatikan garis dan notasi seperti pada gambar di bawah

① Buatlah garis lurus melalui C dan sejajar dengan AB, lalu pertemuan garis pada AQ dinamai D.

② Perpanjangan PA yang bertemu dengan garis QR dinamai E.

Hasilnya, segiempat ABCD menjadi sebuah jajar genjang karena dua pasang sisi yang berlawanan sejajar. Maka AB = CD.

Serta, △AQE dan △ACB kongruen karena sisi-sisinya dan sudut diantara kedua ujungnya sama. Maka AB = AE.

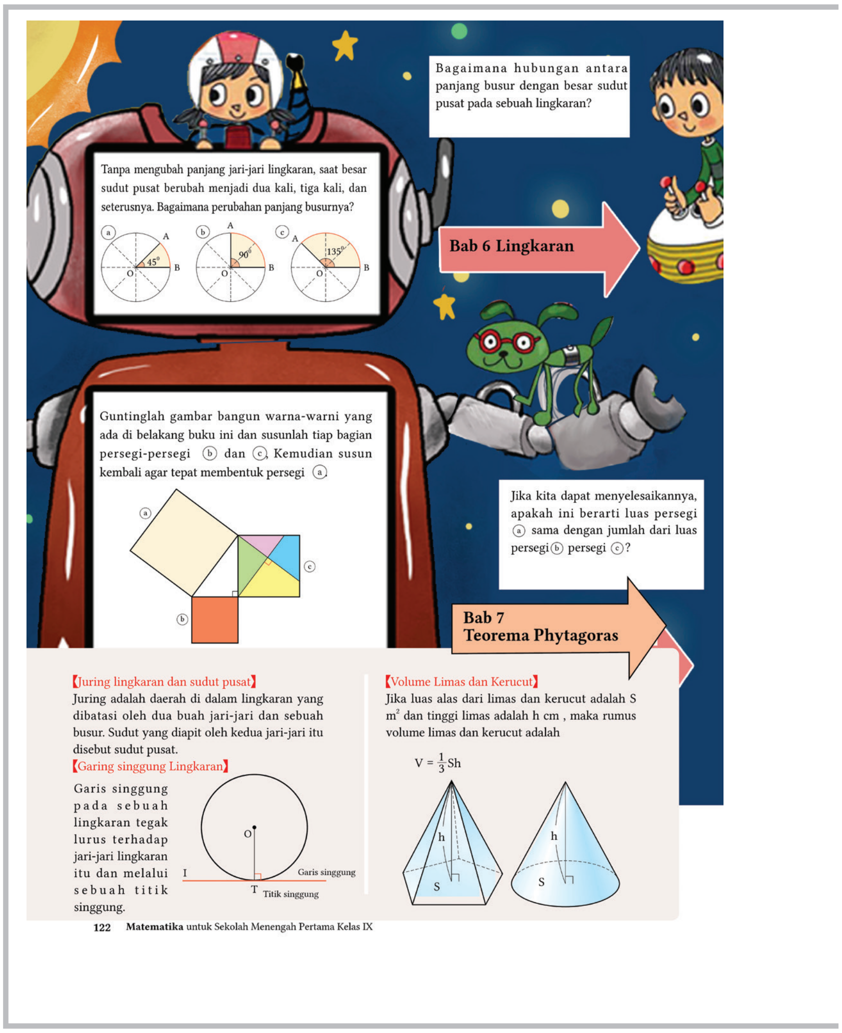


Mengacu pada penjelasan ini instruktur dapat menggunakan penjelasan pada lampiran nomor 3.

5. Hal-hal yang telah dipelajari hingga tahap ini

Materi ini merupakan hasil ringkasan mengenai hal-hal penting terkait Bidang Geometri B dalam kegiatan pembelajaran selama ini.

Dalam pembelajaran mengenai Bidang Geometri pada tingkat 9 SMP ini, akan banyak sekali penyelesaian soal yang menggunakan materi-materi yang sudah dipelajari selama 3 tahun di SMP. Selain dari mengingat kembali pelajaran tentang bidang datar seperti segitiga, segiempat dan lingkaran. Serta, cara menghitung volume bola dan kerucut. Alangkah lebih baiknya mempersiapkan strategi-strategi untuk mengingat kembali pelajaran selama ini karena akan memudahkan pembelajaran selanjutnya.


Bagaimana hubungan antara panjang busur dengan besar sudut pusat pada sebuah lingkaran?

Tanpa mengubah panjang jari-jari lingkaran, saat besar sudut pusat berubah menjadi dua kali, tiga kali, dan seterusnya. Bagaimana perubahan panjang busurnya?

Bab 6 Lingkaran

Guntinglah gambar bangun warna-warni yang ada di belakang buku ini dan susunlah tiap bagian persegi-persegi ⓑ dan ⓒ. Kemudian susun kembali agar tepat membentuk persegi ⓐ.

Jika kita dapat menyelesaikannya, apakah ini berarti luas persegi ⓐ sama dengan jumlah dari luas persegi ⓑ persegi ⓒ?

Bab 7
Teorema Phytagoras

【Juring lingkaran dan sudut pusat】
Juring adalah daerah di dalam lingkaran yang dibatasi oleh dua buah jari-jari dan sebuah busur. Sudut yang diapit oleh kedua jari-jari itu disebut sudut pusat.

【Garing singgung Lingkaran】
Garis singgung pada sebuah lingkaran tegak lurus terhadap jari-jari lingkaran itu dan melalui sebuah titik singgung.

【Volume Limas dan Kerucut】
Jika luas alas dari limas dan kerucut adalah S m^2 dan tinggi limas adalah h cm , maka rumus volume limas dan kerucut adalah

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

122 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022
Buku Panduan Guru Matematika Untuk Smp Kelas Ix
Penulis: Tim Gakko Tohso
Penyadur: Wahyu Setyaningrum S. dan Sukarman
ISBN: 978-602-244-836-5

BAB 5 Kesebangunan

(Pengenalan 1 jam)

Tujuan

1. Peserta didik dapat menjelaskan Teorema Thales melalui gambar, bagaimana Thales mengukur ketinggian sebuah piramida dengan cara membandingkan panjang bayangan tongkat dengan panjang bayangan piramida
2. Peserta didik dapat mencari panjang suatu bidang menggunakan metode perbesaran dan pengecilan.

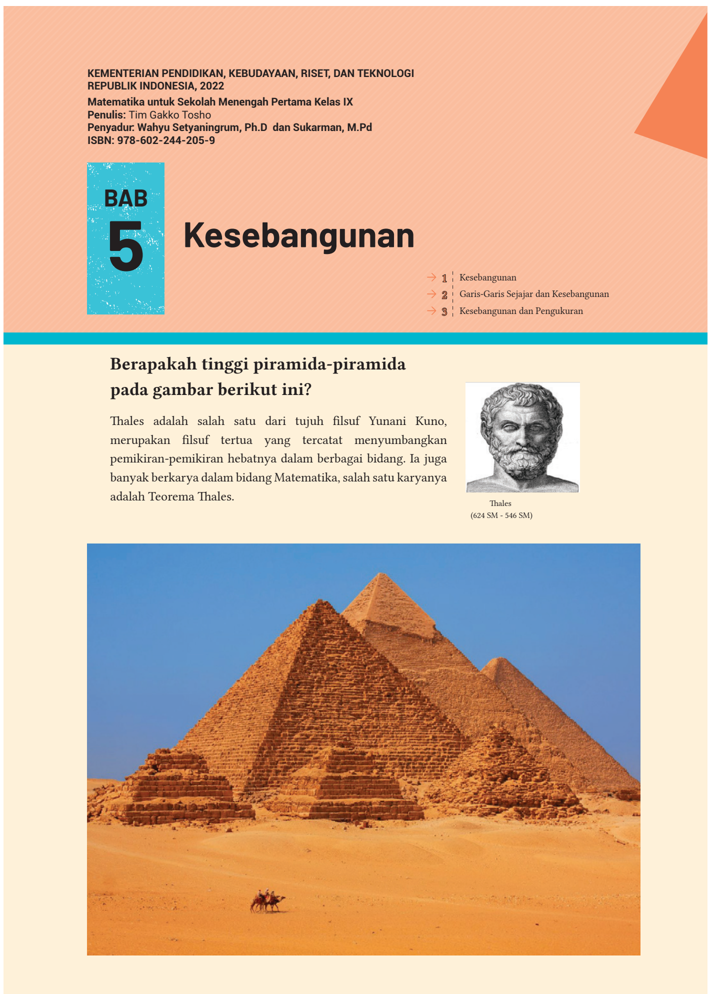
Penjelasan dan Perhatikan

1. Penggunaan Halaman ini

Kegiatan pada halaman ini bertujuan untuk membantu mempermudah proses pengajaran terkait P.123 dan P.135 tentang kesebangunan.

Di Giza terdapat 3 piramida besar atau yang dikenal dengan sebutan Komplek Piramida Giza yang merupakan makam Raja Khufu, Raja Khafre, dan Raja Menkaure. Banyak sekali siswa yang memiliki keingintahuan tentang misteri bagaimana cara memotong dan menyusun batu-batu besar itu menjadi sebuah piramid.

Mungkin sulit bagi kita untuk mengukur secara langsung ketinggian dari piramida ini. Namun, dengan menggunakan Teori Kesebangunan meskipun kita tidak bisa mengukur ketinggiannya secara langsung tetapi kita bisa menghitung dan mengetahui ketinggian piramida tersebut. Kita dapat merasakan kebutuhan kita akan metode kesebangunan, karena kita dapat menghitung ketinggian dari berbagai bangunan/bidang menggunakan matematika.


KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Ph.D dan Sukarman, M.Pd
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 5 Kesebangunan

1 Kesebangunan
2 Garis-Garis Sejajar dan Kesebangunan
3 Kesebangunan dan Pengukuran

Berapakah tinggi piramida-piramida pada gambar berikut ini?

Thales adalah salah satu dari tujuh filsuf Yunani Kuno, merupakan filsuf tertua yang tercatat menyumbangkan pemikiran-pemikiran hebatnya dalam berbagai bidang. Ia juga banyak berkarya dalam bidang Matematika, salah satu karyanya adalah Teorema Thales.

Thales
(624 SM - 546 SM)

2. Thales

Thales adalah seorang pedagang yang mempelajari berbagai hal di Mesir yang kemudian membawanya ke Rumania. Tersebar juga rumor di kalangan para pedagang bahwa Tales, yang mengetahui bahwa Mesir kaya akan pertanian buah zaitunnya, membeli mesin pemanen buah zaitun dengan jumlah yang banyak meskipun di musim dingin, setelah itu ia memperoleh keuntungan yang sangat besar.

Selain dari itu, ia juga terkenal karena ia berhasil memprediksi tentang adanya gerhana matahari yang terjadi pada 28 Mei 585 SM.

Ada juga cerita lucu tentang Thales yang pada suatu waktu sedang berjalan sambil mengamati langit ia pun terjatuh ke dalam selokan. Ia pun ditanya oleh wanita tua yang melihatnya terjatuh "Mengapa kamu tahu tentang adanya langit dan bintang tetapi kamu tidak mengetahui langkah kakimu sehingga kamu terjatuh?"

Lalu, penemuan-penemuan Thales di bidang Geometri adalah sebagai berikut:

1. Suatu lingkaran terbagi menjadi 2 bidang yang sama oleh garis tengah/diameternya.
2. Sudut yang dibentuk oleh dua garis lurus yang bersilangan adalah sama.
3. Kedua sudut dari segitiga sama kaki adalah sama.
4. Dua segitiga yang kedua sisinya memiliki sudut yang sama merupakan bidang yang kongruen.
5. Sebuah sudut yang ada pada setengah lingkaran merupakan sudut siku-siku.
6. Sisi-sisi dari segitga yang sebangun adalah sebanding.

[Referensi] Yoshiyasu Iwata (1971) "Geometry Dictionary Vol. 1 Maki Shoten" Hal. 531-532

Penyelesaian

1

(1)
Berikut cara menghitung tinggi dari sebuah bidang:

① Letakkan sebuah tongkat secara vertikal di permukaan tanah lalu ukur panjang tongkat dan bayangannya.

② Ukur panjang dari bayangan piramid. Lalu, gambar bidang 2 segitiga yang menggambarkan hubungan perbesaran dan pengecilan.

③ Lalu tentukan tinggi piramida menggunakan metode pengecilan.

2

$2 : 280 = 1 : x$ maka $x = 140$
Tinggi piramida adalah 140m

3

Hubungan perbesaran dan pengecilan

---

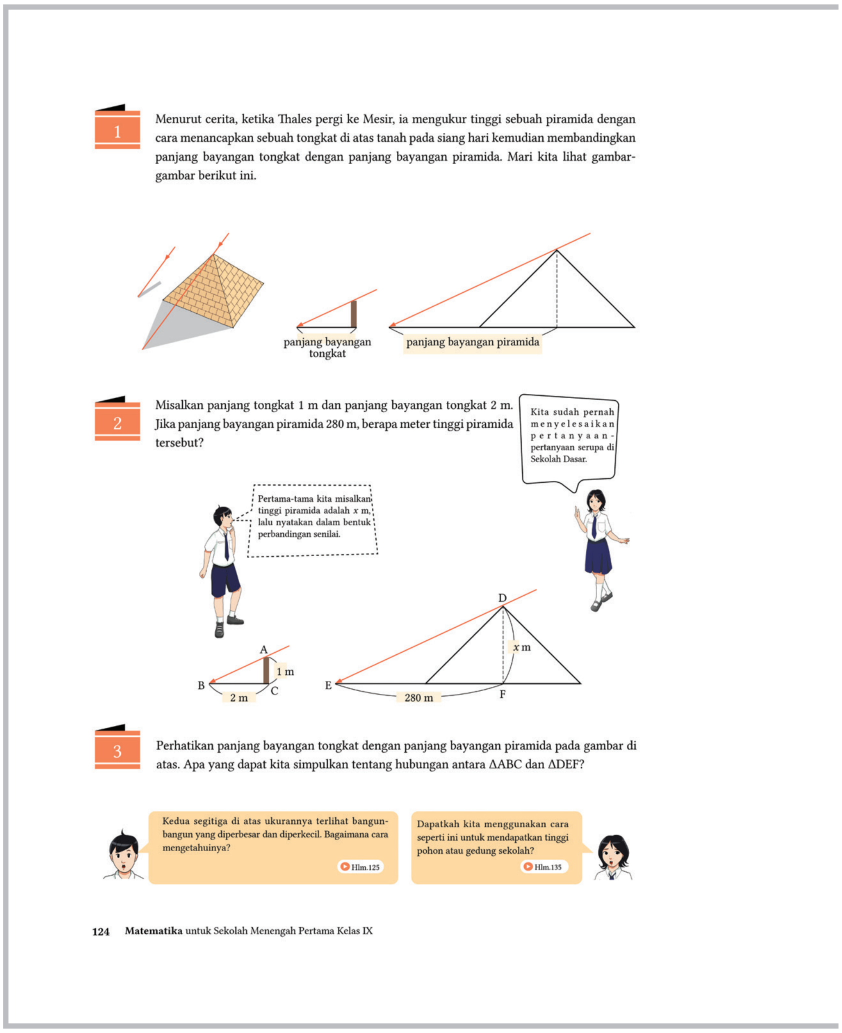
3. Penanganan 2

Meskipun siswa sudah mempelajari tentang Perbesaran dan pengecilan di SD Kelas 6 namun banyak juga siswa yang lupa. Maka dari itu, sekali lagi kita ingatkan bahwa, perbesaran atau pengecilan adalah "bukan mengubah bentuk namun hanya memperbesar atau memperkecil dari bidang yang dimaksud".

Oleh karena itu, kita dapat menyimpulkan bahwa perbandingannya adalah 1 : 2 sama dengan x : 280.

4. Penanganan 3

Dari sini kita dapat mengukur tinggi dari piramida menggunakan metode perbesaran dan pengecilan. Namun, hal ini mungkin memicu pertanyaan lainnya semisal "Apakah kesebangunan juga sama dengan perbesaran dan pengecilan?" atau "Apakah kita juga bisa menggunakan metode yang sama untuk mengukur ketinggian dari sebuah pohon atau gedung sekolah?". Maka dari itu kita ingin memotivasi untuk mempelajari Hal 135.



1 Menurut cerita, ketika Thales pergi ke Mesir, ia mengukur tinggi sebuah piramida dengan cara menancapkan sebuah tongkat di atas tanah pada siang hari kemudian membandingkan panjang bayangan tongkat dengan panjang bayangan piramida. Mari kita lihat gambar-gambar berikut ini.

panjang bayangan tongkat
panjang bayangan piramida

2 Misalkan panjang tongkat 1 m dan panjang bayangan tongkat 2 m. Jika panjang bayangan piramida 280 m, berapa meter tinggi piramida tersebut?

Kita sudah pernah menyelesaikan pertanyaan-pertanyaan serupa di Sekolah Dasar.

Pertama-tama kita misalkan tinggi piramida adalah x m, lalu nyatakan dalam bentuk perbandingan senilai.

A, B, C, 1 m, 2 m, D, E, F, x m, 280 m

3 Perhatikan panjang bayangan tongkat dengan panjang bayangan piramida pada gambar di atas. Apa yang dapat kita simpulkan tentang hubungan antara ΔABC dan ΔDEF?

Kedua segitiga di atas ukurannya terlihat bangun-bangun yang diperbesar dan diperkecil. Bagaimana cara mengetahuinya? Hlm.125

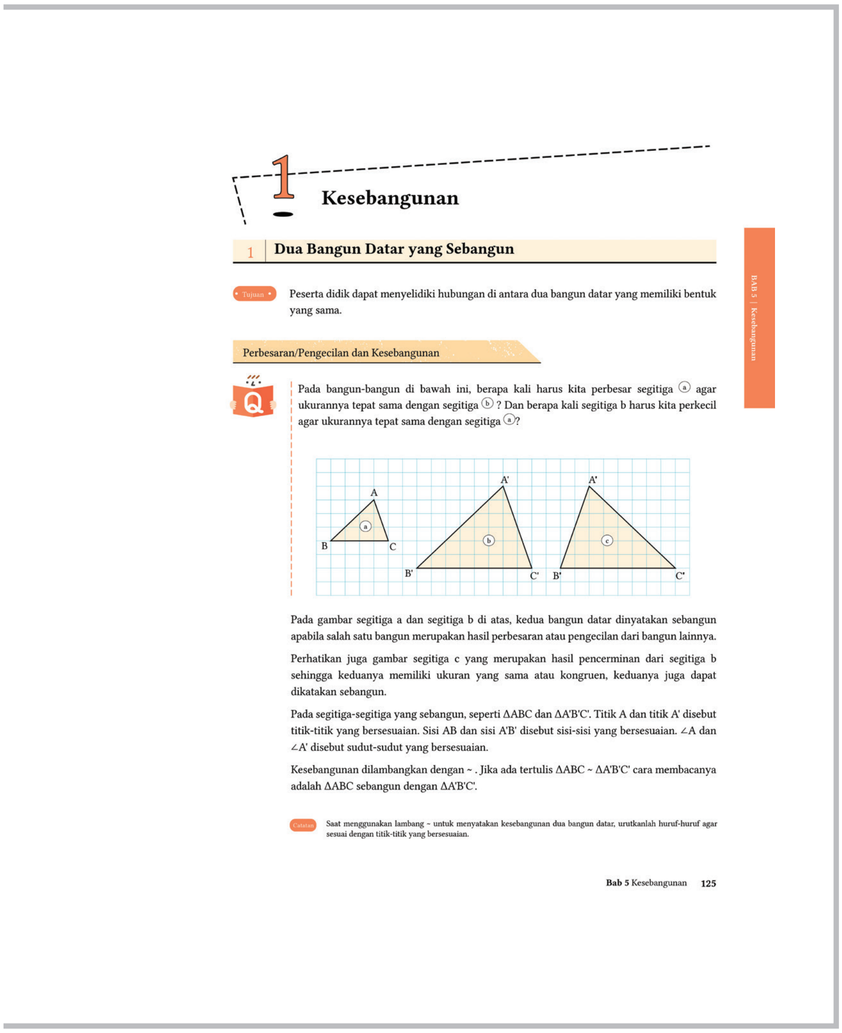
Dapatkah kita menggunakan cara seperti ini untuk mendapatkan tinggi pohon atau gedung sekolah? Hlm.135

124 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Referensi **Mengukur jarak sebenarnya dari peta.**

Contohnya danau Toba yang merupakan salah satu danau terbesar di Indonesia. Disini kita akan menggunakan peta untuk mengukur panjangnya menggunakan garis lurus yang kita ambil dari kota Balige hingga kota Togging. Ukurlah menggunakan mistar lalu ukur jarak yang sebenarnya menggunakan perbandingan skala.

Jarak lurus dari kota Balige hingga kota Togging sekitar 80 km. Dalam hal ini pengecilan disebut skala lalu dituliskan seperti 1 : 1750000 atau $\frac{1}{1750000}$



1 Kesebangunan

1 Dua Bangun Datar yang Sebangun

BAB 5 | Kesebangunan

Tujuan Peserta didik dapat menyelidiki hubungan di antara dua bangun datar yang memiliki bentuk yang sama.

Perbesaran/Pengecilan dan Kesebangunan

Pada bangun-bangun di bawah ini, berapa kali harus kita perbesar segitiga ⓐ agar ukurannya tepat sama dengan segitiga ⓑ ? Dan berapa kali segitiga b harus kita perkecil agar ukurannya tepat sama dengan segitiga ⓐ?

Pada gambar segitiga a dan segitiga b di atas, kedua bangun datar dinyatakan sebangun apabila salah satu bangun merupakan hasil perbesaran atau pengecilan dari bangun lainnya.

Perhatikan juga gambar segitiga c yang merupakan hasil pencerminan dari segitiga b sehingga keduanya memiliki ukuran yang sama atau kongruen, keduanya juga dapat dikatakan sebangun.

Pada segitiga-segitiga yang sebangun, seperti ΔABC dan $\Delta A'B'C'$. Titik A dan titik A' disebut titik-titik yang bersesuaian. Sisi AB dan sisi A'B' disebut sisi-sisi yang bersesuaian. $\angle A$ dan $\angle A'$ disebut sudut-sudut yang bersesuaian.

Kesebangunan dilambangkan dengan ~ . Jika ada tertulis $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ cara membacanya adalah ΔABC sebangun dengan $\Delta A'B'C'$.

Catatan Saat menggunakan lambang ~ untuk menyatakan kesebangunan dua bangun datar, urutkanlah huruf-huruf agar sesuai dengan titik-titik yang bersesuaian.

Bab 5 Kesebangunan 125

1. Kesebangunan (7 jam)

1| Dua Bangun Datar yang Sebangun

(2 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami arti dan ciri-ciri dari Dua Bangun Datar yang Sebangun
2. Peserta didik dapat mencari panjang sisi menggunakan sifat kesebangunan bidang

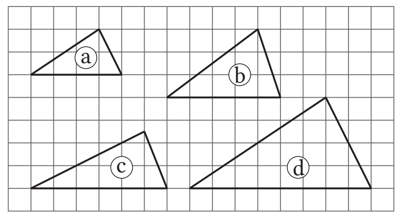
Penyelesaian

Q

2. $\frac{1}{2}$

Soal Tambahan

Pilihlah kesebangunan ⓐ dalam gambar dibawah ini



Jawaban: ⓓ

Penjelasan dan Perhatikan

1. Cara Penggunaan Q

Berdasarkan pembelajaran di halaman sebelumnya tentang "Berapa tinggi piramida?" kita membuat agar siswa paham tentang kesebangunan. Maka dari itu, kita juga perlu memperhatikan panjang sisi dan sudut-sudut bidang yang digunakan. Pada $\triangle ABC$ dan $\triangle A'B'C'$ kita. tulis notasi yang sama pada titik puncak A dan A' dan penting juga untuk memperhatikan panjang sisi dan sudut dari bidang yang digambar.

2. Definisi Kesebangunan.

Kita menjelaskan kepada siswa agar memahami makna dari kesebangunan adalah hubungan salah satu bidang yang diperbesar atau diperkecil adalah sebangun dengan bidang yang lainnya.

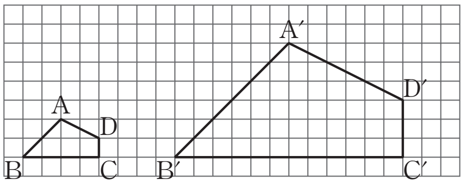
Perlu dipahami bahwa ⓐ dan ⓑ merupakan bidang yang sebangun, kesebangunan merupakan istilah yang merujuk pada dua bidang yang sama. Sama seperti halnya istilah perbesaran dan pengecilan yang digunakan untuk menjelaskan bahwa bidang ⓐ merupakan perkecilan dari ⓑ dan ⓑ merupakan perbesaran dari ⓐ .

3. Gerakan Simetris dan Kesebangunan

Bidang ⓐ dan ⓑ merupakan sebuah bidang yang sebangun lalu ⓑ dan ⓒ adalah bidang yang memiliki luas yang sama atau kongruen. Maka dari itu ⓐ dan ⓒ memiliki hubungan kesebangunan. Akan sulit untuk memahami secara langsung hubungan kesebangunan apabila menggunakan contoh berbalik seperti diatas, karena akhirnya kita perlu memperhatikan secara detail sudut dan sisi dari sebuah bidang.

Selain dari itu, terkait pengenalan lambang kesebangunan atau "~" silakan baca asal muasal lambang "≅","~" yang ada pada hal. 156.

Penyelesaian



Soal 1

$A'C'=3AC$ $B'D'=3BD$

Soal 2

$A'B='2AB$ $B'C'=2BC$.

$C'A'=2CA$

$(A'B'$; $AB = B'C' : BC = C'A' : CA = 2 : 1)$

$\angle A'=\angle A$, $\angle B'=\angle B$,

$\angle C'=\angle C$

Soal 3

(1) Salah/Tidak Sebangun

(2) Betul/Sebangun

Soal Tambahan

Apakah bidang-bidang berikut dapat dikatakan sebangun?

(1) Dua segitiga sama kaki

(2) Dua segi empat

(3) Dua segi enam

[(1) Tidak sebangun (2) Sebangun
(3) Sebangun]

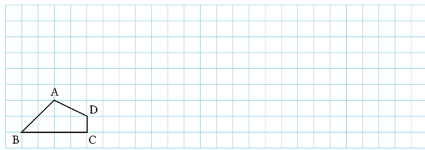
4. Penanganan

Setelah memahami arti/makna kesebangunan, tahap selajutnya adalah menggambar bidang yang sebangun. Pada tahap ini biarkan siswa berpikir dan menggambar dimanakah mereka akan menempatkan titik A', C', dan D' setelah menentukan B' daripada menggambarkan segi empat yang ukuran tiga kali lebih besar secara langsung. Selain dari itu, mereka pun perlu memperhatikan sisi dan sudut dari bidang yang akan digambar.

Disini perlu ditekankan bahwa mereka juga dapat menggambarkan sisi dan sudut yang akan digambar dengan memperhatikan dan membandingkannya dengan bidang asal.

Syarat-Syarat Kesebangunan

Gambarlah segi empat A'B'C'D' yang merupakan hasil perbesaran 3 kali dari segi empat ABCD.



Berdasarkan gambar di atas, hubungan antara sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian adalah sebagai berikut.

$A'B' = 3\ AB$, $B'C' = 3\ BC$, $C'D' = 3CD$,

$\angle A'$ dan $\angle A$, $\angle B'$ dan $\angle B$, $\angle C$ dan $\angle C'$ dan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah sebagai berikut.

$A'B' : AB = B'C' : BC = C'D' : CD = D'A' : DA = 3 : 1$

Soal 1 Pada kedua segi empat di atas, coba amati hubungan antara panjang diagonal A'C' dengan AC, serta B'D' dengan BD.

Soal 2 Berdasarkan $\Delta A'B'C'$ dan ΔABC pada halaman sebelumnya, nyatakan hubungan antara panjang sisi-sisi yang bersesuaian dan sudut-sudut yang bersesuaian.

Secara umum dapat kita simpulkan.

PENTING

Sifat-sifat Kesebangunan

1. Panjang sisi-sisi yang bersesuaian memiliki perbandingan yang senilai.
2. Sudut-sudut yang bersesuaian ukurannya sama besar.

Soal 3 Apakah dua bangun datar berikut akan selalu sebangun?

(1) Dua buah belah ketupat (2) Dua buah segi lima beraturan

126 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

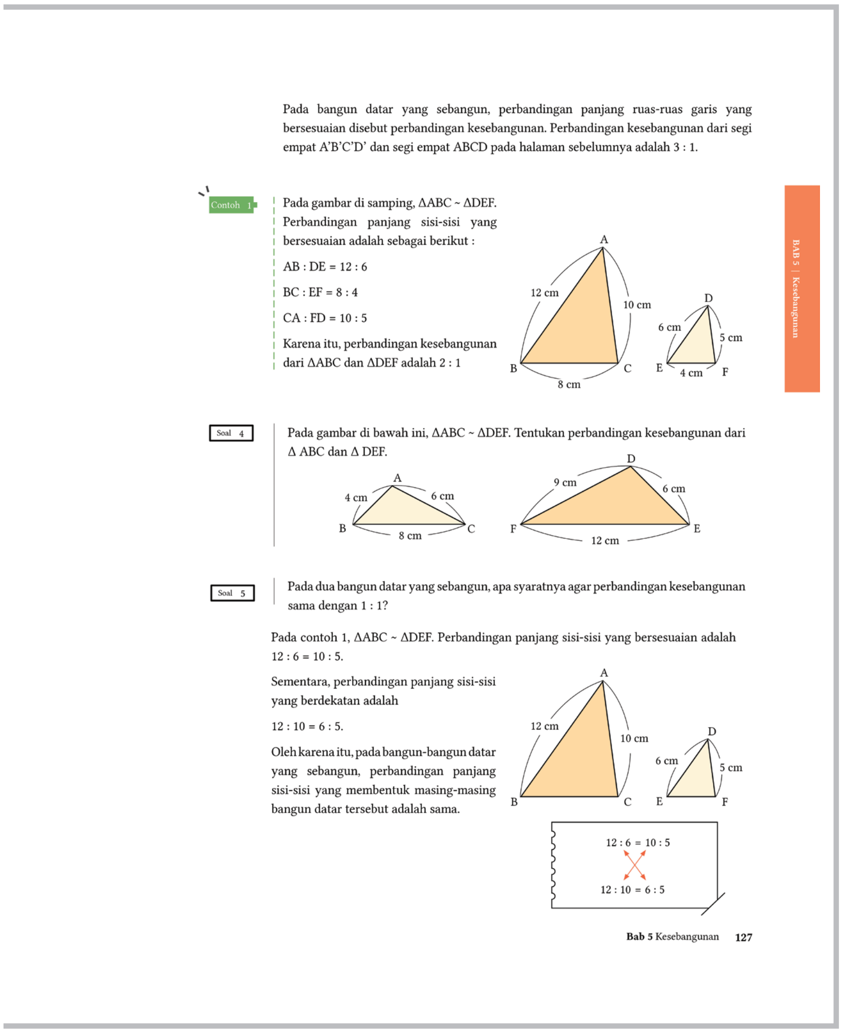
Pada soal 1, pastikan bahwa panjang sisi dari bidang asal dan bidang perbesaran adalah sama. Dalam hal ini kita memastikan bahwa panjang sisi yang digambar adalah tiga kali perbesaran dari bidang asal, lalu pada bidang yang digambar diberikan lambang.

Pada soal 2, pastikan bahwa besar sudut pada bidang yang digambar sama dengan bidang asal lalu diberikan lambang. Setelah memastikan dua hal ini kita menyesuaikan dengan kriteria atau elemen kesebangunan.

Lalu, pada soal 2, dengan memperhatikan tinggi dari kedua segitiga, lalu apabila kita membandingkan tinggi dan panjang sisi dari kedua bidang ini dan kita mengetahui hasilnya sama maka kita dapat mengaitkan hal ini dengan materi tabel perbandingan kesebangunan yang terdapat pada hal. 142.

Dalam hal ini, kita menggambar sebuah bidang perbesaran menggunakan buku kotak-kotak, namun pada hal. 133 kita juga mempelajari cara menggabarkan perbersaran dan pengecilan menggunakan materi kesebangunan.

5. Penanganan Soal 1 dan Soal 2



Pada bangun datar yang sebangun, perbandingan panjang ruas-ruas garis yang bersesuaian disebut perbandingan kesebangunan. Perbandingan kesebangunan dari segi empat A'B'C'D' dan segi empat ABCD pada halaman sebelumnya adalah 3 : 1.

Contoh 1

Pada gambar di samping, ΔABC ~ ΔDEF. Perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah sebagai berikut :

AB : DE = 12 : 6

BC : EF = 8 : 4

CA : FD = 10 : 5

Karena itu, perbandingan kesebangunan dari ΔABC dan ΔDEF adalah 2 : 1

Soal 4

Pada gambar di bawah ini, ΔABC ~ ΔDEF. Tentukan perbandingan kesebangunan dari Δ ABC dan Δ DEF.

Soal 5

Pada dua bangun datar yang sebangun, apa syaratnya agar perbandingan kesebangunan sama dengan 1 : 1?

Pada contoh 1, ΔABC ~ ΔDEF. Perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah 12 : 6 = 10 : 5.

Sementara, perbandingan panjang sisi-sisi yang berdekatan adalah

12 : 10 = 6 : 5.

Oleh karena itu, pada bangun-bangun datar yang sebangun, perbandingan panjang sisi-sisi yang membentuk masing-masing bangun datar tersebut adalah sama.

Bab 5 Kesebangunan 127

Penyelesaian

Soal 4

2:3

Soal 5

Apabila kedua bidang memiliki luas yang sama.

Penjelasan dan Perhatikan

6. Perbandingan Kesebangunan

Perbandingan kesebangunan disebut bentuk nilai rasio atau rasio. Namun, dalam buku ini agar tidak membuat siswa kebingungan, dalam buku ini digunakan istilah perbandingan. Kita juga dapat menggunakan contoh sederhana seperti penulisan skala pada peta contohnya $\frac{1}{50000}$ ditulis 1:50000.

Selain dari itu, kita juga boleh menjelaskan seperti pada contoh 1 kalimat "perbandingan kesebangunannya adalah 2", perbandingan kesebangunan tersebut juga dapat dikatakan sebagai rasio.

7. Penanganan Soal 4

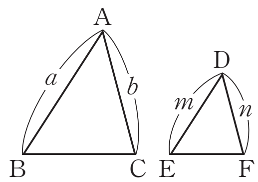
Soal berikut merupakan kesebangunan yang terbalik. Siswa diharapkan dapat membandingkan dengan tepat sisi yang digambarkan pada "△ABC ∼ △DEF" dengan cara membandingkan bidang dan notasinya. Tergantung pada situasinya kita perlu menggambar kebalikan △DEF untuk memastikan kesebangunannya.

8. Penyelesaian Soal 5

Ketika perbandingan kesebangunan 1:1 maka luas dari kedua bidang sama. Maka dari itu, siswa juga diharapkan dapat memahami bahwa luas bidang yang sama / bidang yang kongruen merupakan situasi yang khusus pada kesebangunan.

9. Perbandingan sisi yang membentuk masing-masing bidang dan perbandingan kesebangunan

Bidang yang sebangun merupakan bidang yang sama maka dari itu elemen-elemen pembangunnya juga memiliki perbandingan panjang sisi yang sama.



Dengan begitu seperti contoh gambar di samping, pada △ABC ∼ △DEF, $a : b = m : n$. Dengan begitu kita juga bisa mengubah rumus perbandingan kesebangunan menjadi $a : m = b : n$.

Setelah itu, pada dasarnya saat menghitung panjang sisi kita dapat menggunakan perbandingan kesebangunan. Namun, pada situasi tertentu, kita perlu memperhatikan panjang sisi-sisi yang membentuknya, apabila sama kita dapat menggunakan dan mengembangkannya secara praktis. Dalam pelajaran teori pangkat tiga kita perlu memperhatikan perbandingan sisi-sisi yang membangun sebuah bidang.

Referensi Cara mengungkap/menulis perbandingan

Dalam buku ini, berdasarkan pelajaran di sekolah dasar, digunakan istilah (Kesebangunan dari ~ dan ~)

Di sisi lain, ketika perlu diketahui angka manakah yang menjadi angka patokan. Kita dapat menggunakan Istilah (perbandingan antara ~ dari ~), angka yang disebutkan terlebih dahulu merupakan angka perbandingan dan angka yang disebutkan setelahnya merupakan patokan.

Penyelesaian

Soal 6

Karena panjang sisi yang digambar sama maka
AC : DF = BC : EF.
Jika, DF = x cm maka

$$14 : x = 8 : 6$$
$$8x = 84$$
$$x = 10,5$$

jawaban : 10,5 cm

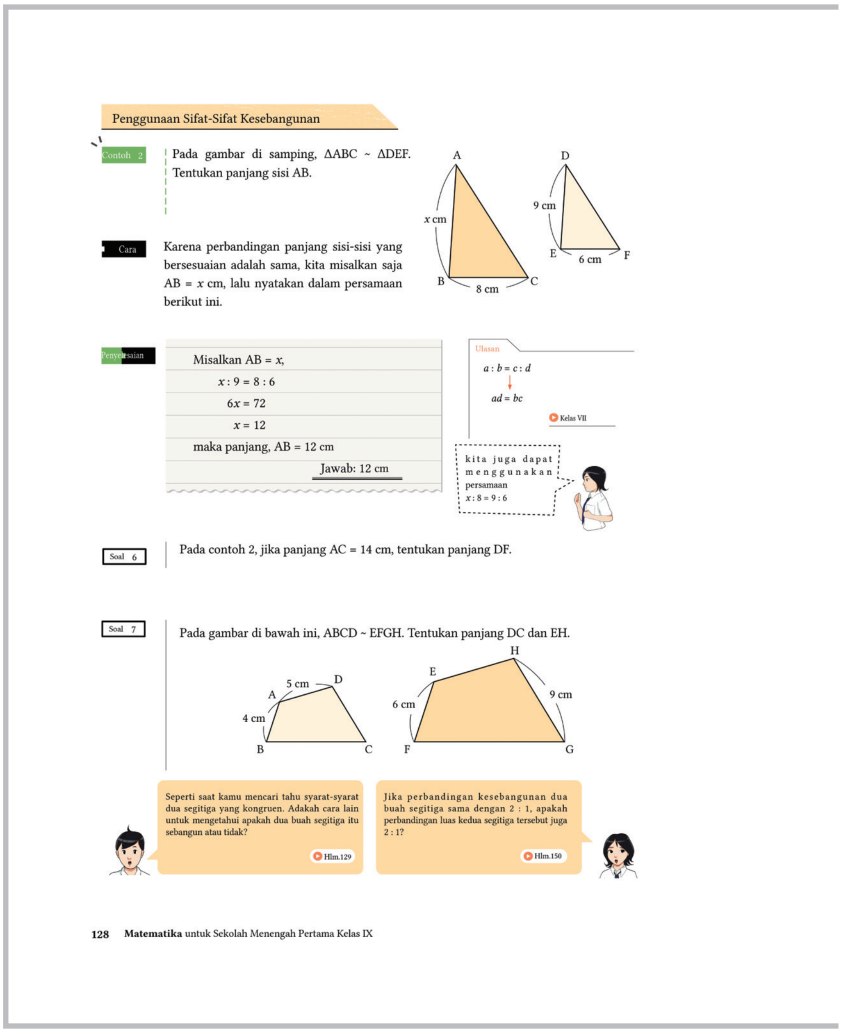
(Jawaban lainnya)
Karena, perbandingan panjang dari sisi yang membentuk masing-masing bidang sama maka
BC : AC = EF : DF
Jika DF = x cm maka

$$8 : 14 = 6 : x$$
$$8x = 84$$
$$x = 10,5$$

jawaban : 10,5 cm

Soal 7

DC = 6 cm
EH = 7.5 cm



Penggunaan Sifat-Sifat Kesebangunan

Contoh 2 Pada gambar di samping, ΔABC ~ ΔDEF. Tentukan panjang sisi AB.

Cara Karena perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah sama, kita misalkan saja AB = x cm, lalu nyatakan dalam persamaan berikut ini.

Penyelesaian
Misalkan AB = x,
$x : 9 = 8 : 6$
$6x = 72$
$x = 12$
maka panjang, AB = 12 cm
Jawab: 12 cm

Ulasan
$a : b = c : d$
$ad = bc$
Kelas VII

kita juga dapat menggunakan persamaan $x : 8 = 9 : 6$

Soal 6 Pada contoh 2, jika panjang AC = 14 cm, tentukan panjang DF.

Soal 7 Pada gambar di bawah ini, ABCD ~ EFGH. Tentukan panjang DC dan EH.

128 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Penjelasan dan Perhatikan

10. Penanganan Contoh 2

Dalam kesebangunan,rumus persamaan terbentuk karena panjang sisi dari garis yang digambarkan sama. Lalu, soal dapat diselesaikan menggunakan rumus persamaan bahwa hasil perhitungan luar sama dengan hasil perhitungan dalam.

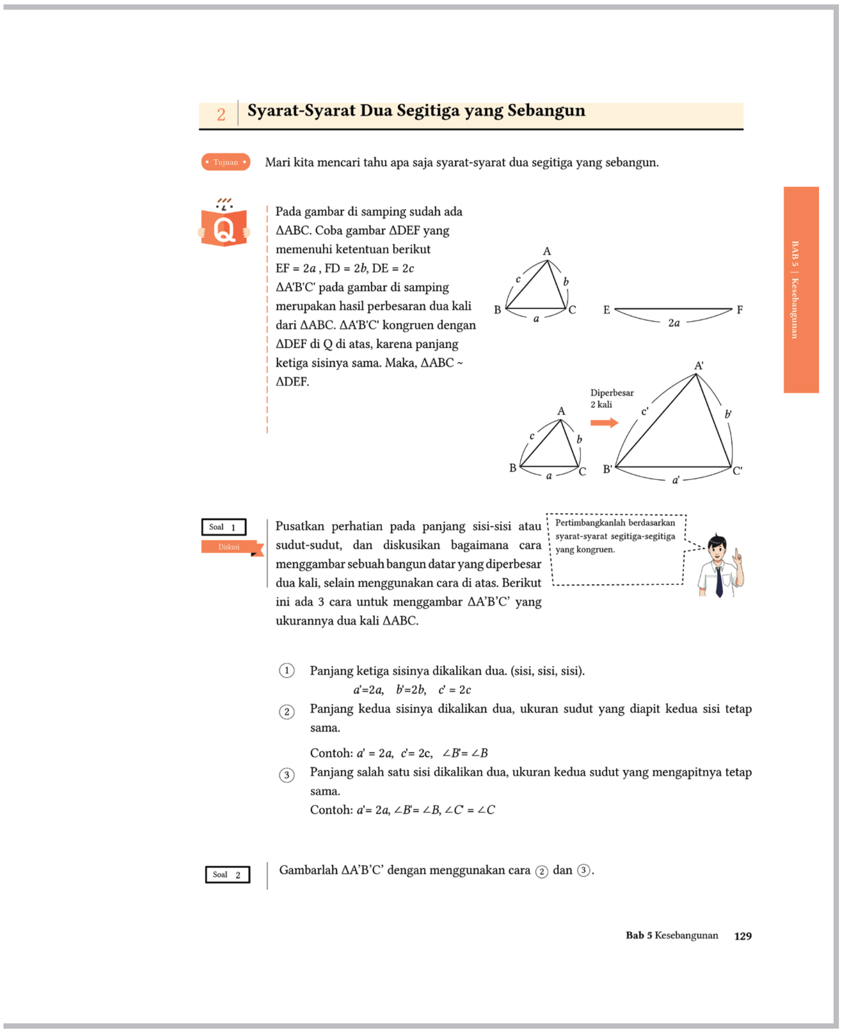
Siswa diharapkan dapat memahami persamaan ini dengan baik karena pemahaman ini diperlukan ketika mempelajari garis- garis sejajar dan perbandingan ruas-ruas garis.

Berkaitan dengan no. 9, ambil contoh "$x : 8 = 9 : 6$" yang ada pada balon ucapan, biarkan siswa memastikan rumus persamaan tersebut menggunakan perbandingan panjang sisi dari garis-garis yang membentuknya.

11. Penggunaan balon ucapan

Pada bab ini siswa sudah mempelajari elemen kesebangunan, perbandingan kesebangunan lalu dapat menggunakannya untuk mengukur panjang sisi bidang.

Untuk membangun rasa keingintahuan siswa untuk pelajaran selanjutnya pada halaman 161. Siswa diharapkan mulai memiliki pertanyaan dalam benak masing-masing seperti "Adakah cara lain untuk mengetahui apakah dua buah segitiga itu sebangun atau tidak ketika dua segitiga itu kongruen?" atau "Jika perbandingan kesebangunan dua buah segitiga sama dengan 2 : 1, apakah perbandingan luas kedua segitiga tersebut juga 2 : 1? " halaman 152



2 Syarat-Syarat Dua Segitiga yang Sebangun

• Tujuan • Mari kita mencari tahu apa saja syarat-syarat dua segitiga yang sebangun.

Pada gambar di samping sudah ada ΔABC. Coba gambar ΔDEF yang memenuhi ketentuan berikut
EF = $2a$, FD = $2b$, DE = $2c$
ΔA'B'C' pada gambar di samping merupakan hasil perbesaran dua kali dari ΔABC. ΔA'B'C' kongruen dengan ΔDEF di Q di atas, karena panjang ketiga sisinya sama. Maka, ΔABC ~ ΔDEF.

Soal 1
Diskusi
Pusatkan perhatian pada panjang sisi-sisi atau sudut-sudut, dan diskusikan bagaimana cara menggambar sebuah bangun datar yang diperbesar dua kali, selain menggunakan cara di atas. Berikut ini ada 3 cara untuk menggambar ΔA'B'C' yang ukurannya dua kali ΔABC.

1. Panjang ketiga sisinya dikalikan dua. (sisi, sisi, sisi).
   $a'=2a, \quad b'=2b, \quad c' = 2c$
2. Panjang kedua sisinya dikalikan dua, ukuran sudut yang diapit kedua sisi tetap sama.
   Contoh: $a' = 2a$, $c' = 2c$, $\angle B' = \angle B$
3. Panjang salah satu sisi dikalikan dua, ukuran kedua sudut yang mengapitnya tetap sama.
   Contoh: $a' = 2a$, $\angle B' = \angle B$, $\angle C' = \angle C$

Soal 2
Gambarlah ΔA'B'C' dengan menggunakan cara ② dan ③.

Bab 5 Kesebangunan **129**

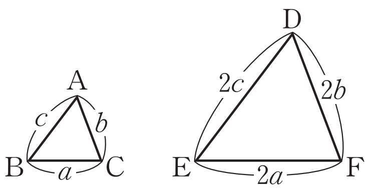
2 | Syarat-syarat dua segitiga yang sebangun

(3 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami syarat-syarat dua segitiga yang sebangun dengan cara menggambar menggunakan perbesaran gambar.
2. Peserta didik dapat membuktikan faktor/elemen dari sebuah bidang menggunakan syarat-syarat dua segitiga yang sebangun.
3. Peserta didik dapat memahami makna dari pusat kesebangunan dan titik letak kesebangunan lalu dapat menggambarkannya dalam perbesaran atau pengecilan.

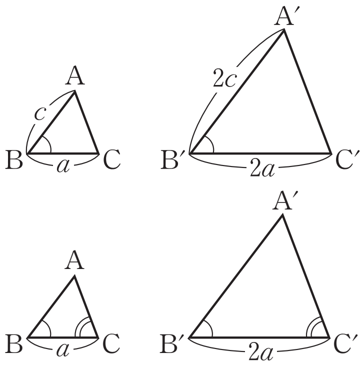
Jawaban



Soal 1

- Menggandakan panjang dari kedua sisi masing-masing lalu menyamakan sudut diantara keduanya.
- Menggandakan panjang dari salah satu sisi lalu membuat sudut yang sama di kedua ujung garis.

Soal 2



Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan

Jika kita menggambar $\triangle$DEF perbesaran dua kali dari $\triangle$ABC, dapat langsung diketahui bahwa ini adalah kesebangunan dari dua segitiga. Untuk membuktikan secara teori hal ini perlu dilakukan langkah langkah sebagai berikut.

Jika diketahui bahwa $\triangle$A′B′C′ merupakan perbesaran dua kali $\triangle$ABC maka dilambangkan
$\triangle$ABC ~ $\triangle$A'B'C '
$\triangle$DEF ≅ $\triangle$A'B'C '(ketiga sisinya sama)
Oleh karena itu, $\triangle$ABC ~ $\triangle$DEF

2. Penanganan Soal 1

Bagi siswa menjadi beberapa kelompok lalu biarkan siswa mendiskusikan syarat-syarat dua segitiga yang sebangun, lalu guru mengarahkan cara 2 dan 3

3. Penanganan Soal 2

Pastikan segitiga no 2, no 3 diperbesar dua kali. Pastikan perbesaran dua kali dari dua segitiga tersebut. Untuk segitiga no. 2 pastikan dua sisinya dan sudut diantara dua sisinya. Lalu, segitiga no 3 gunakan 1 sisi dan kedua sudut pada ujung garis untuk memastikannya.

Penyelesaian

Soal 3

perbandingan dua sisi dan sudut yang berada diantara bidang ⓐ dan bidang ⓕ sama
masing-masing kedua sisi pada bidang ⓐ dan bidang ⓘ sama
Seluruh perbandingan ketiga sisi pada bidang ⓓ dan bidang ⓔ sama.

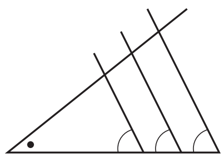
---

4. Syarat-syarat dua segitiga yang sebangun.

Disini siswa diminta untuk mencari syarat-syarat dua segitiga sebangun yang sudah dipelajari pada halaman sebelumnya.

Pada titik ini yang menjadi masalah ada syarat no 3. Syarat no. 1 dan no.2 dapat kita jelaskan secara langsung dengan menggambar pada bidang perbesaran. Terkait ini siswa akan menyimpulkan bahwa syarat no. 3 sama seperti syarat no. 1 dan no. 2 bahwa "perbandingan 1 sisi dan kedua ujungnya masing-masing sama panjang (sisi)".

Dalam hal ini, yang dimaksud "perbandingan satu sisi" penting untuk membuat siswa paham bahwa mereka hanya perlu memperbesar dua kali dan tidak perlu untuk memastikan syarat-syarat kesebangunannya. Oleh karena itu, perintahkan siswa untuk menggambar dua garis yang membentuk sudut dengan panjang yang bebas. Lalu, gambar beberapa segitiga dari garis tersebut.



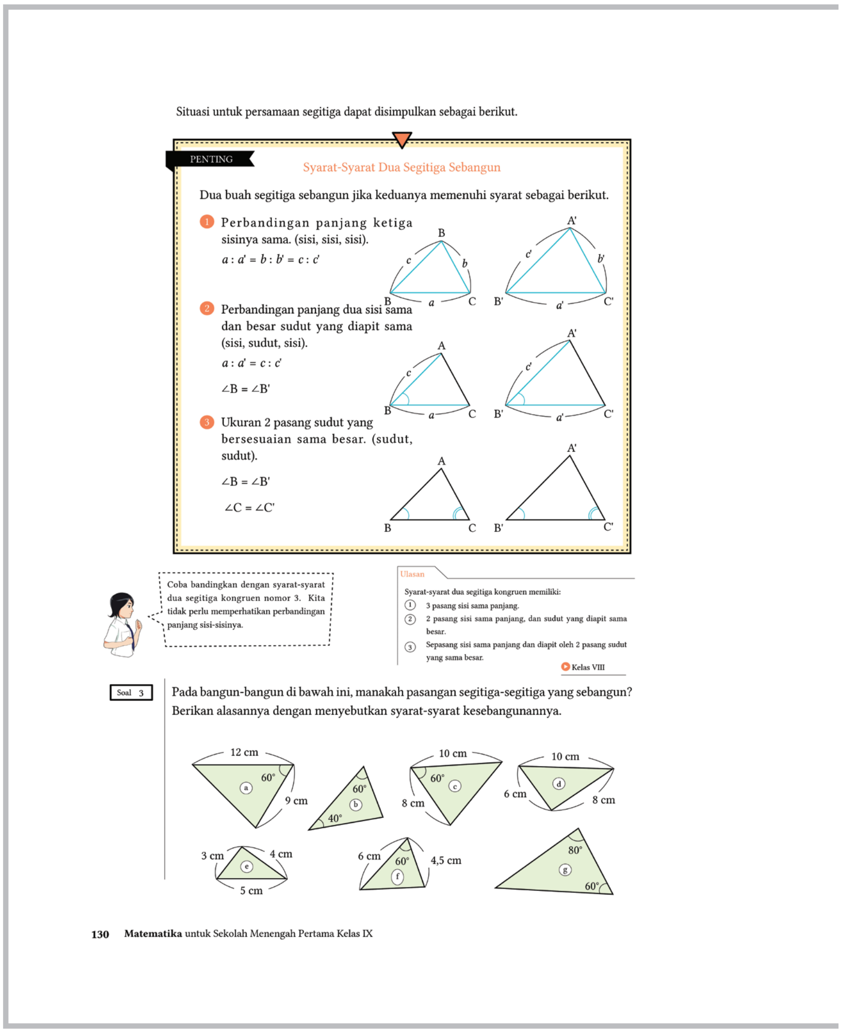
Dengan hal ini kita dapat memastikan terkait syarat no. 3 bahwa meskipun bisa disebutkan bidang ini sebangun namun tidak diketahui perbandingan kesebangunannya.

5. Keterkaitan syarat-syarat dua segitiga kongruen dan syarat-syarat dua segitiga sebangun

Membandingkan syarat-syarat diantara dua segitiga kongruen dan dua segitiga sebangun. Lalu, memastikan persamaan dan perbedaannya.

Harap diperhatikan penjabaran sebelumnya terkait syarat no. 3 tentang "perbandingan satu sisi". Siswa diharapkan dapat mengenali bahwa terbentuknya perbandingan kesebangunan terjadi apabila dua garis yang membentuk segitiga sama dapat dikatakan sebangun dan satu sisi lainnya menentukan luas dari sebuah segitiga.

Selanjutnya, syara kongruen segitiga yang mengatakan "satu sisinya sama" memiliki arti perbandingan satu sisinya 1:1. Dengan kata lain perlu ditekankan bahwa apabila perbandingan kesebangunannya 1:1 maka kekongruenan merupakan kasus/situasi kesebangunan khusus.



Situasi untuk persamaan segitiga dapat disimpulkan sebagai berikut.

PENTING

Syarat-Syarat Dua Segitiga Sebangun

Dua buah segitiga sebangun jika keduanya memenuhi syarat sebagai berikut.

1. Perbandingan panjang ketiga sisinya sama. (sisi, sisi, sisi).
$a : a' = b : b' = c : c'$
2. Perbandingan panjang dua sisi sama dan besar sudut yang diapit sama (sisi, sudut, sisi).
$a : a' = c : c'$
$\angle B = \angle B'$
3. Ukuran 2 pasang sudut yang bersesuaian sama besar. (sudut, sudut).
$\angle B = \angle B'$
$\angle C = \angle C'$

Coba bandingkan dengan syarat-syarat dua segitiga kongruen nomor 3. Kita tidak perlu memperhatikan perbandingan panjang sisi-sisinya.

Ulasan

Syarat-syarat dua segitiga kongruen memiliki:
① 3 pasang sisi sama panjang.
② 2 pasang sisi sama panjang, dan sudut yang diapit sama besar.
③ Sepasang sisi sama panjang dan diapit oleh 2 pasang sudut yang sama besar.

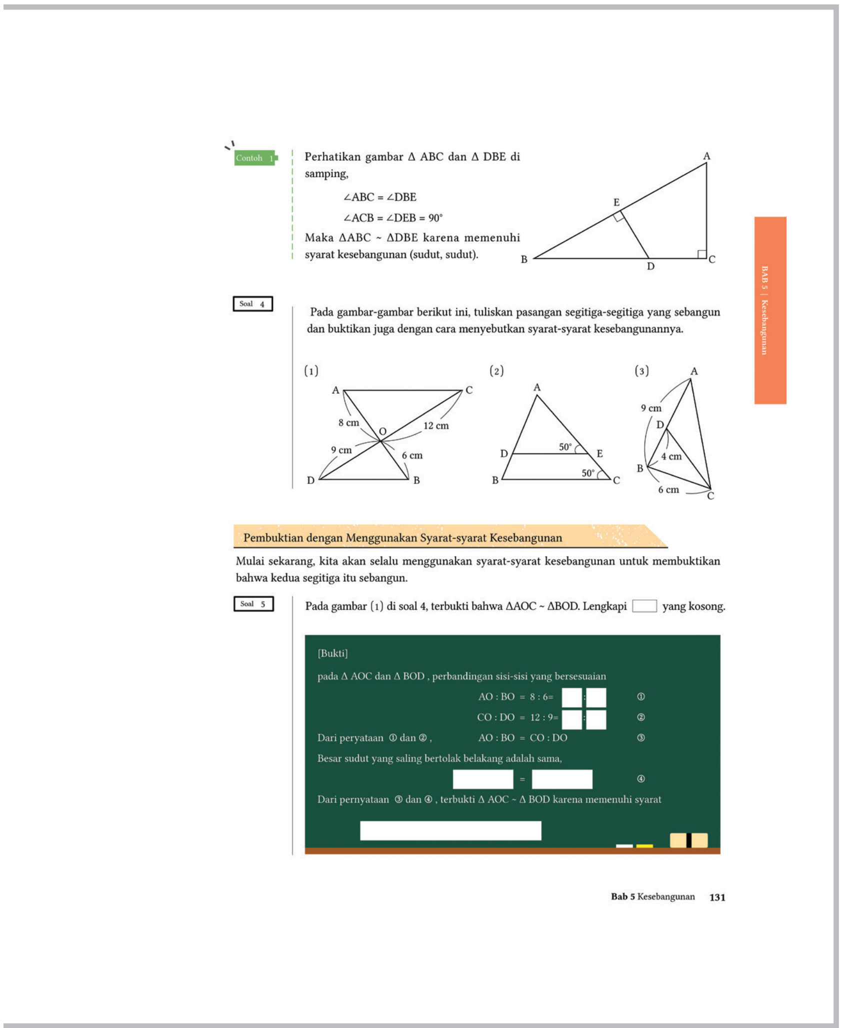
Kelas VIII

Soal 3 Pada bangun-bangun di bawah ini, manakah pasangan segitiga-segitiga yang sebangun? Berikan alasannya dengan menyebutkan syarat-syarat kesebangunannya.

130 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

6 Penanganan Soal 3

Soal ini bertujuan untuk memahami cara kerja yang tepat tentang syarat kesebangunan dua segitiga. Kita dapat membiarkan siswa menjawab perbandingan kesebangunan apabila keadaannya memenuhi syarat kesebangunan no.1 dan no.2.



Contoh 1

Perhatikan gambar Δ ABC dan Δ DBE di samping,

$\angle ABC = \angle DBE$

$\angle ACB = \angle DEB = 90^\circ$

Maka ΔABC ~ ΔDBE karena memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut).

Soal 4

Pada gambar-gambar berikut ini, tuliskan pasangan segitiga-segitiga yang sebangun dan buktikan juga dengan cara menyebutkan syarat-syarat kesebangunannya.

Pembuktian dengan Menggunakan Syarat-syarat Kesebangunan

Mulai sekarang, kita akan selalu menggunakan syarat-syarat kesebangunan untuk membuktikan bahwa kedua segitiga itu sebangun.

Soal 5

Pada gambar (1) di soal 4, terbukti bahwa ΔAOC ~ ΔBOD. Lengkapi ☐ yang kosong.

[Bukti]

pada Δ AOC dan Δ BOD , perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian

AO : BO = 8 : 6= ☐ : ☐ ①

CO : DO = 12 : 9= ☐ : ☐ ②

Dari peryataan ① dan ② , AO : BO = CO : DO ③

Besar sudut yang saling bertolak belakang adalah sama,

☐ = ☐ ④

Dari pernyataan ③ dan ④ , terbukti Δ AOC ~ Δ BOD karena memenuhi syarat ☐

Bab 5 Kesebangunan 131

Penyelesaian

Soal 4

(1) △AOC ~ △BOD,
Perbandingan dua pasang sisi dan sudut diantaranya sama (sisi, sisi)

(2) △ABC ~ △ADE
Masing-masing dua pasang sudut sama (sudut, sudut)

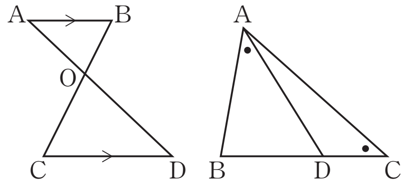
(3) △ABC ~ △CBD,
Perbandingan dua pasang sisi dan sudut diantaranya sama (sisi, sisi)

Soal 5

Berurutan dari atas 4, 3, 4, 3, ∠AOC, ∠BOD, perbandingan dua pasang sisi dan sudut diantaranya sama

Soal Tambahan:

Pada gambar berikut, tentukan pasangan segitiga yang sebangun. Lalu, sebutkan syarat-syarat kesebangunannya!



(1) △AOB ~ △DOC,
Masing-masing dua pasang sudut sama

(2) △ABC ~ △DBA,
Masing-masing dua pasang sudut sama

Penjelasan dan Perhatikan

7. Penanganan Contoh 1

Siswa akan sedikit kesulitan memahami soal ini. Maka dari itu, buatlah dua buah segitiga menggunakan kertas lipat lalu tempelkan pada papan dengan posisi sesuai dengan soal. Setelah beberapa saat membiarkan siswa berpikir, ambil dan balikkan salah satu segitiga. Diharapkan dengan cara seperti ini dapat membantu siswa untuk lebih mudah mengerti.

8. Penanganan Soal 4

Apabila hendak menentukan pasangan segitiga yang sebangun perlu diperhatikan urutan pasangan harus sama pada sisi bidang yang digambar. Diharapkan siswa dapat berdisusi dan menjelaskan alasan tentang pasangan segitiga-segitiga tersebut. Karena hal ini berhubungan dengan soal no 5 dan selanjutnya.

9. Elemen-elemen bidang

Instruktur diminta untuk memastikan bahwa kedepannya penjelasan tentang simpulan dari halaman sebelumnya tentang syarat-syarat dua segitiga yang sebangun dan simpulan pada hal 126 tentang elemen kesebangunan boleh digunakan sebagai jawaban atau penjelasan jawaban.

10. Penanganan Soal 5

Dalam soal ini siswa diminta untuk menyimpulkan bukti dari soal 4-1. Banyak soal mengenai syarat-syarat kesebangunan segitiga yang mengarah pada jawaban "dua pasang sudut" . Namun, perlu juga siswa dibimbing untuk memahami dan menggunakan syarat-syarat kesebangunan segitiga.

Penyelesaian

Soal 6

Pada $\triangle ABC$ dan $\triangle DAC$, pasangan sudut-sudut yang bersesuaian adalah:

$\angle BAC = \angle ADC = 90°$ ① dan, $\angle C$ umum ②

Persamaan ① dan ② , memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut), terbukti $\triangle ABC \sim \triangle DAC$

Soal 7

Dari $\triangle DBA \sim \triangle DAC$, diketahui

BA : AC = DB = DA

Jika AC = x cm

$10 : x = 8 : 6 \quad x = 7{,}5$ cm

Maka, AC = 7,5 cm dan DC = 4,5 cm

Soal 8

(1) Pada $\triangle ABC$ dan $\triangle DAC$, pasangan sisi yang bersesuaian adalah:
    BC : AC = 12 : 6 = 2 : 1 ①
    CA: CD = 6 : 3 = 2 : 1 ②
    Karena ① dan ②
    BC : AC = CA : CD ③
    Dan diketahui, $\angle C$ umum ④

(2) Padai $\triangle ABC \sim \triangle DAC$
    BA: AD = BC : AC = 2 : 1
    Jika AD = x cm,
    $10 : x = 2 : 1 \quad x = 5$
    Maka, AD = 5 cm

---

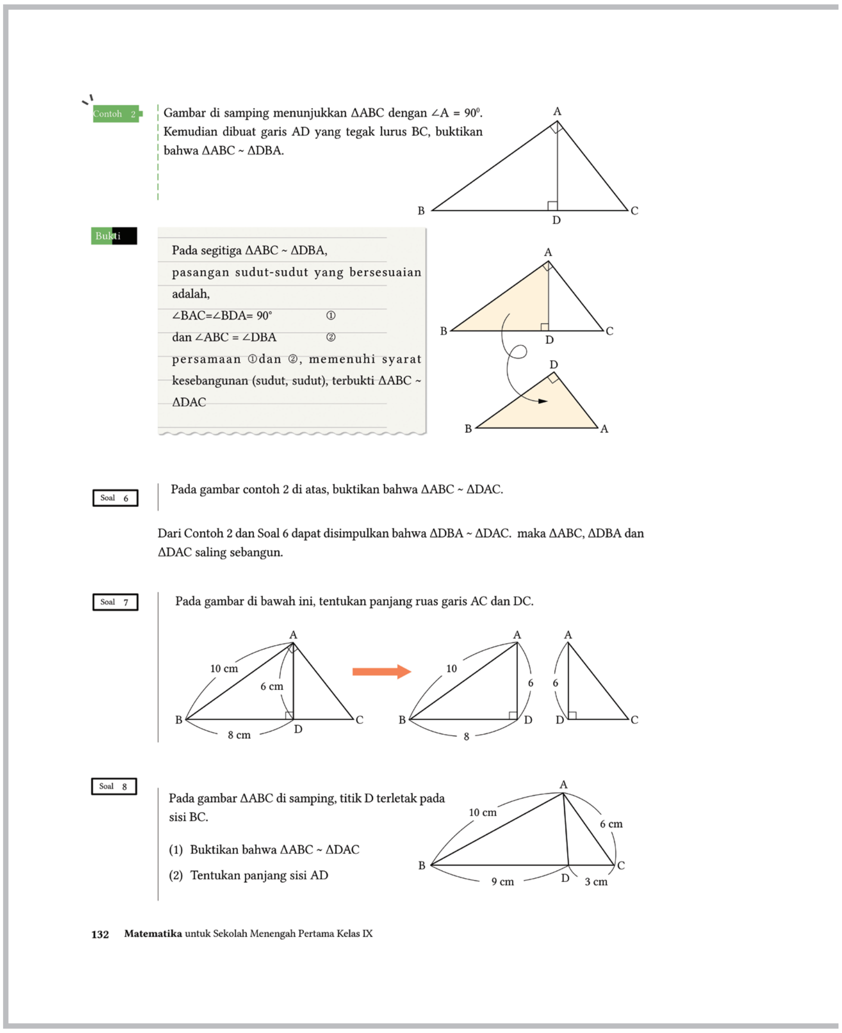
11. Penanganan Contoh 2, Soal 6, Soal 7,

Hasil pembuktian Contoh 2 dan Soal 6 dapat diketahui bahwa $\triangle DBA \sim \triangle DAC$. Karena soal, seperti tiga segitiga siku-siku $\triangle ABC$, $\triangle DBA$, dan $\triangle DAC$ dalam gambar ini sebangun, sering digunakan siswa diharapkan dapat berhati-hati.

Untuk Soal 7, apabila ditemukan kesulitan untuk memahami $\triangle DBA \sim \triangle DAC$, putar $\triangle DAC$ berlawanan arah jarum jam sebanyak 90° untuk menyamakan arah dua segitiga.

Pada bidang sebangun yang berbagi salah satu sisinya, persamaan yang digunakan untuk menghitung panjang sisi lainnya, siswa diarahkan apakah menggunakan rumus perbandingan kesebangunan atau rumus perbandingan sisi-sisi pembentuk segitiga.

Khususnya soal yang menggunakan segitiga siku-siku seperti pada soal ini diharapkan dapat digunakan juga ketika mempelajari Bab 7 tentang Teori Pythagoras dan Segitiga Siku-siku 3 : 4 : 5 nanti.



Contoh 2 Gambar di samping menunjukkan ΔABC dengan ∠A = 90⁰. Kemudian dibuat garis AD yang tegak lurus BC, buktikan bahwa ΔABC ~ ΔDBA.

Bukti

Pada segitiga ΔABC ~ ΔDBA,
pasangan sudut-sudut yang bersesuaian adalah,
∠BAC=∠BDA= 90° ①
dan ∠ABC = ∠DBA ②
persamaan ①dan ②, memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut), terbukti ΔABC ~ ΔDAC

Soal 6 Pada gambar contoh 2 di atas, buktikan bahwa ΔABC ~ ΔDAC.

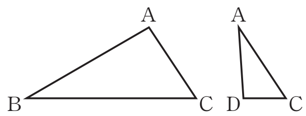
Dari Contoh 2 dan Soal 6 dapat disimpulkan bahwa ΔDBA ~ ΔDAC. maka ΔABC, ΔDBA dan ΔDAC saling sebangun.

Soal 7 Pada gambar di bawah ini, tentukan panjang ruas garis AC dan DC.

Soal 8 Pada gambar ΔABC di samping, titik D terletak pada sisi BC.
(1) Buktikan bahwa ΔABC ~ ΔDAC
(2) Tentukan panjang sisi AD

132 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

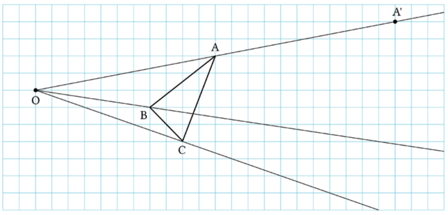
12. Penanganan Soal 8



Jika kita menggambarkan dua segitiga terpisah seperti gambar diatas akan lebih mudah untuk menjawab soal.

Kesebangunan yang Seletak (Homotetik)

Gambarlah pada kotak di bawah ini ΔA'B'C' yang merupakan perbesaran dua kali dari ΔABC. Buatlah titik O, kemudian buatlah garis yang melalui titik O dan titik A. Lalu tentukan letak titik A' pada garis tersebut sehingga OA' = 2OA. Dengan cara yang sama, tentukan juga letak titik B' dan titik C' sedemikian sehingga OB' = 2OB dan OC' = 2OC. Kemudian gambarlah ΔA'B'C'.



Soal 9

Diskusi

Berdasarkan gambar di atas, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa , Δ OA'B' ~ Δ OAB.

(2) Jelaskan mengapa A'B' : AB=2 : 1.

(3) Apa yang dapat kita simpulkan tentang letak A'B' dan AB?

Pada gambar Q dan Soal 8, kita tahu bahwa A'B' = B'C' = C'A' = 2 : 1. Artinya ΔA'B'C' merupakan hasil dari ΔABC yang diperbesar dua kali.

Pada gambar di atas, ΔA'B'C' dan ΔABC dikatakan saling homotetik atau seletak. Karena garis-garis yang melewati titik-titik yang bersesuaian pada kedua segitiga berkumpul di titik O. Dan perbandingan jarak titik O ke titik-titik yang bersesuaian sama. Titik O disebut pusat tarikan. Dalam hal ini, perbandingan jarak titik O ke titik-titik yang bersesuaian adalah sama dengan perbandingan kesebangunan dari kedua segitiga tersebut. Pada dua bangun yang saling homotetik (seletak), sisi-sisi yang bersesuaian saling sejajar.

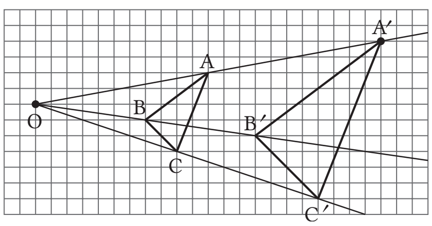
BAB 5 | Kesebangunan

Bab 5 Kesebangunan 133

Penyelesaian

Q

Agar terbentuk OB'= 2OB dan OC' = 2OC, tentukan titik B' dan C' lalu hubungkan titik-titik tersebut.



Soal 9

Berurutan dari atas 4, 3, 4, 3, ∠AOC, ∠BOD, Perbandingan dua pasang sisi dan sudut diantaranya sama

(1) Pada △OA'B' dan △OAB,

Sisi yang bersesuaian adalah:

OA' : OA = OB' : OB

= 2 : 1 ①

∠A'OB' = ∠AOB ②

Karena pada ① dan ②, perbandingan dua sisi dan sudut di antara keduanya sama maka △OA'B' ~ △OAB

(2) Pada △OA′ B′ ~ △OAB

Karena perbandingan kesebangunannya OA′ : OA = 2 : 1 maka A′ B′ : AB = 2 : 1.

(3) Pada ∠OA'B '= ∠OAB, karena sudutnya sama maka A'B // AB

Penjelasan dan Hal-hal yang perlu diperhatikan

13. Penggunaan Q

Soal ini bertujuan untuk mengetahui cara menggambar pembesaran pada satu titik dan menghubungkannya dengan konsep homotetik atau seletak dengan pusat tarikan.

Untuk memudahkan memahami metode ini siapkan sebuah sumber cahaya seperti senter/lampu lalu memperlihatkan pancaran bayangan yang dihasilkan sebuah benda yang disorot ke tembok sambil mengubah jarak senter terhadap benda. Dengan begitu siswa dapat lebih mudah memahami hubungan antara jarak sumber cahaya dan besarnya bayangan yang dihasilkan.

14. Penggunaan Soal 9

Soal ini merupakan kisi-kisi untuk membuktikan kesebangunan △ABC dan △A'B'C' sesuai dengan cara pada (Q)

Disini siswa diharapkan siswa berdiskusi satu sama lain karena pada tahap ini penjelasan secara lisan sangat penting.

Pada soal 9, Jika kita membuktikan bahwa A'B' : AB = 2 : 1 secara tidak langsung kita juga membuktikan bahwa B'C' : BC = 2 : 1 dan membuktikan bahwa C'A' : CA = 2 : 1 dengan cara yang sama. Instruktur dapat mengarahkan bahwa △A'B'C' ~ △ABC tetapi instruktur juga dapat memberikan kesempatan kepada siswa untuk membuktikan/menjawab soal ini.

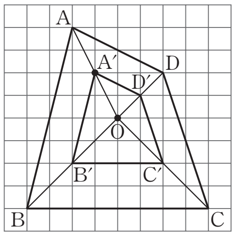
Berdasarkan jawaban diatas maka homotetik dan pusat tarikan telah ditentukan. Perlu dijelaskan kepada siswa ciri khas yang penting tentang sisi yang tergambar pada dua bidang geometri yang homotetik atau seletak akan menjadi paralel.

Dan juga perlu dipastikan apakah perbandingan kesebangunan antara dua segitiga yang homotetik atau seletak adalah perbandingan jarak dari pusat tarikan nol atau OA' : OA

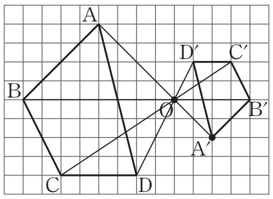
Penyelesaian

Soal 10

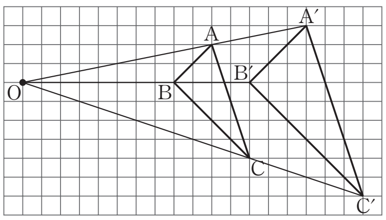
(1)



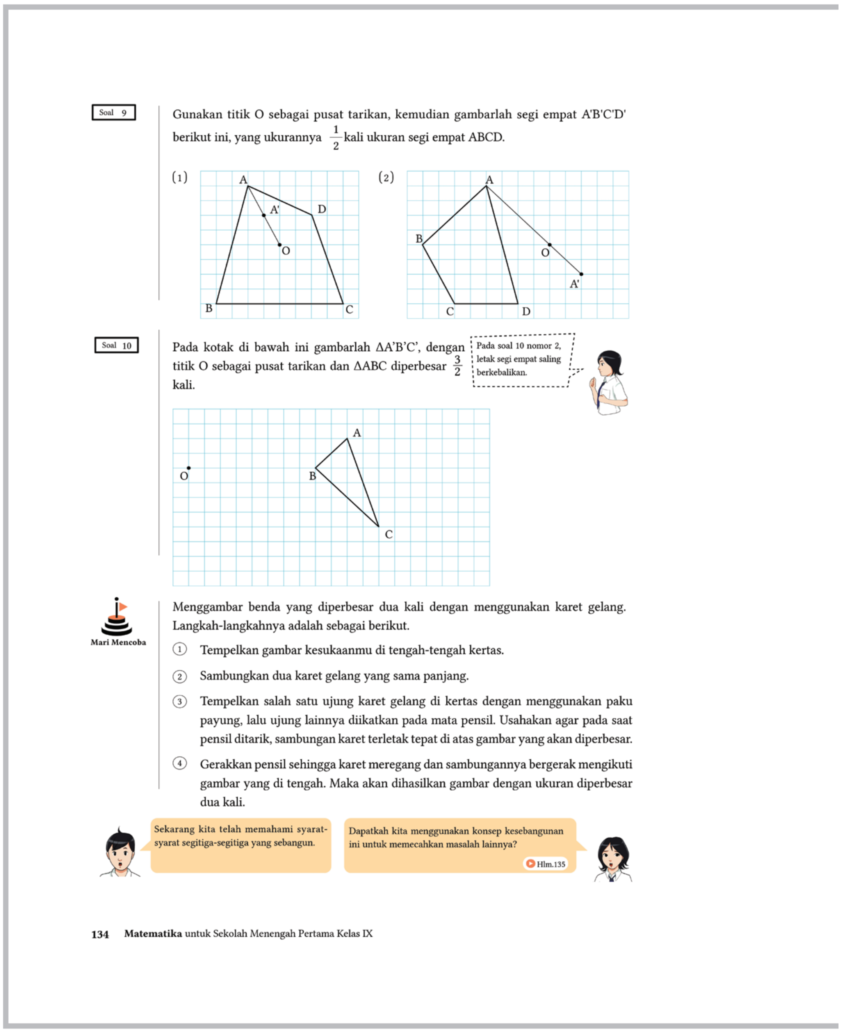
(2)



Soal 11



Mari Mencoba



Soal 9 Gunakan titik O sebagai pusat tarikan, kemudian gambarlah segi empat A'B'C'D' berikut ini, yang ukurannya $\frac{1}{2}$ kali ukuran segi empat ABCD.

(1) (2)

Soal 10 Pada kotak di bawah ini gambarlah ΔA'B'C', dengan titik O sebagai pusat tarikan dan ΔABC diperbesar $\frac{3}{2}$ kali.

Pada soal 10 nomor 2, letak segi empat saling berkebalikan.

Mari Mencoba

Menggambar benda yang diperbesar dua kali dengan menggunakan karet gelang. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

① Tempelkan gambar kesukaanmu di tengah-tengah kertas.

② Sambungkan dua karet gelang yang sama panjang.

③ Tempelkan salah satu ujung karet gelang di kertas dengan menggunakan paku payung, lalu ujung lainnya diikatkan pada mata pensil. Usahakan agar pada saat pensil ditarik, sambungan karet terletak tepat di atas gambar yang akan diperbesar.

④ Gerakkan pensil sehingga karet meregang dan sambungannya bergerak mengikuti gambar yang di tengah. Maka akan dihasilkan gambar dengan ukuran diperbesar dua kali.

Sekarang kita telah memahami syarat-syarat segitiga-segitiga yang sebangun.

Dapatkah kita menggunakan konsep kesebangunan ini untuk memecahkan masalah lainnya? Hlm.135

134 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

15. Penanganan Soal 11

Mungkin ada beberapa murid yang bingung dengan pecahan $\frac{3}{2}$, namun untuk menggambarkan perbesaran $\frac{3}{2}$ kali △A'B'C', perlu dipastikan sisi OA, OB, dan OC diperbesar $\frac{3}{2}$ kali atau 1,5 kali.

Lalu, lihat bidang yang ada. Karena △A'B'C' ~ △ABC maka perlu juga dipersiapkan perbandingan kesebangunannya. Kita juga bisa menjelaskan hubungan perbandingan kesebangunan yang dituliskan 3 : 2 dengan perbesaran $\frac{3}{2}$.

16. Penanganan

Mari Mencoba

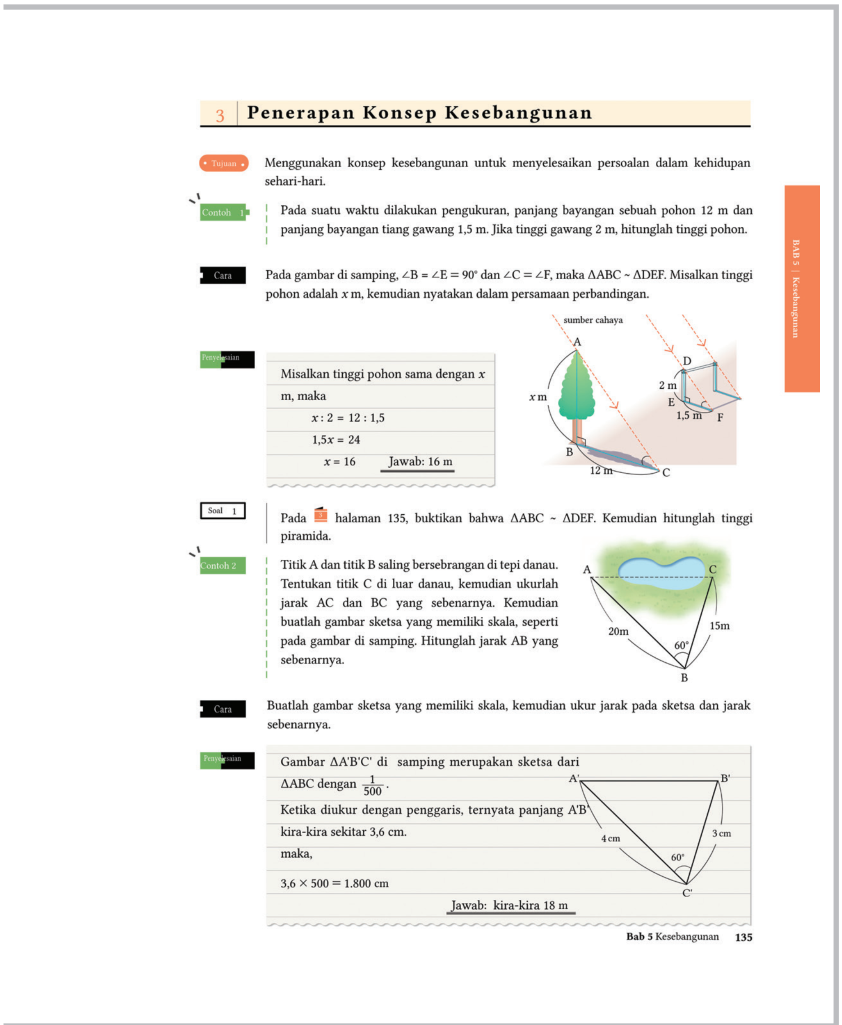
Mempelajari cara mudah menggambar perbesaran bidang. Untuk gambar yang akan dibuat alangkah lebih mudah bila menggunakan benda yang simpel atau lambang sekolah dsb. Untuk dapat menggambarkan bidang dengan baik dan benar perlu diperhatikan hal-hal seperti dibawah berikut:

1. Pastikan karet gelang yang digunakan mengikuti garis luar gambar yang ada pada kertas.
2. Pastikan mengikat karet pada ujung pensil.
3. Apabila anda kidal, tancapkan paku dapat bagian kanan gambar.

Sangatlah penting untuk dapat menjelaskan, dengan menggunakan istilah-istilah khusus seperti pusat tarik dsb, mengapa dengan metode ini bisa menggambarkan perbesaran dua kali.

17. Penanganan balon percakapan

Pada halaman ini siswa diharapkan sudah mempelajari dan memahami syarat kesebangunan dan sifat bidang yang sebangun. Untuk memancing motivasi para siswa instruktur mengarahkan apakah teori kesebangunan dapat diterapkan pada benda-benda yang ada di sekitar mereka.



3 Penerapan Konsep Kesebangunan

Tujuan: Menggunakan konsep kesebangunan untuk menyelesaikan persoalan dalam kehidupan sehari-hari.

Contoh 1: Pada suatu waktu dilakukan pengukuran, panjang bayangan sebuah pohon 12 m dan panjang bayangan tiang gawang 1,5 m. Jika tinggi gawang 2 m, hitunglah tinggi pohon.

Cara: Pada gambar di samping, $\angle B = \angle E = 90^\circ$ dan $\angle C = \angle F$, maka $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Misalkan tinggi pohon adalah x m, kemudian nyatakan dalam persamaan perbandingan.

Penyelesaian: Misalkan tinggi pohon sama dengan x m, maka

$x : 2 = 12 : 1{,}5$

$1{,}5x = 24$

$x = 16$ Jawab: 16 m

Soal 1: Pada halaman 135, buktikan bahwa $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Kemudian hitunglah tinggi piramida.

Contoh 2: Titik A dan titik B saling bersebrangan di tepi danau. Tentukan titik C di luar danau, kemudian ukurlah jarak AC dan BC yang sebenarnya. Kemudian buatlah gambar sketsa yang memiliki skala, seperti pada gambar di samping. Hitunglah jarak AB yang sebenarnya.

Cara: Buatlah gambar sketsa yang memiliki skala, kemudian ukur jarak pada sketsa dan jarak sebenarnya.

Penyelesaian: Gambar $\Delta A'B'C'$ di samping merupakan sketsa dari ΔABC dengan $\frac{1}{500}$.

Ketika diukur dengan penggaris, ternyata panjang A'B' kira-kira sekitar 3,6 cm.

maka,

$3{,}6 \times 500 = 1.800$ cm

Jawab: kira-kira 18 m

Bab 5 Kesebangunan 135

3 | Penerapan Konsep Kesebangunan

(1 jam)

Tujuan

Peserta didik dapat mengukur jarak antara dua tempat atau tinggi sebuah pohon menggunakan konsep kesebangunan.

Penyelesaian

Soal 1

Pada $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ karena cahaya matahari berbentuk paralel

$\angle ABC = \angle DEF$ ①

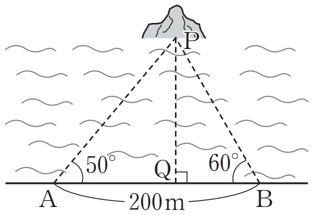
dan $\angle ACB = \angle DFE = 90^\circ$ ②

Berdasarkan ① dan ②, karena dua pasang sudut masing-masing sama panjang dan $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

Maka tinggi piramid adalah 140 m

Soal Tambahan:

Untuk mengetahui jarak sebuah pulau dan pantai atau PQ. Diketahui dua titik AB sepanjang 200 m yang terpisah dari pantai. Setelah dilakukan pengukuran diketahui juga bahwa $\angle PAB = 50^\circ$ dan $\angle PBA = 60^\circ$. Gambarlah pengecilannya dan hitunglah jarak PQ!



Jawaban (Kira-kira 141m)

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan Contoh 1 dan Soal 1

Siswa diharapkan dapat memahami dasar alasan kesebangunan dua segitiga. Contohnya pada kasus panjang sebenarnya dari suatu bidang dapat diketahui dengan mengukur bayangannya. Dengan cara pandang/berpikir yang sama seperti diatas kita dapat menyelesaikan awal Soal 1.

2. Penanganan Contoh 2

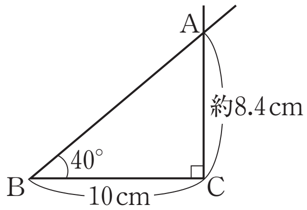
Pada soal ini terdapat situasi dimana ada benda yang menghalangi sehingga jarak antar benda tidak dapat diukur secara langsung. Soal ini dapat diselesaikan dengan cara mengukur jarak menggunakan pengecilan bidang. Pada dasarnya anda dapat menentukan skala yang akan digunakan secara bebas lalu menggambar sketsanya dan mengukur jarak yang sebenarnya. Namun, arahkan siswa seperti petunjuk dibawah ini:

1. Sebenarnya akan lebih mudah untuk menjawab soal apabila kita menggunakan skala 1:1000. Namun, agar kita bisa mendapatkan hasil perhitungan yang lebih akurat tentukan besar ukuran bidang yang tepat (lebih besar lebih baik). Pada soal ini beritahu siswa skala yang digunakan adalah 1:1500.
2. Lalu, pastikan siswa mengetahui bahwa syarat kesebangunan yang digunakan pada soal ini adalah perbandingan dua pasang sisi dan sudut yang terdapat diantara dua sisi.
3. Pada saat menggambar sketsa dengan pengecilan upayakan menggambar panjang dan sudutnya setepat/seakurat mungkin.

Penyelesaian

Soal 2

Contohnya apabila skala yang digunakan untuk menggambar pengecilan adalah 1:200, salah satu sisinya memiliki panjang 10 cm dan kedua sisi pada segitiganya adalah 40° dan 90°.

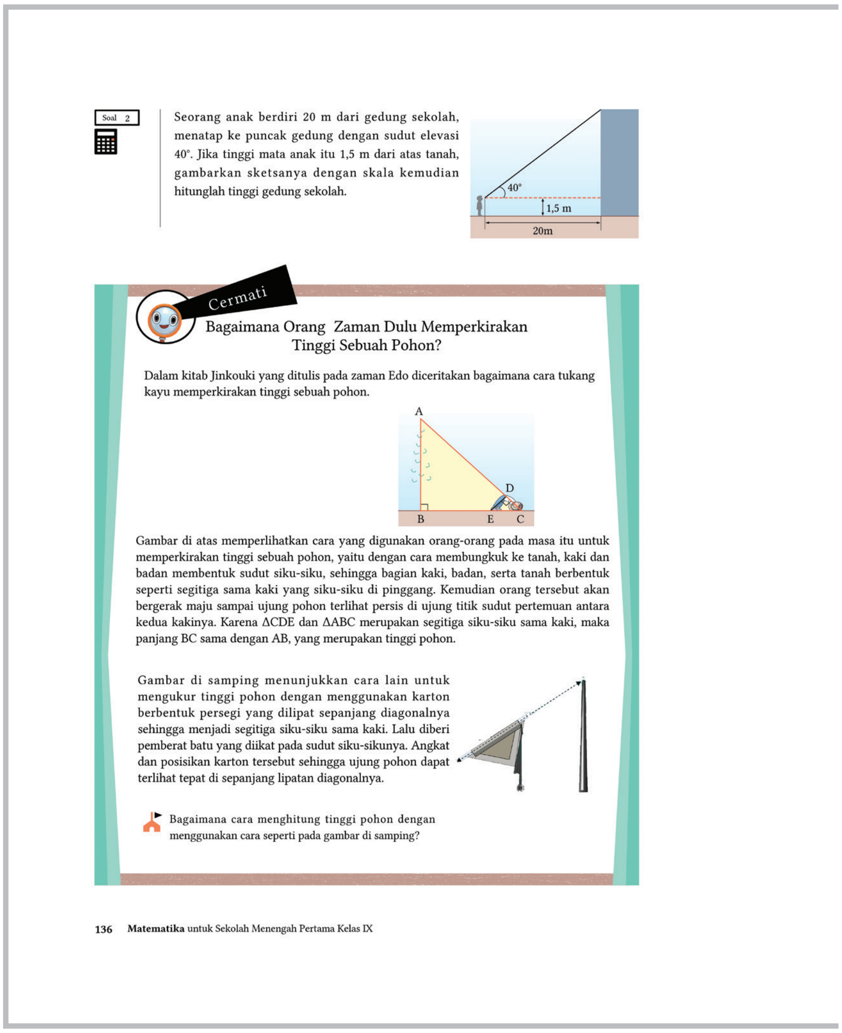


Lalu, apabila kita ukur tinggi bidang pada sketsa pengecilan adalah 8,4cm maka tinggi sebenarnya adalah:
$8,4 \times 200 = 1680$ cm
Dari hasil tersebut kita tambahkan tinggi titik pandang kita semisal 1,5 m. Maka hasil akhirnya adalah:
16,8 m + 1,5 m = 18,3m

Jawaban 18,3 m

Cermati

Referensi dari Penjelasan/Hal-hal yang perlu diperhatikan poin 5.



Soal 2

Seorang anak berdiri 20 m dari gedung sekolah, menatap ke puncak gedung dengan sudut elevasi 40°. Jika tinggi mata anak itu 1,5 m dari atas tanah, gambarkan sketsanya dengan skala kemudian hitunglah tinggi gedung sekolah.

Cermati

Bagaimana Orang Zaman Dulu Memperkirakan Tinggi Sebuah Pohon?

Dalam kitab Jinkouki yang ditulis pada zaman Edo diceritakan bagaimana cara tukang kayu memperkirakan tinggi sebuah pohon.

Gambar di atas memperlihatkan cara yang digunakan orang-orang pada masa itu untuk memperkirakan tinggi sebuah pohon, yaitu dengan cara membungkuk ke tanah, kaki dan badan membentuk sudut siku-siku, sehingga bagian kaki, badan, serta tanah berbentuk seperti segitiga sama kaki yang siku-siku di pinggang. Kemudian orang tersebut akan bergerak maju sampai ujung pohon terlihat persis di ujung titik sudut pertemuan antara kedua kakinya. Karena ΔCDE dan ΔABC merupakan segitiga siku-siku sama kaki, maka panjang BC sama dengan AB, yang merupakan tinggi pohon.

Gambar di samping menunjukkan cara lain untuk mengukur tinggi pohon dengan menggunakan karton berbentuk persegi yang dilipat sepanjang diagonalnya sehingga menjadi segitiga siku-siku sama kaki. Lalu diberi pemberat batu yang diikat pada sudut siku-sikunya. Angkat dan posisikan karton tersebut sehingga ujung pohon dapat terlihat tepat di sepanjang lipatan diagonalnya.

Bagaimana cara menghitung tinggi pohon dengan menggunakan cara seperti pada gambar di samping?

136 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Pengetahuan cara mengukur tinggi pohon.

Ceritakan pada siswa bahwa sejak dahulu kala, para pendahulu mengukur jarak menggunakan metode/teknik sudut segitiga.

4. Cara Pertama

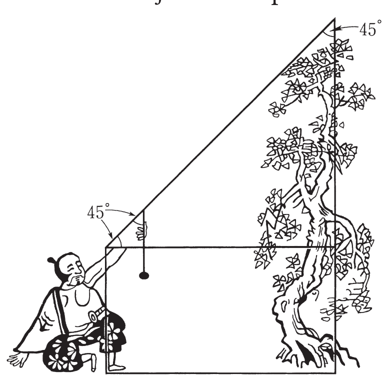
Ambil jarak yang cukup dari pohon yang akan diukur tingginya, kepala membungkuk ke tanah, kaki dan badan membentuk sudut siku-siku. Kemudian bergerak maju atau mundur sampai ujung pohon terlihat persis di ujung titik sudut pertemuan antara kedua kakinya.

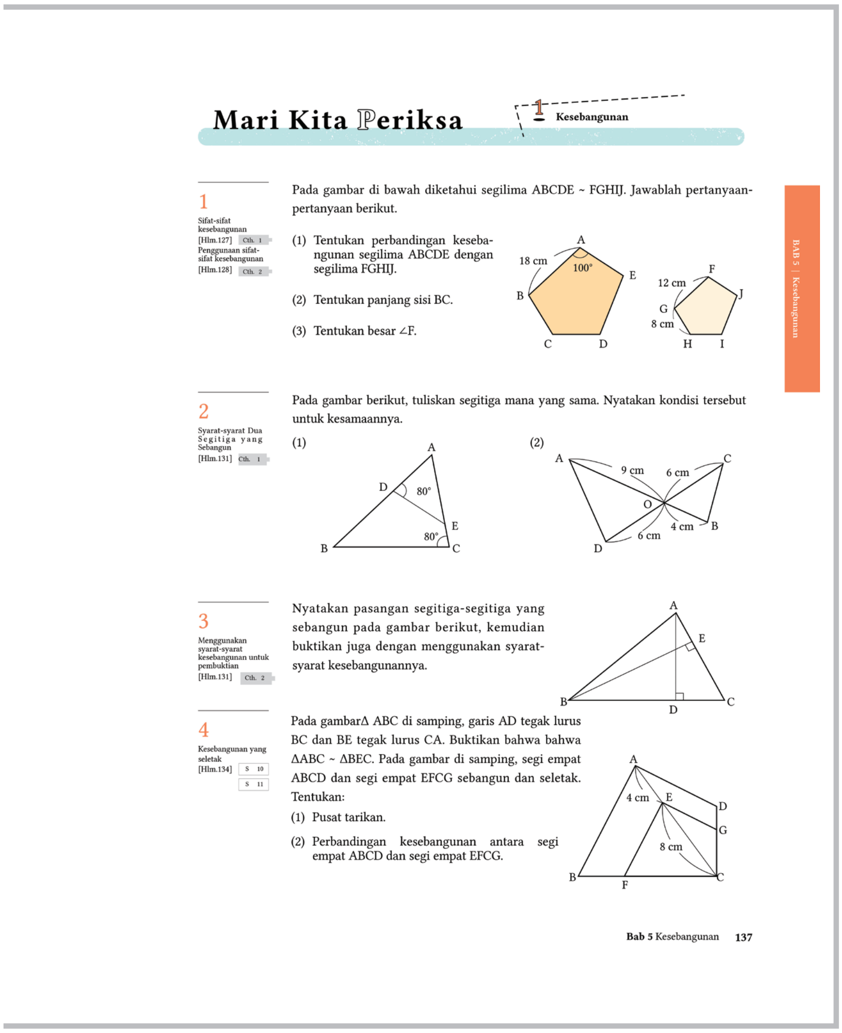
Ketika ujung pohon terlihat persis di ujung titik sudut pertemuan antara kedua kaki maka berdasarkan ujung pohon, titik mata, dan wilayah pengelihatan pengelihatan tersebut maka terbentuklah △ABC dengan satu siku dan dua sisi yang sama panjang.

Maka dapat disimpulkan bahwa jarak antara pohon dan titik kepala = tinggi pohon. Lalu, pada situasi pengukuran ini titik pusat berada di pinggang dan ditentukan bahwa panjang dari badan bagian atas dan bagian bawah memiliki panjang yang sama.

5. Cara Kedua

Lipat karton berbentuk persegi sepanjang diagonalnya sehingga menjadi segitiga siku-siku sama kaki.Lalu, genggam karton seperti ketika menggenggam buku dan arahkan tangan dan karton ke ujung pohon secara diagonal sehingga membentuk sebuah sudut. Naikkan/turunkan secara perlahan lengan sampai titik dimana kita dapat melihat ujung pohon sejajar dengan lipatan karton. Dengan cara seperti ini, terbentuklah bidang segitiga sama kaki yang bertitik pada ujung pohon, titik mata, dan ketinggian pohon yang sejajar dengan mata. Setelah itu, ukur dan tambahkan jarak dari pohon dan titik mata/tempat pengukur berdiri. Lalu, ukur dan tambahkan tinggi dari titik mata hingga permukaan tanah maka tinggi sebenarnya dari pohon dapat diketahui.





Mari Kita Periksa

1 Kesebangunan

1

Sifat-sifat kesebangunan [Hlm.127] Cth. 1
Penggunaan sifat-sifat kesebangunan [Hlm.128] Cth. 2

Pada gambar di bawah diketahui segilima ABCDE ~ FGHIJ. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan perbandingan kesebangunan segilima ABCDE dengan segilima FGHIJ.

(2) Tentukan panjang sisi BC.

(3) Tentukan besar ∠F.

2

Syarat-syarat Dua Segitiga yang Sebangun [Hlm.131] Cth. 1

Pada gambar berikut, tuliskan segitiga mana yang sama. Nyatakan kondisi tersebut untuk kesamaannya.

(1) (2)

3

Menggunakan syarat-syarat kesebangunan untuk pembuktian [Hlm.131] Cth. 2

Nyatakan pasangan segitiga-segitiga yang sebangun pada gambar berikut, kemudian buktikan juga dengan menggunakan syarat-syarat kesebangunannya.

4

Kesebangunan yang seletak [Hlm.134] S 10 S 11

Pada gambar∆ ABC di samping, garis AD tegak lurus BC dan BE tegak lurus CA. Buktikan bahwa bahwa ∆ABC ~ ∆BEC. Pada gambar di samping, segi empat ABCD dan segi empat EFCG sebangun dan seletak. Tentukan:

(1) Pusat tarikan.

(2) Perbandingan kesebangunan antara segi empat ABCD dan segi empat EFCG.

BAB 5 | Kesebangunan

Bab 5 Kesebangunan 137

Mari kita periksa

(1 jam)

Penyelesaian

1

(1) Karena segilima ABCDE ~ segilima FGHIJ maka perbandingan kesebangunannya adalah perbandingan sepasang sisi.

AB: FG = 18 : 12

= 3 : 2

<u>Jawaban 3 : 2</u>

(2) Diketahui BC: GH = 3 : 2,

Jika BC = x cm,

$x : 8 = 3 : 2$

$x = 12$

<u>Jawaban 12 cm</u>

(3) 100 °

2

(1) △ABC ~ △AED, dua pasang sudut sama panjang

(2) △ADO ~ △CBO, dua pasang sisi sama panjang dan sudut yang diapitnya sama besar.

3

Pada △ADC dan △BEC

Persamaan kesebangunannya adalah, ∠ADC = ∠BEC ①

∠ADC = ∠BAC ②

Persamaan ① dan ②, memenuhi syarat kesebangunan (sudut,sudut) maka △ADC ~ △BEC

4

(1) Titik C

(2) Karena jarak dari pusat tarik C sama maka perbandingan kesebangunan segiempat ABCD dan segiempat EFCG adalah

CA : CE = (8 + 4) : 8

= 3 : 2

Garis-garis sejajar dan kesebangunan

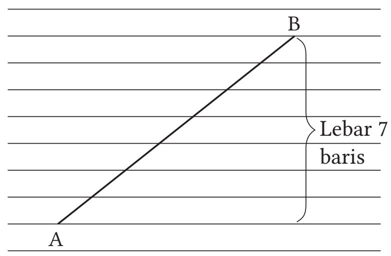
(7 jam)

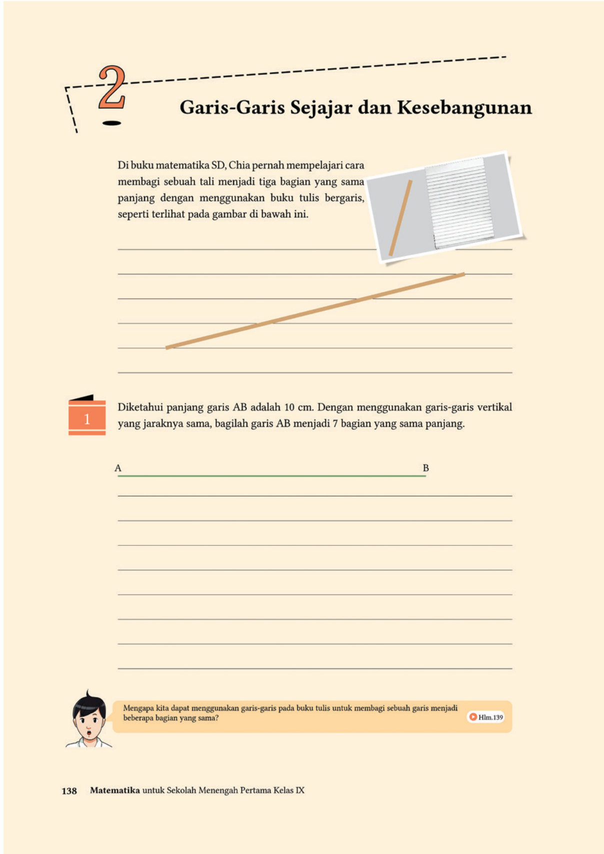
Tujuan

Peserta didik dapat kembali mengingat kembali pelajaran ketika SD tentang pembagian ruas garis. Contohnya mengingat kembali bagaimana cara membagi sebuah garis dengan ukuran yang sama menggunakan garis-garis yang ada pada kertas atau bagaimana cara membagi sebuah garis menjadi 7 bagian yang sama panjang.

Penyelesaian

1





2

Garis-Garis Sejajar dan Kesebangunan

Di buku matematika SD, Chia pernah mempelajari cara membagi sebuah tali menjadi tiga bagian yang sama panjang dengan menggunakan buku tulis bergaris, seperti terlihat pada gambar di bawah ini.

1 Diketahui panjang garis AB adalah 10 cm. Dengan menggunakan garis-garis vertikal yang jaraknya sama, bagilah garis AB menjadi 7 bagian yang sama panjang.

A B

Mengapa kita dapat menggunakan garis-garis pada buku tulis untuk membagi sebuah garis menjadi beberapa bagian yang sama? Hlm.139

138 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan 1

Pada soal ini gunakan metode yang sudah dipelajari ketika SD untuk membagi sebuah garis menjadi 7 bagian yang sama panjang.

Untuk membagi garis menjadi 7 bagian yang sama panjang, gunakan cara seperti pada contoh diatas bagaimana garis yang dibagi menjadi 3 bagian yang sama panjang. Anda hanya perlu menentukan ujung A dan B pada garis AB tepat 7 baris garis sejajar dari garis yang ada.

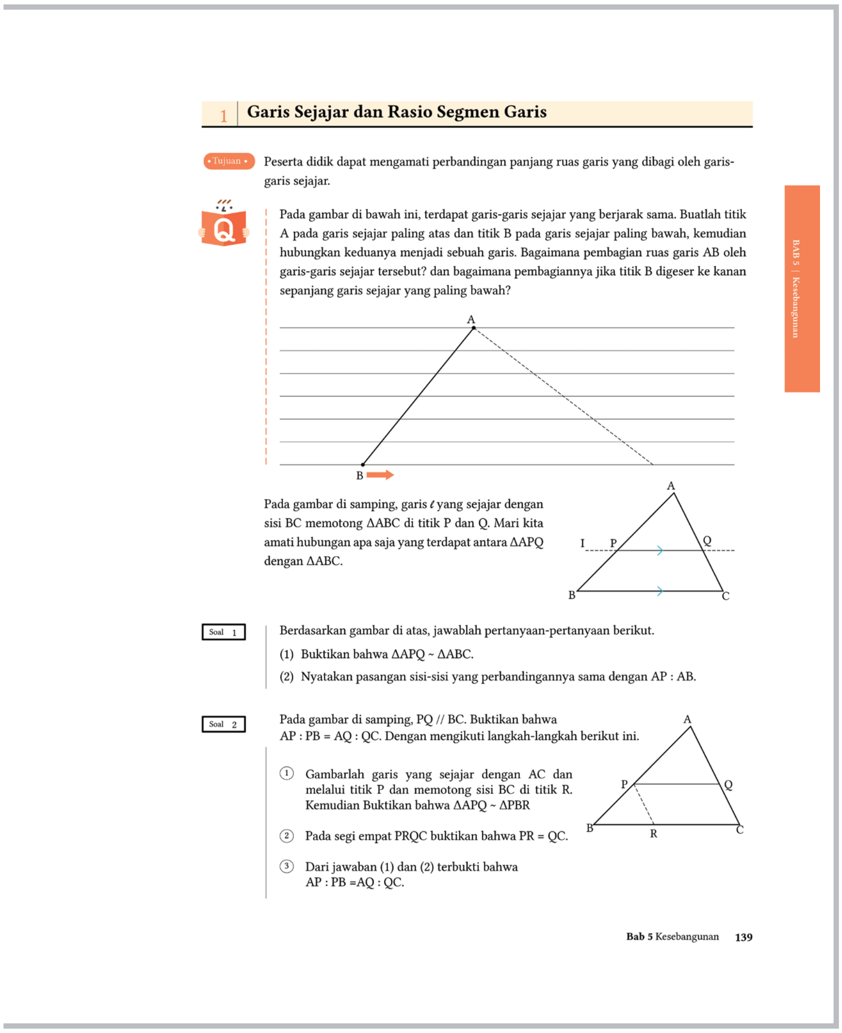
Biarkan siswa menyadari bahwa karna jumlah garis-garis sejajar dan jumlah pembaginya berbeda bagaimana cara membagi sebuah garis menjadi n bagian yang sama?

Pada kasus siswa yang sulit untuk memahami pembagian garis sejajar ini instruktur dapat menentukan panjang garis AB dan jarak antara garis-garis sejajar dengan angka tertentu sehingga siswa dapat langsung menghitungnya saja.

Contohnya kita tentukan bahwa panjang garis AB adlaah 14 cm dan jarak antara garis-garis sejajarnya adalah 1 cm. Dengan cara menghitung dengan angka yang telah ditentukan seperti ini diharapkan dapat memicu siswa untuk berpikir cara kerjanya.

2. Penanganan balon percakapan

Seperti yang sudah dipelajari di SD bagaimana membagi sebuah garis menjadi 3 atau 7 bagian yang sama. Pada balon percakapan ini, diharapkan siswa memiliki keingintahuan mengapa jika menggunakan garis-garis sejajar dapat menghasilkan garis yang terbagi sama panjang? Hal ini berkaitan untuk pembelajaran selanjutnya.



1 **Garis Sejajar dan Rasio Segmen Garis**

• Tujuan • Peserta didik dapat mengamati perbandingan panjang ruas garis yang dibagi oleh garis-garis sejajar.

Pada gambar di bawah ini, terdapat garis-garis sejajar yang berjarak sama. Buatlah titik A pada garis sejajar paling atas dan titik B pada garis sejajar paling bawah, kemudian hubungkan keduanya menjadi sebuah garis. Bagaimana pembagian ruas garis AB oleh garis-garis sejajar tersebut? dan bagaimana pembagiannya jika titik B digeser ke kanan sepanjang garis sejajar yang paling bawah?

Pada gambar di samping, garis ℓ yang sejajar dengan sisi BC memotong ΔABC di titik P dan Q. Mari kita amati hubungan apa saja yang terdapat antara ΔAPQ dengan ΔABC.

Soal 1 Berdasarkan gambar di atas, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa $\Delta APQ \sim \Delta ABC$.

(2) Nyatakan pasangan sisi-sisi yang perbandingannya sama dengan AP : AB.

Soal 2 Pada gambar di samping, PQ // BC. Buktikan bahwa AP : PB = AQ : QC. Dengan mengikuti langkah-langkah berikut ini.

① Gambarlah garis yang sejajar dengan AC dan melalui titik P dan memotong sisi BC di titik R. Kemudian Buktikan bahwa $\Delta APQ \sim \Delta PBR$

② Pada segi empat PRQC buktikan bahwa PR = QC.

③ Dari jawaban (1) dan (2) terbukti bahwa AP : PB =AQ : QC.

BAB 5 | Kesebangunan

Bab 5 Kesebangunan 139

1. Garis-garis sejajar dan rasio segmen

(3 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami situasi dimana ketika satu sisi segitiga yang terpotong oleh garis-garis sejajar maka diketahui bahwa kedua sisinya terbagi sama panjang.
2. Peserta didik dapat menghitung panjang segmen garis menggunakan teori Garis-garis sejajar dan rasio segmen garis Penyelesaian (Q) Garis AB terbagi menjadi ruas panjang yang sama oleh garis sejajar (terbagi menjadi 6 bagian yang sama). Sejakipun titik B dipindahkan pada garis yang sama jumlah ruas garis terbagi akan tetap sama.

Penyelesaian

Soal 1

(1) Pada $\triangle APQ$ dan $\triangle ABC$, karena P // BC maka
$\angle APQ = \angle ABC$ ①
$\angle AQP = \angle ACB$ ②
Persamaan ① dan ②, memenuhi syarat kesebangunan (sudut,sudut) maka
$\triangle APQ \sim \triangle ABC$

(2) AQ : AC, PQ : BC

Soal 2

① Pada $\triangle APQ$ dan $\triangle PBR$, diketahui
PQ // BC dan $\angle APQ = \angle PBR$ ⓐ
dan diketahui AC // PR dan $\angle PAQ$ - $\angle BPR$ ⓑ
Persamaan ⓐ dan ⓑ, memenuhi syarat kesebangunan (sudut,sudut) maka
$\triangle APQ \sim \triangle PBR$

② Pada segi empat PRCQ, diketahuo PQ // RC dan PR // QC, karena dua sisi berlawanan sejajar maka segi empat PRCQ adalah jajar genjang. Oleh karena itu, PR = QC.

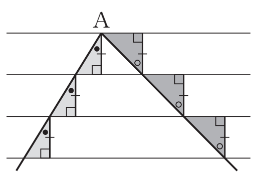
③ Dari jawaban (1) dan (2) diketahui:
(1) AP : PB = AQ : PR ⓒ
(2) PR = QC ⓓ
Maka persamaan ⓒ dan ⓓ adalah
AP : PB = AQ : QC

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan

Soal ini bermaksud untuk mengarahkan siswa agar memahami secara intuisi bagaimana sebuah garis yang terbagi menjadi ruas yang sama panjang oleh garis-garis sejajar yang jaraknya sama.

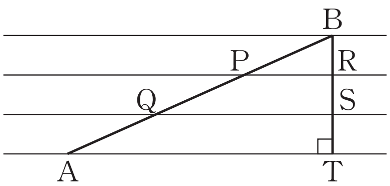
Hal penting yang harus dilakukan adalah menentukan titik B dan menggambar garis AB lalu mengukur dan membandingkan panjang dari garis yang terbagi oleh garis-garis sejajar.



Jika garis sejajar memiliki jarak interval yang sama lalu apabila kita gambar garis lurus antara sepanjang garis diagonal dan garis sejajar seperti gambar di samping maka akan terbentuk segitiga-segitiga sama kaki yang kongruen. Hal ini berkaitan dengan hubungan garis-garis sejajar dan rasio segmen garis.

Penyelesaian

Soal 3



Tentukan P dan Q secara berurutan dari atas pada titik perpotongan dari garis AB dan garis-garis sejajar. Setelah itu tarik garis vertikal dari titik B lalu tentukan R, S, dan T secara berurutan dari atas pada titik perpotongan antara garis vertikal dan garis sejajar.
Berdasarkan persamaan Garis-garis sejajar dan rasio segmen garis diketahui:
BP : PQ = BR : RS = 1 : 1 ①
BQ : QA = BS : ST = 2 : 1 ②
Persamaan ① dan ② diketahui
BP : PQ : QA = 1 : 1 : 1
Karena BP, PQ, dan QA sama maka segmen garis AB terbagi menjadi tiga ruas yang sama panjang.

Soal 4

Pada $\triangle APQ$ dan $\triangle ABC$ diketahui PQ // BC
$\angle APQ = \angle ABC$ ①
$\angle AQP = \angle ACB$ ②
Persamaan ① dan ② sesuai dengan syarat kesebangunan (sudut, sudut) maka $\triangle APQ \sim \triangle ABC$
Oleh karena itu, AP : AB = AQ : AC = PQ : BC

2. Penanganan Soal 1 dan Soal 2

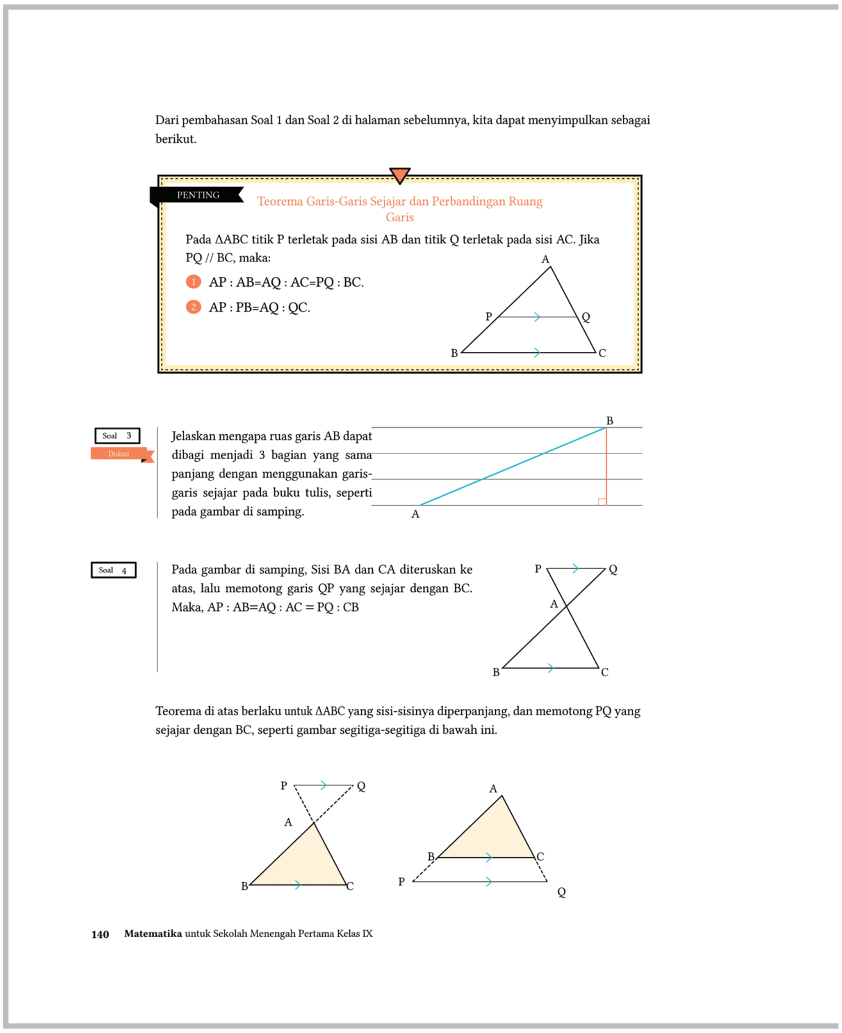
Soal ini terkait dengan teori garis-garis lurus dan rasio segmen garis pada ❶ dan bertujuan untuk mengarahkan ke ❷.

Ketika mengerjakan soal ini diperbolehkan membiarkan siswa untuk mencaritahu kemungkinan menggambar garis lurus pada sisi AB dan AC.

Pada soal 2 bimbing siswa untuk menyadari bahwa untuk membuktikan $\triangle APQ \sim \triangle PBR$ bisa dengan menambahkan garis tambahan.

3. Penanganan Soal 3

Untuk bagian penjelasan alasan tentang garis-garis sejajar dan rasio segmen garis dengan lebih mudah kita dapat menambahkan notasi/lambang garis sejajar, notasi/lambang sudut, notasi/lambang sama panjang, dsb. Maka kan lebih mudah untuk menjelaskan alasan mengapa garis AB terbagi menjadi tiga ruas garis yang sama panjang.



Dari pembahasan Soal 1 dan Soal 2 di halaman sebelumnya, kita dapat menyimpulkan sebagai berikut.

PENTING

Teorema Garis-Garis Sejajar dan Perbandingan Ruang Garis

Pada ΔABC titik P terletak pada sisi AB dan titik Q terletak pada sisi AC. Jika PQ // BC, maka:

1. AP : AB=AQ : AC=PQ : BC.
2. AP : PB=AQ : QC.

Soal 3 Diskusi

Jelaskan mengapa ruas garis AB dapat dibagi menjadi 3 bagian yang sama panjang dengan menggunakan garis-garis sejajar pada buku tulis, seperti pada gambar di samping.

Soal 4

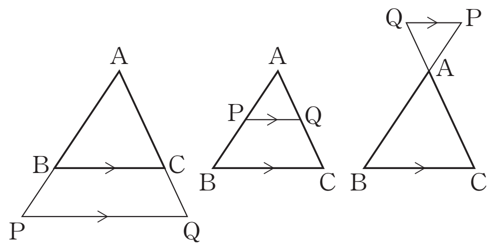
Pada gambar di samping, Sisi BA dan CA diteruskan ke atas, lalu memotong garis QP yang sejajar dengan BC. Maka, AP : AB=AQ : AC = PQ : CB

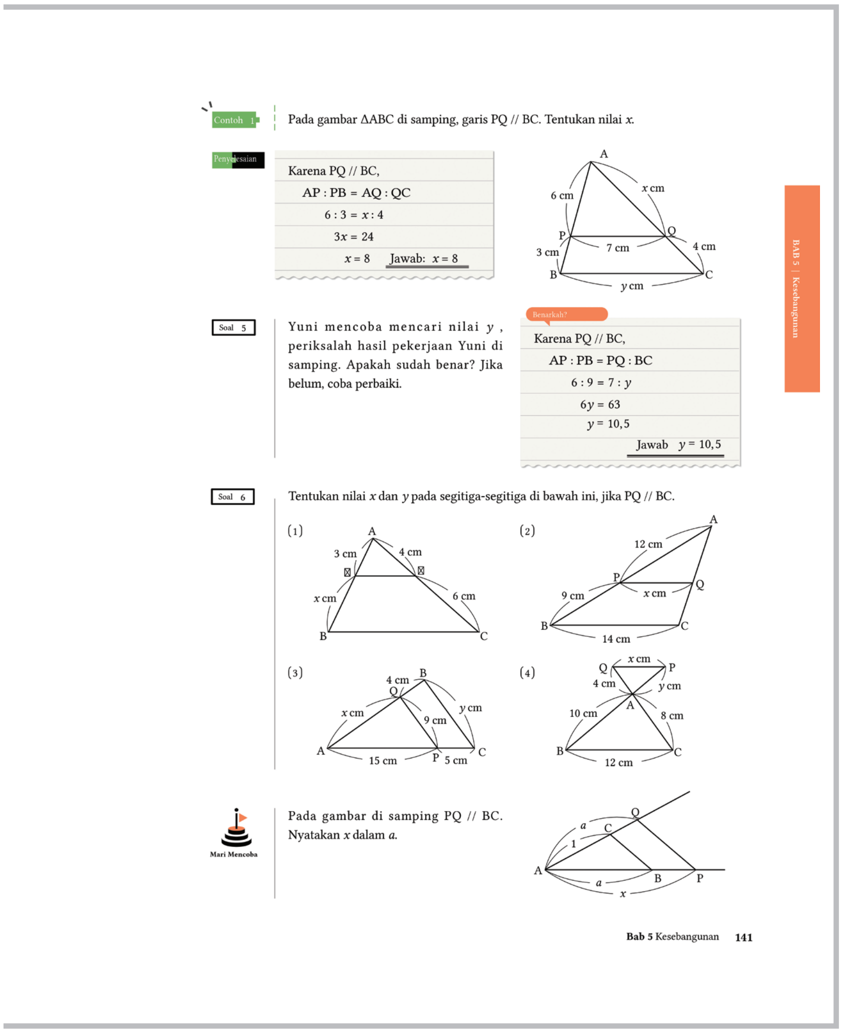
Teorema di atas berlaku untuk ΔABC yang sisi-sisinya diperpanjang, dan memotong PQ yang sejajar dengan BC, seperti gambar segitiga-segitiga di bawah ini.

140 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

4. Penanganan Soal 4

Teori garis-garis sejajar dan rasio segmen garis juga dapat terjadi apabila garis AB dan AC diperpanjang hingga titik P dan Q. Selain dari itu, garis PQ yang sejajar dengan BC diilustrasikan berpindah seperti gambar dibawah. Diharapkan siswa dapat memahami cara perpindahan garis-garis sejajar dan rasio segmen garis seperti contoh diatas.





Contoh 1 Pada gambar ΔABC di samping, garis PQ // BC. Tentukan nilai x.

Penyelesaian

Karena PQ // BC,

$AP : PB = AQ : QC$

$6 : 3 = x : 4$

$3x = 24$

$x = 8$ Jawab: $x = 8$

Soal 5 Yuni mencoba mencari nilai y, periksalah hasil pekerjaan Yuni di samping. Apakah sudah benar? Jika belum, coba perbaiki.

Benarkah?

Karena PQ // BC,

$AP : PB = PQ : BC$

$6 : 9 = 7 : y$

$6y = 63$

$y = 10,5$

Jawab $y = 10,5$

Soal 6 Tentukan nilai x dan y pada segitiga-segitiga di bawah ini, jika PQ // BC.

(1) (2) (3) (4)

Mari Mencoba Pada gambar di samping PQ // BC. Nyatakan x dalam a.

BAB 5 | Kesebangunan

Penyelesaian

Soal 5

Salah

Karena PQ//BC maka

$AP : AB = PQ : BC$

$6 : 9 = 7 : y$

$6y = 63$

$y = \frac{21}{2}$

Jawab $y = \frac{21}{2}$

Soal 6

(1) $AP : PB = AQ : QC$

$3 : x = 4 : 6$ $\quad x = 4{,}5$

(2) $AP : AB = PQ : BC$

$12 : 21 = x : 14$ $\quad x = 8$

(3) $AP : PB = AQ : QC$

$15 : 5 = x : 4$ $\quad x = 12$

$AP : AB = PQ : BC$

$15 : 20 = 9 : y$ $\quad y = 12$

(4) $AC : AQ = BC : PQ$

$8 : 4 = 12 : x$ $\quad x = 6$

$AC : AQ = AB : AP$

$8 : 4 = 10 : y$ $\quad y = 5$

Mari Mencoba

Karena PQ//BC maka

$AB : AP = AC : AQ$

$a : x = 1 : a$

$x = a^2$

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

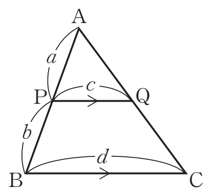
5. Penanganan Contoh 1 dan Soal 6

Soal ini untuk mencari panjang rasio segmen garis menggunakan teori garis-gais sejajar dan rasio segmen garis.

Sehubungan banyaknya kesalahan ketika mencoba untuk menjawab soal-soal menggunakan teori-teori terkait. Maka, instruktur dapat mengarahkan siswa untuk menggunakan rumus yang tepat, dengan cara menentukan sifat atau alasan dasar sebuah persamaan yang digunakan apakah kesebangunan segitiga atau garis-garis sejajar dan rasio segmen garis, ketika mencari panjang sebuah sisi.

Khususnya perlu diperhatikan banyak sekali kesalahan pada contoh seperti disamping

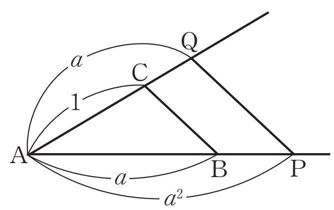
$a : b = c : d$



6. Penanganan Mari Mencoba

Sebelum Descartes (1596-1650), karena persamaan linear a diartikan sebagai panjang, dan persamaan kuadrat a^2 diartikan sebagai luas area, pada waktu itu pemahaman rumus sangatlah penting.

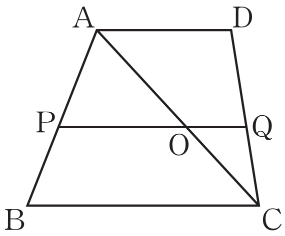
Namun, Descartes menganggap bahwa 2 diartikan $1 : a = a : a^2$. Pemikiran tentang a^2 ini mengartikan perpanjangan dari sebuah garis yang sama seperti gambar di bawah berikut. (Terkait dari Pemanfaatan/ penyelidikan hal 59)



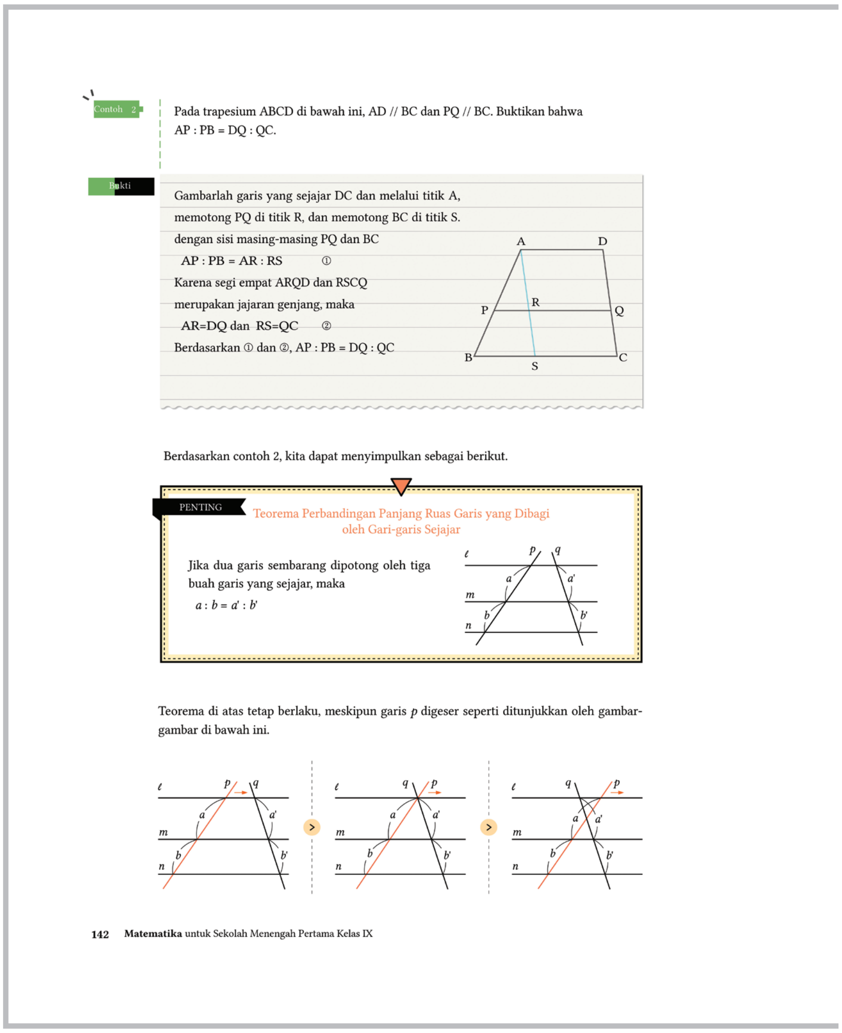
7. Penanganan Contoh 2

Sejauh ini kita mempelajari sisi segitiga berdasarkan garis-garis sejajar dan rasio garis. Maka dari itu, pada contoh ini kita kesampingkan hal tersebut dan mulai membuktikan bahwa rasio segmen garis yang terbentuk dari perpotongan dua garis sejajar sama panjang. Siswa diharapkan memahami gambar-gambar perpindahan garis p dibawah yang ada pada halaman 142.

(Alternatif Contoh 2)



Hubungkan titik A dan C lalu perpotongan AC dan PQ dinamai O. Pada △ABC diketahui PO // BC maka persamaannya AP : PB = AO : OC ① dan pada △CDA karena QO//DA dan AO : OC = DQ : QC ② Persamaan ① dan ② maka AP : PB = DQ : QC



Contoh 2

Pada trapesium ABCD di bawah ini, AD // BC dan PQ // BC. Buktikan bahwa AP : PB = DQ : QC.

Bukti

Gambarlah garis yang sejajar DC dan melalui titik A, memotong PQ di titik R, dan memotong BC di titik S. dengan sisi masing-masing PQ dan BC

AP : PB = AR : RS ①

Karena segi empat ARQD dan RSCQ merupakan jajaran genjang, maka

AR=DQ dan RS=QC ②

Berdasarkan ① dan ②, AP : PB = DQ : QC

Berdasarkan contoh 2, kita dapat menyimpulkan sebagai berikut.

PENTING

Teorema Perbandingan Panjang Ruas Garis yang Dibagi oleh Gari-garis Sejajar

Jika dua garis sembarang dipotong oleh tiga buah garis yang sejajar, maka

$a : b = a' : b'$

Teorema di atas tetap berlaku, meskipun garis p digeser seperti ditunjukkan oleh gambar-gambar di bawah ini.

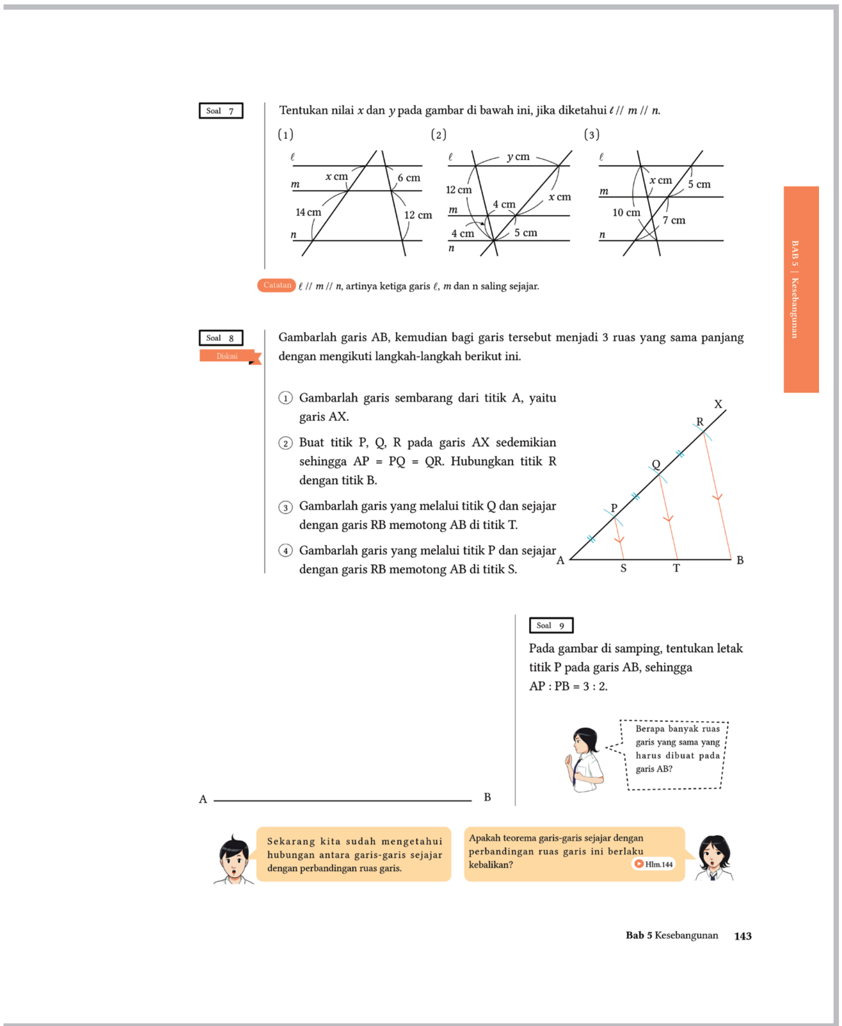
8. Tiga buah garis yang sejajar

Tiga buah garis lurus yang sejajar ℓ, m, n dinotasikan $\ell // m // n$ (Soal 7 pada hal. selanjutnya). Sebenarnya $\ell // m$ dan pada saat yang sama $\ell // n$ maka m//n dan dinotasikan menjadi $\ell // m // n$. Dengan kata lain, pada kasus ini hukum transisi dan hukum simetri digunakan pada kesejajaran disini.

Tentu saja hal ini seharusnya sudah dipahami secara langsung sebagai siswa SMP. Namun, alangkah lebih baiknya untuk memastikan tentang pemahaman ini terhadap beberapa siswa (tidak perlu semua).

Seperti pada 3 contoh gambar garis p dan q yang saling berpotongan dibawah. Perlu diperhatikan bahwa sebenarnya ketiga gambar bisa dijelaskan dengan pandangan yang sama.

Khususnya bagi para siswa gambar paling kanan dianggap sangat sulit karena persilangan/perpotongan yang terlihat sangat jelas. Namun, jelaskan pada siswa agar mengerti bahwa meskipun garisnya digeser secara sejajar panjangnya akan tetap sama. Selain menggesesr garis secara sejajar dengan menggambarkan garis bantuan maka akan terbangun bidang yang sama besar.



Soal 7

Tentukan nilai x dan y pada gambar di bawah ini, jika diketahui $\ell \,//\, m \,//\, n$.

(1) (2) (3)

Catatan $\ell \,//\, m \,//\, n$, artinya ketiga garis ℓ, m dan n saling sejajar.

Soal 8 Diskusi

Gambarlah garis AB, kemudian bagi garis tersebut menjadi 3 ruas yang sama panjang dengan mengikuti langkah-langkah berikut ini.

① Gambarlah garis sembarang dari titik A, yaitu garis AX.

② Buat titik P, Q, R pada garis AX sedemikian sehingga AP = PQ = QR. Hubungkan titik R dengan titik B.

③ Gambarlah garis yang melalui titik Q dan sejajar dengan garis RB memotong AB di titik T.

④ Gambarlah garis yang melalui titik P dan sejajar dengan garis RB memotong AB di titik S.

Soal 9

Pada gambar di samping, tentukan letak titik P pada garis AB, sehingga AP : PB = 3 : 2.

Bab 5 Kesebangunan 143

Penyelesaian

Soal 7

(1) Karena $\ell // m // n$

$x : 14 = 6 : 12$

$x = 7$

(2) Karena $\ell // m // n$

$5 : x = 4 : 8$

$x = 10$

$4 : 12 = 4 : y$

$y = 12$

(3) Karena $\ell // m // n$

$x : 10 = 5 : 12$

$x = \dfrac{25}{6}$

Soal 8

Pada △AQT, diketahui PS//QT AP : PQ = AS : ST = 1: 1

Maka AS = ST ①

Pada △ARB diketahui QT//RB

AQ : QR = AT: TB = 2 : 1

Dengan begitu

2TB = AT

= AS + ST = 2AS

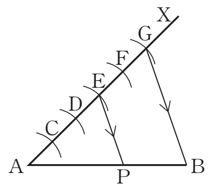
Maka TB = AS ②

Persamaan ① dan ② didapatkan AS = ST = TB

Oleh karena itu, dengan cara tersebut diketahui bahwa garis B dapat dibagi menjadi 3 bagian sama panjang.

Soal 9

1. Gambarlah garis sembarang dari titik A
2. Buat titik C, D, E, F, G pada garis AX sedemikian sehingga AC = CD = DE = EF = FG. Hubungkan titik G dengan titik B.
3. Gambarlah garis yang pada titik E yang sejajar dengan garis GB memotong AB di titik P.



Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

9. Penanganan Soal 8 **dan** Soal 9

Cara yang digunakan pada soal 8 adalah cara untuk mencari segmen garis yang dibagi menjadi beberapa bagian yang sama atau beberapa bagian yang sembarang. Pada soal ini bagi garis menjadi 3 bagian yang sama sesuai urutan yang ada. Arahkan siswa untuk berdiskusi tentang alasan dan dasar garis bisa dibagi menjadi 3 bagian yang sama berdasarkan penjelasan yang dijelaskan di awal bab. Sedangkan pada soal 9, arahkan siswa untuk mengerjakan soal ini dengan menggunakan garis yang baru dari perbandingan 3:2 menjadi 5 bagian yang sama panjang . Bisa juga ditambahkan referensinya dari balon percakapan yang ada.

10. Penanganan balon percakapan

Pada balon percakapan yang ada salah satunya mengingatkan tentang teori/teorema garis-garis sejajar dan rasio segmen garis. Pada balon satunya bertujuan untuk menumbuhkan rasa penasaran tentang teori/ teorema garis-garis sejajar dan rasio segmen garis berlaku terbalik atau tidak.

2 | Perbandingan ruas garis dengan garis-garis sejajar.

(3 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami tentang jika dua titik garis yang terhubung membagi sebuah segitiga menjadi dua sisi yang sama panjang, ruang garis akan sejajar dengan dengan sisi yang tersisa.
2. Peserta didik dapat memahami aturan titik tengah dalam kasus khusus dari teorema "perbandingan ruas garis dengan garis-garis sejajar" dan menggunakannya dalam situasi tertentu.

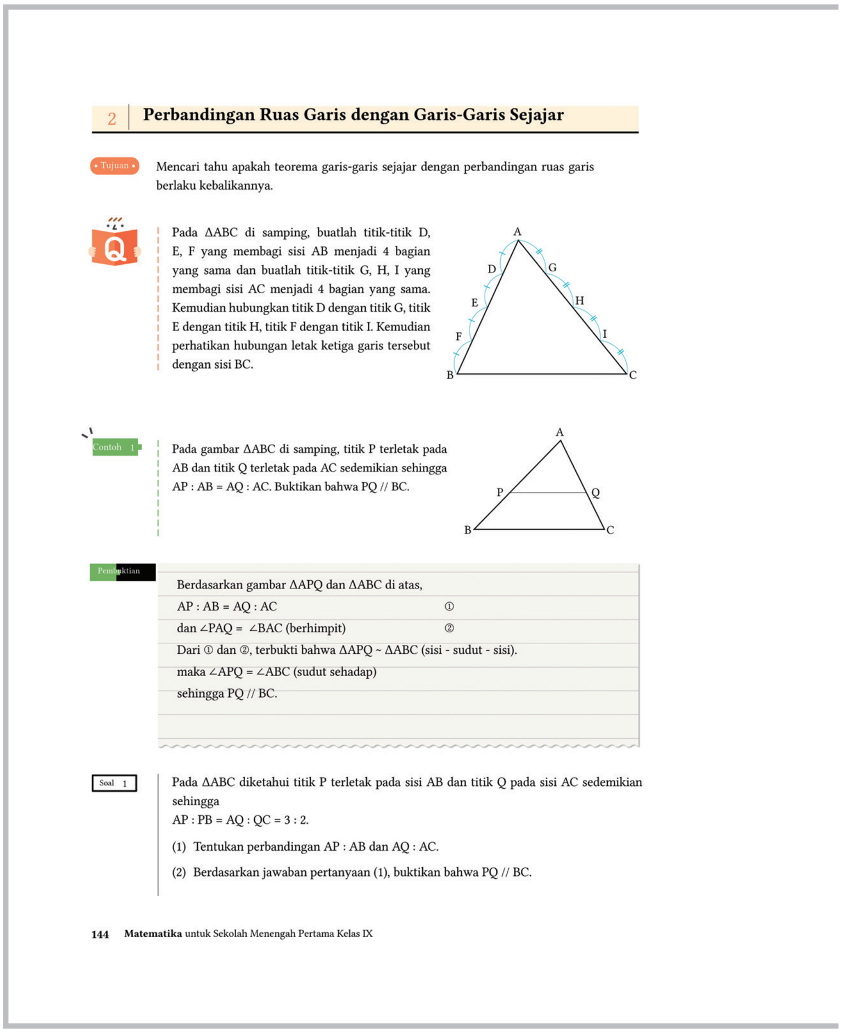
Penyelesaian

Ruas Garis DG, EH, FI sejajar dengan sisi BC.

Soal 1

(1) AP : AB = 3 : 5
AQ : AC = 3 : 5

(2) Pada $\triangle APQ$ dan $\triangle ABC$
Diketahui dari (1)
AP : AB = AQ : AC ①
$\angle PAQ = \angle BAC$
Dari ① dan ② terbukti bahwa
$\triangle APQ \sim \triangle ABC$ (sisi, sudut, sisi)
Maka $\angle APQ = \angle ABC$ (sudut sehadap)
sehingga PQ//BC.



2 | **Perbandingan Ruas Garis dengan Garis-Garis Sejajar**

• Tujuan • Mencari tahu apakah teorema garis-garis sejajar dengan perbandingan ruas garis berlaku kebalikannya.

Pada ΔABC di samping, buatlah titik-titik D, E, F yang membagi sisi AB menjadi 4 bagian yang sama dan buatlah titik-titik G, H, I yang membagi sisi AC menjadi 4 bagian yang sama. Kemudian hubungkan titik D dengan titik G, titik E dengan titik H, titik F dengan titik I. Kemudian perhatikan hubungan letak ketiga garis tersebut dengan sisi BC.

Contoh 1 Pada gambar ΔABC di samping, titik P terletak pada AB dan titik Q terletak pada AC sedemikian sehingga AP : AB = AQ : AC. Buktikan bahwa PQ // BC.

Pembuktian

Berdasarkan gambar ΔAPQ dan ΔABC di atas,
AP : AB = AQ : AC ①
dan $\angle PAQ = \angle BAC$ (berhimpit) ②
Dari ① dan ②, terbukti bahwa $\Delta APQ \sim \Delta ABC$ (sisi - sudut - sisi).
maka $\angle APQ = \angle ABC$ (sudut sehadap)
sehingga PQ // BC.

Soal 1 Pada ΔABC diketahui titik P terletak pada sisi AB dan titik Q pada sisi AC sedemikian sehingga
AP : PB = AQ : QC = 3 : 2.
(1) Tentukan perbandingan AP : AB dan AQ : AC.
(2) Berdasarkan jawaban pertanyaan (1), buktikan bahwa PQ // BC.

144 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan

Soal ini bermaksud untuk membuat siswa menyadari dan memahami ringkasan yang ada pada halaman 140 tentang Garis-garis sejajar dan rasio segmen garis bahwa garis yang menghubungkan dua sisi segitiga yang terbagi sama panjang sejajar dengan sisi lainnya. Diharapkan siswa bisa memahami maksud pembelajaran hal tersebut agar dapat dihubungkan dengan Contoh 1.

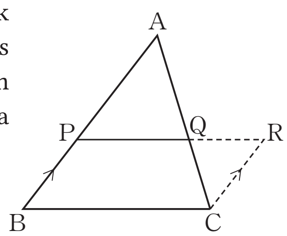
2. Penanganan Contoh 1 dan Soal 1

Contoh 1 adalah soal untuk mengarahkan teori tentang perbandingan ruas garis dengan garis-garis sejajar pada poin ❶ dan soal 1 bertujuan untuk mengarahkan ke poin ❷ di halaman selanjutnya.

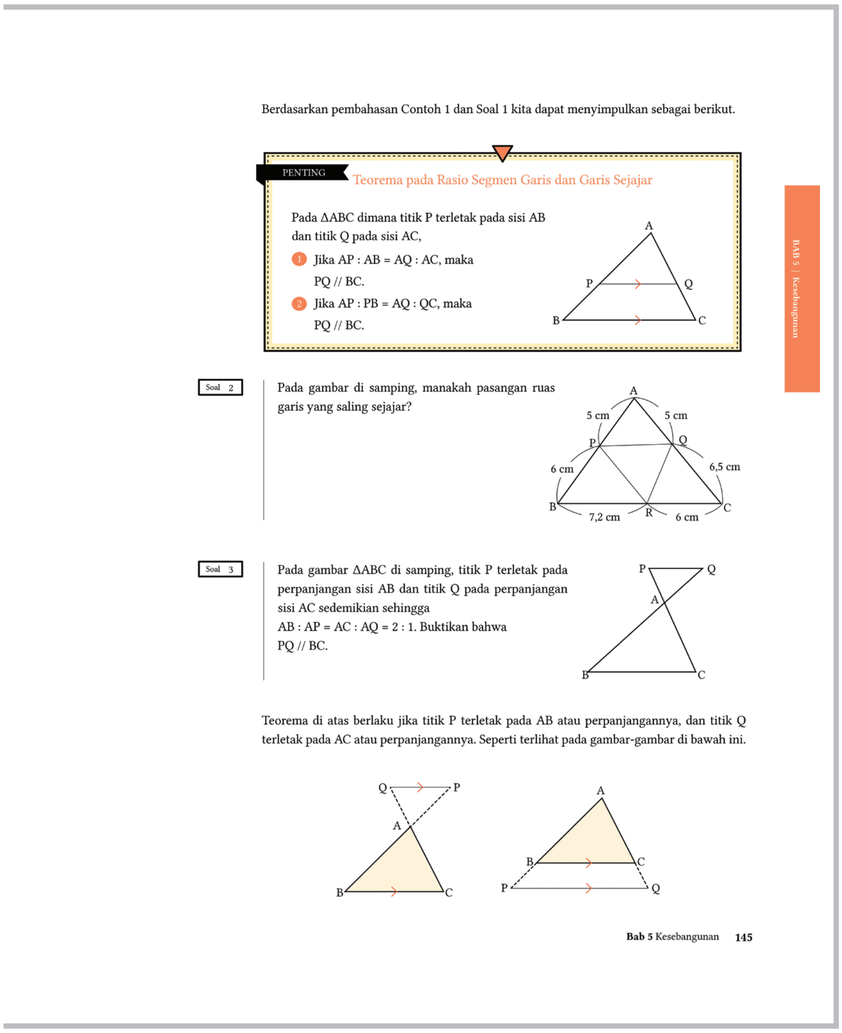
Penjelasan umum untuk poin ❷ seperti pada gambar di samping. Namun, bagi siswa hal ini dirasa agak sulit dipahami berbeda dengan soal 1 yang telah memiliki angka tertentu.

[Bukti umum poin ❷ tentang perbandingan ruas garis dengan garis-garis sejajar (secara singkat)]

Gambar garis dari titik C yang sejajar dengan garis AB lalu gambar perpanjangan garis PQ. Titik pertemuan dua garis ini beri notasi R.



Maka
AP : CR = AQ : CQ ①
AP : PB = AQ : QC ②
Oleh karena itu, $\triangle APQ \sim \triangle CRQ$
Dari persamaan ① dan ②, CR = BP
Dikarenakan CR // BP, maka segiempat PBCR adalah sebuah jajar genjang. Oleh karena itu, PQ // BC



Berdasarkan pembahasan Contoh 1 dan Soal 1 kita dapat menyimpulkan sebagai berikut.

PENTING Teorema pada Rasio Segmen Garis dan Garis Sejajar

Pada ΔABC dimana titik P terletak pada sisi AB dan titik Q pada sisi AC,

1. Jika $AP : AB = AQ : AC$, maka $PQ // BC$.
2. Jika $AP : PB = AQ : QC$, maka $PQ // BC$.

Soal 2 Pada gambar di samping, manakah pasangan ruas garis yang saling sejajar?

Soal 3 Pada gambar ΔABC di samping, titik P terletak pada perpanjangan sisi AB dan titik Q pada perpanjangan sisi AC sedemikian sehingga $AB : AP = AC : AQ = 2 : 1$. Buktikan bahwa $PQ // BC$.

Teorema di atas berlaku jika titik P terletak pada AB atau perpanjangannya, dan titik Q terletak pada AC atau perpanjangannya. Seperti terlihat pada gambar-gambar di bawah ini.

Bab 5 Kesebangunan 145

Penyelesaian

Soal 2

$BP : PA = 6 : 5$

$BQ : QC = 7{,}2 : 6 = 6 : 5$

Maka, $BP : PA = BQ : QC$

Oleh karena itu, $PQ // AC$

Soal 3

Pada $\triangle APQ$ dan $\triangle ABC$ diketahui

$AP : AB = AQ : AC$ ①

Karena sudut bertolak belakang

$\angle PAQ = \angle BAC$ ②

Dari ① dan ② terbukti bahwa $\triangle APQ \sim \triangle ABC$ (sudut, sisi, sudut)

Maka $\angle APQ = \angle ABC$ (sudut berseberangan)

sehingga $PQ // BC$.

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

3. Penanganan Soal 2

Soal 2 adalah soal untuk penerapan teorema perbandingan ruas garis dengan garis-garis sejajar. Biarkan siswa menjelaskan alasan PQ dan AC sejajar berdasarkan perbandingan ruas garis. Selain, dari itu jelaskan juga mengapa PR, BC dan QR, BA tidak sejajar.

4. Penanganan Soal 3

Untuk membuktikan $PQ // BC$ diperlukan hasil sudut berseberangan. Untuk dapat menentukan sudut berseberangan arahkan siswa bahwa $\triangle APQ \sim \triangle ABC$.

Pada Soal 3, dapat diketahui bahwa teorema perbandingan ruas garis dengan garis-garis sejajar tetap berlaku meskipun titik P dan Q adalah hasil perpanjangan dari AB dan AC.

Siswa diharapkan dapat memahami secara menyeluruh teorema perbandingan ruas garis dengan garis-garis sejajar pada halaman 140 dan tiga contoh situasinya yang ada pada buku.

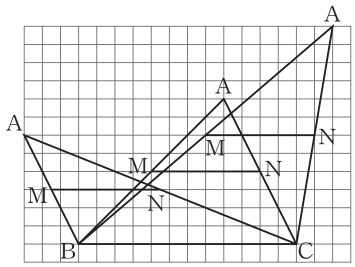
5. Penanganan Q

Soal yang bertujuan untuk menemukan secara induktif aturan titik tengah dengan memeriksa hubungan antara MN dan BC dengan mengubah posisi titik A.

Penyelesaian

Garis MN sejajar dengan sisi BC dan panjangnya setengah BC. Maka, meskipun titik A dipindahkan kemanapun tidak akan mengubah kesejajaran dan panjang dari garis MN dan BC.

(Contoh)



Soal 4

$\triangle FAD$, $\triangle EDB$, $\triangle CFE$

Soal 5

Pada $\triangle ABC$ diketahui MO//BC maka
AM : MB = AO : OC = 1 : 1
Selain dari itu, titik M and O adalah titik tengah dari AB dan AC maka

$MO = \frac{1}{2}$ BC = 5 cm

$NO = \frac{1}{2}$ AD = 3 cm

Oleh karena itu, MN = MO + NO = 8 cm

---

6. Teorema Titik Tengah

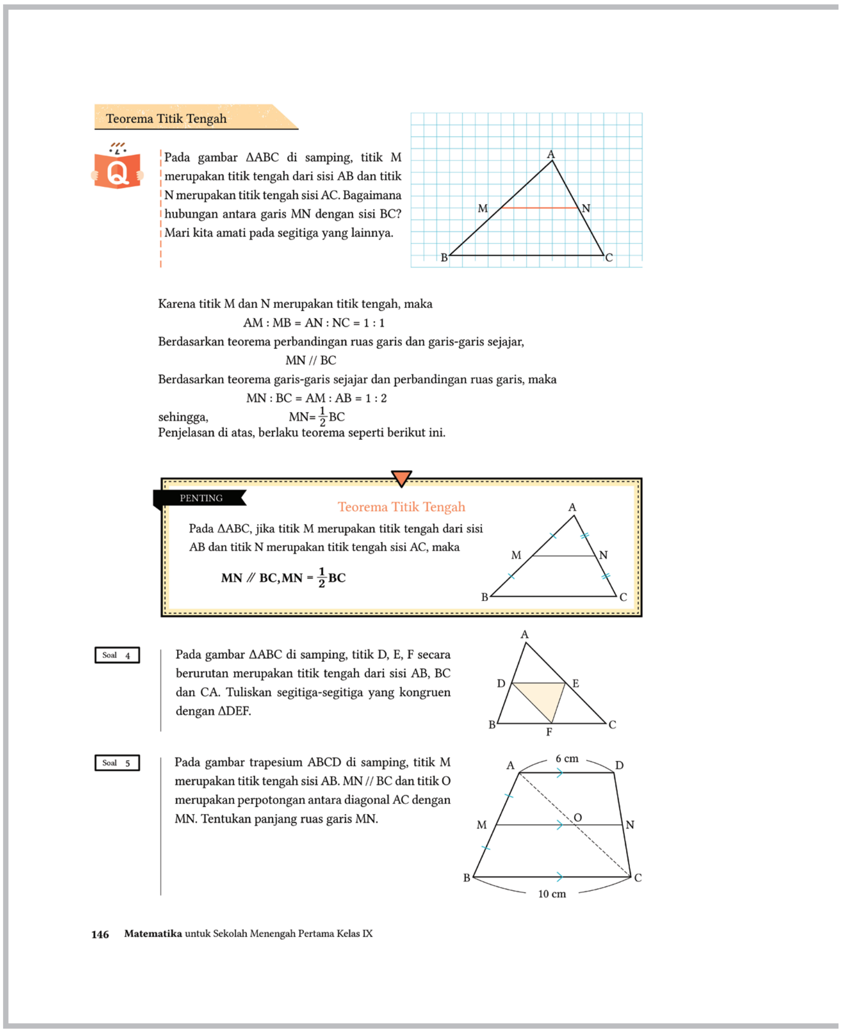
Teorema titik tengah adalah teorema yang sering digunakan bersama dengan teorema tiga persegi yang dipelajari di bab 7. Sebagai buktinya siswa dapat diarahkan kembali ke halaman sebelumnya tentang kondisi khusus pada teorema Perbandingan ruas garis dengan garis-garis sejajar.

Selain dari itu, teorema titik tengah dapat dibuktikan menggunakan segitiga kongruen.

Referensi **Kebalikan Teorema titik tengah**

Ada hubungannya juga dengan soal 5, Sifat yang selanjutnya disebut Kebalikan Teorema Titik Tengah

(Jika titik N berpotongan dengan AC yang merupakan garis yang sejajar dengan sisi BC dan melalui titik tengah M pada $\triangle ABC$ maka N adalah titik tengah sisi AC.)



Teorema Titik Tengah

Pada gambar ΔABC di samping, titik M merupakan titik tengah dari sisi AB dan titik N merupakan titik tengah sisi AC. Bagaimana hubungan antara garis MN dengan sisi BC? Mari kita amati pada segitiga yang lainnya.

Karena titik M dan N merupakan titik tengah, maka

$$AM : MB = AN : NC = 1 : 1$$

Berdasarkan teorema perbandingan ruas garis dan garis-garis sejajar,

$$MN // BC$$

Berdasarkan teorema garis-garis sejajar dan perbandingan ruas garis, maka

$$MN : BC = AM : AB = 1 : 2$$

sehingga, $MN = \frac{1}{2}BC$

Penjelasan di atas, berlaku teorema seperti berikut ini.

PENTING

Teorema Titik Tengah

Pada ΔABC, jika titik M merupakan titik tengah dari sisi AB dan titik N merupakan titik tengah sisi AC, maka

$$\mathbf{MN \mathbin{/\!/} BC, MN = \frac{1}{2}BC}$$

Soal 4 Pada gambar ΔABC di samping, titik D, E, F secara berurutan merupakan titik tengah dari sisi AB, BC dan CA. Tuliskan segitiga-segitiga yang kongruen dengan ΔDEF.

Soal 5 Pada gambar trapesium ABCD di samping, titik M merupakan titik tengah sisi AB. MN // BC dan titik O merupakan perpotongan antara diagonal AC dengan MN. Tentukan panjang ruas garis MN.

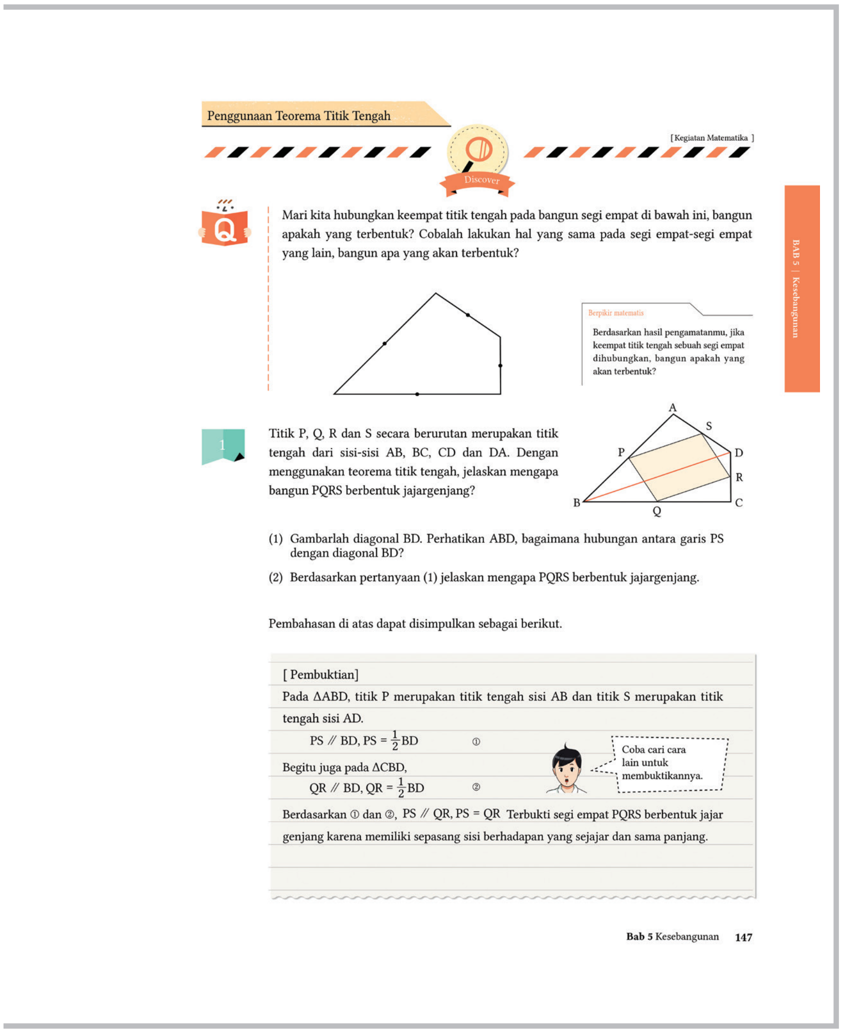
146 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Contoh di atas merupakan Kebalikan Teorema garis-garis sejajar dan ruas segmen garis pada AP : OB = 1:1 (Hal. 140)

Jika Teorema Titik tengah dan Kebalikan Teorema Titik tengah dirumuskan maka akan seperti ini

Teorema Titik Tengah		
(Misal)		(Hasil)
AM=MB	maka	MN//BC
AN=NC		$\left(MN = \frac{1}{2}BC\right)$

Teorema Titik Tengah		
(Misal)		(Hasil)
AM=MB	maka	AN=NC
MN//BC		$\left(MN = \frac{1}{2}BC\right)$


Penggunaan Teorema Titik Tengah

[Kegiatan Matematika]

Discover

Mari kita hubungkan keempat titik tengah pada bangun segi empat di bawah ini, bangun apakah yang terbentuk? Cobalah lakukan hal yang sama pada segi empat-segi empat yang lain, bangun apa yang akan terbentuk?

Berpikir matematis

Berdasarkan hasil pengamatanmu, jika keempat titik tengah sebuah segi empat dihubungkan, bangun apakah yang akan terbentuk?

BAB 5 | Kesebangunan

1 Titik P, Q, R dan S secara berurutan merupakan titik tengah dari sisi-sisi AB, BC, CD dan DA. Dengan menggunakan teorema titik tengah, jelaskan mengapa bangun PQRS berbentuk jajargenjang?

(1) Gambarlah diagonal BD. Perhatikan ABD, bagaimana hubungan antara garis PS dengan diagonal BD?

(2) Berdasarkan pertanyaan (1) jelaskan mengapa PQRS berbentuk jajargenjang.

Pembahasan di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

[Pembuktian]

Pada $\triangle ABD$, titik P merupakan titik tengah sisi AB dan titik S merupakan titik tengah sisi AD.

$PS \parallel BD,\ PS = \frac{1}{2}BD$ ①

Begitu juga pada $\triangle CBD$,

$QR \parallel BD,\ QR = \frac{1}{2}BD$ ②

Coba cari cara lain untuk membuktikannya.

Berdasarkan ① dan ②, $PS \parallel QR,\ PS = QR$ Terbukti segi empat PQRS berbentuk jajar genjang karena memiliki sepasang sisi berhadapan yang sejajar dan sama panjang.

Bab 5 Kesebangunan 147

Penyelesaian

Q

Akan terbentuk jajar genjang.

Diperkirakan bidang yang terbentuk dari empat titik tengah segi empat yang disambungkan adalah jajar genjang.

1

(1) Pada $\triangle ABD$ karena P adalah titik tengah sisi AB dan S adalah titik tengah AD.

$PS // BD,\ PS = \frac{1}{2}BD$

dan pada $\triangle CDB$, Q adalah titik tengah CB dan R adalah titik tengah DC maka

$QR // BD,\ QR = \frac{1}{2}BD$

(2) Pada segi empat PQRS

$PS // BD,\ PS = \frac{1}{2}BD$ ①

$QR // BD,\ QR = \frac{1}{2}BD$ ②

Dari ① dan ② diketahui $PS // QR$, $PS = QR$ karena sepasang sisi sama maka segiempat PQRS adalah jajar genjang.

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

7. Kegiatan Berpikir Matematis pada kesempatan ini.

Kesempatan ini digunakan untuk membiarkan siswa melaksanakan kegiatan matematis A seperti yang dimaksud pada Rangkaian Pelajaran. Pada kegiatan ini akan dibahas tentang "Kegiatan menemukan dan mengmbangkan sifat bidang yang terbentuk oleh titik tengah sisi segiempat berdasarkan teorema titik tengah". Setelah kegiatan tadi, dapat juga dipertimbangkan untuk mengarahkan siswa agar berdiskusi tentang penjelasan alasan/buktinya (kegiatan matematis C).

8. Penanganan Q

Arahkan siswa agar menyadari hal menarik tentang terbentuknya sebuah segiempat berdasarkan ciri khas garis diagonal. Karena, dalam segi empat mana pun, bidang yang terbentuk dengan menghubungkan titik tengah setiap sisi secara berurutan pasti berupa jajar genjang, belah ketupat, atau persegi panjang. Biarkan siswa mempresentasikan secara bebas kepada rekan-rekannya tentang ciri-ciri segiempat yang terbentuk dengan menyebutkan nama bidang atau dapat juga menyebutkan sifat jajargenjang dsb.

9. Penanganan Berpikir Matematis

Cara berpikir yang diharapkan disini adalah cara berpikir secara induktif. Pada bagian ini siswa diminta untuk menemukan bidang apa yang akan terbentuk berdasarkan 4 titik tengah segiempat yang mereka cari.

10. Penanganan 1

Arahkan siswa untuk menyadari bahwa diagonal pertama pada segiempat adalah garis bantu yang penting pada soal ini. Poin utama pada soal ini adalah menyadari bahwa teorema titik tengah dapat digunakan pada segitiga yang terbagi dua oleh sebuah garis diagonal.

Penyelesaian

2

Jika ABCD persegi panjang maka PQRS adalah belah ketupat.

Jika ABCD belah ketupat maka PQRS adalah persegi panjang

3

Karena kedua diagonal persegi panjang sama,
PQ = QR = RS = SP
Oleh karena itu, segi empat PQRS adalah belah ketupat. Karena dua garis diagonal belah ketupat berpotongan secara vertikal dan keempat sudut segi empat PQRS adalah sudut siku-siku. Oleh karena itu, segi empat PQRS adalah persegi panjang.

4

PQRS akan menjadi belah ketupat jika kedua garis diagonal dari ABCD sama panjang.
PQRS menjadi persegi panjang jika dua garis diagonal dari ABCD berpotongan secara vertikal

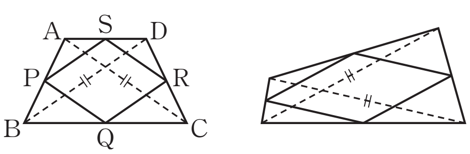
Mari Mencoba

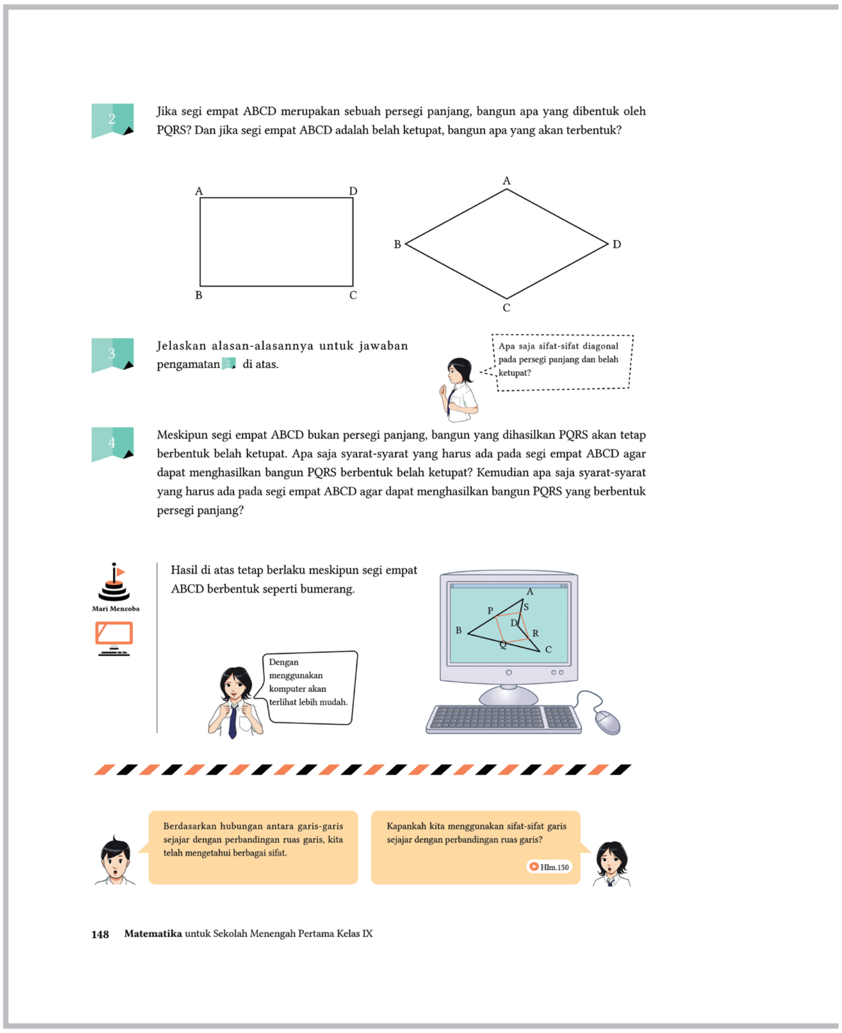
Dengan mengerjakan soal 1, 2 dan 4 dapat juga terbentuk bidang bumerang. Hal ini dapat dibuktikan bila kita menyambungkan titik A dan C.

---

11. Penanganan 2, 3 dan 4

Soal-soal ini bertujuan untuk memperdalam pemahaman tentang pendapat siswa yang telah dikemukakan di kegiatan Q pada halaman sebelumnya serta syarat-syarat umumnya. Lalu, digunakan untuk mencari tahu bangun apa yang akan terbentuk pada PQRS dari hasil sambungan titik tengah masing-masing sisi ABCD. Maka dari itu, perlu juga dipertimbangkan untuk melaksanakan pembahasan lanjutan mengenai pendapat siswa yang sama.
(Contoh PQRS ketika membentuk belah ketupat.)




2
Jika segi empat ABCD merupakan sebuah persegi panjang, bangun apa yang dibentuk oleh PQRS? Dan jika segi empat ABCD adalah belah ketupat, bangun apa yang akan terbentuk?

A D B C

A B D C

3
Jelaskan alasan-alasannya untuk jawaban pengamatan 2 di atas.

Apa saja sifat-sifat diagonal pada persegi panjang dan belah ketupat?

4
Meskipun segi empat ABCD bukan persegi panjang, bangun yang dihasilkan PQRS akan tetap berbentuk belah ketupat. Apa saja syarat-syarat yang harus ada pada segi empat ABCD agar dapat menghasilkan bangun PQRS berbentuk belah ketupat? Kemudian apa saja syarat-syarat yang harus ada pada segi empat ABCD agar dapat menghasilkan bangun PQRS yang berbentuk persegi panjang?

Mari Mencoba

Hasil di atas tetap berlaku meskipun segi empat ABCD berbentuk seperti bumerang.

Dengan menggunakan komputer akan terlihat lebih mudah.

A P S D B R Q C

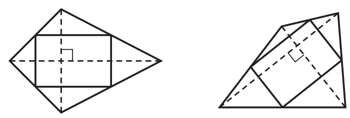
Berdasarkan hubungan antara garis-garis sejajar dengan perbandingan ruas garis, kita telah mengetahui berbagai sifat.

Kapankah kita menggunakan sifat-sifat garis sejajar dengan perbandingan ruas garis?

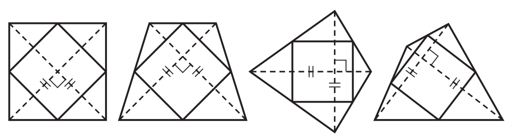
Hlm.150

148 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

(Contoh PQRS ketika membentuk Persegi panjang)

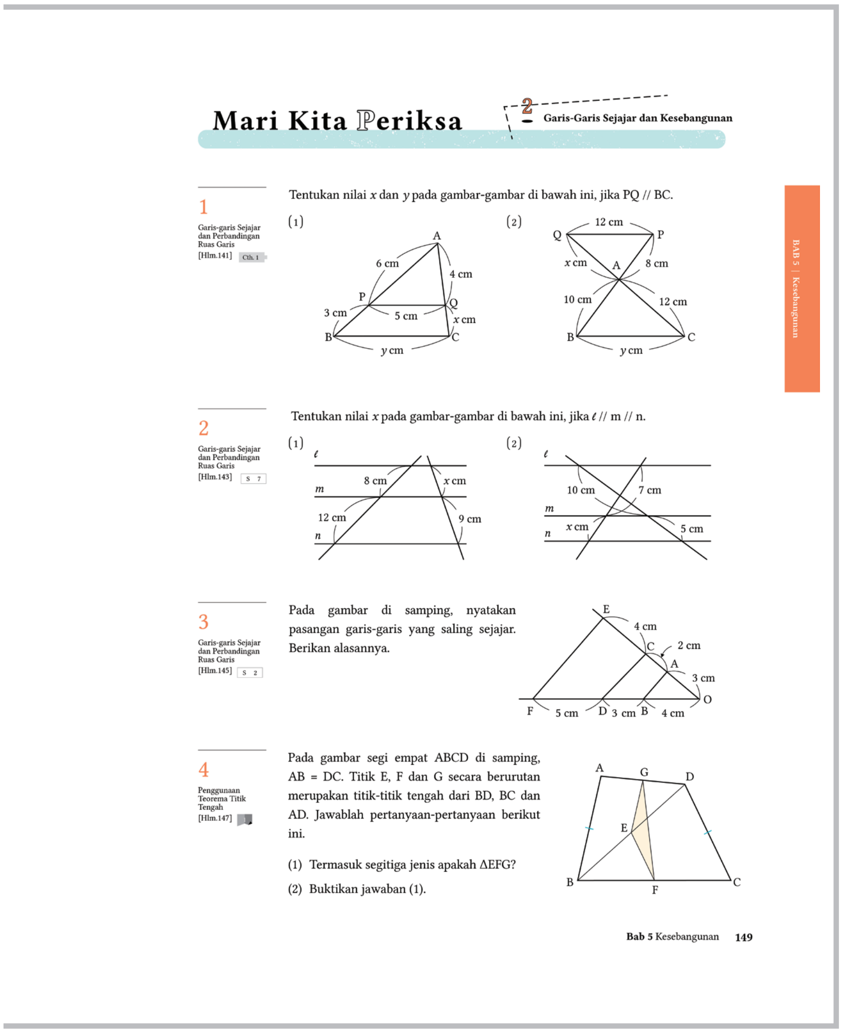


(Contoh PQRS ketika membentuk segiempat)



12. Penanganan Balon Percakapan

Pada kesempatan kali ini siswa telah mempelajari hubungan garis-garis sejajar dan segmen ruas garis. Siswa diarahkan agar memiliki rasa ingin tahu tentang situasi penggunaan hubungan tersebut yang ada pada pembelajaran selanjutnya halaman 152.



Mari Kita Periksa

2 Garis-Garis Sejajar dan Kesebangunan

1 Garis-garis Sejajar dan Perbandingan Ruas Garis [Hlm.141] Cth. 1

Tentukan nilai x dan y pada gambar-gambar di bawah ini, jika PQ // BC.

2 Garis-garis Sejajar dan Perbandingan Ruas Garis [Hlm.143] S 7

Tentukan nilai x pada gambar-gambar di bawah ini, jika ℓ // m // n.

3 Garis-garis Sejajar dan Perbandingan Ruas Garis [Hlm.145] S 2

Pada gambar di samping, nyatakan pasangan garis-garis yang saling sejajar. Berikan alasannya.

4 Penggunaan Teorema Titik Tengah [Hlm.147]

Pada gambar segi empat ABCD di samping, AB = DC. Titik E, F dan G secara berurutan merupakan titik-titik tengah dari BD, BC dan AD. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Termasuk segitiga jenis apakah ΔEFG?

(2) Buktikan jawaban (1).

BAB 5 | Kesebangunan

Bab 5 Kesebangunan 149

Mari Kita Periksa

(1 jam)

Penyelesaian

1

(1) $6:3=4:x$ maka $x=2$

$6:9=5:y$ maka $y=7{,}5$

(2) $8:10=x:12$ maka $x=9$

$8:10=12:y$ maka $y=15$

2

(1) $8:12=x:9$ maka $x=6$

(2) $10:5=7:x$ maka $x=3{,}5$

3

Karena OA : AE = OB : BF = 1 : 2 maka AB//EF

4

(1) Segitiga sama kaki EG = EF

(2) Pada △DAB, G merupakan titik pusat DA dan E merupakan titik pusat DB.

$GE = \frac{1}{2}AB$ ①

Pada △BCD, F merupakan titik pusat BC dan E merupakan titik pusat DB.

$EF = \frac{1}{2}DC$ ②

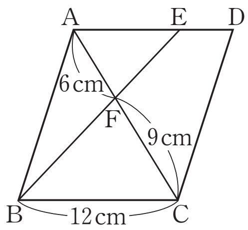
Maka AB = DC ③

Dari ①, ② dan③ EG = EF

Oleh karena itu, △EFG merupakan segitiga sama kaki.

Soal Tambahan:

1 Pada jajar genjang ABCD, E merupakan titik atas sisi AD dan F merupakan titik perpotongan garis diagonal AC dan ruas garis BE. Jawablah pertanyaan berikut!



(1) Tentukan kesebangunan segitiga menggunakan persamaan.

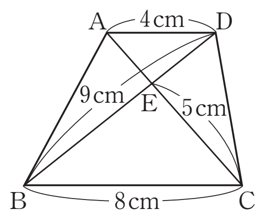
(2) Hitung panjang AE

Jawaban

(1) △AFE ~ △CFB

(2) AE = 8 cm

2 Pada gambar trapesium ABCD di samping AD// BC dan titik perpotongan garis diagonal AC dan BD disebut E. Jawablah pertanyaan berikut.



(1) Hitung panjang AC.

(2) Hitung panjang ED.

(3) Hitung perbandingan luas △AED dan △CDE.

(4) Hitung perbandingan luas △AED dan △CEB

Jawaban

(1) AC = 7,5 cm (2) ED = 3 cm

(3) 1 : 2 (4) 1 : 4

3 Kesebangunan dan Pengukuran

(2 jam)

2 | Perbandingan ruas garis dengan garis-garis sejajar.

(3 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami bahwa perbandingan luas bangun datar yang sebangun sama dengan penguadratan perbandingan kesebangunan.
2. Peserta didik dapat melakukan pengukuran sebuah bidang menggunakan hubungan antara perbandingan luas dan perbandingan kesebangunan serta perbandingan kesebangunan dan perbandingan panjang.

Penyelesaian

Q

(1) Pada △ABC dan △ADE
Perbandingan kesebangunannya adalah 1 : 2
Perbandingan luasnya adalah 1 : 4

(2) Pada △ABC dan △AFG
Perbandingan kesebangunannya adalah 1 : 3
Perbandingan luasnya adalah 1 : 9

(3) (Perkiraan Contoh)
Perbandingan luas nya dua kali lipat perbandingan kesebangunannya.

Soal 1

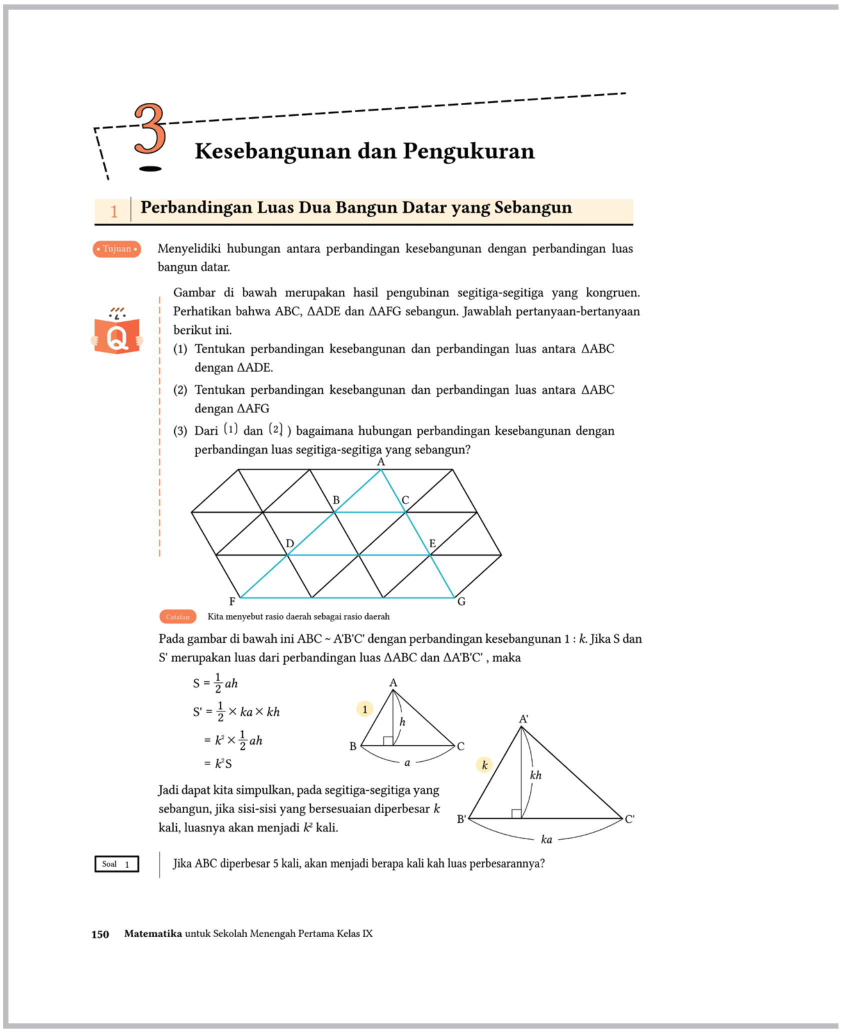
Luasnya adalah 52 kali luas semula atau menjadi 25 kali lipat.

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan Q

Disini kita dapat langsung mengetahui bahwa, berdasarkan penjelasan di buku, apabila salah satu sisi segitiga diperbesar dua atau tiga kali maka luas segitiga tersebut menjadi empat atau sembilan kali lebih besar.

Meskipun hal ini tidak tercantum dalam soal namun kita dapat membuktikan perbesaran yang terjadi pada △ADE dan △AFG. Pada △ADE ditemukan 2 buah segitiga yang sebangun dan 4 buah △ABC. Lalu, pada △AFG ditemukan 3 buah segitiga yang sebangun dan



3 Kesebangunan dan Pengukuran

1 | Perbandingan Luas Dua Bangun Datar yang Sebangun

• Tujuan • Menyelidiki hubungan antara perbandingan kesebangunan dengan perbandingan luas bangun datar.

Q

Gambar di bawah merupakan hasil pengubinan segitiga-segitiga yang kongruen. Perhatikan bahwa ABC, ΔADE dan ΔAFG sebangun. Jawablah pertanyaan-bertanyaan berikut ini.

(1) Tentukan perbandingan kesebangunan dan perbandingan luas antara ΔABC dengan ΔADE.
(2) Tentukan perbandingan kesebangunan dan perbandingan luas antara ΔABC dengan ΔAFG
(3) Dari (1) dan (2)) bagaimana hubungan perbandingan kesebangunan dengan perbandingan luas segitiga-segitiga yang sebangun?

Catatan Kita menyebut rasio daerah sebagai rasio daerah

Pada gambar di bawah ini ABC ~ A'B'C' dengan perbandingan kesebangunan 1 : k. Jika S dan S' merupakan luas dari perbandingan luas ΔABC dan ΔA'B'C' , maka

$$S = \frac{1}{2}ah$$
$$S' = \frac{1}{2} \times ka \times kh$$
$$= k^2 \times \frac{1}{2}ah$$
$$= k^2 S$$

Jadi dapat kita simpulkan, pada segitiga-segitiga yang sebangun, jika sisi-sisi yang bersesuaian diperbesar k kali, luasnya akan menjadi k^2 kali.

Soal 1 | Jika ABC diperbesar 5 kali, akan menjadi berapa kali kah luas perbesarannya?

150 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

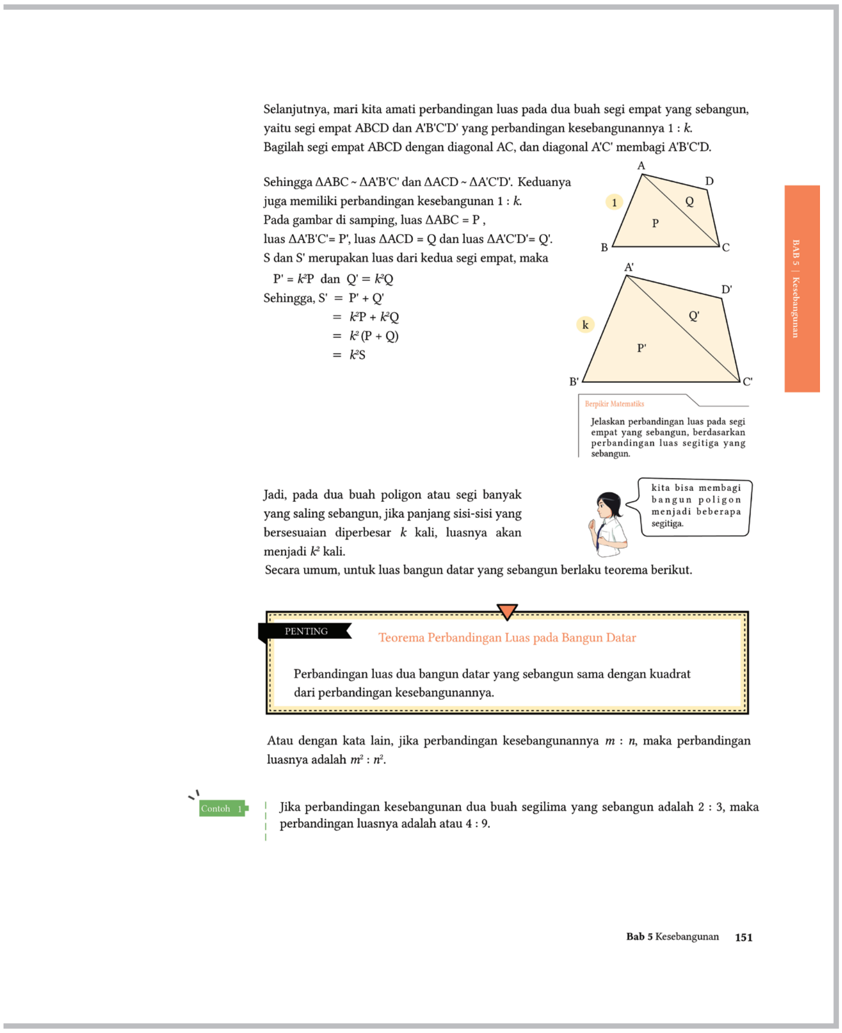
9 buah △ABC. Maka, perbandingan kesebangunannya 2 : 3 dan perbandingan luasnya 4 : 9.

Melalui kegiatan tadi diharapkan siswa dapat menyimpulkan dan mengerti bahwa perbandingan luas adalah penguadratan dari perbandingan kesebangunan.

2. Perbandingan luas dua bidang yang sebangun.

Sebuah poligon dapat dibagi menggunakan garis diagonal menjadi beberapa segitiga. Setelah dibagi menggunakan garis diagonal kita mendapatkan segitiga yang sebangun sehingga kita dapat menghitung perbandingan luas poligon.

Pada halaman ini dibahas mengenai segitiga yang sebangun tetapi pada halaman berikutnya akan digunakan segiempat yang sebangun. Meskipun begitu, teori/dasar yang digunakan tetap sama.



Selanjutnya, mari kita amati perbandingan luas pada dua buah segi empat yang sebangun, yaitu segi empat ABCD dan A'B'C'D' yang perbandingan kesebangunannya 1 : k. Bagilah segi empat ABCD dengan diagonal AC, dan diagonal A'C' membagi A'B'C'D.

Sehingga $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ dan $\Delta ACD \sim \Delta A'C'D'$. Keduanya juga memiliki perbandingan kesebangunan 1 : k.
Pada gambar di samping, luas ΔABC = P ,
luas $\Delta A'B'C'$= P', luas ΔACD = Q dan luas $\Delta A'C'D'$= Q'.
S dan S' merupakan luas dari kedua segi empat, maka

$P' = k^2P$ dan $Q' = k^2Q$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga, } S' &= P' + Q' \\ &= k^2P + k^2Q \\ &= k^2(P + Q) \\ &= k^2S \end{aligned}$$

Berpikir Matematiks

Jelaskan perbandingan luas pada segi empat yang sebangun, berdasarkan perbandingan luas segitiga yang sebangun.

Jadi, pada dua buah poligon atau segi banyak yang saling sebangun, jika panjang sisi-sisi yang bersesuaian diperbesar k kali, luasnya akan menjadi k^2 kali.

Secara umum, untuk luas bangun datar yang sebangun berlaku teorema berikut.

PENTING
Teorema Perbandingan Luas pada Bangun Datar

Perbandingan luas dua bangun datar yang sebangun sama dengan kuadrat dari perbandingan kesebangunannya.

Atau dengan kata lain, jika perbandingan kesebangunannya $m : n$, maka perbandingan luasnya adalah $m^2 : n^2$.

Contoh 1
Jika perbandingan kesebangunan dua buah segilima yang sebangun adalah 2 : 3, maka perbandingan luasnya adalah atau 4 : 9.

BAB 5 | Kesebangunan

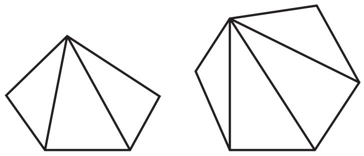
Bab 5 Kesebangunan 151

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

3. Teorema perbandingan luas pada bidang datar yang sebangun

Ketika persegi ABCD dan persegi A'B'C'D' sebangun, segitiga yang terbagi oleh garis diagonal AC dan A'C' adalah bidang yang sebangun. Seperti apa yang sudah dipelajari pada halaman sebelumnya mengenai sifat perbandingan luas segitiga yang sebangun pada halaman ini pemahaman tersebut diperluas untuk penggunaanya pada segiempat.

Selain itu, buat siswa memahami kondisi seperti yang tertera pada balon percakapan. sama seperti segilima maupun segienam yang dibagi oleh garis diagonal akan membentuk segitiga yang sebangun, hal seperti ini pun dapat terjadi pada poligon.



Lalu, pada Soal 2 di halaman selanjutnya mengenai lingkaran, buat siswa menyadari bahwa selain dari poligon jika bidang tersebut sebangun maka teorema ini akan berlaku.

4. Penanganan Berpikir Matematis 3

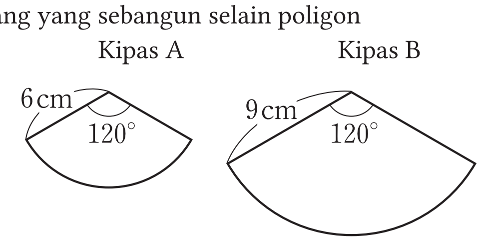
Pada bagian ini siswa diminta berpikir deduktif. Perbandingan luas segiempat yang sebidang dijelaskan berdasarkan perbandingan luas segitiga. Langkahnya adalah persegi dibagi menjadi segitiga lalu ukur perbandingan luas masing-masing segitiga. Hasil penjumlahan perbandingan luas segitiga tersebut dapat dikatakan hasil perbandingan segiempat.

5. Penanganan Contoh 1

Mencari perbandingan luas dari perbandingan kesebandingan dengan menggunakan teorema perbandingan luas bidang datar yang sebangun. Pastikan jawabannya berupa bilangan bulat sederhana bukan bilangan pangkat.

Referensi Penanganan

Bidang yang sebangun selain poligon



Diketahui perbandingan kesebangunannya 2 : 3. Hitung luas dan juring lingkaran lalu buat perbandingannya.

	Kipas A	Kipas B
Luas	12 π cm2	27 π cm2
Juring	4 π cm	6 π cm

Karena perbandingan kesebangunannya 2 : 3 maka
Perbandingan luasnya 4 : 9
Perbandingan juringnya 2 : 3

Penyelesaian

Soal 2

Diketahui perbandingan kesebangunan :
Perbandingan jari-jarinya sama panjang yaitu
6 : 10 = 3 : 5
Perbandingan keliling lingkarannya sama panjang yaitu 3 : 5
Perbandingan luas lingkarannya adalah 32 : 52 = 9 : 25

Soal 3

(1) Perbandingan kesebangunan $\triangle$ADE dan $\triangle$ABC yaitu 2 : 3
Karena perbandingan luas merupakan hasil penguadratan perbandingan kesebangunan maka $2^2 : 3^2 = 4 : 9$

(2) Jika luas $\triangle$ADE diumpamakan x cm^2 maka $x : 45 = 4 : 9$
Ditemukan hasil $x = 20$
Oleh karena itu, luas persegi DBCE adalah $\triangle$ABC - $\triangle$ADE = 25

Jawaban 25 cm^2

Soal 4

Diketahui AD // BC dan $\triangle$ODA ~ $\triangle$OBC
Karena perbandingan kesebangunan $\triangle$ODA dan $\triangle$OBC adalah 2 : 3 dan perbandingan luasnya $2^2 : 3^2 = 4 : 9$.
Luas $\triangle$ODA diumpamakan x cm^2 maka $x : 36 = 4 : 9$ ditemukan hasil $x = 16$
Maka dari itu luas $\triangle$ODA adalah 16 cm^2.
Karena $\triangle$ODA ~ $\triangle$OBC maka OA : OC = 2 : 3

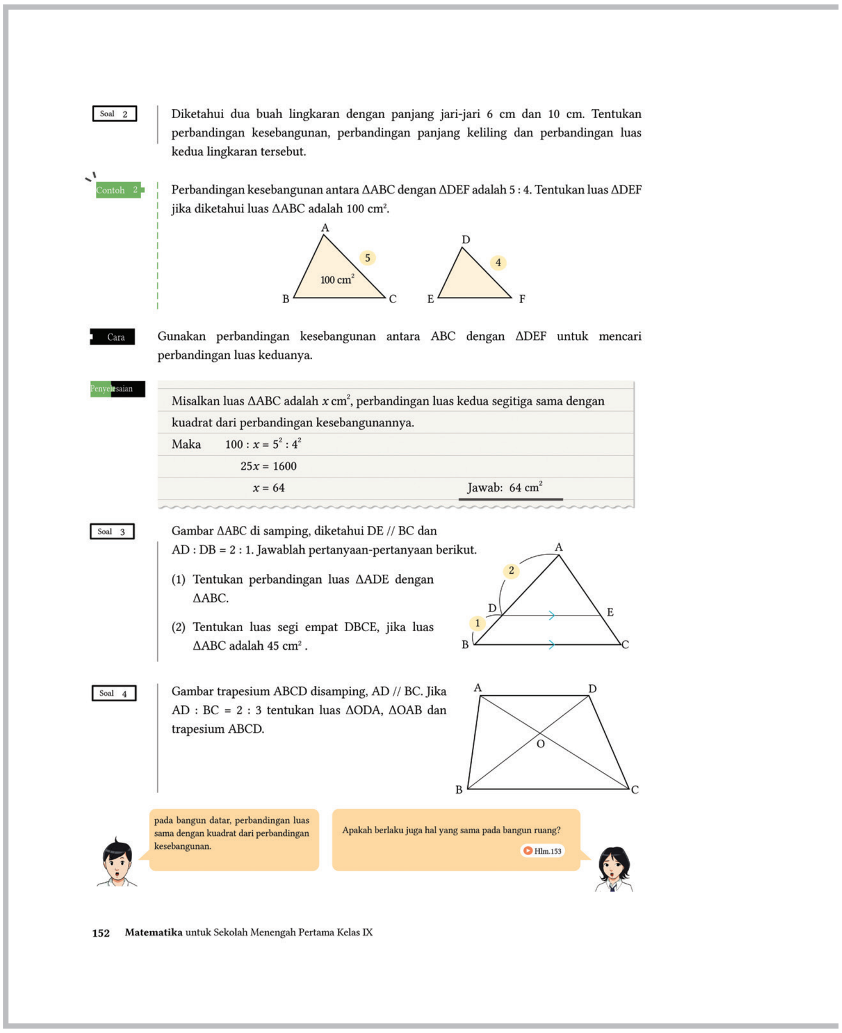
Jika kita tentukan dari $\triangle$OAB sisi OA adalah alas segitiga dan pada $\triangle$OBC sisi OC adalah alasnya serta tinggi setigiganya sama. Oleh karena itu, perbandingan luasnya sama dengan perbandingan alasnya.

Maka, jika luas $\triangle$OAB adalah y cm^2,
$y : 36 = 2 : 3$ ditemukan hasil $y = 24$
Luas $\triangle$OAB adalah 24 cm^2.

Maka dari itu, $\triangle$OAB + $\triangle$OBC + $\triangle$OCD + $\triangle$ODA
= 24 + 36 + 24 + 16 = 100
Luas trapesium ABCD adalah 100 cm^2.

6. Penanganan Contoh 2

Siswa diminta untuk membuat persamaan luas menggunakan teorema yang disimpulkan pada halaman sebelumnya, lalu menggunakannya dengan sifat persamaan (jika $a : b = c : d$ maka $ad = bc$) untuk memecahkan contoh ini. Pada tahap pembuatan



Soal 2 — Diketahui dua buah lingkaran dengan panjang jari-jari 6 cm dan 10 cm. Tentukan perbandingan kesebangunan, perbandingan panjang keliling dan perbandingan luas kedua lingkaran tersebut.

Contoh 2 — Perbandingan kesebangunan antara ΔABC dengan ΔDEF adalah 5 : 4. Tentukan luas ΔDEF jika diketahui luas ΔABC adalah 100 cm^2.

Cara — Gunakan perbandingan kesebangunan antara ABC dengan ΔDEF untuk mencari perbandingan luas keduanya.

Penyelesaian — Misalkan luas ΔABC adalah x cm^2, perbandingan luas kedua segitiga sama dengan kuadrat dari perbandingan kesebangunannya.
Maka $100 : x = 5^2 : 4^2$
$25x = 1600$
$x = 64$
Jawab: 64 cm^2

Soal 3 — Gambar ΔABC di samping, diketahui DE // BC dan AD : DB = 2 : 1. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.
(1) Tentukan perbandingan luas ΔADE dengan ΔABC.
(2) Tentukan luas segi empat DBCE, jika luas ΔABC adalah 45 cm^2 .

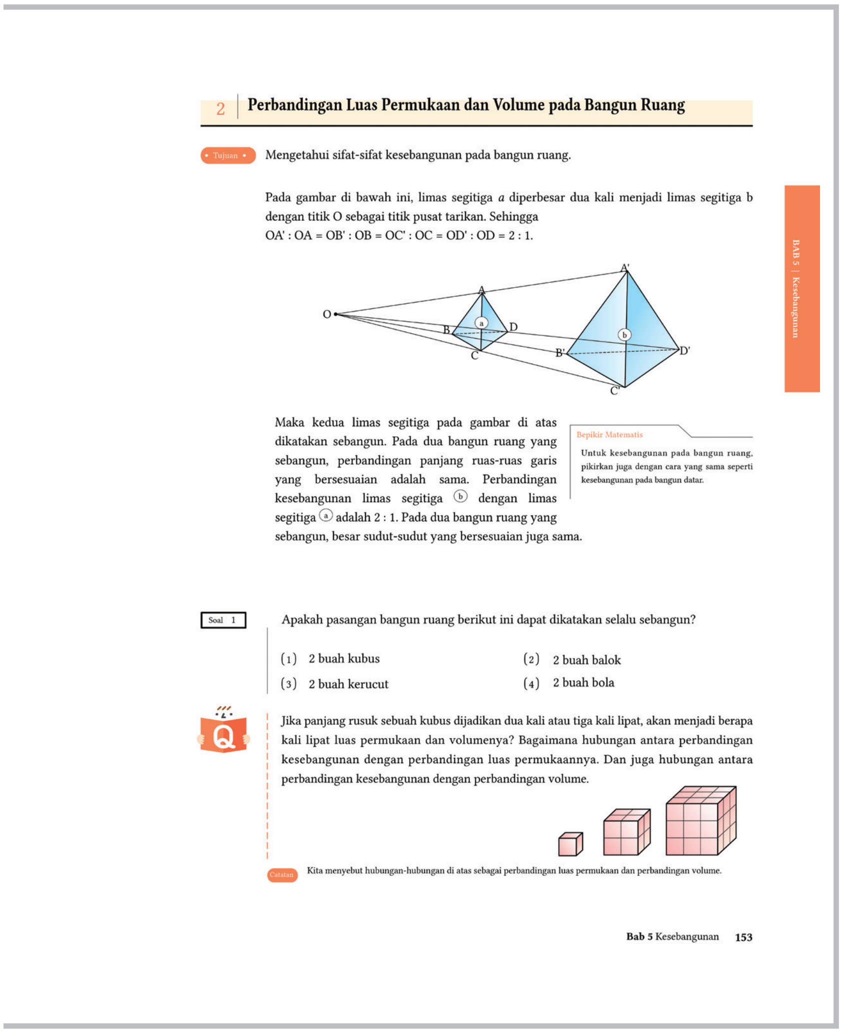
Soal 4 — Gambar trapesium ABCD disamping, AD // BC. Jika AD : BC = 2 : 3 tentukan luas ΔODA, ΔOAB dan trapesium ABCD.

152 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

rumus $a^2 : b^2$ arahkan siswa untuk menyadari bahwa hal tersebut adalah hasil penguadratan perbandingan kesebangunan.

7. Penanganan balon percakapan

Pada balon percakapan pertama membahas pembelajaran tentang hasil penguadratan perbandingan kesebangunan adalah perbandingan luas bidang datar. Lalu, pada balon percakapan lainnya bermaksud mengarahkan siswa agar berpikir apakah hal serupa berlaku pada bidang ruang yang akan dipelajari di halaman selanjutnya.



2 | Perbandingan Luas Permukaan dan Volume pada Bangun Ruang

• Tujuan • Mengetahui sifat-sifat kesebangunan pada bangun ruang.

Pada gambar di bawah ini, limas segitiga *a* diperbesar dua kali menjadi limas segitiga b dengan titik O sebagai titik pusat tarikan. Sehingga
OA' : OA = OB' : OB = OC' : OC = OD' : OD = 2 : 1.

Maka kedua limas segitiga pada gambar di atas dikatakan sebangun. Pada dua bangun ruang yang sebangun, perbandingan panjang ruas-ruas garis yang bersesuaian adalah sama. Perbandingan kesebangunan limas segitiga ⓑ dengan limas segitiga ⓐ adalah 2 : 1. Pada dua bangun ruang yang sebangun, besar sudut-sudut yang bersesuaian juga sama.

Bepikir Matematis

Untuk kesebangunan pada bangun ruang, pikirkan juga dengan cara yang sama seperti kesebangunan pada bangun datar.

Soal 1 Apakah pasangan bangun ruang berikut ini dapat dikatakan selalu sebangun?

(1) 2 buah kubus (2) 2 buah balok
(3) 2 buah kerucut (4) 2 buah bola

Jika panjang rusuk sebuah kubus dijadikan dua kali atau tiga kali lipat, akan menjadi berapa kali lipat luas permukaan dan volumenya? Bagaimana hubungan antara perbandingan kesebangunan dengan perbandingan luas permukaannya. Dan juga hubungan antara perbandingan kesebangunan dengan perbandingan volume.

Catatan Kita menyebut hubungan-hubungan di atas sebagai perbandingan luas permukaan dan perbandingan volume.

BAB 5 | Kesebangunan

Bab 5 Kesebangunan 153

2 | Perbandingan Luas Permukaan dan Volume pada bangun ruang

(1,5 jam)

Tujuan

1. Peserta didik diharapkan memahami definisi kesebangunan ruang dan hubungan antara perbandingan kesebangunan dengan perbandingan luas permukaan/perbandingan volume.
2. Peserta didik dapat melakukan pengukuran dengan menggunakan hubungan antara perbandingan kesebangunan bangun ruang yang sama dengan perbandingan luas permukaan/perbandingan volume.

Penyelesaian

Soal 1

(1) Ya (2) Tidak
(3) Tidak (4) Ya

Jika salah satu rusuk dijadikan 2 kali lipat maka luas permukaannya menjadi 4 kali lipat dan volume nya menjadi 8 kali lipat.

Jika salah satu rusuk dijadikan 3 kali lipat maka luas permukaannya menjadi 9 kali lipat dan volumenya menjadi 27 kali lipat.

(Perkiraan Contoh)

Perbandingan luas permukaan satu bidang ruang adalah penguadratan perbandingan kesebangunan dan perbandingan volume adalah pangkat tiga perbandingan kesebangunan.

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Kesebangunan Bangun Ruang

Kesebangunan bangun ruang merupakan perluasan dari kesebangunan bidang datar. Artinya, membandingkan 2 bidang pada sebuah ruang yang diperbesar atau diperkecil dengan ukuran tertentu. Pada tahap pengenalan dapat menggunakan sebuah model lalu arahkan siswa untuk membayangkan jika model tersebut diperkecil pada ukuran tertentu.

Pada saat yang bersamaan arahkan siswa untuk memperhatikan pusat tarikan dan titik kesabangunan agar dapat melihat perbandingan panjang ruas garisnya. Maka dari itu, hindari penggunaan ruang yang sulit/kompleks dan gunakan ruang seperti polihedron sederhana, silinder, kerucut, lingkaran, dsb. Sambil melanjutkan pembelajaran arahkan siswa agar mengerti bahwa pada kesebangunan bangun ruang perbandingan panjang ruas garis dan besar sudutnya akan tetap sama.

2. Penanganan Berpikir Matematis 1

Cara berpikir yang digunakan adalah cara berpikir analogis. Arahkan siswa untuk berpikir tentang kesebangunan bangun ruang dan perbandingan kesebangunanya berdasarkan pemikiran perbandingan kesebangunan bidang datar.

3. Penanganan Soal 1

Cara berpikir yang digunakan adalah cara berpikir analogis. Arahkan siswa untuk berpikir tentang kesebangunan bangun ruang dan perbandingan kesebangunanya berdasarkan pemikiran perbandingan kesebangunan bidang datar.

4. Penanganan

Siswa tidak hanya dapat menyelesaikan soal ini secara langsung dengan membayangkan kubus saja namun dapat juga menyelesaikannya dengan menggunakan jaring-jaring ruang dan rumus. Siswa diarahkan untuk berdiskusi mengenai poin ini.

Penyelesaian

Soal 2

Perbandingan kesebangunannya adalah 5 : 2
Perbandingan Luas permukaannnya adalah
$5^2 : 2^2 = 25 : 4$
Perbandingan volumenya adalah $5^3 : 2^3 = 125 : 8$

---

5 Perbandingan luas permukaan balok yang sebangun dan perbandingan volumenya.

Poin ini adalah pengembangan secara umum halaman sebelumnya. Pengembangan pemahaman secara intuitif tentang kubus dan rumus terkait untuk balok.

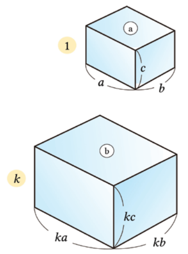
Pada kasus balok, seperti yang dipahami pada Soal 1 halaman sebelumnya, dua buah balok tidak selalu sebangun. Maka dari itu, perlu dimulai dari pemahaman sifat kesebangunan balok. Pada balok seluruh sudut sebesar 90°, diumpamakan seluruh perbandingan garis adalah 1 : k dan panjang rusuk pada balok ⓐ ditentukan a, b, dan c. Maka rusuk pada balok ⓑ adalah ka, kb, dan kc. Jika diperlukan bisa ditambahkan istilah panjang, lebar, dan tinggi lalu periksa segmen garis. Setelah itu, dapat diperkirakan perbandingan luas permukaan dan perbandingan volumenya. Ambil angka-angka tertentu untuk membantu proses penghitungan (misal pada balok ⓐ 2 cm × 4 cm × 6 cm dan pada balok ⓑ 6 cm × 12 cm × 18 cm). Dapat juga ditentukan hubungan perbandingan kesebangunan (misal 1 : 3 seperti pada contoh) dengan perbandingan luas permikaannya. Jika memungkinkan dapat juga menggunakan jaring-jaring balok.

Selain itu, terkait pengukuran volume akan lebih mudah dikerjakan menggunakan ekspresi sederhana dibanding perbandingan luas permukaan. Maka dari itu dapat dikatakan volume balok ⓑ adalah k3 kali lipat dari balok ⓐ dan dituliskan V' = k3V.

Jika balok ⓐ dan balok ⓑ sebangun, dengan perbandingan kesebangunan 1 : k dan ukuran panjang tiap rusuknya seperti terlihat pada gambar di bawah ini. Kita misalkan luas permukaan balok ⓐ dan balok ⓑ secara berurutan adalah S dan S'. Dan volumenya adalah V dan V', maka

$$\begin{aligned} S &= 2\,(ab + bc + ca) \\ S' &= 2\,(ka \times kb + kb \times kc + kc \times ka) \\ &= 2\,(k^2ab + k^2bc + k^2ca) \\ &= k^2 \times 2(ab + bc + ca) \\ &= k^2S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= abc \\ V' &= ka \times kb \times kc \\ &= k^3 \times abc \\ &= k^3V \end{aligned}$$



Pada balok-balok yang sebangun, jika panjang rusuk-rusuk yang bersesuaian menjadi k kali. Maka luas permukaannya akan menjadi k^2 kali dan volumenya menjadi k^3 kali.

Secara umum, pada bangun ruang yang sebangun perubahan luas permukaan dan volumenya berlaku sebagai berikut.

PENTING

Teorema Perbandingan Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang yang Sebangun

1. Perbandingan luas permukaan bangun ruang yang sebangun sama dengan kuadrat dari perbandingan kesebangunannya.
2. Perbandingan volume bangun ruang yang sebangun sama dengan pangkat tiga dari perbandingan kesebangunannya.

Dengan kata lain, jika perbandingan kesebangunannya adalah $m : n$, maka

perbandingan luas sama dengan $m^2 : n^2$
perbandingan volume sama dengan $m^3 : n^3$

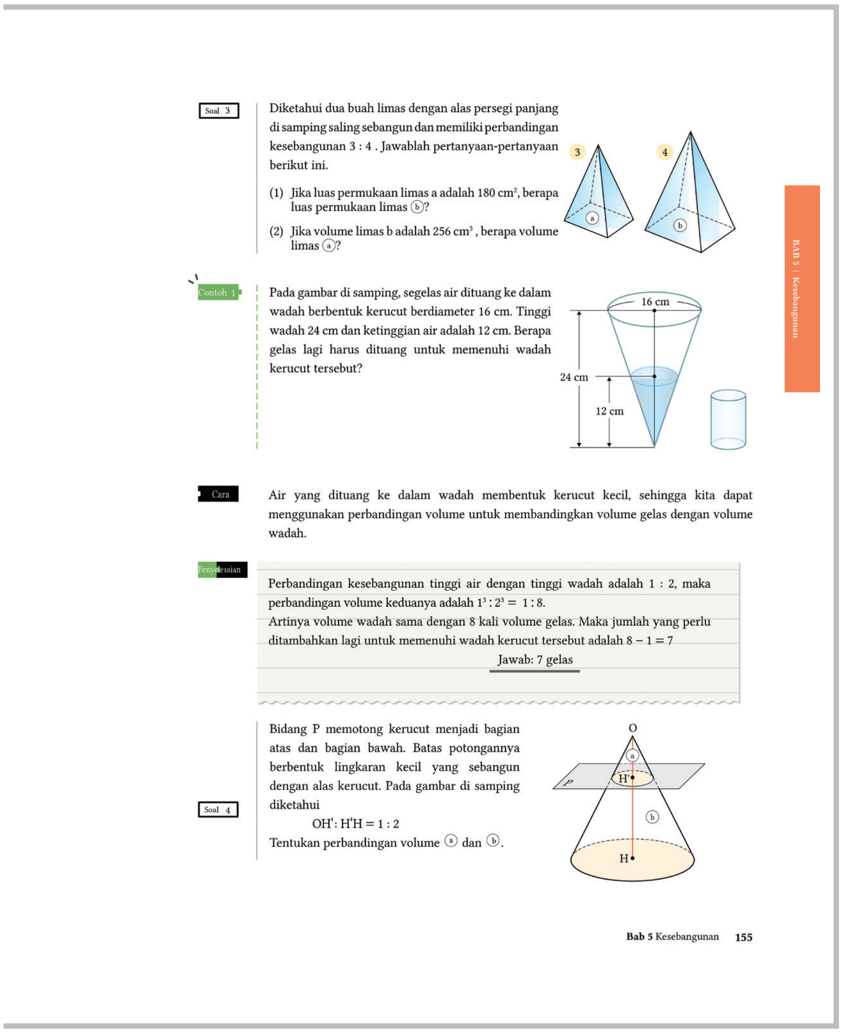
Soal 2 | Diketahui dua buah bola, panjang jari-jarinya 5 cm dan 2 cm. Tentukan perbandingan kesebangunan, perbandingan luas permukaan dan perbandingan volume.

154 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

6. Teorema perbandingan Volume dan perbandingan luas permukaan dari ruang yang sama.

Sampai saat ini, kita telah membahas hubungan perbandingan kesebangunan, perbandingan luas permukaan, dan perbandingan volume dari kubus dan balok. Berdasarkan teorema perbandingan luas bidang yang sebangun diketahui panjangnya pangkat 1, luasnya pangkat 2, dan volumenya pangkat 3. Lalu, siswa diharapkan dapat menjelaskannya dengan menggunakan rumus dan gambar.

Selain hal-hal diatas dapat juga ditambahkan kondisi khusus dari ruang yang sama selain dari kubus dan balok lalu dijadikan sebagai satu teorema umum.



Soal 3

Diketahui dua buah limas dengan alas persegi panjang di samping saling sebangun dan memiliki perbandingan kesebangunan 3 : 4 . Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Jika luas permukaan limas a adalah 180 cm^2, berapa luas permukaan limas ⓑ?

(2) Jika volume limas b adalah 256 cm^3 , berapa volume limas ⓐ?

Contoh 1

Pada gambar di samping, segelas air dituang ke dalam wadah berbentuk kerucut berdiameter 16 cm. Tinggi wadah 24 cm dan ketinggian air adalah 12 cm. Berapa gelas lagi harus dituang untuk memenuhi wadah kerucut tersebut?

Cara

Air yang dituang ke dalam wadah membentuk kerucut kecil, sehingga kita dapat menggunakan perbandingan volume untuk membandingkan volume gelas dengan volume wadah.

Penyelesaian

Perbandingan kesebangunan tinggi air dengan tinggi wadah adalah 1 : 2, maka perbandingan volume keduanya adalah $1^3 : 2^3 = 1 : 8$.
Artinya volume wadah sama dengan 8 kali volume gelas. Maka jumlah yang perlu ditambahkan lagi untuk memenuhi wadah kerucut tersebut adalah $8 - 1 = 7$

Jawab: 7 gelas

Soal 4

Bidang P memotong kerucut menjadi bagian atas dan bagian bawah. Batas potongannya berbentuk lingkaran kecil yang sebangun dengan alas kerucut. Pada gambar di samping diketahui

$OH' : H'H = 1 : 2$

Tentukan perbandingan volume ⓐ dan ⓑ.

Bab 5 Kesebangunan 155

Penyelesaian

Soal 3

(1) Jika luas permukaan ⓐ adalah x cm^2

$$180 : x = 3^2 : 4^2$$
$$x = 320$$

Jawaban 320 cm^2

(2) Jika volume ⓑ adalah y cm^3

$$y : 256 = 3^3 : 4^3$$
$$y = 108$$

Jawaban 108 cm^3

Soal 4

ⓑ dan kerucut utama diketahui sebangun,
Dari OH' : H'H = 1 : 2 diketahui OH' : OH = 1 : 3
Dengan kata lain perbandingan kesebangunannya 1: 3.
Maka dari itu, perbandingan volumenya 1 : 27.
Karena ⓐ adalah kerucut hasil dari perpotongan ⓑ dari kerucut utama maka perbandingan volume ⓑ dan ⓐ adalah 1 : 26.

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

7. Penanganan Soal 3

Soal yang dapat diselesaikan dengan menerapkan teorema dari halaman sebelumnya. Biarkan siswa menuliskan rumus $a^2 : b^2$, $a^3 : b^3$ lalu arahkan siswa untuk menyadari perbandingan kesebangunan, perbandingan luas permukaan, dan perbandingan volume.

Bagi siswa yang tidak bisa membayangkan dua kerucut yang sama, pada (2) dapat dibantu menggunakan cara menambahkan angka tertentu (contoh alas ⓐ adalah salah satu sisi dari bidang persegi dan tinggi kerucut 12 cm).

Dengan menghitung luas permukaan alas dan volume berdasarkan panjang satu sisi alas dan tinggi kerucut ⓑ. Siswa dapat dibimbing untuk lebih memahami bahwa perbandingan luas permukaannya adalah pangkat 2 dan perbandingan volumenya adalah pangkat 3 dari hasil perhitungan sebelumnya.

8. Penanganan Contoh 1, Soal 4

Pada Soal 1 di hal. 153, kita menemukan fakta bahwa dua buah kerucut tidak selalu sebangun tetapi kali ini kita akan mempelajari sifat kerucut.

"Kerucut yang terbentuk dari hasil potongan kerucut utama dengan bidang yang sejajar alas kerucut utama akan sebangun dengan kerucut utama."

Pada Soal 4, kita akan terpaku pada volume kerucut yang dipotong atasnya. Jika perbandingan kesebangunan kerucut kecil dan kerucut besar adalah a: b maka perbandingan volume kerucut kecil dan kerucut besar adalah $a^3 : (b^3 - a^3)$.

Dibanding mengarahkan siswa untuk mengingat hal tersebut sebagai sebuah rumus, arahkan siswa untuk menyadari pemikiran atau pandangan tentang berapa volume kerucut besar dan volume kerucut kecil diatur ke 1.

Mari kita periksa

(0,5 jam)

Penyelesaian

1

(1) Perbandingan volume nya karena dua kali lipat dari perbandingan kesebangunan maka
$2^2 : 3^2 = 4 : 9$

(2) Jika luas permukaan $\triangle DEF$ diumpamakan x cm^2
$32 : x = 4 : 9$
$x = 72$

<u>Jawaban 72 cm^2</u>

2

Perbandingan kesebangunannya $6 : 8 = 3 : 4$
Perbandingan luas permukaannya $3^2 : 4^2 = 9 : 16$
Perbandingan volumenya $3^3 : 4^3 = 27 : 64$

---

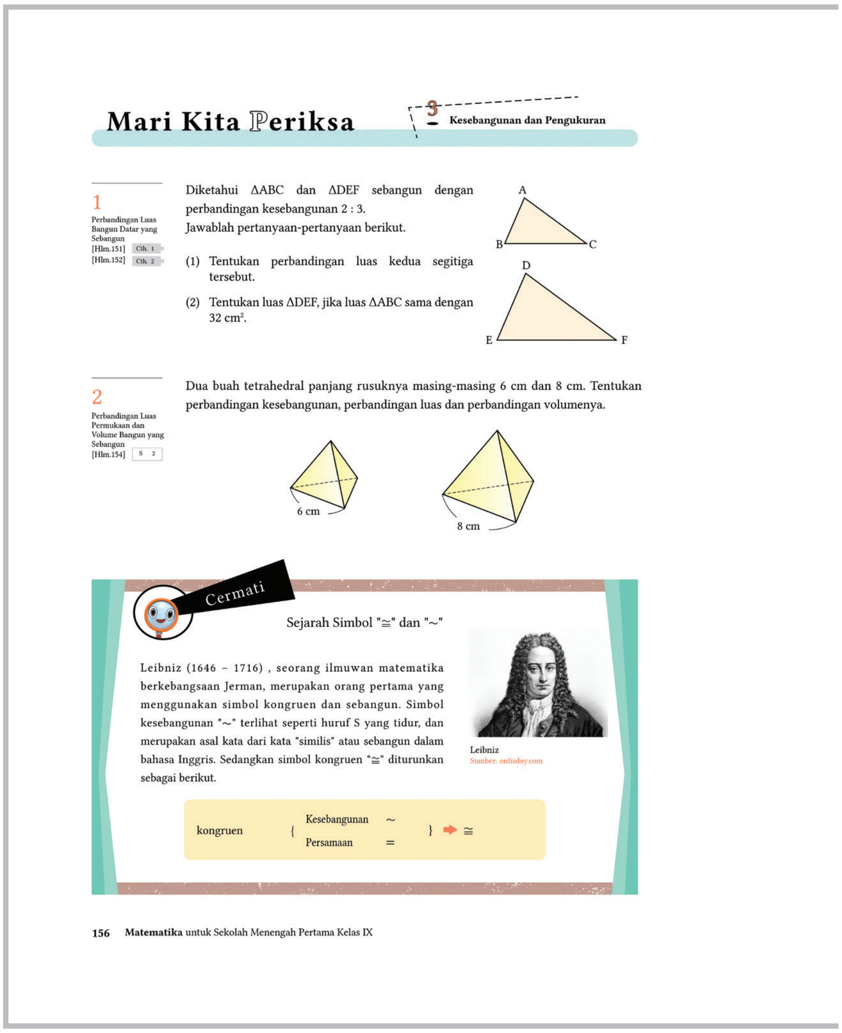
6. Asal Muasal Lambang "≅, ∼"

Beritahu siswa asal muasal lambang kesebangunan ∼ bersamaan dengan pemahaman bahwa kongruen memiliki makna bentuk yang sama, luas yang sama.

Istilah "kesamaan" juga digunakan dalam Elemen Euklides, tetapi istilah "gabungan" tidak digunakan. Di negara Barat, kekongruenan disebut "setara dan serupa". Congruence, congruent yang merupakan Bahasa Inggris dari kata kongruen mulai digunakan secara umum setelah pada abad ke-18.

Leibniz adalah orang pertama yang menggunakan simbol sebangun dan kongruen. Pada manuskrip 1679, ia memperkenalkan ∼ sebagai simbol kesamaan dan ≃ sebagai simbol kesesuaian. Lambang kongruen Leibniz awalnya satu buah sama dengan ≃ , tetapi di paruh kedua abad ke-18 = dan ∼ digabungkan menjadi satu menjadi ≅ .

[Referensi] Zenichiro Katano (2003) "Cerita Istilah dalam Matematika dan Simbol " Shokabo



Mari Kita Periksa

3 Kesebangunan dan Pengukuran

1
Perbandingan Luas Bangun Datar yang Sebangun
[Hlm.151] Cth. 1
[Hlm.152] Cth. 2

Diketahui ΔABC dan ΔDEF sebangun dengan perbandingan kesebangunan 2 : 3.
Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan perbandingan luas kedua segitiga tersebut.

(2) Tentukan luas ΔDEF, jika luas ΔABC sama dengan 32 cm^2.

2
Perbandingan Luas Permukaan dan Volume Bangun yang Sebangun
[Hlm.154] S 2

Dua buah tetrahedral panjang rusuknya masing-masing 6 cm dan 8 cm. Tentukan perbandingan kesebangunan, perbandingan luas dan perbandingan volumenya.

Sejarah Simbol "≅" dan "∼"

Leibniz (1646 – 1716) , seorang ilmuwan matematika berkebangsaan Jerman, merupakan orang pertama yang menggunakan simbol kongruen dan sebangun. Simbol kesebangunan "∼" terlihat seperti huruf S yang tidur, dan merupakan asal kata dari kata "similis" atau sebangun dalam bahasa Inggris. Sedangkan simbol kongruen "≅" diturunkan sebagai berikut.

Leibniz
Sumber: ontisday.com

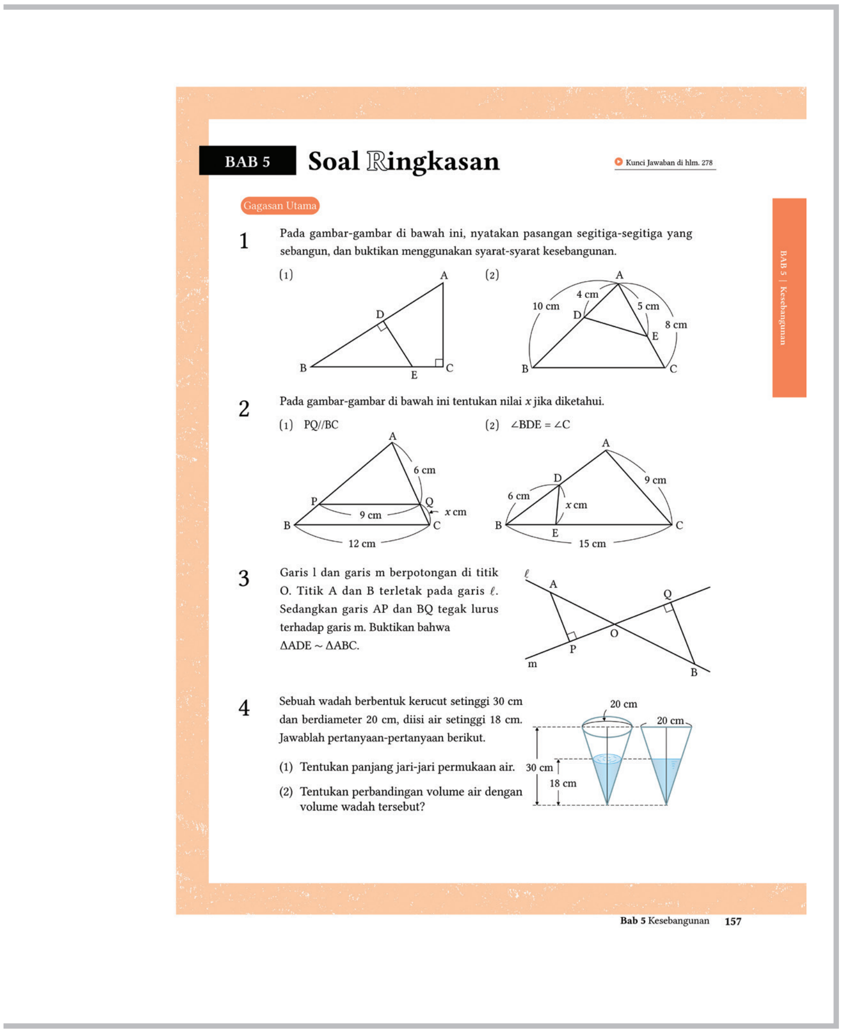
kongruen { Kesebangunan ∼ ; Persamaan = } → ≅

156 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Referensi ▶ Ruang Sebangun yang ada di sekitar kita.

Kita dapat mengambil sendok takar untuk memasak sebagai contoh ruang sebangun yang ada di sekitar kita.

Kebanyakannya terbentuk dari pegangan dan sebuah setengah bola. Sendok makan dan sendok teh bisa dianggap sebangun (tidak termasuk pegangannya). Diketahui bahwa volume sendok makan adalah 15 ml dan volume sendok teh 5 ml maka perbandingan volumenya adalah 3 : 1. Oleh karena itu, perbandingan kesebangunannya adalah $3\sqrt{3} : 1 = 1{,}4422... : 1$. Jika diukur, diameter sendok makan adalah sekitar 38,5 mm, dan diameter satu sendok teh sekitar 26,7 mm dan hal tersebut adalah perbandingan kesebangunan.



BAB 5 **Soal Ringkasan**

Kunci Jawaban di hlm. 278

Gagasan Utama

1 Pada gambar-gambar di bawah ini, nyatakan pasangan segitiga-segitiga yang sebangun, dan buktikan menggunakan syarat-syarat kesebangunan.

(1) (2)

2 Pada gambar-gambar di bawah ini tentukan nilai x jika diketahui.

(1) PQ//BC (2) ∠BDE = ∠C

3 Garis l dan garis m berpotongan di titik O. Titik A dan B terletak pada garis ℓ. Sedangkan garis AP dan BQ tegak lurus terhadap garis m. Buktikan bahwa ΔADE ~ ΔABC.

4 Sebuah wadah berbentuk kerucut setinggi 30 cm dan berdiameter 20 cm, diisi air setinggi 18 cm. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan panjang jari-jari permukaan air.

(2) Tentukan perbandingan volume air dengan volume wadah tersebut?

BAB 5 | Kesebangunan

Bab 5 Kesebangunan 157

Soal Ringkasan Bab 5

(2 jam)

Penyelesaian

1

(1) △ABC ~ △EBD, dua pasang sudutnya sama. (sudut, sudut)

(2) △ABC ~ △EBD, perbandingan dua pasang sisi dan sudut yang terbentuk diantaranya sama. (sisi, sudut, sisi)

2

(1) $6 : (6+x) = 9 : 12$

$54 + 9x = 72$

$9x = 18$

$x = 2$

(2) $x : 9 = 6 : 12$

$15x = 54$

$x = \frac{8}{15}$

3

Pada △APO dan △BQO

diketahui

∠APO = ∠BQO = 90° ①

Karena sudut pada titik puncak sama,

∠AOP = ∠BOQ ②

Dari ① dan ② karena dua pasang sudutnya sama maka △APO ~ △BQO

4

(1) Karena wadah dan volume air sebangun dan jika diameter permukaan air dinyatakan x cm.

$20 : x = 30 : 18$

$30x = 360$

$x = 12$

(2) Karena perbandingan kesebangunan air dan wadah diketahui 3 : 5 maka perbandingan volumenya $3^3 : 5^3 = 27 : 125$

Oleh karena itu, volume air adalah $\frac{27}{125}$ kali lipat volume wadah.

Jawaban $\frac{27}{125}$ kali lipat

(Cara lain (1))

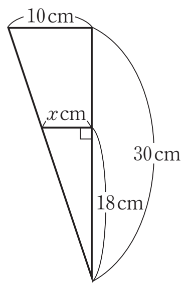
Jika digunakan segitiga siku-siku seperti gambar disamping.

$10 : x = 30 : 18$

$30x = 180$

$x = 6$

Jawaban 6 cm



Penyelesaian

(Penerapan)

1

Karena $\triangle APB \sim \triangle DPC$ maka

BP : PC = 2 : 3

Pada $\triangle BCD$ diketahui PQ // CD maka

BQ : BD = BP : BC = 2 : 5

Jika BQ = x cm

x : 15 = 2 : 5

$x = 6$

Oleh karena itu, BQ = 6 cm

dan diketahui

PQ : CD = BP : BC = 2 : 5

Jika PQ = y cm,

y : 9 = 2 : 5

$y = 3{,}6$

Oleh karena itu, PQ = 3,6 cm

2

(1) Pada $\triangle CAB$, H adalah titik tengah CA dan E adalah titik tengah CB.

HE //AB, HE = $\frac{1}{2}$ AB ①

Pada $\triangle DAB$, F adalah titik tengah DA dan G adalah titik tengah DB.

FG//AB, FG = $\frac{1}{2}$ AB ②

Dari ① dan ② diketahui HE//FG maka HE = FG

Oleh karena itu, segiempat FGEH adalah jajar genjang karena satu pasang sisi-sisinya sejajar dan sama.

(2) Belah ketupat

3

Pada $\triangle ADQ$ dan $\triangle QCP$,

$\angle D = \angle C = 90°$ ①

$\angle DAQ = 180° - \angle D - \angle DQA$

$= 90° - \angle DQA$ ②

$\angle CQP = 180° - \angle AQP - \angle DQA$

$= 90° - \angle DQA$ ③

Dari ② dan ③,

$\angle DAQ = \angle CQP$ ④

Dari ① dan ④ karena dua pasang sudutnya sama maka $\triangle ADQ \sim \triangle QCP$

4

(1) Diketahui DA//CE

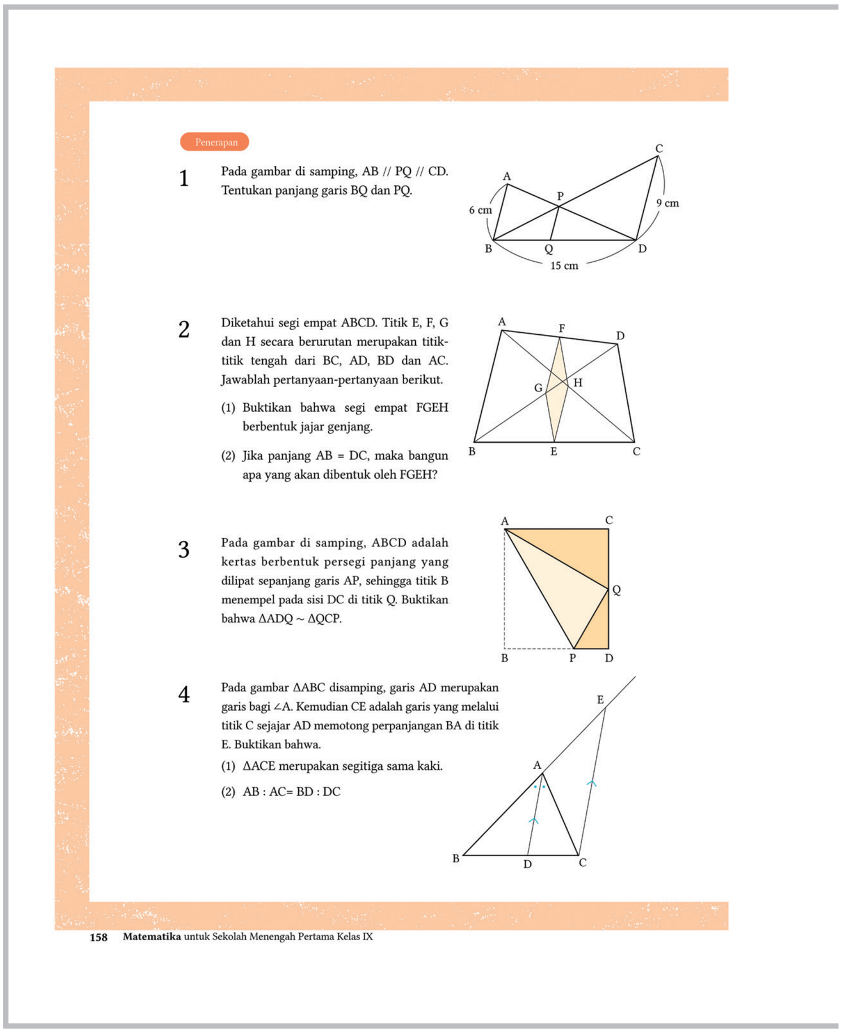
$\angle BAD = \angle AEC$ ①

$\angle CAD = \angle ACE$ ②

Diasumsikan $\angle BAD = \angle CAD$ ③

Dari ①, ②, ③, $\angle AEC = \angle ACE$

Karena kedua sudut sama maka $\triangle ACE$ adalah segitiga sama kaki



Penerapan

1 Pada gambar di samping, AB // PQ // CD. Tentukan panjang garis BQ dan PQ.

2 Diketahui segi empat ABCD. Titik E, F, G dan H secara berurutan merupakan titik-titik tengah dari BC, AD, BD dan AC. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa segi empat FGEH berbentuk jajar genjang.

(2) Jika panjang AB = DC, maka bangun apa yang akan dibentuk oleh FGEH?

3 Pada gambar di samping, ABCD adalah kertas berbentuk persegi panjang yang dilipat sepanjang garis AP, sehingga titik B menempel pada sisi DC di titik Q. Buktikan bahwa ΔADQ ~ ΔQCP.

4 Pada gambar ΔABC disamping, garis AD merupakan garis bagi ∠A. Kemudian CE adalah garis yang melalui titik C sejajar AD memotong perpanjangan BA di titik E. Buktikan bahwa.

(1) ΔACE merupakan segitiga sama kaki.

(2) AB : AC= BD : DC

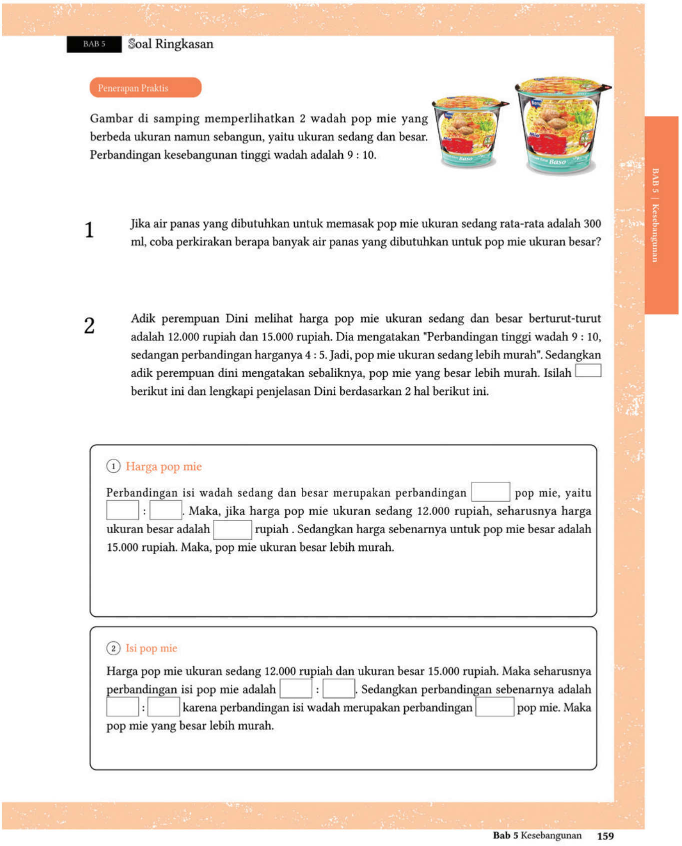
158 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

(2) Pada $\triangle BCE$ diketahui DA//CE

AB AE = BD : DC

Berdasarkan (1) diketahui AE = AC

Maka AB : AC = BD : DC



BAB 5 Soal Ringkasan

Penerapan Praktis

Gambar di samping memperlihatkan 2 wadah pop mie yang berbeda ukuran namun sebangun, yaitu ukuran sedang dan besar. Perbandingan kesebangunan tinggi wadah adalah 9 : 10.

1 Jika air panas yang dibutuhkan untuk memasak pop mie ukuran sedang rata-rata adalah 300 ml, coba perkirakan berapa banyak air panas yang dibutuhkan untuk pop mie ukuran besar?

2 Adik perempuan Dini melihat harga pop mie ukuran sedang dan besar berturut-turut adalah 12.000 rupiah dan 15.000 rupiah. Dia mengatakan "Perbandingan tinggi wadah 9 : 10, sedangan perbandingan harganya 4 : 5. Jadi, pop mie ukuran sedang lebih murah". Sedangkan adik perempuan dini mengatakan sebaliknya, pop mie yang besar lebih murah. Isilah ☐ berikut ini dan lengkapi penjelasan Dini berdasarkan 2 hal berikut ini.

① Harga pop mie

Perbandingan isi wadah sedang dan besar merupakan perbandingan ☐ pop mie, yaitu ☐ : ☐. Maka, jika harga pop mie ukuran sedang 12.000 rupiah, seharusnya harga ukuran besar adalah ☐ rupiah . Sedangkan harga sebenarnya untuk pop mie besar adalah 15.000 rupiah. Maka, pop mie ukuran besar lebih murah.

② Isi pop mie

Harga pop mie ukuran sedang 12.000 rupiah dan ukuran besar 15.000 rupiah. Maka seharusnya perbandingan isi pop mie adalah ☐ : ☐. Sedangkan perbandingan sebenarnya adalah ☐ : ☐ karena perbandingan isi wadah merupakan perbandingan ☐ pop mie. Maka pop mie yang besar lebih murah.

BAB 5 | Kesebangunan

Bab 5 Kesebangunan 159

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan

Referensi ▶ **Ruang Sebangun yang ada di sekitar kita.**

Pada umumnya, diketahui bahwa jika dua benda bentuknya sama namun besarnya berbeda maka disebut sebangun. Benda ruang yang berada di sekitar kita meskipun kebanyakan terlihat bentuknya sama namun tidak selalu sebangun seperti contoh dibawah ini.

Wadah kemasan susu dengan kapasitas 1000 ml dan 500 ml, kedua alasnya sama-sama persegi dan sisi-sisi alasnya 7 cm, salah satu kemasan tingginya dua kali lipat karton lainnya. Berdasarkan hal tersebut sudah jelas bahwa dua kemasan tersebut tidak sebangun.

Selain itu, kemasan susu 500 ml dan 270 ml meskipun terlihat sama namun perbandingan antara kedua alas dan tingginya berbeda. Dapat juga untuk dibuat kegiatan untuk memanfaatkan matematika untuk menelaah besar sudut, panjang sisi berdasarkan pengukuran menggunaakan benda yang sebenarnya.

Penyelesaian

(Penerapan)

1

Perbandingan Kesebangunannya 9 : 10

Perbandingan Volumenya 93 : 103 = 729 : 1000

Jika air panas pada gelas ukuran besar diumpamakan x ml.

Maka, 300 : x = 729 : 1000

729x = 300000

x= 411,522

<u>Jawaban kira-kira 410 ml</u>

2

① Secara berurutan: Volume, 729, 1000, 165

② Secara berurutan: 120, 150, volume, 729,1000

Membuat Pertanyaan

(1,5 jam)

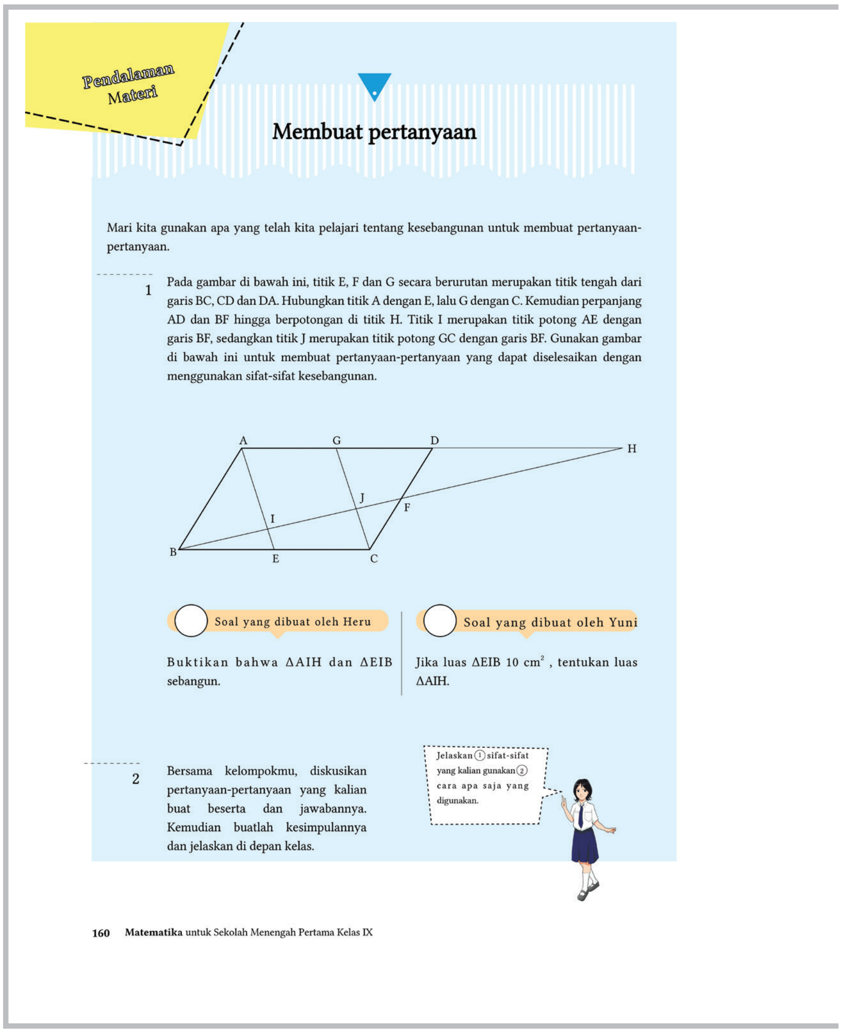
Tujuan

Peserta didik dapat membuat pertanyaan menggunakan pembelajaran tentang kesebangunan.

Jawaban

1.
Disingkat
2.
Disingkat

Penjelasan/hal-hal yang perlu diperhatikan


Pendalaman Materi

Membuat pertanyaan

Mari kita gunakan apa yang telah kita pelajari tentang kesebangunan untuk membuat pertanyaan-pertanyaan.

1 Pada gambar di bawah ini, titik E, F dan G secara berurutan merupakan titik tengah dari garis BC, CD dan DA. Hubungkan titik A dengan E, lalu G dengan C. Kemudian perpanjang AD dan BF hingga berpotongan di titik H. Titik I merupakan titik potong AE dengan garis BF, sedangkan titik J merupakan titik potong GC dengan garis BF. Gunakan gambar di bawah ini untuk membuat pertanyaan-pertanyaan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan sifat-sifat kesebangunan.

Soal yang dibuat oleh Heru

Buktikan bahwa ΔAIH dan ΔEIB sebangun.

Soal yang dibuat oleh Yuni

Jika luas ΔEIB 10 cm^2, tentukan luas ΔAIH.

2 Bersama kelompokmu, diskusikan pertanyaan-pertanyaan yang kalian buat beserta dan jawabannya. Kemudian buatlah kesimpulannya dan jelaskan di depan kelas.

160 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

1. Penanganan 1

(Jawaban soal Heru)
Pada $\triangle AIH$ dan $\triangle EIB$ diketahui AH//BE
$\angle HAI = \angle BEI$ ①
$\angle AHI = \angle EBI$ ②
Dari ① dan ② karena dua pasang sudutnya sama maka $\triangle AIH \sim \triangle EIB$
(Jawaban soal Yuni)
$AD = DH = BC$ ①
$BE = \frac{1}{2}$ BC ②
Dari ① dan ② diketahui AH : BE = 4 : 1
Maka perbandingan kesebangunan
$\triangle AIH$ dan $\triangle EIB$ is 4 : 1 dan
perbandingan luasnya 6 : 1.
Jika luas $\triangle AIH$ adalah x cm^2 maka

$x : 10 = 16 : 1$
$x = 160$

Jawaban 160 cm^2

Maka perbandingan segitiga yang sebangun adalah
$\triangle EIB \sim \triangle CJB \sim \triangle GJH \sim \triangle AIH$
(Perbandingan kesebangunannya 1 : 2 : 3 : 4)
$\triangle FCB \sim \triangle FDH \sim \triangle BAH$
(Perbandingan kesebangunannya 1 : 1 : 2)
($\triangle FCB \cong \triangle FDH$))
$\triangle CFJ \sim \triangle ABI$ (perbandingan kesebangunannya 1 : 2)
$\triangle ABE \sim \triangle CDG$ (perbandingan kesebangunannya 1 : 1
($\triangle ABE \cong \triangle CDG$))

Jika pada sesi pembuatan soal tidak berjalan sesuai rencana, para siswa dapat diarahkan untuk menemukan pasangan segitiga sebangun seperti pada penjelasan di atas. Hal tersebut dapat dikembangkan ke tahap penghitungan luas bidang, panjang sisi dalam perbandingan kesebangunan, pembuktian kesebangunan segitiga, dll. Selain dari itu, siswa perlu diarahkan mengenai cara pandang yang tepat ketika menangani kegiatan membuat soal ini, contoh seperti dibawah ini dapat dipertimbangkan. Pada soal mencari sudut (contoh: temukan sudut yang sama dan $\angle IEB$), pada soal mencari perbandingan panjang garis (contoh: Temukan BI : IJ), dan pada soal mencari perbandingan luas (contoh: Luas trapesium ABCD berapa kali lipat BCF) student's situation.

2. Penanganan 2

Jika ada waktu lebih, tidak hanya melaporkan hasil kegiatan ini namun dapat juga dilaksanakan kegiatan diskusi kelompok, 1 kelompok terdiri dari 4 orang, dan penilaian terkait kegiatan mencoba membuat soal.

BAB 6

Lingkaran

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi Republik Indonesia, 2022
Buku Panduan Guru Matematika Untuk Smp Kelas Ix
Penulis: Tim Gakko Tohso
Penyadur: Wahyu Setyaningrum S. dan Sukarman
ISBN: 978-602-244-836-5

(Pembuka bab 1 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat mengamati, mengoperasikan dan melakukan percobaan, menyadari keberadaan lingkaran di sekitar yang menumbuhkan minat dan keinginan untuk belajar.
2. Peserta didik dapat memahami "Teorema Sudut Keliling" dan "Teorema Sudut Pusat" secara praktis.

Penjelasan dan Perhatikan

1. Penanganan Halaman ini

Ketika menendang bola dalam permainan sepak bola, bukan hanya jarak ke gawang, tetapi juga penting untuk memastikan besar sudut agar bola masuk ke gawang. Misalnya di kelas ada yang berpengalaman dalam sepak bola, di antara titik P dan Q, manakah yang lebih baik untuk menendang bola dan jika ia seorang kiper, dari titik manakah yang lebih baik ketika melindungi gawangnya, dengan meminta mereka berpikir akan lebih mudah untuk dapat merasakannya.

2. Penanganan 1

Soal untuk membuktikan teorema terbalik sudut keliling. Jika memindahkan posisi menendang bola sambil tetap menjaga sudut ke gawang secara konstan, bahwa lokus menjadi busur dapat dipahami melalui kegiatan secara praktis dengan menggunakan penggaris segitiga.

Siswa mengenali sebuah lingkaran sebagai kumpulan titik yang berjarak sama dari 1 titik, tetapi melalui kegiatan ini, dapat membayangkan sisi lain yang dimiliki lingkaran. Dengan begitu, akan menumbuhkan motivasi dalam mempelajari tentang lingkaran lebih mendalam lagi.

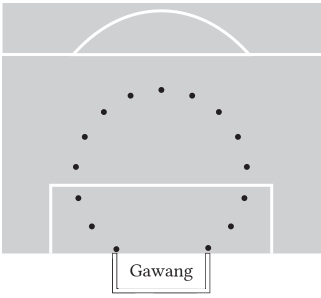
Tempelkan paku payung pada bagian yang mengenai tiang gawang, kemudian dengan menggeser penggaris segitiga, akan lebih mudah untuk menentukan titik subyeknya.

Selanjutnya, selain sudut 30°, pastikan bahwa lokus menjadi busur dengan cara yang sama, secara praktis akan memberikan pemahaman bahwa sifat - sifatnya berlaku secara umum.

Selain pada sepak bola, dapat dipertimbangkan untuk melakukan hal yang sama pada papan tulis dengan kursi siswa, layar bioskop dengan kursi penonton, subyek foto dengan kamera, atau bilyar. Percobaan bisa dilakukan menyesuaikan kondisi yang sesuai dengan siswa.

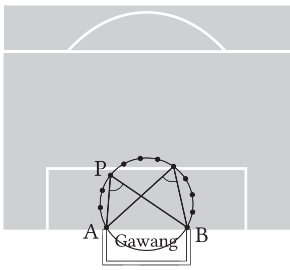
Penyelesaian

1

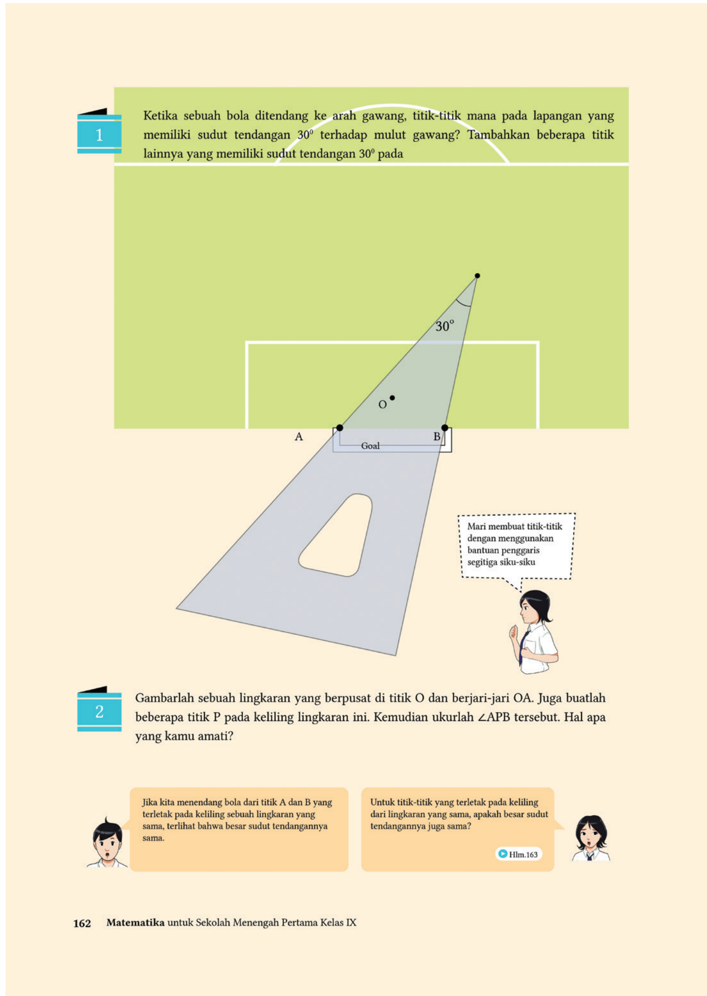


Menjadi lingkaran (busur)

2



Jika menempatkan titik P di mana pun, maka ∠APB akan tetap 60°



1 Ketika sebuah bola ditendang ke arah gawang, titik-titik mana pada lapangan yang memiliki sudut tendangan 30⁰ terhadap mulut gawang? Tambahkan beberapa titik lainnya yang memiliki sudut tendangan 30⁰ pada

2 Gambarlah sebuah lingkaran yang berpusat di titik O dan berjari-jari OA. Juga buatlah beberapa titik P pada keliling lingkaran ini. Kemudian ukurlah ∠APB tersebut. Hal apa yang kamu amati?

162 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

---

3. Penanganan 2

Soal untuk membuktikan teorema sudut keliling.

Buatlah lingkaran dengan garis tengah OA yang berpusat pada titik O, kemudian tempatkan titik P pada lingkaran, maka jika mengukur ∠APB hasilnya adalah 60°.

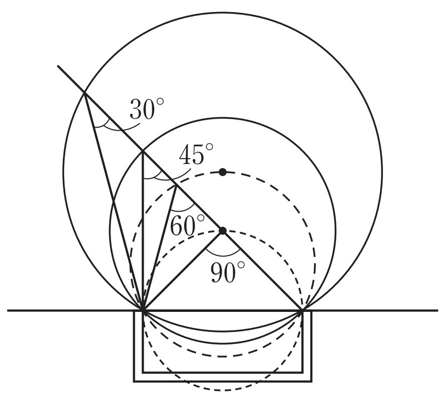
Jika menempatkan titik P dimana pun, maka ∠APB tetap 60°. Dari hal ini, bisa diperkirakan teoroma sudut keliling.

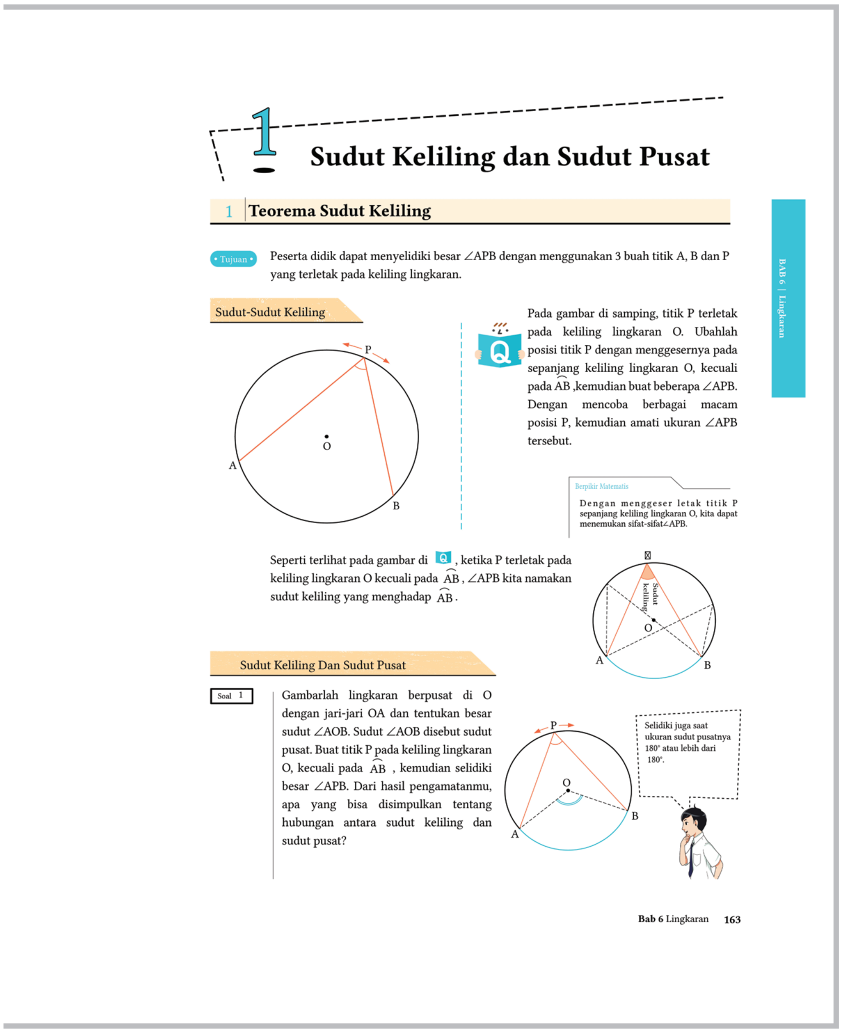
4. Penanganan terhadap balon percakapan

Melalui kegiatan 2, bisa diperkirakan bahwa ∠APB menjadi sama. Dari sini , agar memiliki minat pada apakah benar - benar menjadi sama, apakah lingkaran yang pun bisa terjadi hal yang sama, memberikan motivasi pada pembelajaran halaman berikutnya.

Referensi Penanganan Lanjutan

Benda yang digambar disini cuma busur, belum sepenuhnya menjadi lingkaran. Mungkin ada siswa yang bertanya "dimanakah pusat lingkarannya?", bagaimanakah cara menggambar sisa lingkaran pada bagian dalam gawang?", dan lain - lain. Untuk menjawabnya, bisa melakukan pengembangan pengajaran sesuai dengan kebutuhan seperti dengan menunjukkan cara membuat gambar untuk menemukan pusat lingkaran, atau meminta siswa untuk mencari posis pusat busur 30°, 45° masing - masing berada di atas busur 60°, 90° seperti pada gambar di bawah ini, dan lain - lain.




1 Sudut Keliling dan Sudut Pusat

1 | Teorema Sudut Keliling

• Tujuan • Peserta didik dapat menyelidiki besar ∠APB dengan menggunakan 3 buah titik A, B dan P yang terletak pada keliling lingkaran.

Sudut-Sudut Keliling

Pada gambar di samping, titik P terletak pada keliling lingkaran O. Ubahlah posisi titik P dengan menggesernya pada sepanjang keliling lingkaran O, kecuali pada $\widehat{AB}$,kemudian buat beberapa ∠APB. Dengan mencoba berbagai macam posisi P, kemudian amati ukuran ∠APB tersebut.

Berpikir Matematis

Dengan menggeser letak titik P sepanjang keliling lingkaran O, kita dapat menemukan sifat-sifat∠APB.

Seperti terlihat pada gambar di Q, ketika P terletak pada keliling lingkaran O kecuali pada $\widehat{AB}$, ∠APB kita namakan sudut keliling yang menghadap $\widehat{AB}$.

Sudut Keliling Dan Sudut Pusat

Soal 1 | Gambarlah lingkaran berpusat di O dengan jari-jari OA dan tentukan besar sudut ∠AOB. Sudut ∠AOB disebut sudut pusat. Buat titik P pada keliling lingkaran O, kecuali pada $\widehat{AB}$, kemudian selidiki besar ∠APB. Dari hasil pengamatanmu, apa yang bisa disimpulkan tentang hubungan antara sudut keliling dan sudut pusat?

Bab 6 Lingkaran 163

BAB 6 | Lingkaran

1. Sudut Keliling dan Sudut Pusat

(6 jam)

1| Teorema Sudut Keliling

(4 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat menemukan hubungan antara sudut keliling dan sudut pusat, memahami pembuktian sudut luar segitiga dan segitiga sama kaki berdasarkan sifat - sifatnya.
2. Peserta didik memahami hubungan antara persamaan busur dengan sudut pusat dan sudut keliling.

Penyelesaian

Q

Jika menempatkan titik P dimana pun pada sudut lingkaran selain AB, maka ∠APB=60°.

Soal 1

Besar sudut keliling ∠APB sudah tetap.
Bisa diperkirakan bahwa sudut keliling adalah setengah dari sudut pusat.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Q, Penanganan secara matematis

Sama seperti pada halaman 2 sebelumnya, dengan menempatkan titik dan membuat sudut pada lingkaran, selain bisa diketahui sebagai "sudut lingkaran", tetapi juga bisa memperkirakan secara induktif melalui percobaan dan pengamatan bahwa sudut lingkaran jika ditempatkan di posisi mana pun akan membentuk sudut 60°.

Membantu siswa agar dapat menemukan sendiri sifat - sifat tersebut.

2. Definisi Kesebangunan.

Menyelidiki apakah berlaku atau tidak jika mengubah besar sudut pusat pada fakta yang dibahas di Q.

Gambarlah lingkaran besar pada buku catatan, kemudian perintahkan agar mengukur sudut keliling sebanyak mungkin.

Jadikan balon percakapan Soal 1 sebagai referensi, arahkan siswa untuk mencoba memeriksa jika sudut pusat 180° atau lebih dari 180°, kemudian dapat memperkirakan sifat - sifatnya berlaku secara luas dan umum.

Kemudian, siswa dapat mengungkapkan secara lisan sifat - sifat dari sudut keliling (perkiraan) berpatokan pada hasil pemeriksaan Q dan soal 1.

Jika sudah siap, selain mengukur besar sudut dengan busur derajat, gunakan juga alat peraga matematika digital untuk memastikan bahwa besar sudut keliling ∠APB tetap, dan sudut keliling setengah dari sudut pusat sambil menunjukkan pergerakan titik P pada sudut keliling.

Penyelesaian

Soal 2

(1) OP = Segitiga sama kaki OA

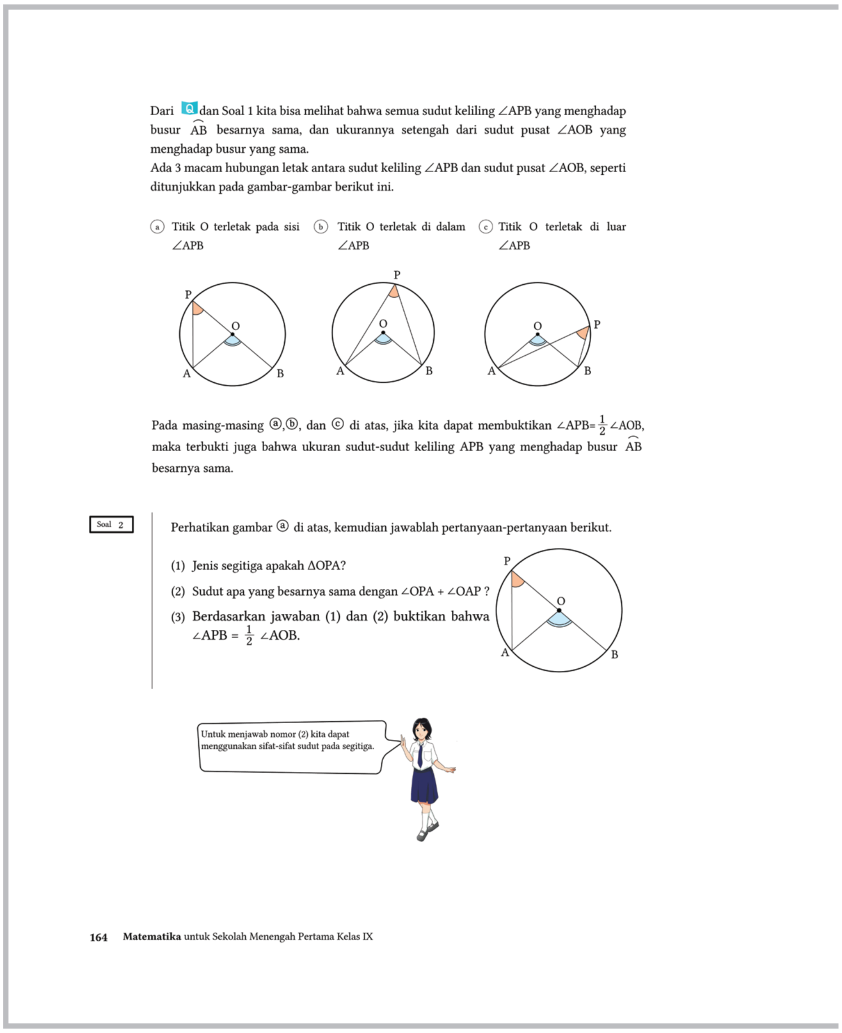
(2) $\angle AOB$

(3) Jika ΔOPA adalah segitiga sama kaki OP = OA,
maka $\angle OPA = \angle OAP$
Jika $\angle AOB$ adalah sudut luar ΔOPA,
maka

$$\begin{aligned}\angle AOB &= \angle OPA + \angle OAP\\ &= 2\angle OPA\\ &= 2\angle APB\end{aligned}$$

Oleh karena itu,

$$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$$



Dari Q dan Soal 1 kita bisa melihat bahwa semua sudut keliling $\angle APB$ yang menghadap busur $\overset{\frown}{AB}$ besarnya sama, dan ukurannya setengah dari sudut pusat $\angle AOB$ yang menghadap busur yang sama.
Ada 3 macam hubungan letak antara sudut keliling $\angle APB$ dan sudut pusat $\angle AOB$, seperti ditunjukkan pada gambar-gambar berikut ini.

ⓐ Titik O terletak pada sisi $\angle APB$

ⓑ Titik O terletak di dalam $\angle APB$

ⓒ Titik O terletak di luar $\angle APB$

Pada masing-masing ⓐ,ⓑ, dan ⓒ di atas, jika kita dapat membuktikan $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$, maka terbukti juga bahwa ukuran sudut-sudut keliling APB yang menghadap busur $\overset{\frown}{AB}$ besarnya sama.

Soal 2

Perhatikan gambar ⓐ di atas, kemudian jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Jenis segitiga apakah ΔOPA?

(2) Sudut apa yang besarnya sama dengan $\angle OPA + \angle OAP$?

(3) Berdasarkan jawaban (1) dan (2) buktikan bahwa $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$.

164 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Hubungan Posisi Sudut Keliling dan Sudut Pusat

Sampai tahap ini, sudah memperkirakan sifat - sifat sudut keliling berdasarkan percobaan dan pengamatan, disini akan dibuktikan dan menyimpulkannya sebagai teorema sudut keliling.

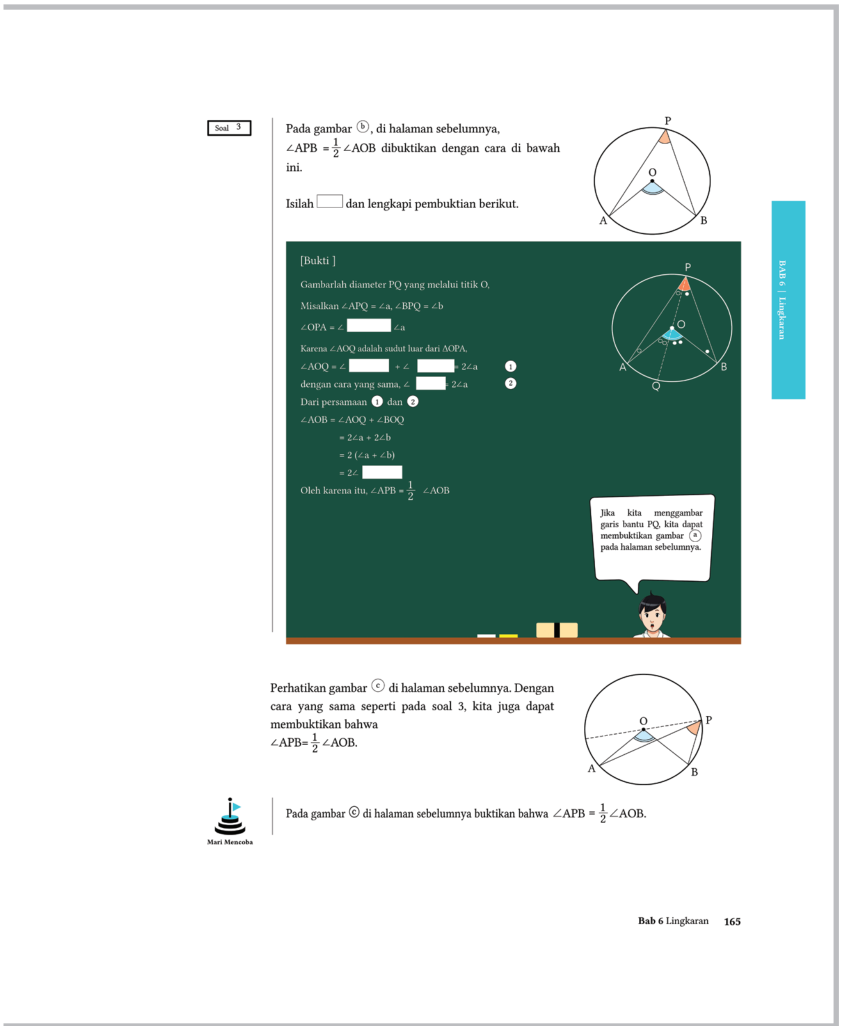
Untuk membuktikan bahwa sudut keliling konstan dan setengahnya dari sudut pusat terhadap busur yang sama, perlu untuk mempertimbangkan membaginya menjadi 3 seperti yang ditunjukkan pada (a), (b), dan (c).

Poin yang menjadi perhatian dalam panduan mengajar mengenai pembuktian hubungan sudut keliling dan sudut pusat adalah, yang menjadi tujuan bukan untuk memahami perlunya bukti pembagian kasusnya, tetapi sasarannya adalah pentingnya untuk membuktikan dan mengaplikasikan hal - hal yang sudah dipelajari.

4. Penanganan Soal 2 (Pembuktian kasus ⓐ)

Cara dalam pembuktian kasus ini adalah, menjadi cara mendasar ketika membuktikan dua kasus yang tersisa (ⓑ, ⓒ). Fakta bahwa segitiga yang dua sisinya merupakan jari-jari lingkaran adalah segitiga sama kaki, bisa digunakan pada pembuktian lainnya.

Teorema sudut keliling menunjukkan sifat - sifat yang berlaku pada sudut mana saja. Pada kasus (a), ingin memastikan bahwa pembuktian berlaku meskipun mengubah lingkup sudut pusat 0º - 180º.



Soal 3

Pada gambar ⓑ, di halaman sebelumnya, $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$ dibuktikan dengan cara di bawah ini.

Isilah ☐ dan lengkapi pembuktian berikut.

[Bukti]

Gambarlah diameter PQ yang melalui titik O,

Misalkan $\angle APQ = \angle a$, $\angle BPQ = \angle b$

$\angle OPA = \angle$ ☐ $\angle a$

Karena $\angle AOQ$ adalah sudut luar dari $\triangle OPA$,

$\angle AOQ = \angle$ ☐ $+ \angle$ ☐ $= 2\angle a$ ❶

dengan cara yang sama, $\angle$ ☐ $= 2\angle a$ ❷

Dari persamaan ❶ dan ❷

$\angle AOB = \angle AOQ + \angle BOQ$

$= 2\angle a + 2\angle b$

$= 2 (\angle a + \angle b)$

$= 2\angle$ ☐

Oleh karena itu, $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$

BAB 6 | Lingkaran

Perhatikan gambar ⓒ di halaman sebelumnya. Dengan cara yang sama seperti pada soal 3, kita juga dapat membuktikan bahwa $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$.

Mari Mencoba

Pada gambar ⓒ di halaman sebelumnya buktikan bahwa $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$.

Bab 6 Lingkaran 165

Penyelesaian

Soal 3

OAP, OPA, OAP, BOQ, APB

Mari Mencoba

Diameter melewati titik P

Menarik titik - titik PQ

Dari OP = OA,

$\angle OPA = \angle OAP$

maka,

$\angle AOQ = \angle OPA + \angle OAP$

$= 2 \angle OPA$

Oleh karena itu,

$\angle AOQ = 2\angle APQ$ ①

Demikian pula,

$\angle BOQ = 2 \angle BPQ$ ②

dari ①, ②,

$\angle AOB = \angle BOQ - \angle AOQ$

$= 2 (\angle BPQ - \angle APQ)$

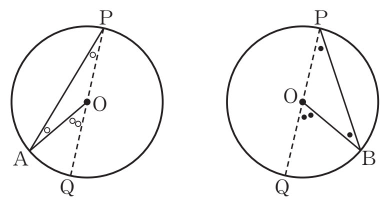
$= 2 \angle APB$

Jadi, $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$

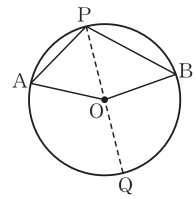
Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

5. Penanganan Soal 3 (pembuktian kasus ⓑ)

Pada kasus ini, diameter yang melewati titik P sebagai garis bantu, dan bisa dianggap bahwa bentuk yang digabungkan dari 2 gambar pada kasus ⓐ. Akan lebih mudah dipahami jika menunjukkan seperti gambar berikut yang menghilangkan $\triangle BOP$, $\triangle AOP$.



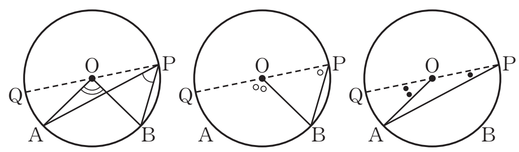
Selanjutnya, seperti pada gambar kanan, ketika sudut pusat lebih besar dari 180°, pastikan dengan menggunakan gambar bahwa hanya akan menjadi ⓒ, tidak akan menjadi ⓐ atau ⓒ.



6. Penanganan Mari Mencoba (Pembuktian kasus ⓒ)

Membahasnya sebagai praktik dari pembuktian ⓐ, ⓑ. Pada kasus ⓒ pun, diameter yang melewati titik P sebagai garis bantu, dan bisa dianggap bahwa ⓐ sebagai dua keadaan yang tumpang tindih.

Bagi siswa sulit untuk membaca dan memahami hubungan pada gambar, oleh karena itu lebih baik jika memastikan masing - masing hubungannya dan menunjukkan gambar yang sudah dihapus garis - garis yang tidak perlu seperti pada gambar berikut ini.



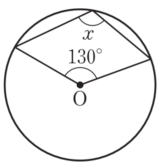
Penyelesaian

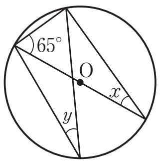
Soal 4

(1) $\angle x = 55^\circ$, $\angle y = 110^\circ$
(2) $\angle x = 130^\circ$
(3) $\angle x = 90^\circ$, $\angle y = 70^\circ$

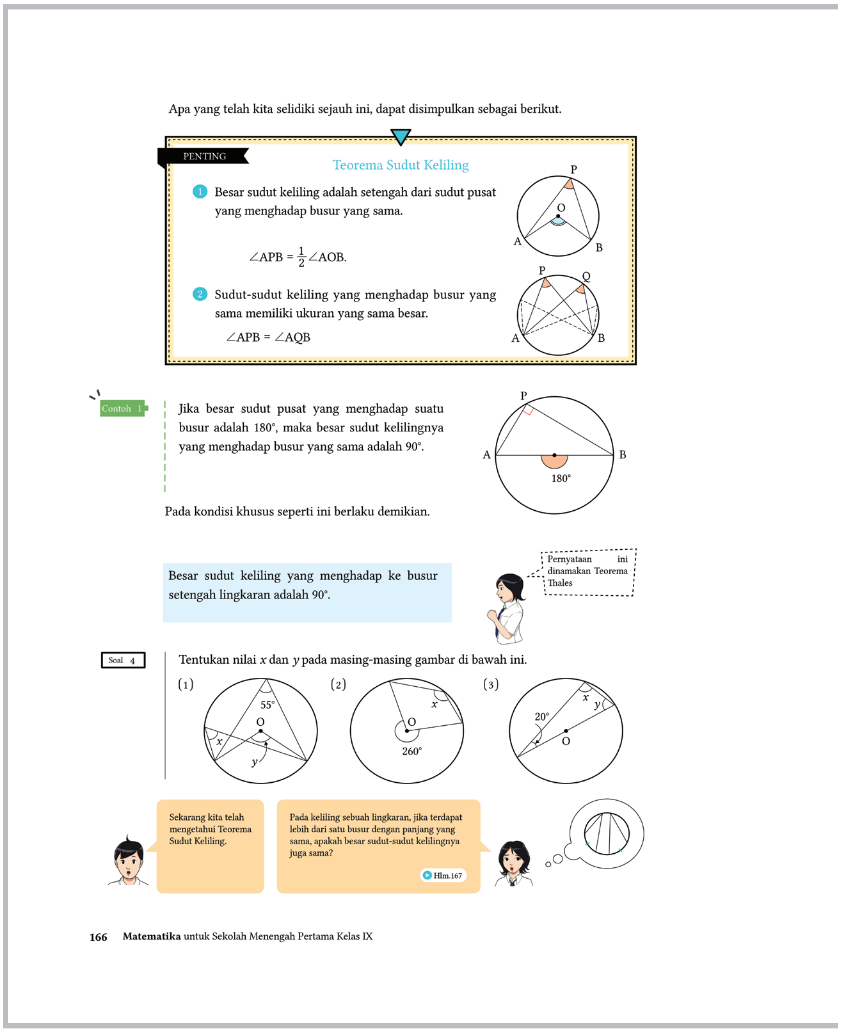
Soal Tambahan:

Tentukan besar $\angle x$ dan $\angle y$ pada gambar berikut.

(1)


(2)


[(1) $\angle x = 115^\circ$
(2) $\angle x = 25^\circ$, $\angle y = 25^\circ$]



Apa yang telah kita selidiki sejauh ini, dapat disimpulkan sebagai berikut.

PENTING

Teorema Sudut Keliling

1. Besar sudut keliling adalah setengah dari sudut pusat yang menghadap busur yang sama.

$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB.$

2. Sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama memiliki ukuran yang sama besar.

$\angle APB = \angle AQB$

Contoh 1 Jika besar sudut pusat yang menghadap suatu busur adalah 180°, maka besar sudut kelilingnya yang menghadap busur yang sama adalah 90°.

Pada kondisi khusus seperti ini berlaku demikian.

Besar sudut keliling yang menghadap ke busur setengah lingkaran adalah 90°.

Pernyataan ini dinamakan Teorema Thales

Soal 4 Tentukan nilai x dan y pada masing-masing gambar di bawah ini.

(1) (2) (3)

Sekarang kita telah mengetahui Teorema Sudut Keliling.

Pada keliling sebuah lingkaran, jika terdapat lebih dari satu busur dengan panjang yang sama, apakah besar sudut-sudut kelilingnya juga sama?

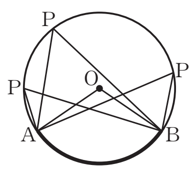
Hlm.167

166 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

7. Teorema Sudut Keliling

Sampai pada halaman sebelumnya, tentang pembuktian teorema 1 telah selesai. Istilah pada sudut keliling, meskipun titik P ditempatkan di posisi manapun pada lingkaran tidak berubah tanpa menggerakan sudut pusat dan busur, dari hal ini dipahami bahwa teorema 2 berlaku.

Jika berfokus pada busur, agar kesesuaian sudut keliling mudah didapatkan, bisa dengan menunjukkan gambar busur yang dipertebal seperti pada gambar berikut.

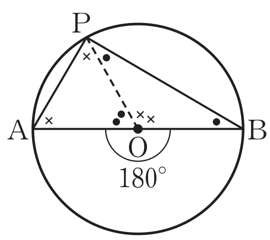


8. Sudut Keliling Terhadap Busur Setengah Lingkaran.

Fakta bahwa sudut keliling terhadap busur setengah lingkaran menjadi 90º, bisa dianggap sebagai kondisi khusus dari teorema sudut keliling. Akan lebih mudah dipahami jika berpikir bahwa membuat diameter lingkaran dan sudut pusat 180º, hal ini banyak diaplikasikan pada soal - soal lingkaran.

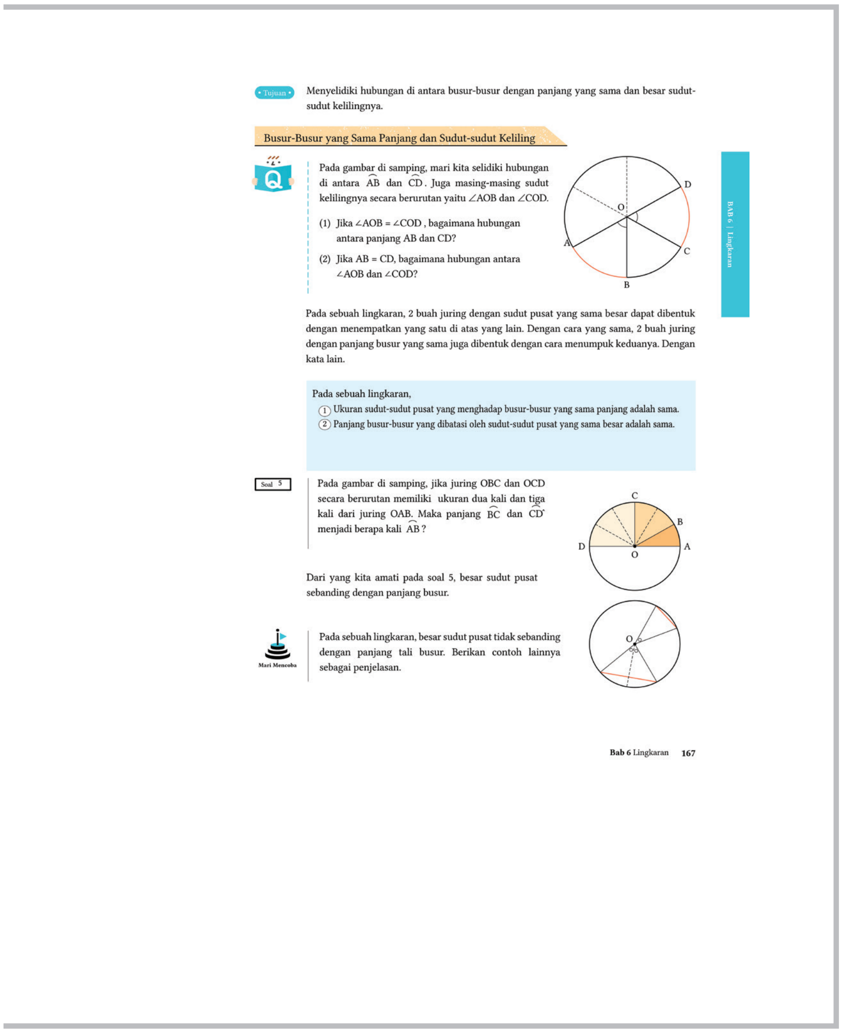
Teorema ini disampaikan oleh matematikawan Yunani Kuno, Thales, membuktikan bahwa dengan menghubungkan titik - titik pada keliling sebuah lingkaran dengan pusat lingkaran dan membuat 2 buah segitiga sama kaki. Teorema ini disebut "Teorema Thales".

(Singkatnya)
•2 dan × 2 sama dengan 180º, maka ∠P = 90º.



9. Penanganan Balon Percakapan

Pembicaraan balon tentang pembuktian bahwa teorema sudut keliling berlaku. Jika ada dua busur yang sama pada suatu keliling lingkaran, maka sudut kelilingnya pun sama. Dengan kata lain sudut keliling yang menghadap busur dengan besar yang sama, mempunyai besar sudut yang sama pula. Hal ini diharapkan dapat menumbuhkan minat dan motivasi siswa.



• Tujuan • Menyelidiki hubungan di antara busur-busur dengan panjang yang sama dan besar sudut-sudut kelilingnya.

Busur-Busur yang Sama Panjang dan Sudut-sudut Keliling

Pada gambar di samping, mari kita selidiki hubungan di antara $\overset{\frown}{AB}$ dan $\overset{\frown}{CD}$. Juga masing-masing sudut kelilingnya secara berurutan yaitu ∠AOB dan ∠COD.

(1) Jika ∠AOB = ∠COD , bagaimana hubungan antara panjang AB dan CD?

(2) Jika AB = CD, bagaimana hubungan antara ∠AOB dan ∠COD?

Pada sebuah lingkaran, 2 buah juring dengan sudut pusat yang sama besar dapat dibentuk dengan menempatkan yang satu di atas yang lain. Dengan cara yang sama, 2 buah juring dengan panjang busur yang sama juga dibentuk dengan cara menumpuk keduanya. Dengan kata lain.

Pada sebuah lingkaran,
① Ukuran sudut-sudut pusat yang menghadap busur-busur yang sama panjang adalah sama.
② Panjang busur-busur yang dibatasi oleh sudut-sudut pusat yang sama besar adalah sama.

Soal 5 Pada gambar di samping, jika juring OBC dan OCD secara berurutan memiliki ukuran dua kali dan tiga kali dari juring OAB. Maka panjang $\overset{\frown}{BC}$ dan $\overset{\frown}{CD}$ menjadi berapa kali $\overset{\frown}{AB}$?

Dari yang kita amati pada soal 5, besar sudut pusat sebanding dengan panjang busur.

Mari Mencoba Pada sebuah lingkaran, besar sudut pusat tidak sebanding dengan panjang tali busur. Berikan contoh lainnya sebagai penjelasan.

Bab 6 Lingkaran 167

Penyelesaian

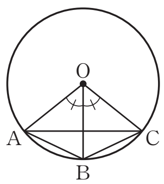
(1) Sama
(2) Sama

Soal 5

Panjang $\overset{\frown}{BC}$ 2 kali panjang $\overset{\frown}{AB}$
Panjang $\overset{\frown}{CD}$ 2 kali panjang $\overset{\frown}{AB}$

Mari Mencoba (Contoh)

Pada gambar dibawah, jika ∠AOC = 2∠AOB, maka AC < AB+BC, dengan kata lain AC ∠2AB, meskipun besar sudut pusat menjadi 2 kali lebih besar, panjang busur tidak menjadi 2 kali lebih besar. Oleh karena itu, besar sudut pusat tidak sebanding dengan panjang busur.



Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

10. Hubungan Panjang Busur dan Sudut Pusat

Melihat kembali pelajaran di kelas 7 dan menyimpulkannya. " Di sebuah lingkaran, sudut pusat pada busur yang sama adalah sama, dan busur pada sudut pusat yang sama adalah sama " yang ditunjukkan disini, tidak diperlakukan sebagai teorema, tetapi ingin menyimpulkan agar selanjutnya dapat diaplikasikan sebagai dasar dari sifat - sifat lingkaran.

Selanjutnya, garis tengah *r*, sudut pusat *a*, panjang l busur juring dan ukuran *S*, dari rumus yang ditunjukkan berikut diketahui bahwa masing - masing sebanding dengan sudut pusat.

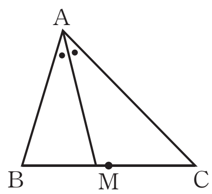
$\ell = 2\pi r \times \dfrac{a}{360}$ $\qquad S = \pi r^2 \times \dfrac{a}{360}$

11. Perlakuan

Mari Mencoba

Memastikan bahwa ada cara untuk menunjukkan teorinya tidak berlaku, yaitu dengan menunjukkan 1 contoh yang berlawanan.

Banyak siswa yang mudah salah paham tentang hubungan sudut dan panjang sisi. Misalnya, pada gambar △ABC, jika titik tengah sisi BC adalah M, umumnya garis bagi ∠A tidak melewati M. Yang melewati titik M adalah jika AB = AC. Banyak siswa yang salah paham tentang hal seperti ini.



Disini, akan lebih baik jika dipastikan dengan menggerakkan satu bentuk kipas menggunakan alat peraga matematika digital, dan lain - lain.

Penyelesaian

Soal 6

Sudut pusat, AOB, COD.

Soal 7

(Kebalikan)

Pada lingkaran O, ketika sudut keliling pada $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$, masing - masing digunakan pada $\angle APB$, $\angle CQD$, jika $\angle APB = \angle CQD$, maka $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$.

(Pembuktian)

Jika sudut pusat pada satu busur adalah 2 kali lebih besar dari sudut keliling pada busur tersebut, maka

$\angle AOB = 2\angle APB$ ①

$\angle COD = 2\angle CQD$ ②

dari asumsi,

$\angle APB = \angle CQD$ ③

dari ①, ②, dan ③

$\angle AOB = \angle COD$

karena busur pada sudut pusat yang sama adalah sama, maka

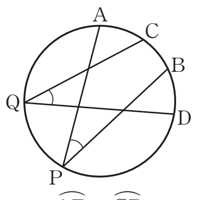
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

---

12. Penanganan Soal 6 dan Soal 7

Pada halaman sebelumnya kita telah menyimpulkan tentang "Pada sebuah lingkaran, sudut pusat terhadap busur yang sama adalah sama, dan busur terhadap sudut pusat yang sama adalah sama". Hal ini merupakan pengembangan hubungan "busur dan sudut keliling". Ingin memastikan bahwa yang dimaksud "busur yang sama" disini adalah, panjang busur yang sama ada pada lingkar yang sama.

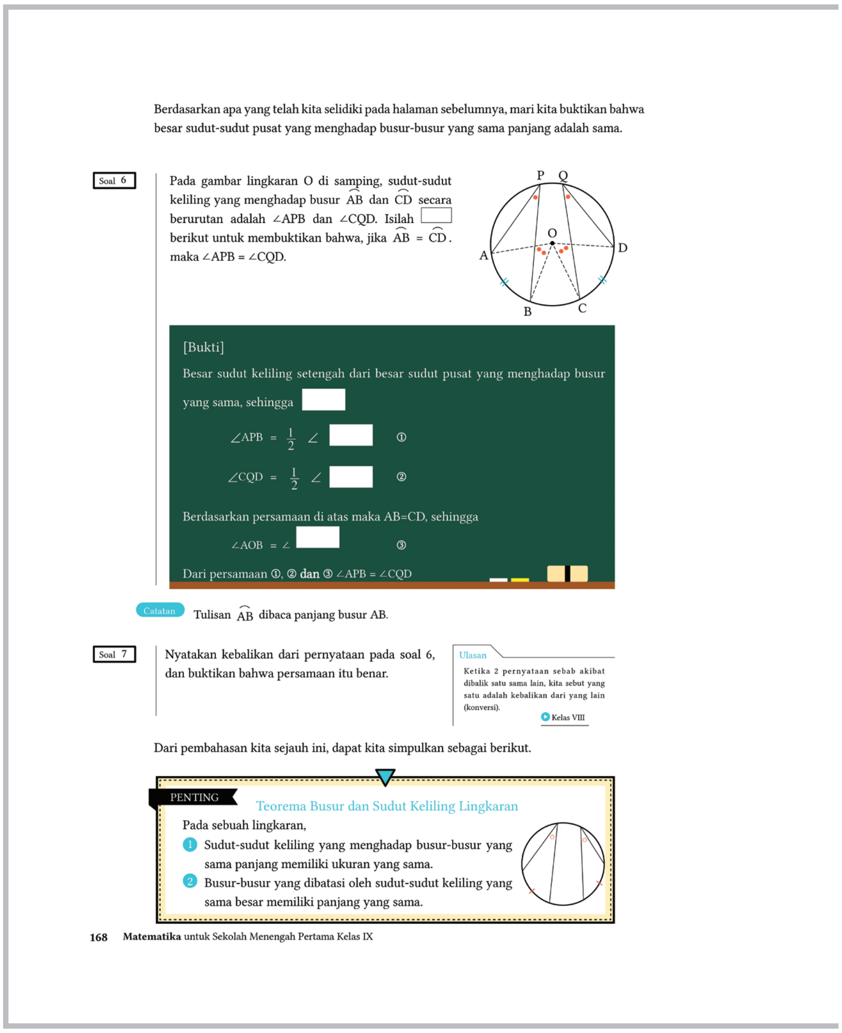
Seperti pada gambar berikut, memberikan pemahaman bahwa sifat sifat ini berlakumeskipun busur ada pada posisi yang saling bersinggungan.



$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

⇕

$\angle APB = \angle CQD$



Berdasarkan apa yang telah kita selidiki pada halaman sebelumnya, mari kita buktikan bahwa besar sudut-sudut pusat yang menghadap busur-busur yang sama panjang adalah sama.

Soal 6

Pada gambar lingkaran O di samping, sudut-sudut keliling yang menghadap busur $\overset{\frown}{AB}$ dan $\overset{\frown}{CD}$ secara berurutan adalah $\angle APB$ dan $\angle CQD$. Isilah $\boxed{}$ berikut untuk membuktikan bahwa, jika $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$. maka $\angle APB = \angle CQD$.

[Bukti]

Besar sudut keliling setengah dari besar sudut pusat yang menghadap busur yang sama, sehingga $\boxed{}$

$\angle APB = \frac{1}{2}\angle\boxed{}$ ①

$\angle CQD = \frac{1}{2}\angle\boxed{}$ ②

Berdasarkan persamaan di atas maka AB=CD, sehingga

$\angle AOB = \angle\boxed{}$ ③

Dari persamaan ①, ② **dan** ③ $\angle APB = \angle CQD$

Catatan Tulisan $\overset{\frown}{AB}$ dibaca panjang busur AB.

Soal 7

Nyatakan kebalikan dari pernyataan pada soal 6, dan buktikan bahwa persamaan itu benar.

Ulasan

Ketika 2 pernyataan sebab akibat dibalik satu sama lain, kita sebut yang satu adalah kebalikan dari yang lain (konversi).

Kelas VIII

Dari pembahasan kita sejauh ini, dapat kita simpulkan sebagai berikut.

PENTING

Teorema Busur dan Sudut Keliling Lingkaran

Pada sebuah lingkaran,

1. Sudut-sudut keliling yang menghadap busur-busur yang sama panjang memiliki ukuran yang sama.
2. Busur-busur yang dibatasi oleh sudut-sudut keliling yang sama besar memiliki panjang yang sama.

168 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

13. Busur dan Sudut Keliling

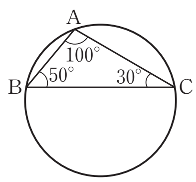
Jika menggunakan teorema busur dan sudut keliling, bisa menemukan busur yang sama dari sudut keliling yang sama. Dari fakta bahwa besar sudut keliling sebanding dengan panjang busur, kita bisa menyelidiki tentang panjang busur.

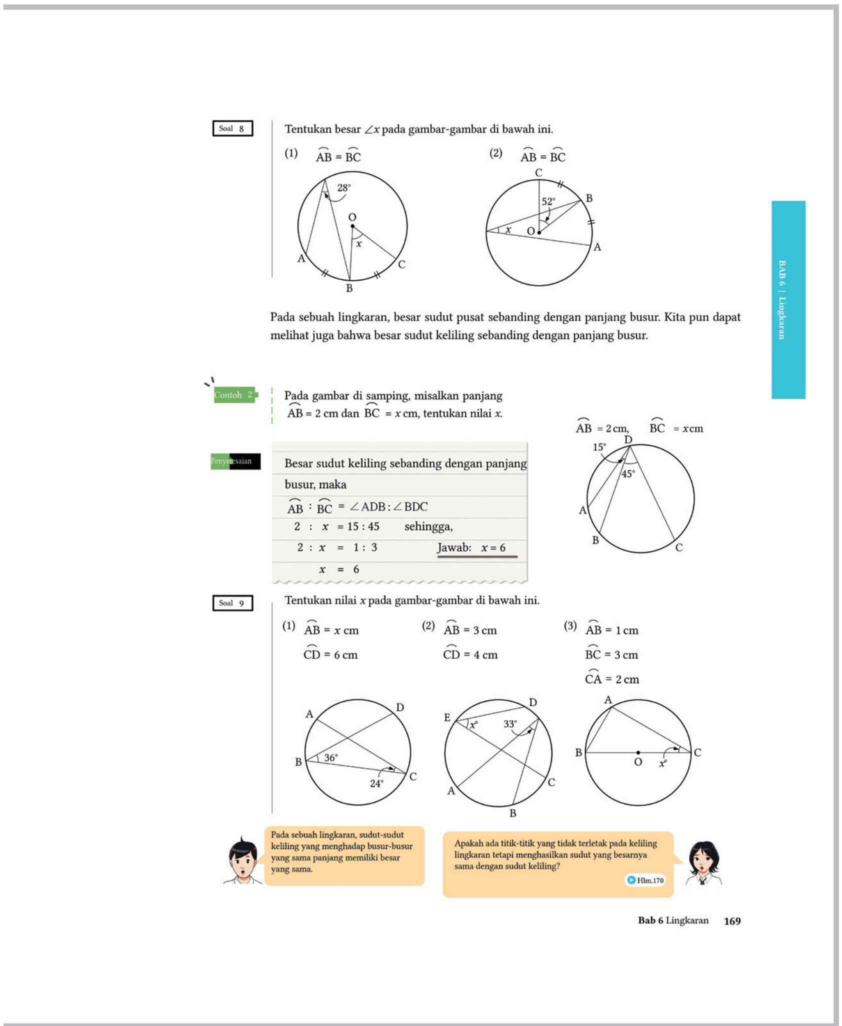
Misalnya, bisa dipahami pada gambar dibawah ini,

$\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA} : \overset{\frown}{AB} = \angle A : \angle B : \angle C$

$= 10 : 5 : 3$

Berkaitan dengan hal ini, jika sudut keliling 90°, maka busur yang menghadap ini adalah setengah lingkaran. Akan lebih baik jika menyinggung hal ini terlebih dahulu.





Soal 8

Tentukan besar $\angle x$ pada gambar-gambar di bawah ini.

(1) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$ (2) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$

Pada sebuah lingkaran, besar sudut pusat sebanding dengan panjang busur. Kita pun dapat melihat juga bahwa besar sudut keliling sebanding dengan panjang busur.

Contoh 2

Pada gambar di samping, misalkan panjang $\overset{\frown}{AB} = 2$ cm dan $\overset{\frown}{BC} = x$ cm, tentukan nilai x.

Penyelesaian

Besar sudut keliling sebanding dengan panjang busur, maka

$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} = \angle ADB : \angle BDC$

$2 : x = 15 : 45$ sehingga,

$2 : x = 1 : 3$ Jawab: $x = 6$

$x = 6$

Soal 9

Tentukan nilai x pada gambar-gambar di bawah ini.

(1) $\overset{\frown}{AB} = x$ cm, $\overset{\frown}{CD} = 6$ cm

(2) $\overset{\frown}{AB} = 3$ cm, $\overset{\frown}{CD} = 4$ cm

(3) $\overset{\frown}{AB} = 1$ cm, $\overset{\frown}{BC} = 3$ cm, $\overset{\frown}{CA} = 2$ cm

Bab 6 Lingkaran 169

Penyelesaian

Soal 8

(1) $\angle x = 56^\circ$

(2) $\angle x = 26^\circ$

Soal 9

(1) $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD} = 24 : 36$

$x : 6 = 24 : 36$

$36x = 6 \times 24$

$x = 4$

Jawab $x = 4$

(2) $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD} = 33 : x$

$3 : 4 = 33 : x$

$3x = 4 \times 33$

$x = 44$

Jawab $x = 44$

(3) $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} = x : 90$

$1 : 3 = x : 90$

$3x = 90$

$x = 30$

Jawab $x = 30$

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

14. Penanganan Soal 8

Soal yang mengaplikasikan teorema busur dan sudut keliling. Bisa diselesaikan dengan berpatokan pada sudut pusat yang menghadap busur yang panjangnya sama, maka sudut kelilingnya sama.

15. Penanganan Soal 9 dan Contoh 2

Soal bisa diselesaikan dengan berpatokan pada fakta besar sudut keliling sebanding dengan panjang busur.

Lebih baik membuat rumus persamaan, sambil memperhatikan kesesuaian panjang busur dan besar sudut keliling.

Pada Soal 9 (3), ingin dijadikan latar untuk memastikan apakah memahami atau tidak tentang sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran adalah 90º.

16. Penanganan Balon Percakapan

Pada sebuah lingkaran, sudut-sudut keliling yang menghadap busur-busur yang sama panjang memiliki besar yang sama. Kita telah mempelajarinya sampai sini. Di kelas 8, kita telah mempelajari kebalikannya. Dari hal ini, ingin menumbuhkan keingintahuan tentang kebalikan dari teorema sudut keliling.

Selanjutnya, ingin memberikan perhatian bahwa ketika titik P ditempatkan selain pada keliling lingkaran, kebalikannya juga berlaku jika tidak ada titik yang sama besar dengan sudut keliling.

Sambil mengingatkan soal pada pembukaan bab (hal. 162), ingin menghubungkan dengan pembelajaran pada halaman selanjutnya.

1| Kebalikan dari Teorema Sudut Keliling

(1 jam)

• Tujuan •

Peserta didik dapat memahami arti dari kebalikan teorema sudut keliling, serta dapat membedakan 4 titik apakah ada atau tidak pada keliling lingkaran yang sama.

Penyelesaian

Jika titik P berada pada bagian dalam lingkaran O, maka

$\angle APB > \angle AQB$

Jika titik P berada pada bagian luar lingkaran O, maka

$\angle APB < \angle AQB$

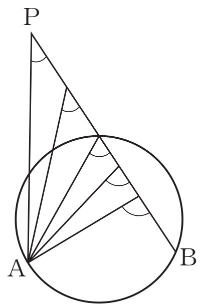
Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

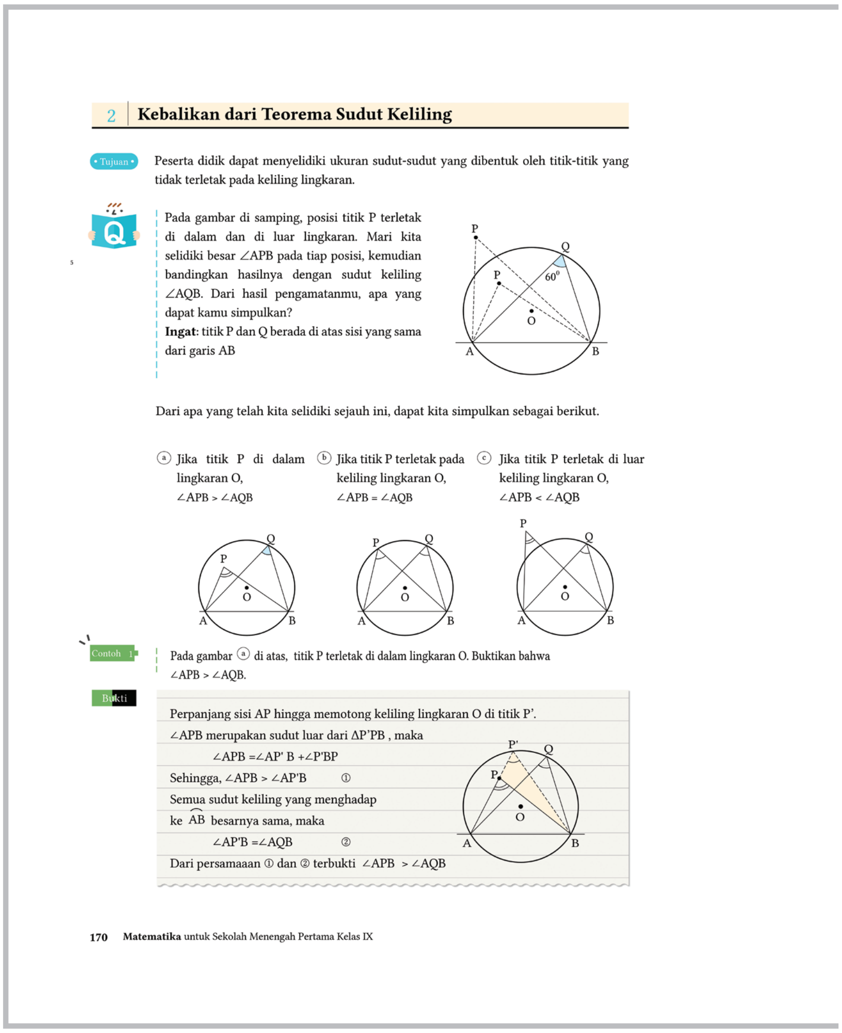
1. Penanganan

Sampai tahap sini kita memperlakukan bahwa sudut keliling $\angle P$ yang menghadap AB adalah sama. Dari hal ini, titik P adalah titik keliling lingkaran. Yang akan dibahas disini adalah besar $\angle APB$ jika titik P tidak ditempatkan pada keliling lingkaran. Jika dibandingkan dengan sudut keliling $\angle AQB$, $\angle APB$ jika ditempatkan pada bagian dalam lingkaran sudutnya akan membesar, dan jika ditempatkan pada bagian luar lingkaran sudutnya akan mengecil. Menemukan bahwa yang menghasilkan sudut yang sama adalah jika menempatkan titik P pada keliling lingkaran melalui pengamatan dan percobaan.

Pada , memastikan tentang setiap posisi titik bagian dalam dan bagian luar pada lingkaran, tetapi baik juga jika mengubah titik P dengan membuat garis lurus tanpa henti dari bagian dalam sampai bagian luar lingkaran, dan menangkap perubahan sudut secara visual.

Selanjutnya, bisa juga mengamati perubahan besar $\angle APB$ dengan menggerakkan titik P menggunakan alat peraga matematika digital, atau alat lainnya.





2 Kebalikan dari Teorema Sudut Keliling

• Tujuan • Peserta didik dapat menyelidiki ukuran sudut-sudut yang dibentuk oleh titik-titik yang tidak terletak pada keliling lingkaran.

Pada gambar di samping, posisi titik P terletak di dalam dan di luar lingkaran. Mari kita selidiki besar $\angle APB$ pada tiap posisi, kemudian bandingkan hasilnya dengan sudut keliling $\angle AQB$. Dari hasil pengamatanmu, apa yang dapat kamu simpulkan?

Ingat: titik P dan Q berada di atas sisi yang sama dari garis AB

Dari apa yang telah kita selidiki sejauh ini, dapat kita simpulkan sebagai berikut.

(a) Jika titik P di dalam lingkaran O, $\angle APB > \angle AQB$

(b) Jika titik P terletak pada keliling lingkaran O, $\angle APB = \angle AQB$

(c) Jika titik P terletak di luar keliling lingkaran O, $\angle APB < \angle AQB$

Contoh 1 Pada gambar (a) di atas, titik P terletak di dalam lingkaran O. Buktikan bahwa $\angle APB > \angle AQB$.

Bukti

Perpanjang sisi AP hingga memotong keliling lingkaran O di titik P'.

$\angle APB$ merupakan sudut luar dari $\Delta P'PB$, maka

$\angle APB = \angle AP'B + \angle P'BP$

Sehingga, $\angle APB > \angle AP'B$ ①

Semua sudut keliling yang menghadap ke $\overset{\frown}{AB}$ besarnya sama, maka

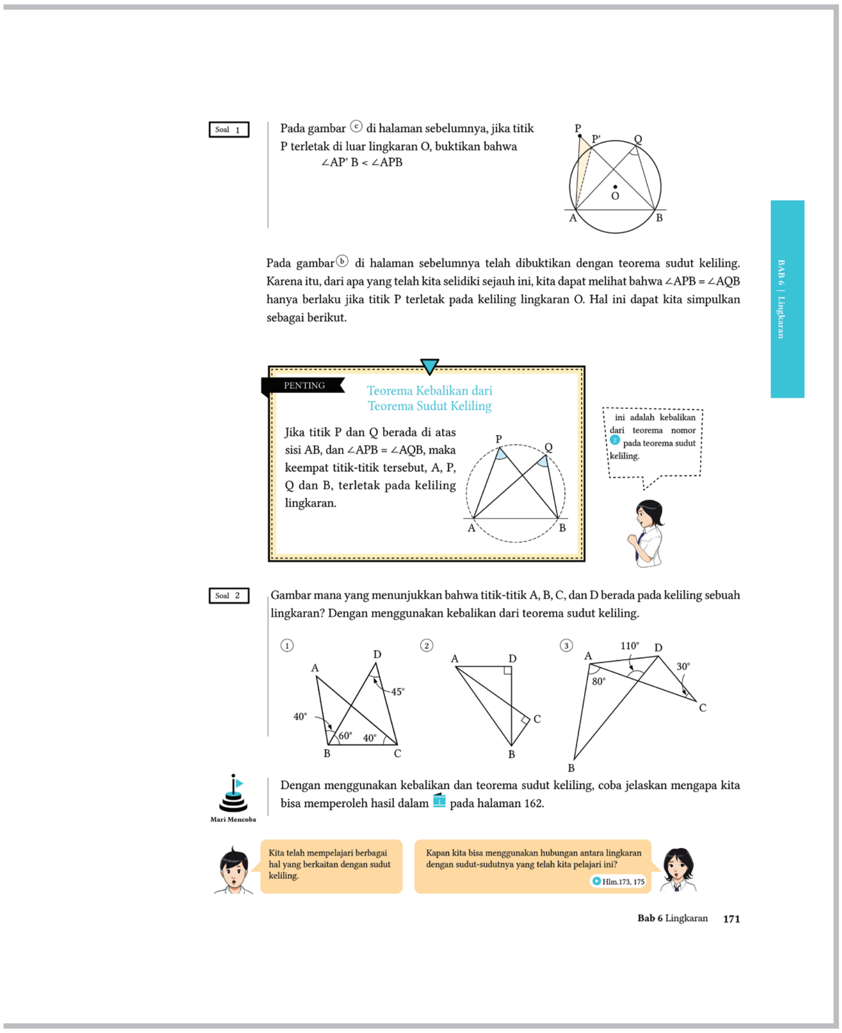
$\angle AP'B = \angle AQB$ ②

Dari persamaaan ① dan ② terbukti $\angle APB > \angle AQB$

170 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

2. Contoh 1 dan Penanganan Soal 2

Membuktikan persoalan yang ditemukan pada dengan menggunakan sifat - sifat sudut luar segitiga. Pada Contoh 1 membaca dan memahami pembuktiannya, sedangkan pada halaman selanjutnya targetnya adalah mengaplikasikan pembuktian pada contoh 1.


Soal 1

Pada gambar ⓒ di halaman sebelumnya, jika titik P terletak di luar lingkaran O, buktikan bahwa

$\angle AP'B < \angle APB$

Pada gambar ⓑ di halaman sebelumnya telah dibuktikan dengan teorema sudut keliling. Karena itu, dari apa yang telah kita selidiki sejauh ini, kita dapat melihat bahwa $\angle APB = \angle AQB$ hanya berlaku jika titik P terletak pada keliling lingkaran O. Hal ini dapat kita simpulkan sebagai berikut.

PENTING

Teorema Kebalikan dari Teorema Sudut Keliling

Jika titik P dan Q berada di atas sisi AB, dan $\angle APB = \angle AQB$, maka keempat titik-titik tersebut, A, P, Q dan B, terletak pada keliling lingkaran.

ini adalah kebalikan dari teorema nomor 2 pada teorema sudut keliling.

Soal 2

Gambar mana yang menunjukkan bahwa titik-titik A, B, C, dan D berada pada keliling sebuah lingkaran? Dengan menggunakan kebalikan dari teorema sudut keliling.

① ② ③

Mari Mencoba

Dengan menggunakan kebalikan dan teorema sudut keliling, coba jelaskan mengapa kita bisa memperoleh hasil dalam 1 pada halaman 162.

Kita telah mempelajari berbagai hal yang berkaitan dengan sudut keliling.

Kapan kita bisa menggunakan hubungan antara lingkaran dengan sudut-sudutnya yang telah kita pelajari ini? Hlm.173, 175

BAB 6 | Lingkaran

Bab 6 Lingkaran 171

Penyelesaian

Soal 1

Jika persimpangan BP dan lingkaran O adalah P'.

$\angle AP'B$ adalah sudut luar $\Delta PAP'$, maka

$\angle AP'B = \angle PAP' + \angle APP'$

Oleh karena itu,

$\angle APB < \angle AP'B$ ①

karena sudut keliling yang menghadap $\overset{\frown}{AB}$ adalah sama, maka

$\angle AP'B = \angle AQB$ ②

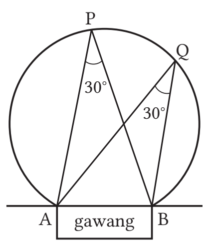
① dan ②, maka $\angle APB < \angle AQB$

Soal 2

② ③

Mari Mencoba

Tempatkan 2 titik di sisi yang sama pada garis lurus AB yang menghasilkan sudut 30º, maka masing - masing menjadi P dan Q. Jika $\angle APB = \angle AQB$, maka



berdasarkan kebalikan dari teorema sudut keliling, 4 titik A,B,C dan D terletak pada 1 keliling lingkaran. Dengan kata lain, jika titik yang menghasilkan sudut 30º berkumpul, akan menjadi lingkaran (busur).

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

3. Pembuktian Kebalikan Teorema Sudut Keliling

Untuk membuktikan "Kebalikan Teorema Sudut Keliling" digunakan metode konversi. Disini cara pembuktiannya adalah jika menyelesaikan semua hal yang memiliki asumsi dan teori yang benar, maka kesimpulannya adalah sama - sama terbalik (tidak berlaku jika 2 hal dilakukan secara bersamaan), bahwa kebalikan teori ini pun semuanya benar.

Pada kasus ini,

Jika titik P ditempatkan pada keliling lingkaran, maka $\angle APB = \angle AQB$

Jika titik P ditempatkan pada bagian dalam lingkaran, maka $\angle APB$ lebih besar dari $\angle AQB$

Jika titik P ditempatkan pada bagian luar lingkaran, maka $\angle APB$ lebih kecil dari $\angle AQB$

Teori tersebut adalah benar, dan bisa membuktikan kebalikan ini.

4. Penanganan Balon Percakapan

Sampai sini telah belajar tentang teorema sudut keliling dan kebalikannya. Sejauh mana bisa menumbuhkan minat untuk menggunakannya di tempat bagaimana, akan berhubungan dengan pembelajaran halaman 173 dan seterusnya.

Mari Kita Periksa

(1 jam)

Penyelesaian

1

(1) $\angle x = 50^\circ$

(2) $\angle x = 240^\circ$

(3) $\angle x = 90^\circ$

2

(1) $\angle x = 30^\circ$

(2) $\angle x = 45^\circ$

3

Jika $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} = 2 : 3$, maka

$\angle AEB : \angle BDC = 2 : 3$

Apabila $\angle BDC = x$

$28 : x = 2 : 3$

$2x = 84$

$x = 42$

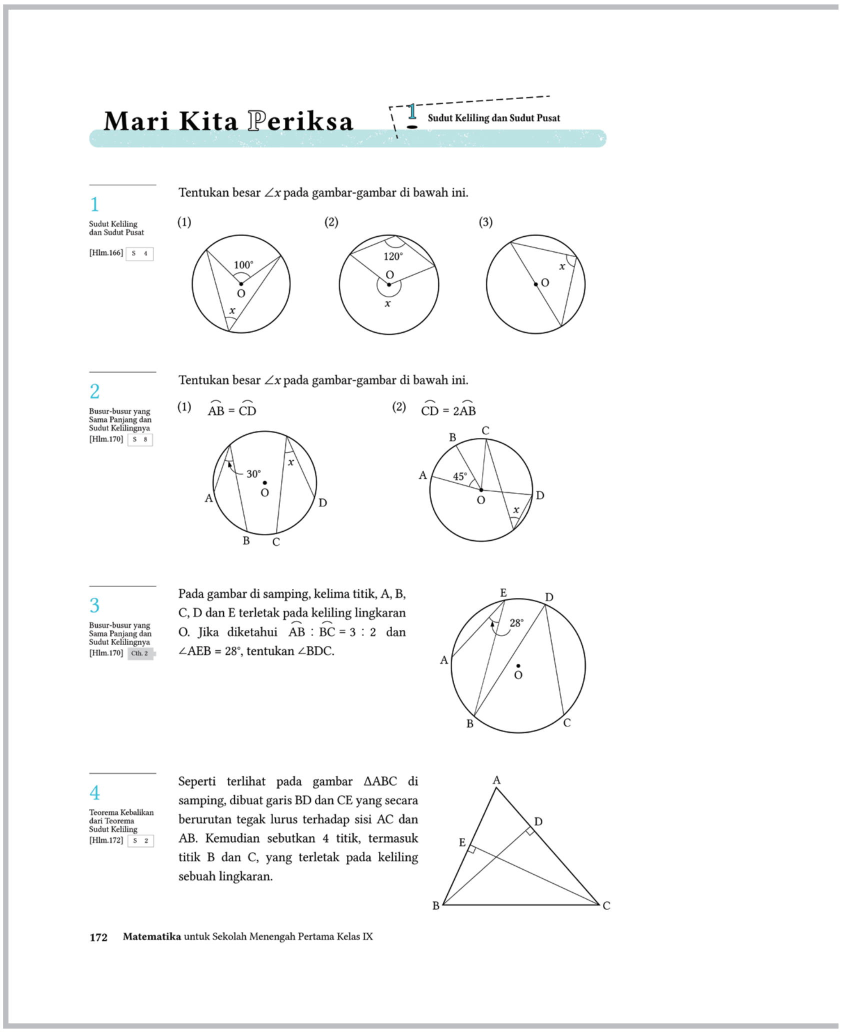
Jadi, $\angle BDC = 42^\circ$

4

2 titik E dan D adalah garis lurus BC yang berada pada sisi yang sama. Oleh karena itu,

$\angle BEC = \angle BDC = 90^o$.

Dengan kata lain, berdasarkan kebalikan teorema sudut keliling, 4 titik A, B, C dan berada pada 1 keliling lingkaran.



Mari Kita Periksa

1 Sudut Keliling dan Sudut Pusat

1 Sudut Keliling dan Sudut Pusat [Hlm.166]

Tentukan besar $\angle x$ pada gambar-gambar di bawah ini.

(1) (2) (3)

2 Busur-busur yang Sama Panjang dan Sudut Kelilingnya [Hlm.170]

Tentukan besar $\angle x$ pada gambar-gambar di bawah ini.

(1) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ (2) $\overset{\frown}{CD} = 2\overset{\frown}{AB}$

3 Busur-busur yang Sama Panjang dan Sudut Kelilingnya [Hlm.170]

Pada gambar di samping, kelima titik, A, B, C, D dan E terletak pada keliling lingkaran O. Jika diketahui $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} = 3 : 2$ dan $\angle AEB = 28^\circ$, tentukan $\angle BDC$.

4 Teorema Kebalikan dari Teorema Sudut Keliling [Hlm.172]

Seperti terlihat pada gambar ΔABC di samping, dibuat garis BD dan CE yang secara berurutan tegak lurus terhadap sisi AC dan AB. Kemudian sebutkan 4 titik, termasuk titik B dan C, yang terletak pada keliling sebuah lingkaran.

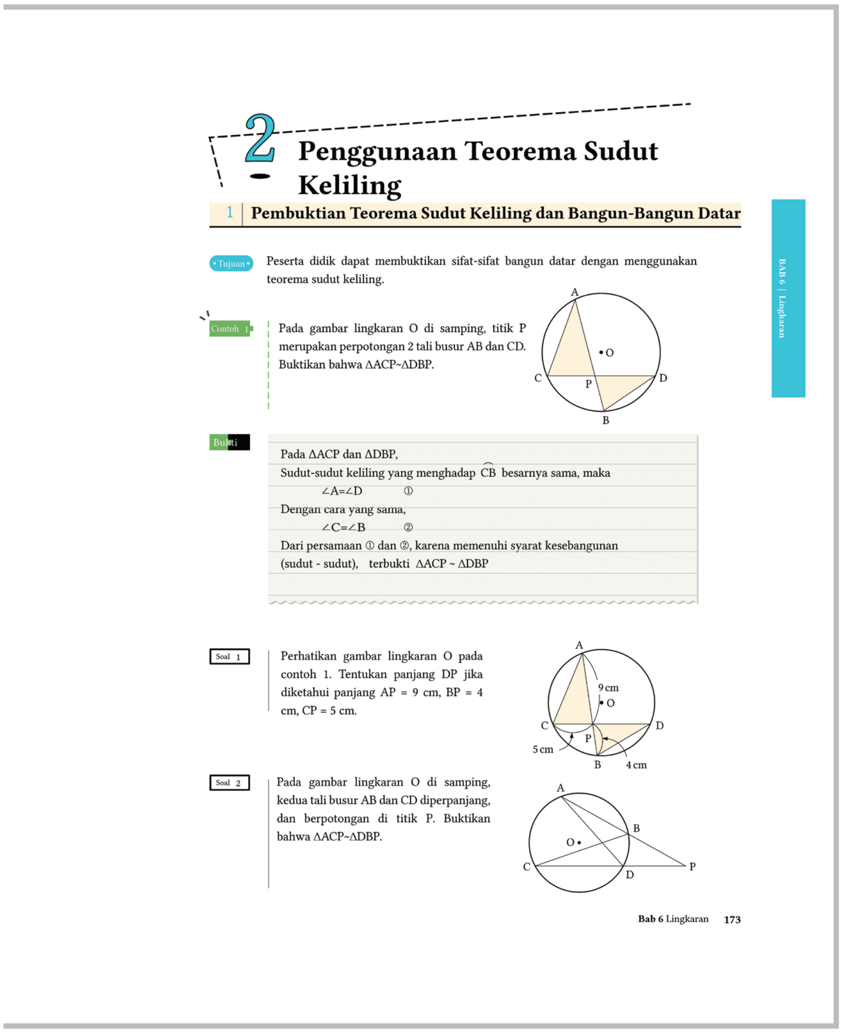
172 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Referensi

Kebalikan Teorema Sudut Keliling

Sehubungan dengan teorema ini, umumnya tidak ada lingkaran yang melewati 4 titik posisi, disini ingin membahas jika 4 titik yang terletak pada keliling lingkaran yang sama adalah hal yang spesial.

Lingkaran yang melewati 1, 2 titik tidak terhitung jumlahnya. Lingkaran yang melewati 3 titik, ada 1 lingkaran dimana 3 titik tersebut tidak terletak pada garis lurus yang sama, sedangkan lingkaran yang 3 titiknya terletak pada garis lurus yang sama tidak ada. Dari hal tersebut diketahui bahwa, agar 4 titik ada pada keliling lingkaran yang sama, dibutuhkan syarat - syarat yang khusus.



2 Penggunaan Teorema Sudut Keliling

1 | Pembuktian Teorema Sudut Keliling dan Bangun-Bangun Datar

BAB 6 | Lingkaran

• Tujuan • Peserta didik dapat membuktikan sifat-sifat bangun datar dengan menggunakan teorema sudut keliling.

Contoh 1 Pada gambar lingkaran O di samping, titik P merupakan perpotongan 2 tali busur AB dan CD. Buktikan bahwa △ACP~△DBP.

Bukti

Pada △ACP dan △DBP,
Sudut-sudut keliling yang menghadap $\overset{\frown}{CB}$ besarnya sama, maka
∠A=∠D ①
Dengan cara yang sama,
∠C=∠B ②
Dari persamaan ① dan ②, karena memenuhi syarat kesebangunan
(sudut - sudut), terbukti △ACP ~ △DBP

Soal 1 Perhatikan gambar lingkaran O pada contoh 1. Tentukan panjang DP jika diketahui panjang AP = 9 cm, BP = 4 cm, CP = 5 cm.

Soal 2 Pada gambar lingkaran O di samping, kedua tali busur AB dan CD diperpanjang, dan berpotongan di titik P. Buktikan bahwa △ACP~△DBP.

Bab 6 Lingkaran 173

2 Penggunaan Teorema Sudut Keliling

(3 jam)

1 | Kebalikan dari Teorema Sudut Keliling

(1 jam)

Penyelesaian

Soal 1

Jika △ACP ~ △DBP, maka

AP : DP = CP : BP

Jika panjang DP adalah x cm, maka

$9 : x = 5 : 4$

$5x = 36$

$x = 7{,}2$

Jawaban 7,2cm

Soal 2

Pada △ADP dan △CBP,
Sudut-sudut keliling yang menghadap $\overset{\frown}{CB}$ besarnya sama, maka
∠A = ∠C ①
dan, ∠P sama ②

Dari persamaan ① dan ② ,karena memenuhi syarat kesebangunan
(sudut - sudut), terbukti △ADP ~ △CBP

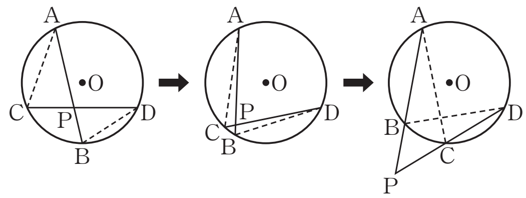
Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan Contoh 1, Soal 1, dan Soal 2

Disini menangani soal yang mengabungkan antara teorema sudut keliling dengan syarat - syarat kesebangunan segitiga.

Pada pembuktian Contoh 1, tidak hanya dengan cara yang ditunjukkan pada buku pelajaran, setelah menyampaikan bahwa satu diantara sudut keliling sama, mungkin ada siswa yang mengaplikasikan bahwa sudut diagonal sama. Mengumpulkan pendapat - pendapat tersebut, dan menciptakan kegiatan untuk menjelaskan dan saling berdiskusi di antara sesama siswa.

Selanjutnya, pada Contoh 1 dan Contoh 2 secara nyata bisa dilihat sebagai soal yang sama. Hal ini bisa dipahami dengan menunjukkan pergerakan ketika menukar posis titik B dan C menggunakan alat peraga matematika digital dan alat lainnya, seperti pada gambar dibawah ini.



2. Penanganan Contoh 2, dan Soal 3

Tidak terbatas pada soal ini, ketika menyelidiki sifat - sifat bangun - bangun datar, sering ditemukan bahwa garis bantu menjadi hal yang penting. Karena soal ini merupakan soal pembuktian yang sederhana, dari awal bisa meminta siswa untuk memikirkannya, bukan dengan menunjukkan cara pembuktian sebagai contoh soal.

3. Mari Mencoba

Hal ini disebut dengan " Teorema Kuasa Titik " yang dipelajari pada Matematika SMA. Meskipun ini adalah konten lanjutan, tetapi berdasarkan keadaan siswa, ini adalah konten yang ditangani.

Penyelesaian

Soal 3

(Kebalikan)
Tentang busur AB dan CD lingkaran O,
Jika $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$, maka AB // CD.
(Pembuktian)
Hubungkan titik B dan C.
Jika $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$, maka ∠ABC = ∠DCB.
sudut kompleks adalah sama panjang, sehingga terbukti bahwa AB // BD.

Soal 4

Pada △ABE dan △DBC,
Sudut-sudut keliling yang menghadap $\overset{\frown}{BC}$ besarnya sama, maka
∠BAE = ∠BDC ①
Jika $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC}$, sudut keliling yang menghadap busur yang sama adalah besarnya sama, maka
∠ABE = DBC
Dari persamaan ① dan ② ,karena memenuhi syarat kesebangunan
(sudut - sudut), terbukti △ABE △DBC

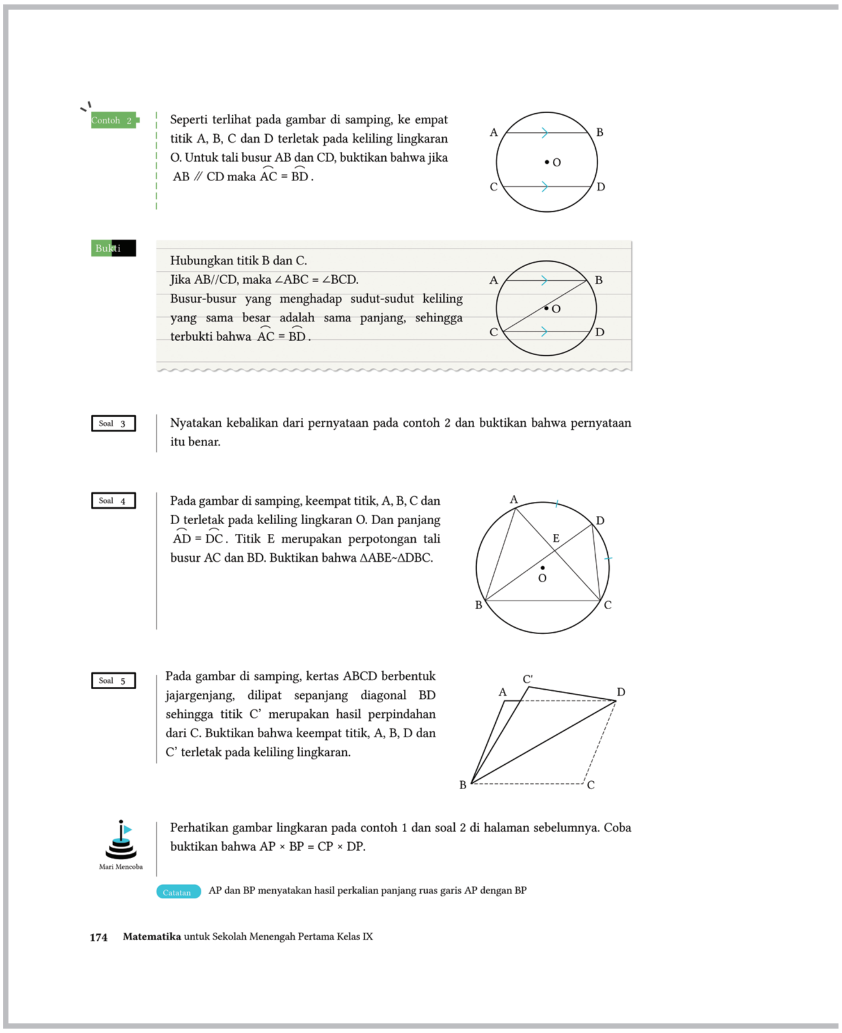
Soal 5

2 titik A dan C berada pada sisi yang sama menghadap garis lurus BD. Jika diagonal jajaran genjang adalah sama, maka
∠A = ∠C = ∠C'
Oleh karena itu, 4 titik A, B, C dan D berada pada satu keliling lingkaran.

Mari Mencoba

(Gambar Contoh 1)
Pada △ACP dan △DBP
Jika △ACP ~ △DBP, maka
AP : DP = CP : BP
Oleh karena itu, AP × BP = CP × DP

(Gambar Soal 2)
Pada △ADP dan △CBP
Jika △ADP ~ △CBP, maka
AP : CP = DP : BP
Oleh karena itu, AP × BP = CP × DP


Contoh 2

Seperti terlihat pada gambar di samping, ke empat titik A, B, C dan D terletak pada keliling lingkaran O. Untuk tali busur AB dan CD, buktikan bahwa jika AB // CD maka $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$.

Bukti

Hubungkan titik B dan C.
Jika AB//CD, maka ∠ABC = ∠BCD.
Busur-busur yang menghadap sudut-sudut keliling yang sama besar adalah sama panjang, sehingga terbukti bahwa $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$.

Soal 3

Nyatakan kebalikan dari pernyataan pada contoh 2 dan buktikan bahwa pernyataan itu benar.

Soal 4

Pada gambar di samping, keempat titik, A, B, C dan D terletak pada keliling lingkaran O. Dan panjang $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC}$. Titik E merupakan perpotongan tali busur AC dan BD. Buktikan bahwa ΔABE~ΔDBC.

Soal 5

Pada gambar di samping, kertas ABCD berbentuk jajargenjang, dilipat sepanjang diagonal BD sehingga titik C' merupakan hasil perpindahan dari C. Buktikan bahwa keempat titik, A, B, D dan C' terletak pada keliling lingkaran.

Mari Mencoba

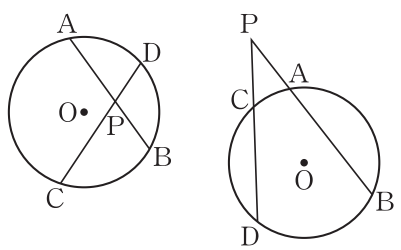
Perhatikan gambar lingkaran pada contoh 1 dan soal 2 di halaman sebelumnya. Coba buktikan bahwa AP × BP = CP × DP.

Catatan AP dan BP menyatakan hasil perkalian panjang ruas garis AP dengan BP

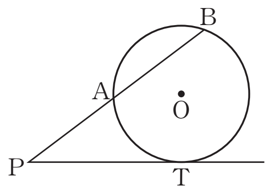
174 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

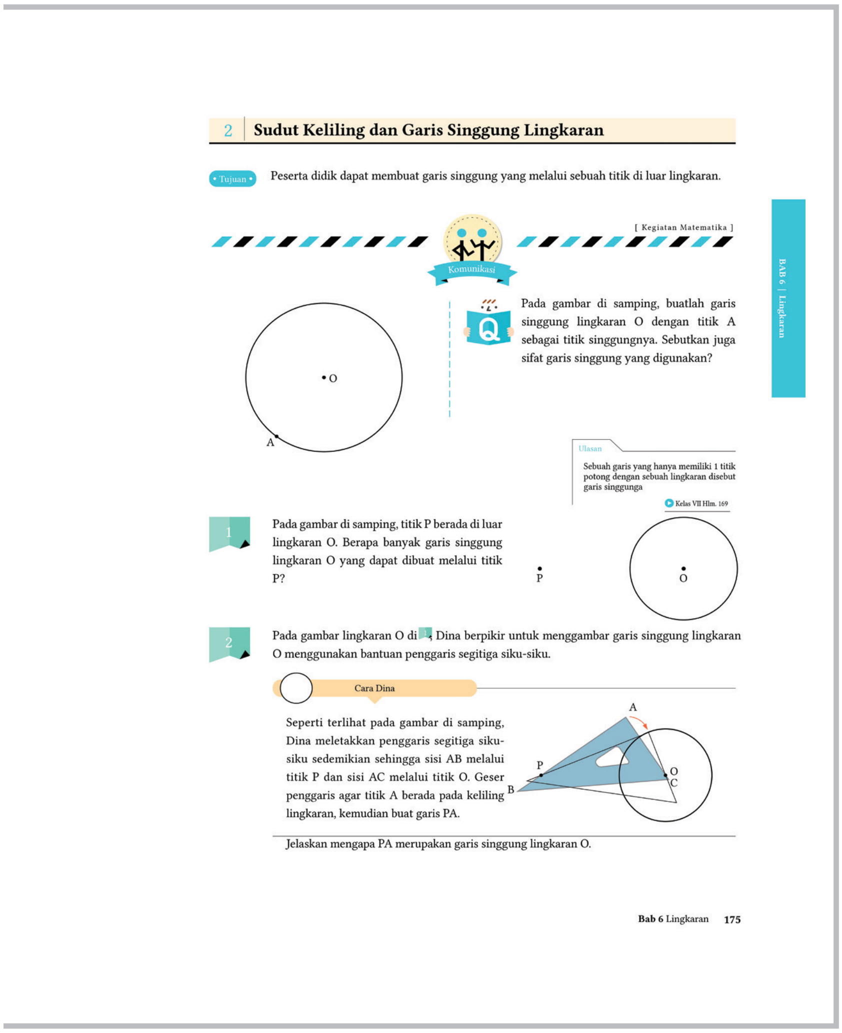
Referensi **Teorema Kuasa Titik**

(1) Jika titik P adalah perpotongan dari tali busur AB dan CD atau perpotongan dari perpanjangan keduanya, maka
PA • PB =PC • PD



(2) Jika titik P adalah perpotongan antara perpanjangan tali busur AB dan garis singgung lingkaran di titik T, maka
PA • PB = PT²





2 Sudut Keliling dan Garis Singgung Lingkaran

• Tujuan • Peserta didik dapat membuat garis singgung yang melalui sebuah titik di luar lingkaran.

Komunikasi [Kegiatan Matematika]

Pada gambar di samping, buatlah garis singgung lingkaran O dengan titik A sebagai titik singgungnya. Sebutkan juga sifat garis singgung yang digunakan?

O
A

Ulasan

Sebuah garis yang hanya memiliki 1 titik potong dengan sebuah lingkaran disebut garis singgunga

Kelas VII Hlm. 169

1 Pada gambar di samping, titik P berada di luar lingkaran O. Berapa banyak garis singgung lingkaran O yang dapat dibuat melalui titik P?

P O

2 Pada gambar lingkaran O di 1, Dina berpikir untuk menggambar garis singgung lingkaran O menggunakan bantuan penggaris segitiga siku-siku.

Cara Dina

Seperti terlihat pada gambar di samping, Dina meletakkan penggaris segitiga siku-siku sedemikian sehingga sisi AB melalui titik P dan sisi AC melalui titik O. Geser penggaris agar titik A berada pada keliling lingkaran, kemudian buat garis PA.

A P O C B

Jelaskan mengapa PA merupakan garis singgung lingkaran O.

BAB 6 | Lingkaran

Bab 6 Lingkaran 175

2 | Sudut Keliling dan Garis Singgung Lingkaran

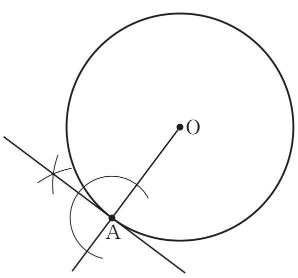
(1,5 jam)

• Tujuan •

Peserta didik dapat menggunakan teorema sudut keliling, dapat menjelaskan cara membuat gambar garis singgung lingkaran yang melewati 1 titik pada luar lingkaran.

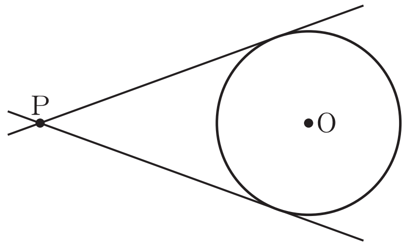
Penyelesaian

Q



Garis singgung lingkaran dapat digambar dengan menggunakan fakta bahwa garis tengah vertikal yang melewati titik singgung.

1



2

Garis singgung lingkaran adalah dari garis tengah yang melewati titik singgung secara vertikal, jika titik A sudut kanan penggaris segitiga terletak pada sudut keliling lingkaran O, maka OA adalah garis tengah lingkaran O, dan garis lurus PA adalah garis singgung lingkaran dari titik A sebagai titik singgung.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Aktifitas Matematika Pada Saat Ini

Pada saat ini, sebagai kesempatan untuk mengerjakan kegiatan matematika (c) yang ditunjukkan pada inti panduan mengajar, telah mengadaptasi " Kegiatan menjelaskan dan mengkomunikasikan garis singgung lingkaran yang melewati satu titik di luar lingkaran ". Pertama, memikirkan cara menggambar garis lurus, kemudian apa alasan bisa menggambar dengan cara tersebut, selanjutnya berdasarkan teorema sudut keliling dan sifat - sifat garis lurus, memperjelas dasarnya, menjelaskan dan mendiskusikannya.

2. Penanganan Q

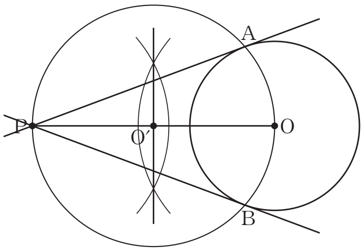
Menggambar garis lurus lingkaran dan sifat - sifatnya, serta garis lurus yang melewati 1 titik keliling lingkaran, dipelajari di kelas 7. Disini mengingatnya kembali melalui menggambar. Memastikan bahwa, garis singgung ialah, garis lurus yang melalui 1 titik pada lingkaran dan tegak lurus dengan garis yang melalui titik pusat.

3. Penanganan 2

Kegiatan ini sama dengan soal tentang gawang sepakbola pada pembuka bab ini, jika lokus titik A segmen garis PO adalah diameter , maka menjadi busur. Membimbing siswa agar memerhatikan pada hal tersebut. Jika bisa memerhatikan hal ini, maka lanjutan pada halaman selanjutnya akan lebih mudah.

Penyelesaian

3



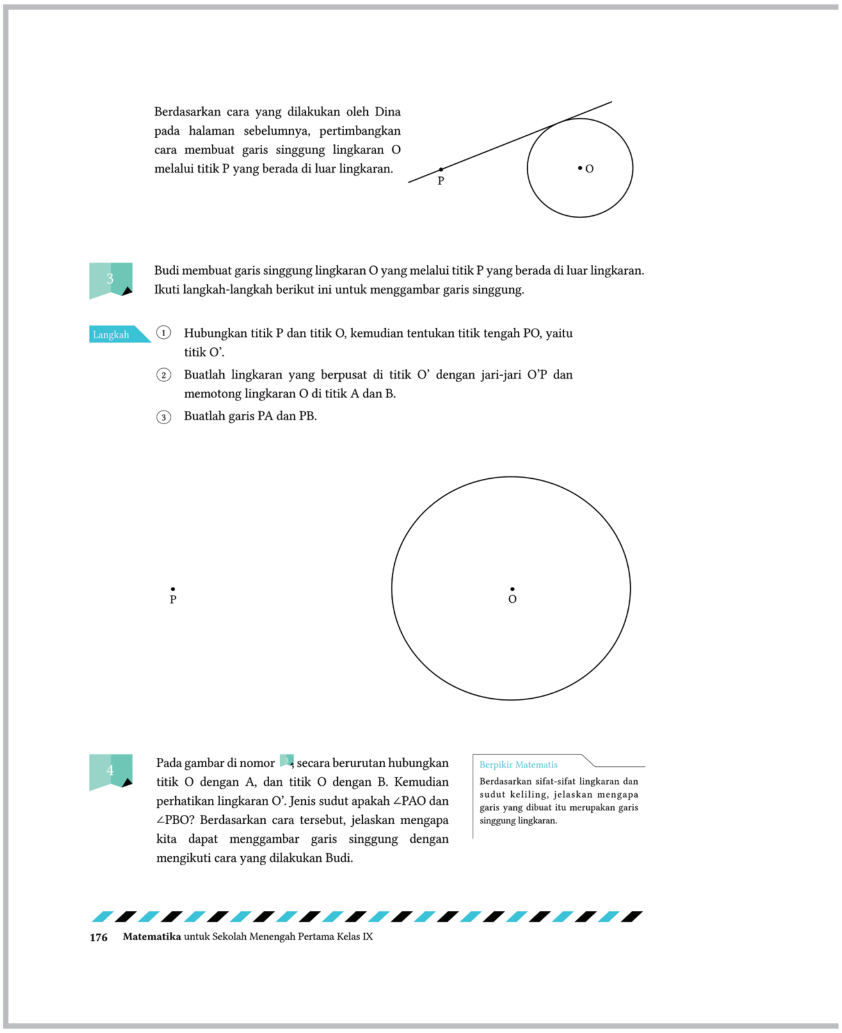
4

Masing - masing hubungkan O dengan A dan O dengan B.
Pada lingkaran O', ∠PAO dan ∠PBO adalah sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran. Oleh karena itu,

∠PAO = ∠PBO = 90º

PA ⊥OA, PB ⊥OB

Jika OA dan OB adalah garis tengah lingkaran O, maka PA dan PB adalah masing masing titik singgung A dan B garis singgung pada lingkaran O.



Berdasarkan cara yang dilakukan oleh Dina pada halaman sebelumnya, pertimbangkan cara membuat garis singgung lingkaran O melalui titik P yang berada di luar lingkaran.

3 Budi membuat garis singgung lingkaran O yang melalui titik P yang berada di luar lingkaran. Ikuti langkah-langkah berikut ini untuk menggambar garis singgung.

Langkah
1. Hubungkan titik P dan titik O, kemudian tentukan titik tengah PO, yaitu titik O'.
2. Buatlah lingkaran yang berpusat di titik O' dengan jari-jari O'P dan memotong lingkaran O di titik A dan B.
3. Buatlah garis PA dan PB.

4 Pada gambar di nomor 3, secara berurutan hubungkan titik O dengan A, dan titik O dengan B. Kemudian perhatikan lingkaran O'. Jenis sudut apakah ∠PAO dan ∠PBO? Berdasarkan cara tersebut, jelaskan mengapa kita dapat menggambar garis singgung dengan mengikuti cara yang dilakukan Budi.

Berpikir Matematis
Berdasarkan sifat-sifat lingkaran dan sudut keliling, jelaskan mengapa garis yang dibuat itu merupakan garis singgung lingkaran.

176 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

4. Penanganan 3

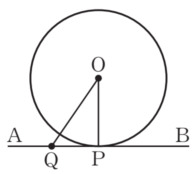
Budi membuat garis singgung menggunakan penggaris segitiga siku-siku, Dengan mengikuti langkah-langkahnya, Membuat garis singgung lingkaran O yang melalui titik P yang berada di luar lingkaran. Membimbing agar bisa menggambar sambil memikirkan untuk apa membuat lingkaran O', dan menetukan persimpangan ketika menggambar sambil mengikuti langkah - langkah yang ditunjukkan.

5. 4. Penanganan Cara Berpikir Secara Matematis 3

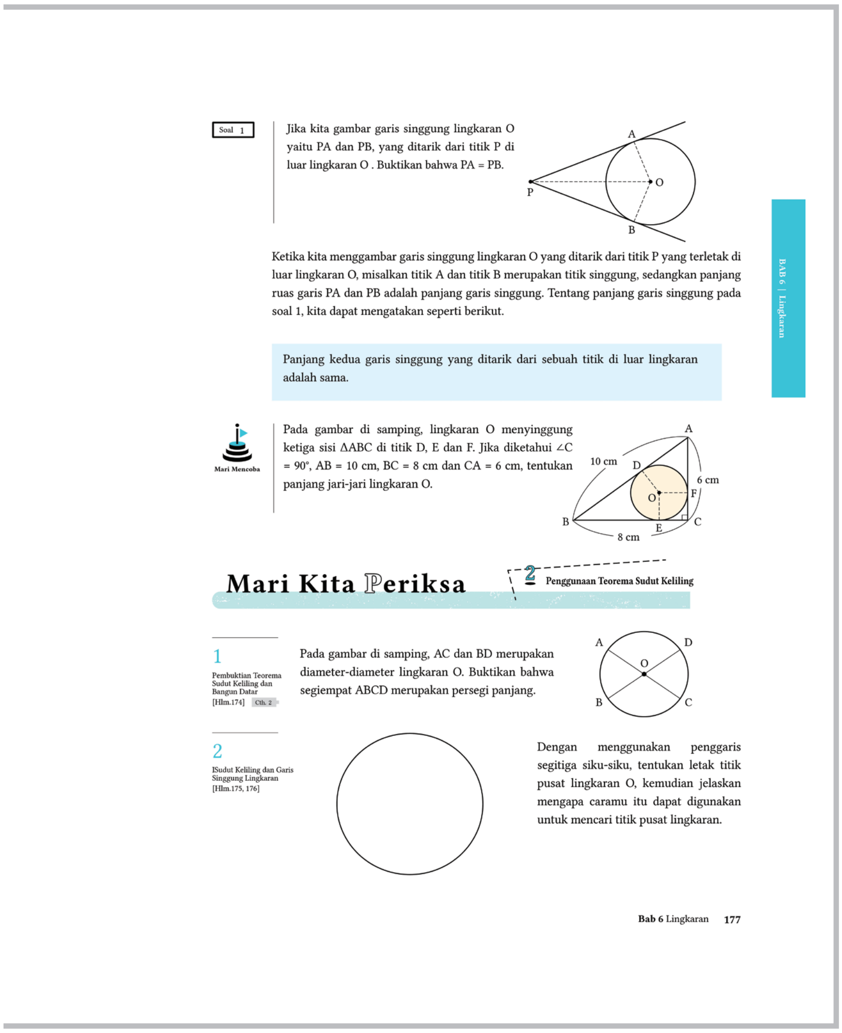
Menjelaskan dan mendiskusikan secara deduktif dasar dan alasan bisa membuat garis singgung dengan cara 3. Disini, kuncinya ada pada pembelajaran 2 halaman sebelumnya.

Fakta bahwa sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran adalah 90º, dan garis singgung adalah garis yang melalui 1 titik pada lingkaran dan tegak lurus dengan jari-jari lingkaaran tersebut. Apakah dua hal ini dapat dijadikan sebagi dasar atau tidak.

Referensi **Alasan garis singgung menjadi garis tengah dan vertikal**



Seperti gambar kanan berikut ini, ketika lingkaran O dan AB garis singgung lingkaran O di titik P dimana titik P juga merupakan titik tengah AB. Jika kita menempatkan titik Q pada garis AB selain pada posisi P, maka Q menjadi titik bagian luar lingkaran O. Oleh karena itu, segmen garis OQ lebih panjang dari garis tengah lingkaran O. Dengan kata lain, OQ > OP telah berlaku. Sedangkan, jarak antara titik dan garis lurus (panjangnya yang paling pendek) adalah panjang garis tegak lurus yang ditarik dari titik tersebut ke garis lurus.



Soal 1

Jika kita gambar garis singgung lingkaran O yaitu PA dan PB, yang ditarik dari titik P di luar lingkaran O . Buktikan bahwa PA = PB.

Ketika kita menggambar garis singgung lingkaran O yang ditarik dari titik P yang terletak di luar lingkaran O, misalkan titik A dan titik B merupakan titik singgung, sedangkan panjang ruas garis PA dan PB adalah panjang garis singgung. Tentang panjang garis singgung pada soal 1, kita dapat mengatakan seperti berikut.

Panjang kedua garis singgung yang ditarik dari sebuah titik di luar lingkaran adalah sama.

Mari Mencoba

Pada gambar di samping, lingkaran O menyinggung ketiga sisi ΔABC di titik D, E dan F. Jika diketahui ∠C = 90°, AB = 10 cm, BC = 8 cm dan CA = 6 cm, tentukan panjang jari-jari lingkaran O.

Mari Kita Periksa

2 Penggunaan Teorema Sudut Keliling

1 Pembuktian Teorema Sudut Keliling dan Bangun Datar [Hlm.174] Cth. 2

Pada gambar di samping, AC dan BD merupakan diameter-diameter lingkaran O. Buktikan bahwa segiempat ABCD merupakan persegi panjang.

2 ISudut Keliling dan Garis Singgung Lingkaran [Hlm.175, 176]

Dengan menggunakan penggaris segitiga siku-siku, tentukan letak titik pusat lingkaran O, kemudian jelaskan mengapa caramu itu dapat digunakan untuk mencari titik pusat lingkaran.

Bab 6 Lingkaran 177

Penyelesaian

Soal 1

Pada △PAO dan △OBP, Jika,

∠OAP = ∠OBP = 90° ①

PO adalah sama ②

Maka, OA = OB ③

Dari persamaan ①, ② dan ③, jika sisi miring segitiga siku - siku dengan satu sisi yang lain masing - masing sama, maka

△PAO = △OBP

Oleh karena itu, PA=PB

Mari Mencoba

Jika garis tengah lingkaran O adalah x cm, dan segi empat OECF adalah persegi, maka

EC = FC = x cm

Dari 1 titik lingkaran luar, jika panjang 2 garis singgung yang ditarik dari lingkaran ini adalah sama, maka

AD = AF = 6 - x ①

BD = BE = 8 - x ②

dari persamaan ① dan ②,

AB = AD+BD

10 = (6 - x) + (8 - x)

Jika menyelesaikan ini, maka x = 2

Jawaban 2 cm

Mari Kita Periksa

(30 menit)

Penyelesaian

1

Pada persegi ABCD, jika ∠A dan ∠C adalah sudut keliling yang menghadap diameter BD lingkaran lingkaran O, maka

∠A = ∠C = 90° ①

Jika ∠B dan ∠D adalah sudut keliling yang menghadap diameter AC, maka

∠B = ∠D = 90° ②

Dari persamaan ① dan ②, jika 4 sudutnya membentuk 90°, maka persegi ABCD adalah persegi panjang.

2

Ilustrasi

(Alasan) Jika sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran adalah 90°, kemudian meletakkan bagian atas siku - siku penggaris segitiga pada keliling lingkaran, maka jika menghubungkan persimpangan antara 2 sisi dan lingkaran yang mengapit siku - siku, disebut sebagai diameter.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

6. Penanganan Soal 1

Dari fakta bahwa 1 titik lingkaran luar, jika panjang 2 garis singgung yang ditarik dari lingkaran ini adalah sama, akan lebih mudah menjelaskan dengan menggunakan syarat - syarat kesesuaian segitiga siku-siku (sisi miring dan 1 sisi lainnya).

Sifat-sifat ini bukanlah sebagai teorema, tetapi ingin agar dapat digunakan pada situasi-situasi konkret sebagai sifat-sifat yang telah terkonfirmasi.

BAB 6 Soal Ringkasan

(2 jam)

Penyelesaian

(dasar)

1

(1)	$\angle x = 110°$	(2)	$\angle x = 32°$
(3)	$\angle x = 58°$	(4)	$\angle x = 35°$
(5)	$\angle x = 80°$	(6)	$\angle x = 20°$

2

(1) Pada $\triangle ABD$ dan $\triangle PBA$

Jika sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran adalah 90º, maka

$\angle ADB = 90°$

Jika garis singgung lingkaran adalah garis tengah yang melalui titik singgung secara vertikal, maka

$\angle PAB = 90°$

Oleh karena itu,

$\angle ADB = \angle PAB$ ①

Dan, $\angle B$ adalah sama ②

Dari persamaan ① dan ①, masing - masing 2 kelompok sudut adalah sama, maka

$\triangle ABD \sim \triangle PBA$.

(2) Dari $\triangle ABD \sim \triangle PBA$, jika panjang PD adalah x cm, maka

$AB : PB = DB : AB$

$6 : 9 = (9 - x) : 6$

$81 - 9x = 36$

$x = 5$

Jawaban 5 cm

3

(1) Pada $\triangle DBC$ dan $\triangle ECB$

Jika $\triangle ABC$ adalah segitiga sama kaki, maka

$\angle DBC \cong \angle ECB$ ①

Dengan asumsi, BD = CE ②

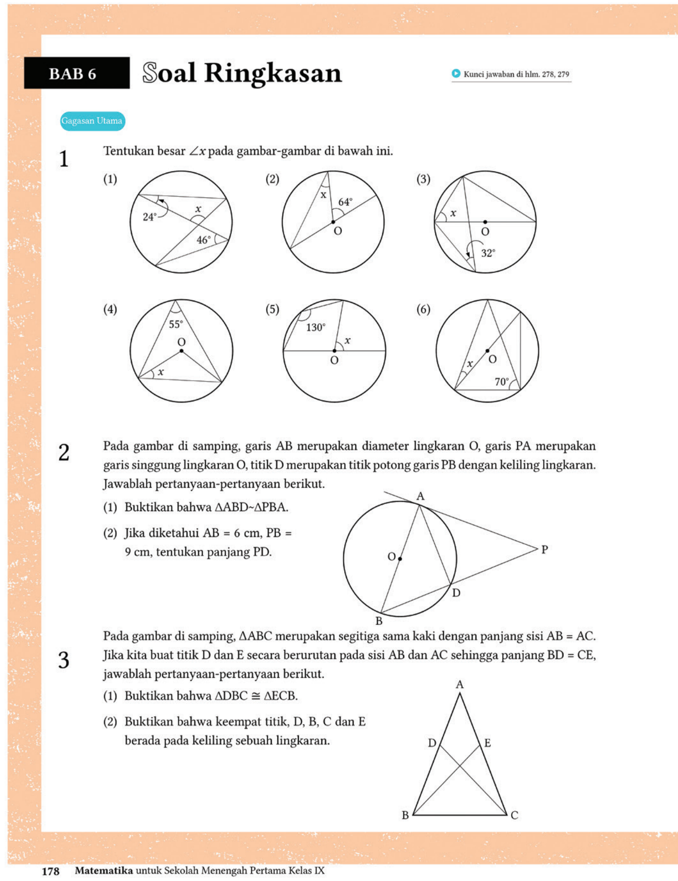
Dan BC adalah sama ③

Dari persamaan ①, ② dan ③, jika 2 sisi dan sudut diantaranya masing - sama, maka,

$\triangle DBC \cong \triangle ECB$

(2) Dari nomor 1 di atas, $\angle BDC \cong \angle CEB$

Oleh karena itu, berdasarkan kebalikan teorema sudut keliling, maka 4 titik A, B, C, dan D terletak pada 1 keliling lingkaran.



BAB 6 Soal Ringkasan

Kunci jawaban di hlm. 278, 279

Gagasan Utama

1 Tentukan besar $\angle x$ pada gambar-gambar di bawah ini.

(1) (2) (3) (4) (5) (6)

2 Pada gambar di samping, garis AB merupakan diameter lingkaran O, garis PA merupakan garis singgung lingkaran O, titik D merupakan titik potong garis PB dengan keliling lingkaran. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa $\triangle ABD \sim \triangle PBA$.

(2) Jika diketahui AB = 6 cm, PB = 9 cm, tentukan panjang PD.

3 Pada gambar di samping, $\triangle ABC$ merupakan segitiga sama kaki dengan panjang sisi AB = AC. Jika kita buat titik D dan E secara berurutan pada sisi AB dan AC sehingga panjang BD = CE, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa $\triangle DBC \cong \triangle ECB$.

(2) Buktikan bahwa keempat titik, D, B, C dan E berada pada keliling sebuah lingkaran.

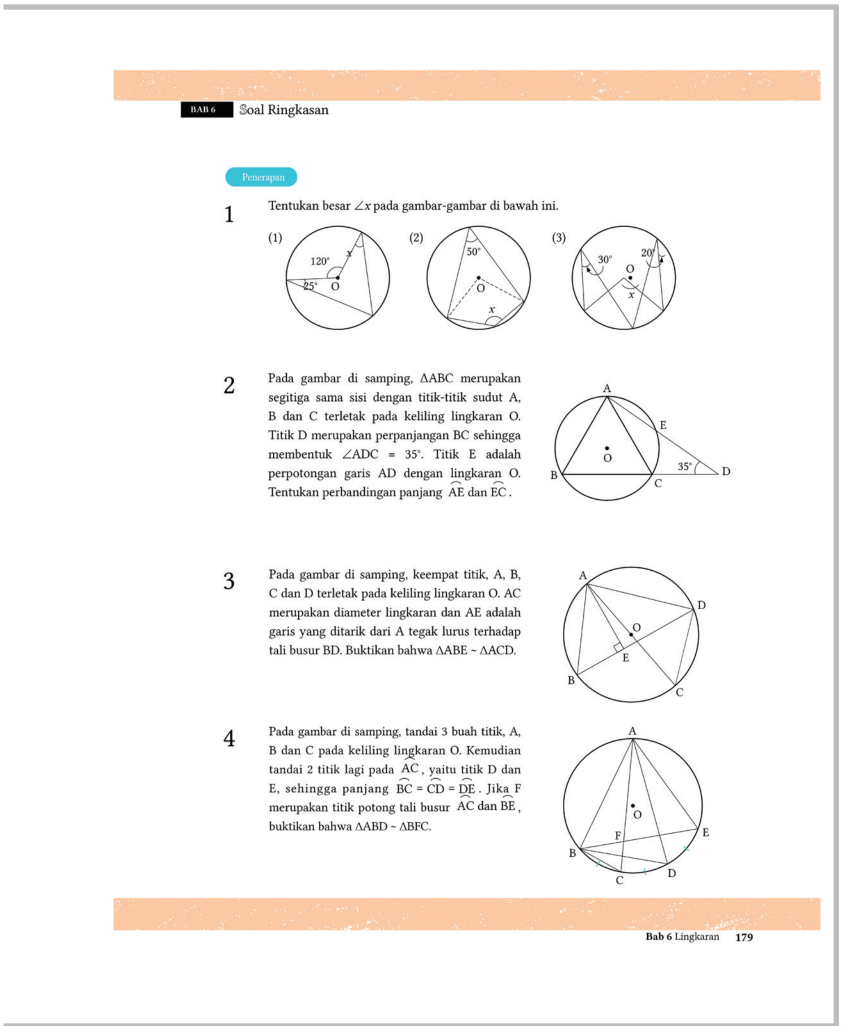
178 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

7. Penanganan

Mari Mencoba

Di SMP pelajaran tentang *incircle* dan *circumcircle* pada segitiga diperlakukan sebagai "pengembangan" (karena materi matematika A SMA). Disini, mengambilnya sebagai soal untuk dipikirkan dengan menggunakan fakta "panjang 2 garis singgung adalah sama" yang telah dibuktikan pada $\boxed{\text{Soal 1}}$. Jika ada waktu lebih baik mengenalkannya kepada siswa, karena bagi siswa SMP pun soal ini mudah untuk dikerjakan.

Selanjutnya, pada halaman 184 buku pelajaran kelas 1, menangani *incircle* dan *circumcirle* pada segitiga yang berhubungan dengan pelajaran membuat gambar.



BAB 6 Soal Ringkasan

Penerapan

1 Tentukan besar $\angle x$ pada gambar-gambar di bawah ini.

(1) (2) (3)

2 Pada gambar di samping, ΔABC merupakan segitiga sama sisi dengan titik-titik sudut A, B dan C terletak pada keliling lingkaran O. Titik D merupakan perpanjangan BC sehingga membentuk $\angle ADC = 35°$. Titik E adalah perpotongan garis AD dengan lingkaran O. Tentukan perbandingan panjang $\overset{\frown}{AE}$ dan $\overset{\frown}{EC}$.

3 Pada gambar di samping, keempat titik, A, B, C dan D terletak pada keliling lingkaran O. AC merupakan diameter lingkaran dan AE adalah garis yang ditarik dari A tegak lurus terhadap tali busur BD. Buktikan bahwa $\Delta ABE \sim \Delta ACD$.

4 Pada gambar di samping, tandai 3 buah titik, A, B dan C pada keliling lingkaran O. Kemudian tandai 2 titik lagi pada $\overset{\frown}{AC}$, yaitu titik D dan E, sehingga panjang $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE}$. Jika F merupakan titik potong tali busur $\overset{\frown}{AC}$ dan $\overset{\frown}{BE}$, buktikan bahwa $\Delta ABD \sim \Delta BFC$.

Bab 6 Lingkaran 179

Penyelesaian

(Pengaplikasian)

1

(1) $\angle x = 35°$

(2) $\angle x = 130°$

(3) $\angle x = 100°$

2

Menghubungkan B dan E.

$\angle AEB = \angle ACB = 60°$

Jika $\angle AEB$ adalah sudut luar dari $\triangle ABC$, maka

$\angle EBC = \angle AEB - \angle EDB$

$= 60° - 35°$

$= 25°$

Dan, jika $\angle ABC = 60°$, maka

$\angle ABE = \angle ABC - \angle EBC$

$= 60° - 25°$

$= 35°$

JIka $\angle ABE$ dan $\angle EBC$ masing - masing adalah sudut keliling yang menghadap $\overset{\frown}{AE}$ dan $\overset{\frown}{AC}$, dan jika besar sudut keliling dan panjang busur sebanding, maka

AE : EC = 35 : 25 = 7 : 5

3

Pada $\triangle ABE$ dan $\triangle ACD$,

Dengan asumsi, $\angle AEB = 90°$

Jika sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran adalah 90°, maka

$\angle ADC = 90°$

Oleh karena itu, $\angle AEB = \angle ADC$ ①

Jika sudut keliling yang menghadap $\overset{\frown}{AD}$ adalah sama, maka

$\angle ABE = \angle ACD$ ②

Dari persamaan ① dan ②, jika masing - masing dua kelompok sudut adalah sama, maka

$\triangle ABE \sim \triangle ACD$

4

Pada $\triangle ABD$ dan $\triangle BFC$

Jika sudut keliling yang menghadap AB adalah sama, maka

$\angle ADB = \angle BCF$ ①

Dari $\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{CE}$, jika sudut keliling yang menghadap busur yang sama adalah sama, maka

$\angle ADB = \angle BCF$ ②

Dari persamaan ① dan ②, jika masing-masing 2 kelompok sudut adalah sama, maka

$\triangle ABD \sim \triangle BFC$

Penyelesaian

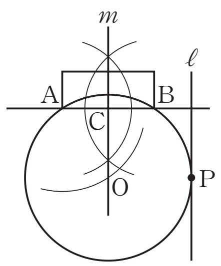
(Penggunaan Praktis)

1

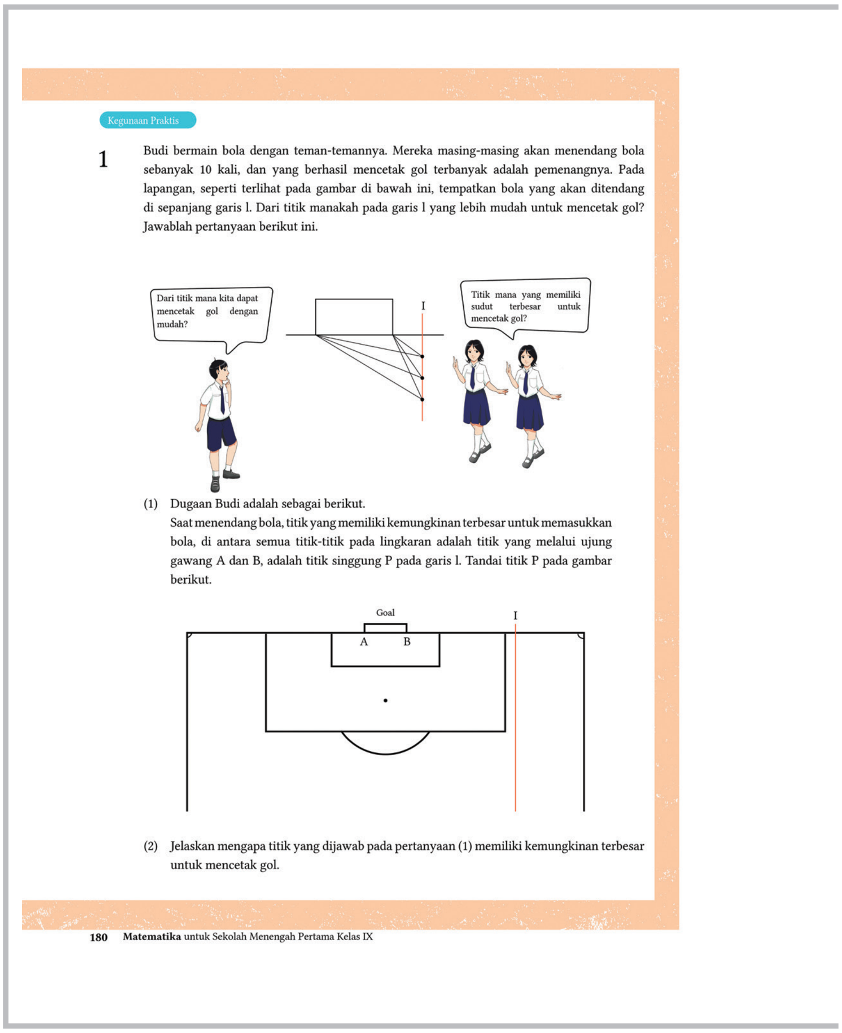
(1) ① Jika menarik garis - garis lurus m AB, maka persimpangan dengan AB adalah C.

② Buatlah lingkaran dengan A sebagai pusatnya dan jarak antara C dan l sebagai garis tengahnya, maka persimpangan dengan m adalah O.

③ Jika membuat lingkaran dengan garis tengah AO dan O sebagai pusatnya, maka P adalah titik singgung dengan l.



(2) Karena titik Q pada ℓ selain P adalah titik di luar lingkaran, $\angle AQB$ lebih kecil dibanding sudut keliling $\angle APB$ yang menghadap $\overset{\frown}{AB}$ lingkaran O yang digambar pada nomor 1. Dengan kata lain, diantara lingkaran yang melalui kedua ujung gawang, tempat yang persentasenya paling tinggi untuk masuk ke gawang adalah titik singgung lingkaran yang bersinggungan dengan garis lurus ℓ.



Kegunaan Praktis

1 Budi bermain bola dengan teman-temannya. Mereka masing-masing akan menendang bola sebanyak 10 kali, dan yang berhasil mencetak gol terbanyak adalah pemenangnya. Pada lapangan, seperti terlihat pada gambar di bawah ini, tempatkan bola yang akan ditendang di sepanjang garis l. Dari titik manakah pada garis l yang lebih mudah untuk mencetak gol? Jawablah pertanyaan berikut ini.

(1) Dugaan Budi adalah sebagai berikut.
Saat menendang bola, titik yang memiliki kemungkinan terbesar untuk memasukkan bola, di antara semua titik-titik pada lingkaran adalah titik yang melalui ujung gawang A dan B, adalah titik singgung P pada garis l. Tandai titik P pada gambar berikut.

(2) Jelaskan mengapa titik yang dijawab pada pertanyaan (1) memiliki kemungkinan terbesar untuk mencetak gol.

180 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

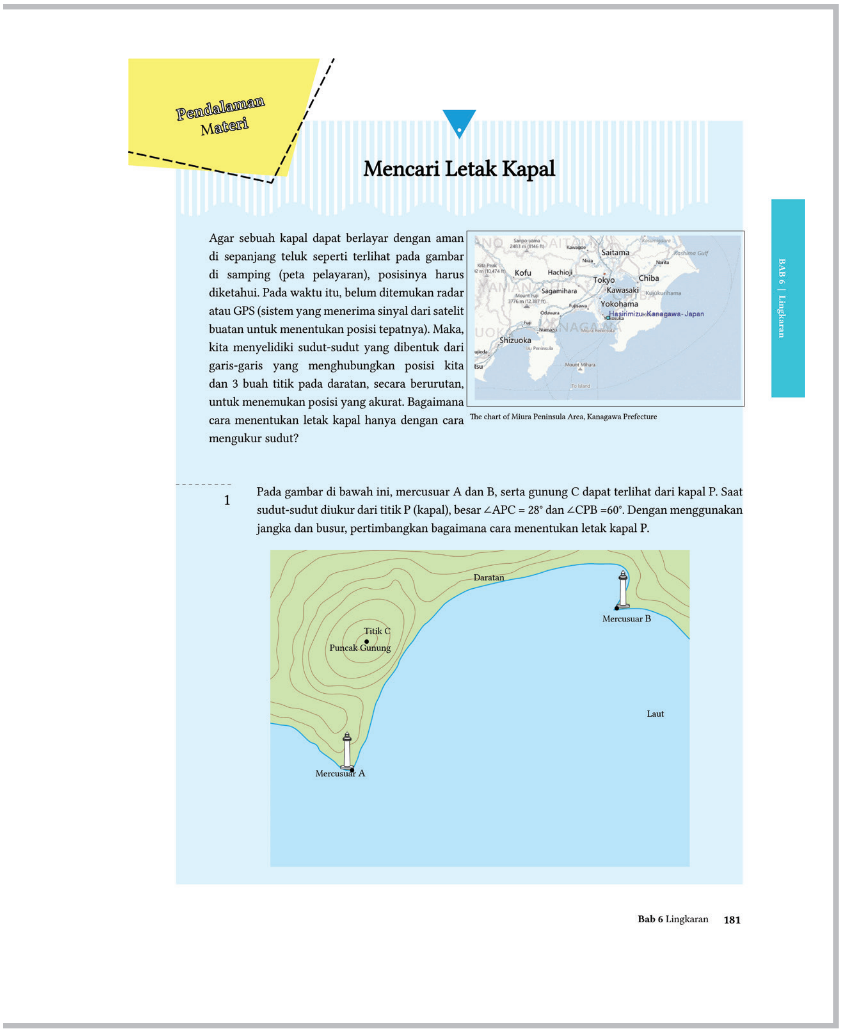
Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. **Penanganan** (Penggunaan Praktis)

Soal untuk mencapai penyelesaian dengan mengaplikasikan hal - hal yang telah dipelajari pada bab ini. Meminta siswa berpikir dengan mengingat kembali hal-hal yang telah dipelajari pada buku pelajaran halaman 161-162 dan 170-171.

Pada Soal 1 halaman 171, jika menempatkan titik pada bagian luar lingkaran, maka besar sudutnya lebih kecil dibanding sudut keliling.

Berdasarkan hal ini, jika membayangkan lingkaran melewati 2 titik A, B, dan garis lurus seolah olah membentuk garis singgung, karena titik selain titik singgung akan menjadi bagian luar lingkaran, maka titik singgung yang menentukan titik P.



Pendalaman Materi

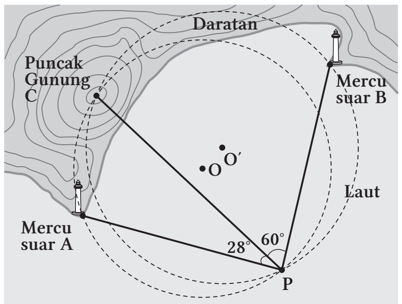
Mencari Letak Kapal

Agar sebuah kapal dapat berlayar dengan aman di sepanjang teluk seperti terlihat pada gambar di samping (peta pelayaran), posisinya harus diketahui. Pada waktu itu, belum ditemukan radar atau GPS (sistem yang menerima sinyal dari satelit buatan untuk menentukan posisi tepatnya). Maka, kita menyelidiki sudut-sudut yang dibentuk dari garis-garis yang menghubungkan posisi kita dan 3 buah titik pada daratan, secara berurutan, untuk menemukan posisi yang akurat. Bagaimana cara menentukan letak kapal hanya dengan cara mengukur sudut?

The chart of Miura Peninsula Area, Kanagawa Prefecture

1 Pada gambar di bawah ini, mercusuar A dan B, serta gunung C dapat terlihat dari kapal P. Saat sudut-sudut diukur dari titik P (kapal), besar $\angle APC = 28°$ dan $\angle CPB = 60°$. Dengan menggunakan jangka dan busur, pertimbangkan bagaimana cara menentukan letak kapal P.

Bab 6 Lingkaran 181



Mencari Letak Kapal

(1,5 jam)

Tujuan

Peserta didik dapat mencari dan menjelaskan cara untuk menentukan posisi kapal yang berada di atas laut dengan mengaplikasikan hubungan sudut keliling dan sudut pusat.

Penyelesaian

1

Titik P = $\angle APC = 28°$ berada pada keliling lingkaran O dengan sudut kelilingnya yang menghadap $\overset{\frown}{AC}$ adalah $28°$.

Dengan cara yang sama, titik P $\angle AEB = 60°$ berada pada keliling lingkaran O' dengan sudut kelilingnya yang menghadap BC adalah $60°$.

Oleh karena itu, jika bisa membuat 2 lingkaran O dan O', maka dari 2 lingkaran yang bersimpangan, bisa menentukan posisi titik P.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan 1

Soal untuk menentukan posisi sendiri di atas peta laut dengan mengaplikasikan hubungan sudut keliling dan sudut pusat.

Pertama, dengan membayangkan berada dimanakah posisi sudut P = $\angle APC = 28°$. Dari pembelajaran sampai saat ini, jika memerhatikan bahwa lokus titik P yang terdiri dari 2 titik A dan C berada pada busur, maka dapat menghubungkannya dengan cara untuk menentukan posisi titik P.

2. Penanganan 2

Memikirkan cara untuk menentukan pusat lingkaran O dengan berpatokan pada $\angle APC$ yang merupakan sudut keliling AC adalah $\angle 28°$. Misalnya yangharus ditentukan adalah pusat O, jika $\angle AOC$ adalah sudut pusat yang menghadap $\overset{\frown}{AC}$, kemudian jika menemukan besarnya adalah $56°$, maka bisa menjelaskan alasan membuat segitiga sama kaki dengan sudut alas $62°$.

3. Penanganan 3

Disini yang penting adalah mempraktikkan teoremanya, bukan membuat gambar dengan tepat. Bisa dengan meminta siswa untuk menggambar sudut alas $30°$ dengan menggunakan sudut penggaris segitiga.

Jika menggunakan teorema, dengan menentukan target benda yang terlihat dari kelas dan sudut yang ingin dibuat, bisa belajar menentukan posisi diri sendiri di dalam mikrokosmos.

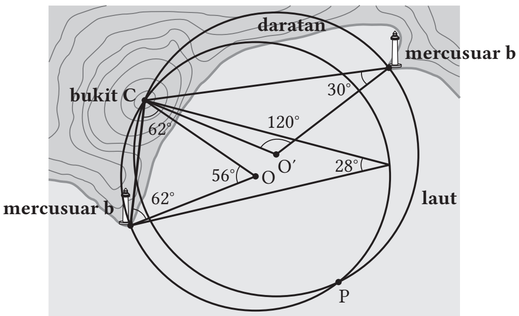
Penyelesaian

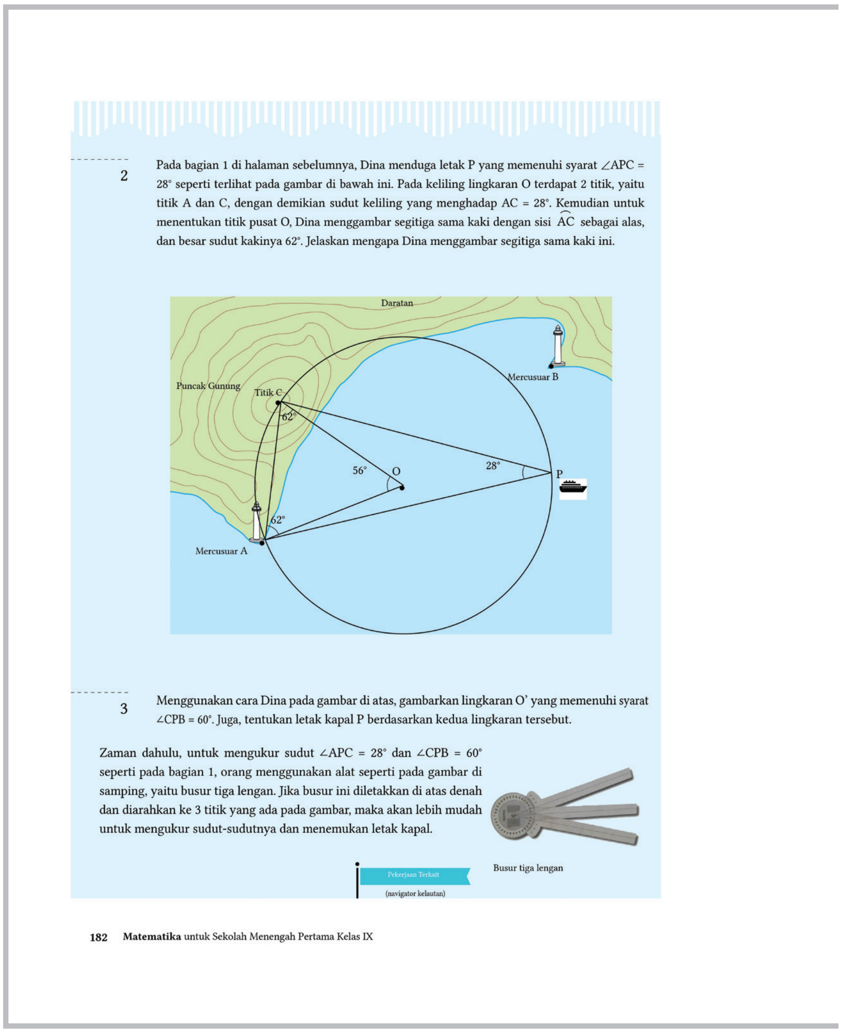
2

Pada lingkaran yang melalui 3 titik A, C dan P, $\angle APC$ merupakan sudut keliling yang menghadap AC. Dengan demikian, sudut pusat yang menghadap AC adalah $28^\circ \times 2 = 56^\circ$. Oleh karena itu, jika segmen garis AC adalah alas, dan mengalikannya dengan segitiga sama kaki OCA yang sudut alasnya 62°, maka titik puncak O adalah pusat lingkaran.

3

Dengan cara yang sama seperti nomor **2**, tentukan sudut pusat yang menghadap BC, kemudian membuat segitiga sama kaki O'BC dengan segemn garis BC sebagai alas. Di antara persimpangan 2 lingkaran O dan lingkaran O', jika titik satunya adalah C, maka titik satunya adalah P yang menentukan posisi kapal.





2 Pada bagian 1 di halaman sebelumnya, Dina menduga letak P yang memenuhi syarat $\angle APC = 28^\circ$ seperti terlihat pada gambar di bawah ini. Pada keliling lingkaran O terdapat 2 titik, yaitu titik A dan C, dengan demikian sudut keliling yang menghadap $AC = 28^\circ$. Kemudian untuk menentukan titik pusat O, Dina menggambar segitiga sama kaki dengan sisi $\overset{\frown}{AC}$ sebagai alas, dan besar sudut kakinya 62°. Jelaskan mengapa Dina menggambar segitiga sama kaki ini.

3 Menggunakan cara Dina pada gambar di atas, gambarkan lingkaran O' yang memenuhi syarat $\angle CPB = 60^\circ$. Juga, tentukan letak kapal P berdasarkan kedua lingkaran tersebut.

Zaman dahulu, untuk mengukur sudut $\angle APC = 28^\circ$ dan $\angle CPB = 60^\circ$ seperti pada bagian 1, orang menggunakan alat seperti pada gambar di samping, yaitu busur tiga lengan. Jika busur ini diletakkan di atas denah dan diarahkan ke 3 titik yang ada pada gambar, maka akan lebih mudah untuk mengukur sudut-sudutnya dan menemukan letak kapal.

Busur tiga lengan

Pekerjaan Terkait

(navigator kelautan)

182 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

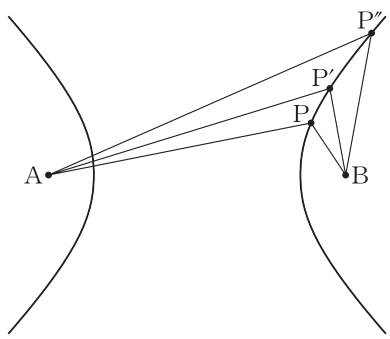
Referensi GPS

Saat ini, GPS (*Global Positioning System*) digunakan di berbagai perangkat, seperti pada navigasi mobil, handphone, smartphone, dan lain-lain, disini pun matematika diaplikasikan.

Dari satelit buatan, dikirim sinyal informasi posisi inti waktu yang akurat dan satelit.

Tetapi, untuk informasi waktu, ada sedikit selisih karena adanya perbedaan jarak sampai ke satelit.

Misalnya ada 3 titik A, B dan P, titik yang panjang antara AP dan BP perbedaannya tetap adalah, berada di permukaan membentuk hiperbola, jika di angkasa menjadi hiperboloid. Dengan kata lain, jika titik A dan B adalah satelit buatan, dan titik P adalah diri sendiri, maka titik yang berada dari 2 satelit buatan A dan B yang memiliki jarak yang sama, berada pada hiperboloid. Dengan menggunakan satelit buatan yang lain tentukanlah hiperboloid, jika persimpangan 3 hiperboloid diketahui, dari perbedaan perbedaan waktu dan informasi posisi satelit, bisa menentukan posisi diri sendiri saat ini yang tepat.



BAB

7 Teorema Pythagoras

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022
Buku Panduan Guru Matematika Untuk Smp Kelas Ix
Penulis: Tim Gakko Tohso
Penyadur: Wahyu Setyaningrum S. dan Sukarman
ISBN: 978-602-244-836-5

(bab pengantar 1 jam)

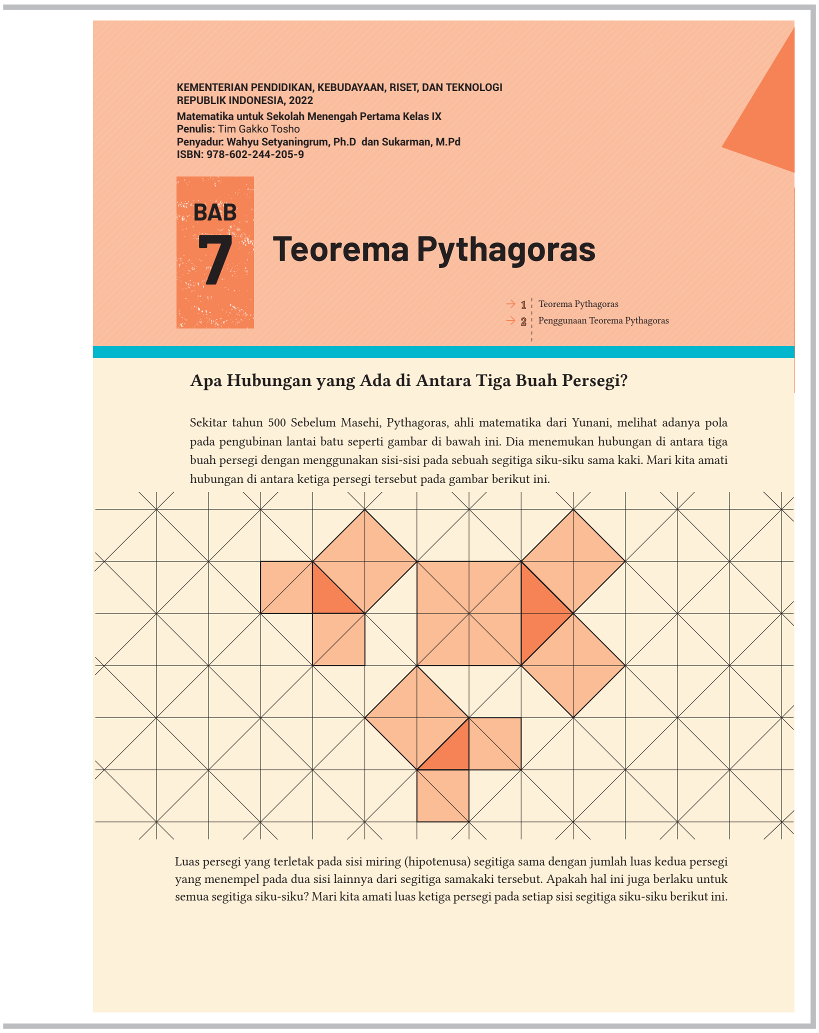
• Tujuan •

1. Peserta didik dapat menghitung permukaan sisi miring dari segitiga siku-siku sama kaki, dengan memperhatikan sisi-sisi lainnya
2. Cara no 1 maka peserta didik dapat memberlakukan segitiga bentuk biasa, dengan menggambar beberapa segitiga siku-siku, dapat menghitung luas, sekaligus dapat memastikannya

Interpretasi . Catatan

1. Pythagoras

Pythagoras lahir di pulau Samo, bagian tenggara laut aegea, kemudian dia pindah ke roton - italia selatan - mendirikan perkumpulan yang disebut sekolah pythagoras, di mana melakukan penelitian mengenai matematika, filsafat dan lain sebagainya.



KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Ph.D dan Sukarman, M.Pd
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 7 Teorema Pythagoras

Apa Hubungan yang Ada di Antara Tiga Buah Persegi?

Sekitar tahun 500 Sebelum Masehi, Pythagoras, ahli matematika dari Yunani, melihat adanya pola pada pengubinan lantai batu seperti gambar di bawah ini. Dia menemukan hubungan di antara tiga buah persegi dengan menggunakan sisi-sisi pada sebuah segitiga siku-siku sama kaki. Mari kita amati hubungan di antara ketiga persegi tersebut pada gambar berikut ini.

Luas persegi yang terletak pada sisi miring (hipotenusa) segitiga sama dengan jumlah luas kedua persegi yang menempel pada dua sisi lainnya dari segitiga samakaki tersebut. Apakah hal ini juga berlaku untuk semua segitiga siku-siku? Mari kita amati luas ketiga persegi pada setiap sisi segitiga siku-siku berikut ini.

Melakukan penelitian tentang bilangan, bilangan genap/ganjil, bilangan prima, bilangan sempurna, tripel pythagoras.

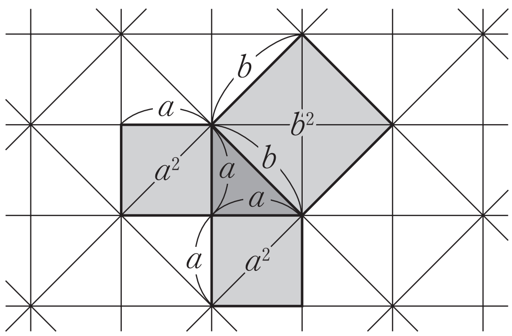
Sedangkan untuk bentuk, selain teorema pythagoras, mempelajari gambar segilima beraturan, pembagian, dan polihedron beraturan

2. Penggunaan halaman ini

Di sini, aktivitas matematika dilakukan untuk menkonfirmasi apakah aturan yang berlaku untuk segitiga siku-siku sama kaki juga berlaku untuk segitiga siku-siku. Dengan memeriksa apakah suatu aturan akan berlaku jika ada kondisi yang sedikit berbeda, sehingga bisa mengetahui tentang teorema pythagoras.

Dalam pengajaran halaman 194, kita menghitung segitiga siku-siku sama kaki. asumsikan bahwa panjang salah satu sisi bujursangkar dalam gambar adalah 1, dalam segitiga siku-siku sama kaki sisinya adalah 0,5, maka jumlah luas persegi dengan sisi yang sama adalah 1+1 yaitu 2, dan luas persegi dengan sisi miring sebagai salah satu sisinya adalah 2, dan hubungannya adalah 1+1=2. dalam segitiga siku-siku dengan luas 1, maka 2+2 = 4.

Karena semua segitiga siku-siku sama kaki pada gambar tersebut sama, jika panjang sama sisi segitiga siku-siku sama kaki adalah a dan panjang hipotenusa adalah b, maka terlihat bahwa hubungan $a^2 + a^2 = b^2$.

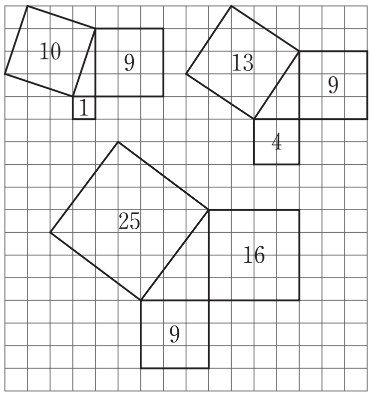


Penyelesaian

1

① 1, 1, 2
② 1, 4, 5

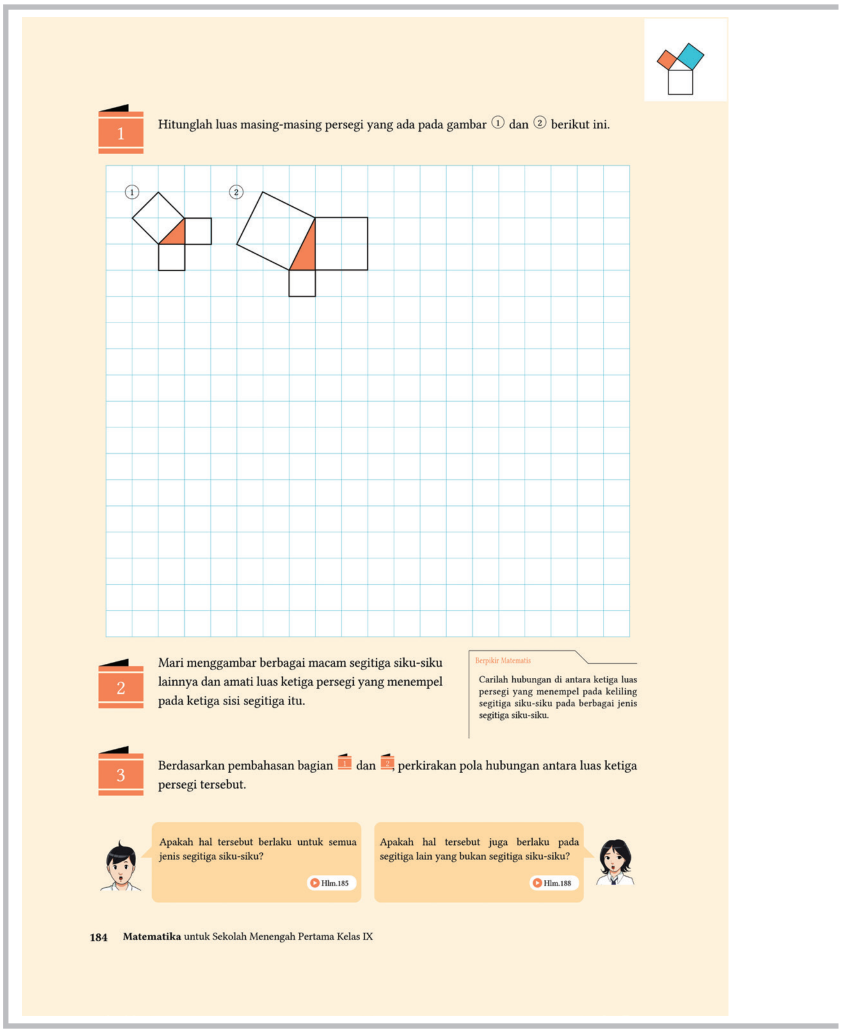
2 (Contoh)



3

Luas dari ketiga kotak tersebut adalah P, Q, R (R adalah persegi dengan sisi miring sebagai salah satu sisinya) maka dapat membayangkan hubungan

P + Q = R



Hitunglah luas masing-masing persegi yang ada pada gambar ① dan ② berikut ini.

Mari menggambar berbagai macam segitiga siku-siku lainnya dan amati luas ketiga persegi yang menempel pada ketiga sisi segitiga itu.

Berpikir Matematis

Carilah hubungan di antara ketiga luas persegi yang menempel pada keliling segitiga siku-siku pada berbagai jenis segitiga siku-siku.

Berdasarkan pembahasan bagian 1 dan 2, perkirakan pola hubungan antara luas ketiga persegi tersebut.

Apakah hal tersebut berlaku untuk semua jenis segitiga siku-siku? Hlm.185

Apakah hal tersebut juga berlaku pada segitiga lain yang bukan segitiga siku-siku? Hlm.188

184 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Tindakan untuk 1, 2, 3

Di halaman sebelumnya, ada segitiga siku-siku sama kaki dan hubungan antara luas tiga kotak dalam satu persegi. Ini adalah aktivitas untuk memeriksa apakah tetap bisa menerapkan yang sama dalam berbagai bentuk segitiga.

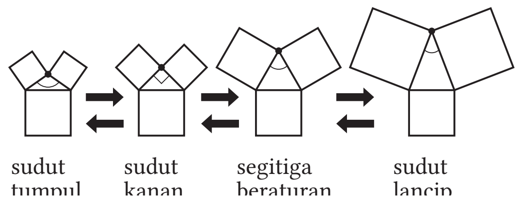
Saat mencari sifat-sifat gambar, teorema hubungan antara titik tengah dan lingkaran, diharapkan siswa antusias dalam menemukannya dengan menggunakan metode induktif, seperti ketika memeriksa hubungan antara sudut tepi dan sudut pusat.

Untuk mencari luas persegi dengan sisi miring segitiga siku-siku sebagai salah satu sisinya, dapat menggambar persegi dengan benar, tetapi beberapa murid menggambar segi empat yang terdistorsi. diharapkan siswa memeriksa satu sama lain dalam kondisi yang ada

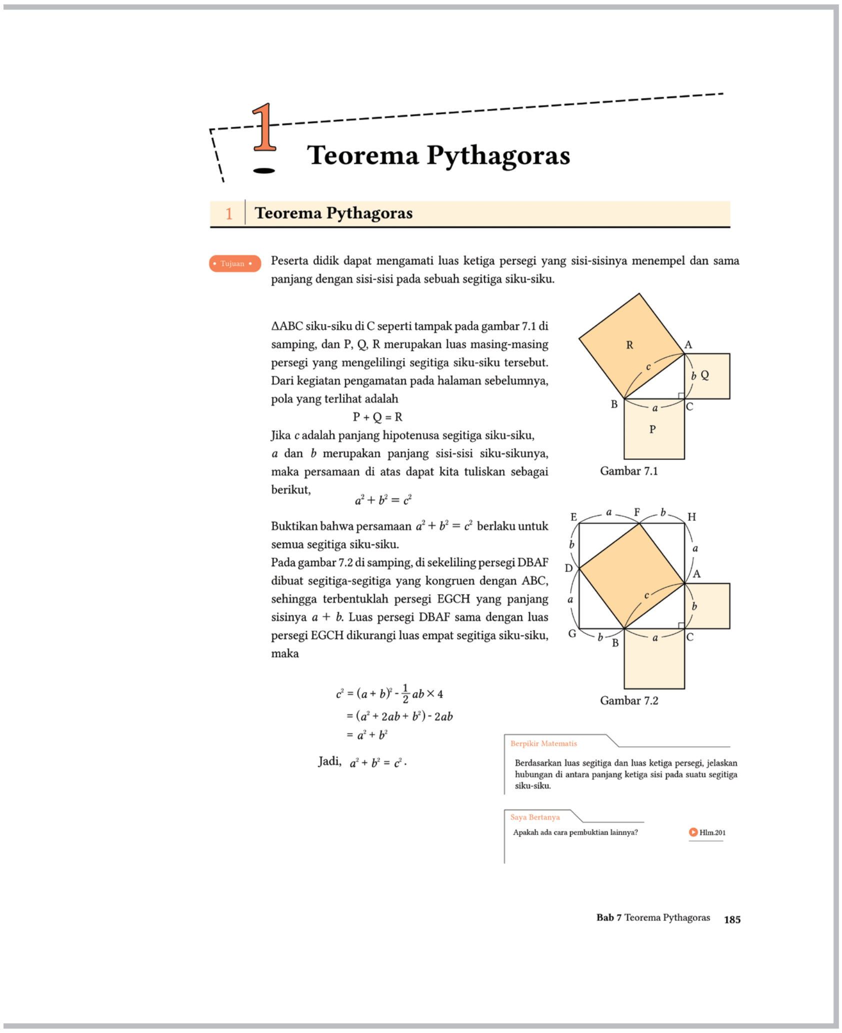
4. Penanganan Bagian Kolom

Perhatikan apakah informasi yang ditemukan secara induktif berlaku untuk semua segitiga siku-siku, lakukan konfirmasi terhadap pembuktiannya, dan lanjutkan ke pembelajaran di halaman selanjutnya

Di sini, kondisi segitiga siku-siku ditinggalkan dai kondisi segitiga sama kaki siku-siku. Jika kondisi segitiga sama kaki diabaikan, maka perlihatkan berbagai segitiga sama kaki berikut dan melakukan konfirmasi bahwa ada juga aturan yang tidak berlaku



fokus pada segitiga selain segitiga siku-siku (lihat halaman 199), "apakah teorema pythagoras juga berlaku pada segitiga selain segitiga siku-siku"



1 Teorema Pythagoras

1 | **Teorema Pythagoras**

Tujuan — Peserta didik dapat mengamati luas ketiga persegi yang sisi-sisinya menempel dan sama panjang dengan sisi-sisi pada sebuah segitiga siku-siku.

ΔABC siku-siku di C seperti tampak pada gambar 7.1 di samping, dan P, Q, R merupakan luas masing-masing persegi yang mengelilingi segitiga siku-siku tersebut. Dari kegiatan pengamatan pada halaman sebelumnya, pola yang terlihat adalah

$$P + Q = R$$

Jika c adalah panjang hipotenusa segitiga siku-siku, a dan b merupakan panjang sisi-sisi siku-sikunya, maka persamaan di atas dapat kita tuliskan sebagai berikut,

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Gambar 7.1

Buktikan bahwa persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ berlaku untuk semua segitiga siku-siku.

Pada gambar 7.2 di samping, di sekeliling persegi DBAF dibuat segitiga-segitiga yang kongruen dengan ABC, sehingga terbentuklah persegi EGCH yang panjang sisinya $a + b$. Luas persegi DBAF sama dengan luas persegi EGCH dikurangi luas empat segitiga siku-siku, maka

$$\begin{aligned} c^2 &= (a+b)^2 - \frac{1}{2}ab \times 4 \\ &= (a^2 + 2ab + b^2) - 2ab \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Jadi, $a^2 + b^2 = c^2$.

Gambar 7.2

Berpikir Matematis

Berdasarkan luas segitiga dan luas ketiga persegi, jelaskan hubungan di antara panjang ketiga sisi pada suatu segitiga siku-siku.

Saya Bertanya

Apakah ada cara pembuktian lainnya? Hlm.201

1. Teorema Pythagoras

(4 jam)

1| Teorema Sudut Keliling

(2 jam)

Tujuan

1. Peserta didik dapat memahami arti dari teorema pythagoras dan pembuktian teorema pythagoras.
2. Peserta didik dapat menghitung panjang satu sisi jika diketahui panjang dua sisi dari segitiga siku-siku dengan menggunakan teorema pythagoras

Catatan

1. Induktif dan Deduktif

Secara induktif, dengan mengamati dan melakukan aktivitas di halaman sebelumnya, P + Q = R, bukan berarti bahwa sudah terjamin seperti ini. Karena intu harus dibuktikan dengan melakukan tindakan deduktif.

Induktif adalah logika yang dipakai ketika menemukan sesuatu, dan deduktif adalah ketika melakukan konfirmasi

2. P + Q = R dan $a^2 + b^2 = c^2$

Pada halaman sebelumnya, teorema pythagoras digunakan sebagai hubungan antara luas tiga persegi dengan setiap sisi segitiga siku-siku sebagai satu sisi, dan dinyatakan dengan P + Q = R, tetapi dengan menyatakannya sebagai $a^2 + b^2 = c^2$.

Sehingga dapat dipahami hubungan antara panjang ketiga sisi segitiga siku-siku.

Dengan kata lain, pembelajaran di sini adalah menggunakan gambar sebagai alat untuk mampu memahami rumus matematika secara menyeluruh.

3. Pembuktian teorema pythagoras

Dikatakan ada lebih dari 100 cara untuk membuktikan teorema pythagoras. dalam buku ini, $a^2 + b^2 = c^2$ dibuktikan dengan menggunakan peta wilayah dan metode aljabar.

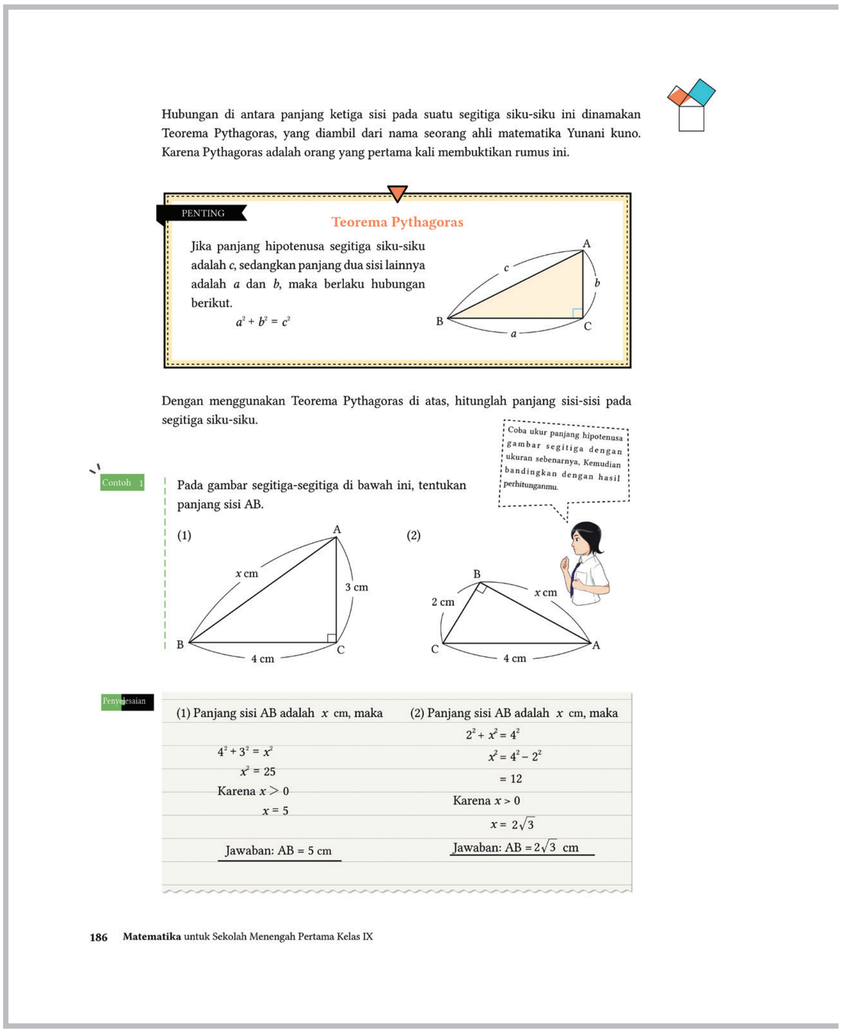
Metode pembuktian teorema pythagoras terutama dirancang oleh ahli matematika, dan dilakukan agar pembelakaran dapat ditangani sesuai dengan minat siswa. Sehingga dapat dinyatakan sebagai "memahami arti dari teorema pythagoras dan mengetahui pembuktiannya". Oleh karena itu, kegiatan ini bertujuan untuk memperkenalkan metode pembuktian yang ditunjukkan kepada siswa agar mereja dapat memahami makna dan merasakan kebaikan gagasan tersebut.

Selanjutnya, dalam diagram di dalam buku teks, dari $\angle ABC + \angle DBG = 90°$, pastikan bahwa segmen garis GB dan BC adalah garis lurus dan segi empat FGCH adalah persegi.

4. Perlakuan Contoh 1

Berikut adalah soal mencari panjang salah satu sisi dengan membuat persaan kuadrat menggunakan teorema pythagoras. (1) adalah segitiga siku-siku dengan perbandingan sisi 3 : 4 : 5. Pada jawaban (1) "karena $x > 0$" berarti solusi persamaannya $x = \pm 5$, tetapi x adalah panjang sisinya dan merupakan berupa angka positif, maka $x = -5$ tidak berlaku.

Karena gambar pada Contoh 1 digambar dengan ukuran yang sebenarnya, maka panjang sisi yang diperoleh dengan menggunakan rumus, dapat dikonfirmasi dengan mengukur panjang gambar tersebut. Hal ini dilakukan untuk membuktikan bahwa teorema pythagoras memang dapat digunakan dalam dunia nyata.


Hubungan di antara panjang ketiga sisi pada suatu segitiga siku-siku ini dinamakan Teorema Pythagoras, yang diambil dari nama seorang ahli matematika Yunani kuno. Karena Pythagoras adalah orang yang pertama kali membuktikan rumus ini.

PENTING

Teorema Pythagoras

Jika panjang hipotenusa segitiga siku-siku adalah c, sedangkan panjang dua sisi lainnya adalah a dan b, maka berlaku hubungan berikut.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

A, B, C, a, b, c

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras di atas, hitunglah panjang sisi-sisi pada segitiga siku-siku.

Coba ukur panjang hipotenusa gambar segitiga dengan ukuran sebenarnya, Kemudian bandingkan dengan hasil perhitunganmu.

Contoh 1 Pada gambar segitiga-segitiga di bawah ini, tentukan panjang sisi AB.

(1) A, B, C, x cm, 3 cm, 4 cm

(2) A, B, C, x cm, 2 cm, 4 cm

Penyelesaian

(1) Panjang sisi AB adalah x cm, maka

$4^2 + 3^2 = x^2$

$x^2 = 25$

Karena $x > 0$

$x = 5$

Jawaban: AB = 5 cm

(2) Panjang sisi AB adalah x cm, maka

$2^2 + x^2 = 4^2$

$x^2 = 4^2 - 2^2$

$= 12$

Karena $x > 0$

$x = 2\sqrt{3}$

Jawaban: AB = $2\sqrt{3}$ cm

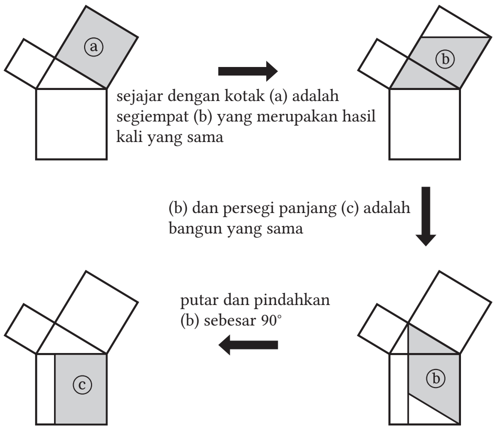
186 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

5. Pembuktian deformasi volume

Di bagian atas halaman ganjil (184-222), ditampilkan buku lipat. Jika membolak-balik halaman 184, kita dapat melihat bahwa dua kotak berwarna, berubah bentuk dan bergerak dalam volume yang sama, sehingga keduanya tumpang tindih tepat dengan kotak bawahnya dan menjadi volume yang sama.

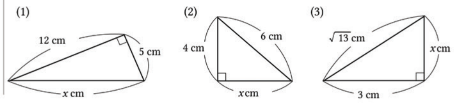
Hal ini memperlihatkan bahwa teorema pythagoras berdasarkan bukti euclid, yang divisualisasikan dan secara intuitif mudah dipahami. Cara memindahkan kotak di kanan atas ada pada bagian sebelah kanan.

Dengan melihat bujur sangkar di kiri atas dapat dipindahkan dengan cara yang sama, maka terlihat bahwa teorema pythagoras berlaku.

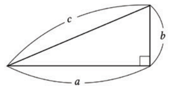


Soal 1 Tentukan nilai x pada setiap segitiga siku-siku di bawah ini.

(1) (2) (3)



Soal 2 Lengkapi tabel berikut ini jika diketahui panjang hipotenusa segitiga siku-siku adalah c, dan panjang dua sisi lainnya adalah a dan b.



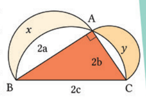
	①	②	③	④	⑤
a	6		4	$\sqrt{2}$	$3\sqrt{5}$
b		24	4		2
c	10	25		3	

BAB 7 | Theorema Pythagoras

Cermati

Bulan Sabit Hippocrates

Pada abad ke-5 SM, hiduplah seorang ahli matematika Yunani Kuno bernama Hippocrates. Dia menemukan sesuatu yang menarik. Gambar di samping terbentuk dari 3 buah bangun setengah lingkaran yang diameternya merupakan ketiga sisi segitiga siku-siku $\triangle ABC$. Bangun ini dinamakan Bulan Sabit Hippocrates.



Hippocrates menemukan bahwa

luas bulan sabit x ditambah luas bulan sabit y sama dengan luas $\triangle ABC$

Pada Bulan Sabit Hippocrates, buktikan bahwa persamaan matematika di atas benar.

Bab 7 Teorema Pythagoras 187

Penyelesaian

Soal 1

(1) $5^2 + 12^2 = x^2$

$x^2 = 169$

Karena $x > 0$, $x = 13$

(2) $4^2 + x^2 = 6^2$

$x^2 = 20$

Karena $x > 0$, $x = 2\sqrt{5}$

(3) $3^2 + x^2 = (\sqrt{13})^2$

$x^2 = 4$

Karena $x > 0$, $x = 2$

Soal 2

① 8 ② 7

③ $4\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{7}$

⑤ 7

cermati

lihat penjelasan catatan no 7

interpretasi . catatan

6. Penjelasan Soal 1 dan Soal 2

Memastikan terlebih dahulu di mana letak hipotenusa ketika menggunakan teorema pythagoras

Lalu, jika perbandingan ketiga sisinya adalah 3 : 4 : 5, 5 : 12 : 13, 7 : 24 : 25 dll, maka rasio integer dari segitiga siku-siku harus diperhatikan.

Selanjutnya, seperti pada gambar kanan, ketika sudut pusat lebih besar dari 180°, pastikan dengan menggunakan gambar bahwa hanya akan menjadi ⓒ, tidak akan menjadi ⓐ atau ⓒ.

7. Bulan Hipokrates

Matematikawan Yunani kuno, Hippocrates, yang menemukan bukti teorema, apabila memiliki waktu maka kita akan menantang siswa. Buktinya adalah sebagai berikut:.

Panjang setiap sisi segitiga siku-siku seperti yang ditunjukkan di buku teks, dengan asumsi AB = $2a$, AC = $2b$, BC = $2c$,

(Area A) + (Area B)

$$= \frac{\pi a^2}{2} + \frac{\pi b^2}{2} - \left(\frac{\pi c^2}{2} - \frac{2a \times 2b}{2}\right)$$

$$= \frac{\pi a^2 + \pi b^2 - \pi c^2}{2} + 2ab$$

$$= \frac{\pi(a^2 + b^2 - c^2)}{2} + 2ab \quad ①$$

Di sini, dari teorema pythagoras,

$$(2a)^2 + (2b)^2 = (2c)^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad ②$$

Mensubstitusi rumus ② menjadi ①, maka

(area a) + (area b)

$$= \frac{\pi(a^2 + b^2 - c^2)}{2} + 2ab$$

$$= \frac{\pi \times 0}{2} + 2ab$$

$$= 2ab$$

$2ab$ adalah luas segitiga siku-siku ABC.

Karena itu,

(area a) + (area b)

= (Luas segitiga siku-siku ABC)

2 | Kebalikan Teorema Pythagoras

(1,5 jam)

• Tujuan •

Peserta didik dapat memahami arti dari Kebalikan Teorema Pythagoras, dan menggunakannya untuk menentukan apakah sebuah segitiga adalah segitiga siku-siku.

Penyelesaian

Q

ⓐ Dari P = 16, Q = 10, R = 18,
P + Q> R

ⓑ Dari P = 16, Q = 9, R = 25,
P + Q = R

ⓒ Dari P = 16, Q = 10, R = 34,
P + Q <R

Interpretasi . Catatan

1. Perlakuan Pada Soal 1

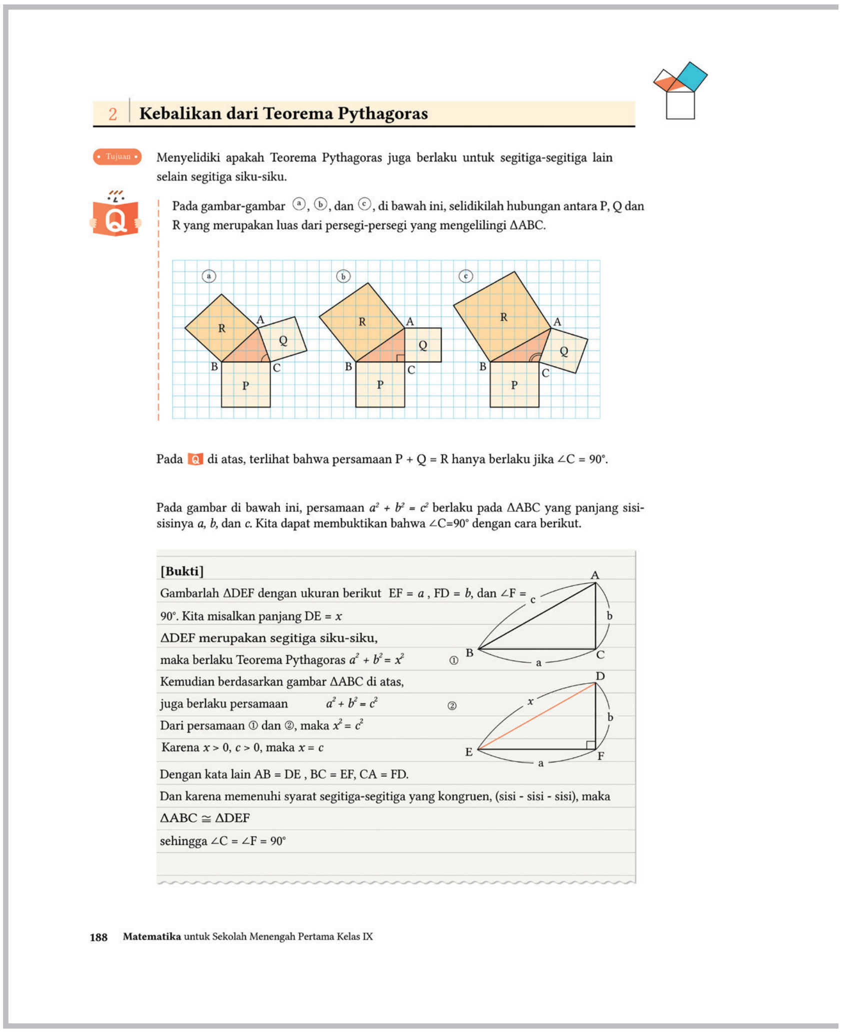
Perlu dipahami bahwa hubungan P + Q = R tidak berlaku kecuali untuk segitiga siku-siku. Di sini sisi BC dari △ABC ditetapkan dan titik A dipindahkan sejajar dengan BC.

Dengan fokus pada perubahan ∠C berkelanjutan, akan terjadi seperti apa? diharapkan siswa dapat mengungkapkannya dengan kata-kata

2. Kebalikan Pythagoras

Di kelas XI, kita telah mempelajari bahwa teori kebalikan/konversi perlu pembuktian. Akan tetapi, beberapa murid sulit memahami pentingnya pembuktian konversi tersebut karena contoh dari teori konversi yang tidak bisa dibuktikan jarang diperlihatkan.

Diagonal pada belah ketupat memang bertemu pada titik vertikal. Akan tetapi, teori konversi menyatakan hal yang tidak tepat seperti "Segi empat dimana diagonalnya bertemu di titik vertikal adalah belah ketupat". Oleh karena itu, kita perlu memahami pentingnya membuktikan teori konversi.


2 | Kebalikan dari Teorema Pythagoras

• Tujuan • Menyelidiki apakah Teorema Pythagoras juga berlaku untuk segitiga-segitiga lain selain segitiga siku-siku.

Q Pada gambar-gambar ⓐ, ⓑ, dan ⓒ, di bawah ini, selidikilah hubungan antara P, Q dan R yang merupakan luas dari persegi-persegi yang mengelilingi ΔABC.

Pada Q di atas, terlihat bahwa persamaan P + Q = R hanya berlaku jika ∠C = 90°.

Pada gambar di bawah ini, persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ berlaku pada ΔABC yang panjang sisi-sisinya a, b, dan c. Kita dapat membuktikan bahwa ∠C=90° dengan cara berikut.

[Bukti]

Gambarlah ΔDEF dengan ukuran berikut EF = a , FD = b, dan ∠F = 90°. Kita misalkan panjang DE = x

ΔDEF merupakan segitiga siku-siku,

maka berlaku Teorema Pythagoras $a^2 + b^2 = x^2$ ①

Kemudian berdasarkan gambar ΔABC di atas,

juga berlaku persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ ②

Dari persamaan ① dan ②, maka $x^2 = c^2$

Karena $x > 0$, $c > 0$, maka $x = c$

Dengan kata lain AB = DE , BC = EF, CA = FD.

Dan karena memenuhi syarat segitiga-segitiga yang kongruen, (sisi - sisi - sisi), maka

ΔABC ≅ ΔDEF

sehingga ∠C = ∠F = 90°

188 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

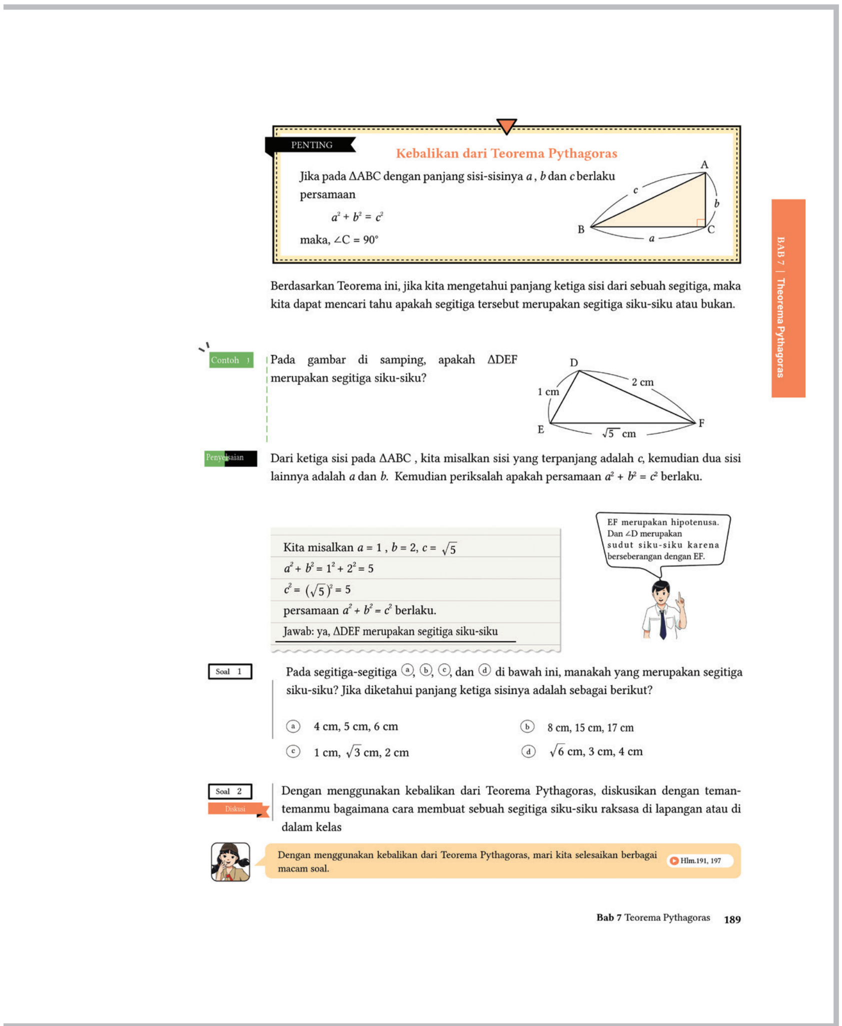
3. Metode Identifikasi

Teori konversi Pythagoras dapat dibuktikan secara tidak langsung dengan metode identifikasi.

Pada metode ini, untuk membuktikan bahwa "bidang A memiliki sifat B", kita perlu membuat bidang A' lain yang memiliki sifat B. Setelah itu, kita dapat menunjukan bahwa A dan A' merupakan bidang yang sama

Lebih jelasnya, untuk membuktikan bahwa "pada ABC jika $a^2 + b^2 = c^2$ maka ∠C=90°, kita perlu membuat segitiga A'B'C' lain dengan sudut ∠C=90° dan menunjukan bahwa
△ABC = △A'B'C'.

Karena siswa belum terbiasa menggunakan metode pembuktian seperti ini, target utama pada pembelajaran kali ini adalah agar siswa memahami metode pembuktian tersebut.


PENTING

Kebalikan dari Teorema Pythagoras

Jika pada ΔABC dengan panjang sisi-sisinya a, b dan c berlaku persamaan

$$a^2 + b^2 = c^2$$

maka, $\angle C = 90°$

Berdasarkan Teorema ini, jika kita mengetahui panjang ketiga sisi dari sebuah segitiga, maka kita dapat mencari tahu apakah segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku atau bukan.

Contoh 1 Pada gambar di samping, apakah ΔDEF merupakan segitiga siku-siku?

Penyelesaian Dari ketiga sisi pada ΔABC, kita misalkan sisi yang terpanjang adalah c, kemudian dua sisi lainnya adalah a dan b. Kemudian periksalah apakah persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ berlaku.

Kita misalkan $a = 1$, $b = 2$, $c = \sqrt{5}$

$a^2 + b^2 = 1^2 + 2^2 = 5$

$c^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$

persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ berlaku.

Jawab: ya, ΔDEF merupakan segitiga siku-siku

Soal 1 Pada segitiga-segitiga ⓐ, ⓑ, ⓒ, dan ⓓ di bawah ini, manakah yang merupakan segitiga siku-siku? Jika diketahui panjang ketiga sisinya adalah sebagai berikut?

ⓐ 4 cm, 5 cm, 6 cm ⓑ 8 cm, 15 cm, 17 cm

ⓒ 1 cm, $\sqrt{3}$ cm, 2 cm ⓓ $\sqrt{6}$ cm, 3 cm, 4 cm

Soal 2 Diskusi Dengan menggunakan kebalikan dari Teorema Pythagoras, diskusikan dengan teman-temanmu bagaimana cara membuat sebuah segitiga siku-siku raksasa di lapangan atau di dalam kelas

Dengan menggunakan kebalikan dari Teorema Pythagoras, mari kita selesaikan berbagai macam soal. Hlm.191, 197

Bab 7 Teorema Pythagoras 189

Jawaban

Soal 1

Carilah jumlah dari kuadrat sisi terpanjang dengan kuadrat kedua sisi lainnya dan tentukan hubungannya.

ⓐ $4^2 + 5^2 > 6^2$

ⓑ $8^2 + 15^2 = 17^2$

ⓒ $1^2 + (\sqrt{3})^2 = 2^2$

ⓓ $(\sqrt{6})^2 + 3^2 < 4^2$

Jadi, yang merupakan segitiga siku-siku adalah ⓑ dan ⓒ.

Soal 2

Penjelasan dan poin penting lainnya, mohon perhatikan poin 5.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

4. Contoh 1, perlakuan Soal 1

Teori konversi Pythagoras merupakan teori yang dapat membuktikan bahwa sebuah segitiga memiliki sudut siku-siku dengan menghitung panjang ketiga sisi tanpa bantuan busur derajat. Kita akan selidiki apakah segitiga pada contoh 1 merupakan segitiga siku-siku. Pertama, kita perlu mengidentifikasi sisi terpanjangnya.

Lalu, opsi b pada soal 1 menunjukan bahwa panjang ketiga sisi memiliki perbandingan 8:15:17 dan merupakan segitiga siku-siku.

5. Perlakuan Soal 2

Karena hal ini bisa saja dilakukan oleh siswa yang tergabung dalam ekskul sepak bola, tenis, volley, dan ekskul di luar ruangan lainnya, diharapkan siswa dapat mempraktekkannya seperti ini.

Misalnya, ketika akan mengukur lapangan sepak bola maupun volley, gunakan segitiga dengan rasio panjang ketiga sisinya 3 : 4 : 5, lalu lakukan hal berikut ini.

Bentangkan meter ukur sepanjang 12 m, satu orang menggenggam meter ukur pada titik 0 dan 12m, seorang lagi pada titik 3 m, dan orang terakhir pada titik 7 m. Jika masing-masing menggenggam erat, sudut siku-siku terbentuk pada titik 3 m.

6. Penyelesaian Soal di Balon Kata

Sampai di sini, kita bisa memahami bahwa:

1. Jika kita mengetahui panjang dua sisi segitiga siku-siku, kita bisa menghitung panjang sisi ketiga;
2. Jika kita mengetahui panjang sisi ketiga, kita bisa menghitung dan mengidentifikasinya sebagai segitiga siku-siku atau bukan.

Dengan ini, diharapkan siswa dapat lebih fokus dalam ketika menemukan soal yang menggunakan Teorema Pythagoras, dan seterusnya bisa lebih semangat belajar. Selain itu, dengan diberikan contoh soal dari lingkungan sekitar, diharapkan pula ketertarikan siswa terhadap Teorema Pythagoras dan Teori Kebalikan Pythagoras meningkat.

Mari Kita Periksa

(0,5 jam)

Penyelesaian

1

(1) Jika panjang AC adalah x cm, maka

$$2^2 + 5^2 = x^2$$
$$x^2 = 29$$

Karena $x > 0$, maka

$$x = \sqrt{29}$$

Jadi, AC= $\sqrt{29}$

(2) Jika panjang AC adalah x cm, maka

$$x^2 + (\sqrt{7})^2 = 5^2$$
$$x^2 = 18$$

Karena $x > 0$, maka

$$x = 3\sqrt{2}$$

Jadi, AC= $3\sqrt{2}$ cm

2

(1) $(\sqrt{11})^2 + 5^2 = 6^2$

Jadi, itu adalah segitiga siku-siku.

(2) $6^2 + 7^2 > 9^2$

Jadi, itu bukanlah segitiga siku-siku.

7. Tripel Pythagoras

Berkaitan dengan bilangan yang diumpamakan sebagai k seperti berikut,

a = 2k+1, b = 2k² + 2k, c = 2k² + 2k + 1

Pythagoras menyatakan bahwa itu juga merupakan tripel Pythagoras.

Selain itu, Plato (427SM - 347SM) mengetahui bahwa

a = 4k² - 1, b = 4k, c = 4k² + 1

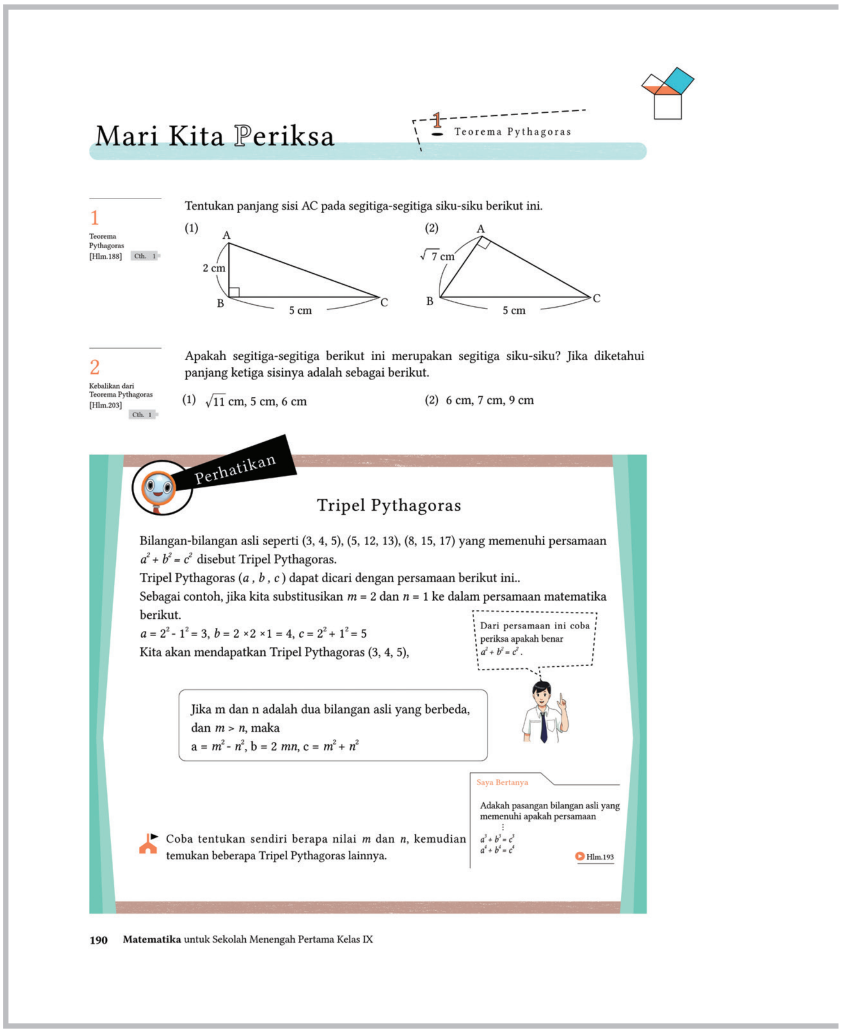
merupakan tripel Pythagoras.

Pada soal $a = m^2 - n^2,\ \ b = 2mn,\ \ c = m^2 + n^2$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 \\ &= m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2 \\ &= m^4 + 2m^2n^2 + n^4 \\ c^2 &= (m^2 + n^2)^2 \\ &= m^4 + 2m^2n^2 + n^4 \end{aligned}$$

Oleh karena itu, persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ terpenuhi.

Dengan membandingkan metode Pythagoras dengan Plato, kita bisa menghasilkan bilangan triple Pythagoras lebih banyak lagi. Berikut adalah bilangan tripel Pythagoras di bawah 100.



Mari Kita Periksa

1 Teorema Pythagoras

1 Teorema Pythagoras [Hlm.188] Cth. 1

Tentukan panjang sisi AC pada segitiga-segitiga siku-siku berikut ini.

(1) A, B, C, 2 cm, 5 cm (2) A, B, C, $\sqrt{7}$ cm, 5 cm

2 Kebalikan dari Teorema Pythagoras [Hlm.203] Cth. 1

Apakah segitiga-segitiga berikut ini merupakan segitiga siku-siku? Jika diketahui panjang ketiga sisinya adalah sebagai berikut.

(1) $\sqrt{11}$ cm, 5 cm, 6 cm (2) 6 cm, 7 cm, 9 cm

Perhatikan

Tripel Pythagoras

Bilangan-bilangan asli seperti (3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17) yang memenuhi persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ disebut Tripel Pythagoras.

Tripel Pythagoras (a , b , c) dapat dicari dengan persamaan berikut ini..

Sebagai contoh, jika kita substitusikan m = 2 dan n = 1 ke dalam persamaan matematika berikut.

$a = 2^2 - 1^2 = 3$, $b = 2 \times 2 \times 1 = 4$, $c = 2^2 + 1^2 = 5$

Kita akan mendapatkan Tripel Pythagoras (3, 4, 5),

Dari persamaan ini coba periksa apakah benar $a^2 + b^2 = c^2$.

Jika m dan n adalah dua bilangan asli yang berbeda, dan $m > n$, maka

a = $m^2 - n^2$, b = 2 mn, c = $m^2 + n^2$

Saya Bertanya

Adakah pasangan bilangan asli yang memenuhi apakah persamaan

⋮

$a^3 + b^3 = c^3$

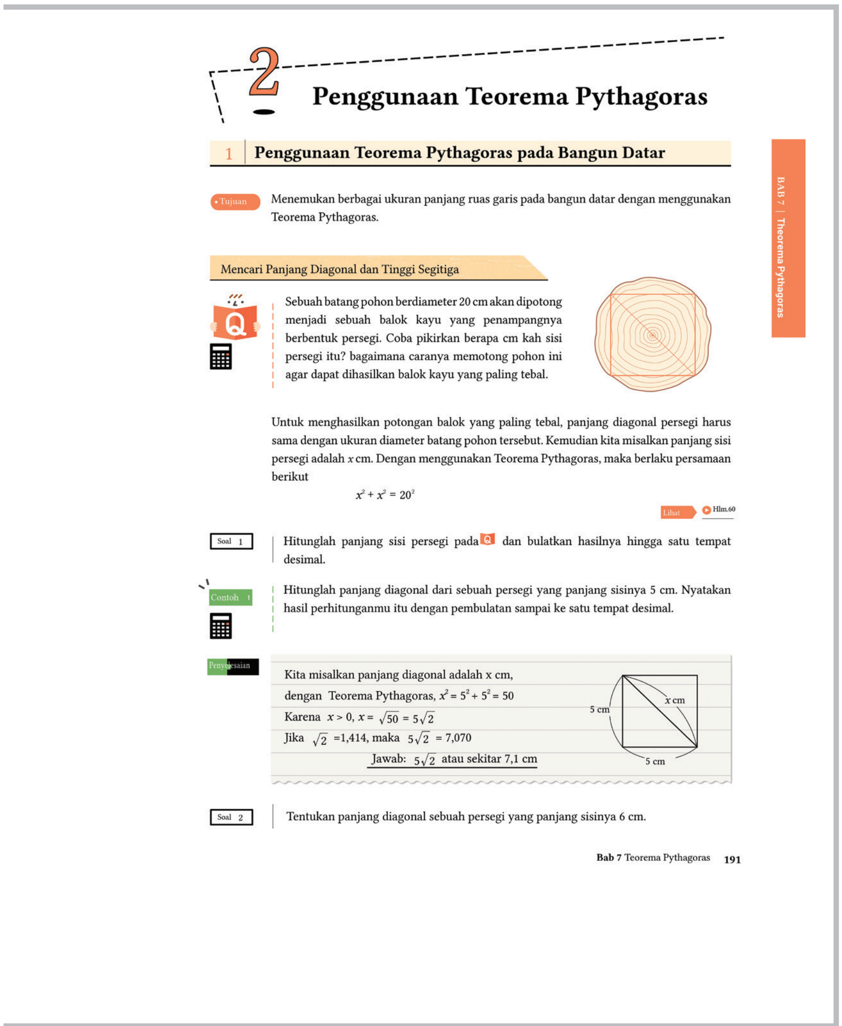
$a^4 + b^4 = c^4$

Hlm.193

Coba tentukan sendiri berapa nilai m dan n, kemudian temukan beberapa Tripel Pythagoras lainnya.

190 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

(3, 4 ,5) (5, 12, 13) (8, 15, 17)
(7, 24, 25) (20, 21, 29) (9, 40, 41)
(12, 35, 37) (11, 60, 61) (28, 45, 53)
(33, 56, 65) (13, 84, 85) (16, 63, 65)
(48, 55, 73) (36, 77, 85) (39, 80, 89)
(65, 72, 97)



2 Penggunaan Teorema Pythagoras

1 Penggunaan Teorema Pythagoras pada Bangun Datar

• Tujuan Menemukan berbagai ukuran panjang ruas garis pada bangun datar dengan menggunakan Teorema Pythagoras.

Mencari Panjang Diagonal dan Tinggi Segitiga

Sebuah batang pohon berdiameter 20 cm akan dipotong menjadi sebuah balok kayu yang penampangnya berbentuk persegi. Coba pikirkan berapa cm kah sisi persegi itu? bagaimana caranya memotong pohon ini agar dapat dihasilkan balok kayu yang paling tebal.

Untuk menghasilkan potongan balok yang paling tebal, panjang diagonal persegi harus sama dengan ukuran diameter batang pohon tersebut. Kemudian kita misalkan panjang sisi persegi adalah x cm. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, maka berlaku persamaan berikut

$$x^2 + x^2 = 20^2$$

Lihat Hlm.60

Soal 1 Hitunglah panjang sisi persegi pada Q dan bulatkan hasilnya hingga satu tempat desimal.

Contoh 1 Hitunglah panjang diagonal dari sebuah persegi yang panjang sisinya 5 cm. Nyatakan hasil perhitunganmu itu dengan pembulatan sampai ke satu tempat desimal.

Penyelesaian

Kita misalkan panjang diagonal adalah x cm,
dengan Teorema Pythagoras, $x^2 = 5^2 + 5^2 = 50$
Karena $x > 0$, $x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
Jika $\sqrt{2}$ =1,414, maka $5\sqrt{2}$ = 7,070
Jawab: $5\sqrt{2}$ atau sekitar 7,1 cm

Soal 2 Tentukan panjang diagonal sebuah persegi yang panjang sisinya 6 cm.

Bab 7 Teorema Pythagoras 191

2 Penggunaan Teorema Pythagoras

(6 jam)

1| Penggunaan pada Bangun Datar

(3 jam)

• Tujuan •

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras dan rasio panjang sisi segitiga siku-siku, peserta didik dapat mengetahui panjang ruas garis dari bangun datar dan jarak dua titik pada bangun datar tersebut.

Jawaban

Q

Bayangkan persegi dengan panjang diagonal 20 cm. Jika kita umpamakan panjang satu sisi persegi tersebut sebagai x cm, maka

$x^2 + x^2 = 20^2$
Dengan begitu, x bisa diketahui.

Soal 1

Misalkan panjang satu sisi persegi adalah x cm, maka

$$x^2 + x^2 = 20^2$$
$$2x^2 = 400$$
$$x^2 = 200$$

$x > 0$, sehingga
$$x = \sqrt{200}$$
$$= 10\sqrt{2}$$
Jika $\sqrt{2} = 1{,}414$ maka
$$10\sqrt{2} = 14{,}14$$

Jawab $10\sqrt{2}$ cm, kurang lebih 14,1 cm

Soal 2

Jika kita umpamakan panjang diagonal sebagai x cm, maka

$$x^2 = 6^2 + 6^2$$
$$= 72$$
$x > 0$, sehingga
$$x = \sqrt{72}$$
$$= 6\sqrt{2}$$

Jawab $6\sqrt{2}$ cm

Jawaban dan Catatan

1. Perlakuan Q dan Soal 1

Mengaplikasikan teorema Pythagoras ke dalam kehidupan sehari-hari.

Siswa diharapkan dapat mengidentifikasi segitiga siku-siku pada gambar, dan memecahkan masalah dengan mengaplikasikan Teorema Pythagoras.

Pada Q, karena sudah diketahui bahwa bangun tersebut merupakan segitiga siku-siku sama kaki, kita bisa mengetahui panjang dari sisi lain hanya dari hipotenusanya saja. Kali ini, kita mengetahui bahwa panjang satu sisi persegi adalah $\frac{10}{2}$ cm. Akan tetapi, ketika kita ingin mengetahui panjang sekitar bidang seperti balok kayu tersebut, tidak jarang kita perlu membulatkan angka dengan akar tersebut. Setelah menggunakan Teorema
Pythagoras, siswa diharapkan dapat memperkirakan panjang riil yang dibutuhkan dan membulatkan dengan tepat.

2. Penyelesaian Contoh 1 Soal 2

Berlanjut ke soal 1, kita akan menyelesaikan soal panjang diagonal persegi. Sebelum menuju soal 3, perlu diingat bahwa terdapat hukum tertentu pada rasio sisi dari segitiga siku-siku sama kaki.

Penyelesaian

Soal 3

Misalkan panjang diagonal adalah x cm, maka

$x^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

Karena $x > 0$, maka $x = \sqrt{2a}$

Jadi, hubungan yang ada antara sisi persegi dengan panjang a cm, dengan diagonal $\sqrt{2}$ cm adalah:

Jawaban: $\sqrt{2}$ cm, Satu sisi : diagonal = 1 : $\sqrt{2}$

(Panjang dari diagonal adalah $\sqrt{2}$ dari panjang satu sisi)

Soal 4

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3}$$
$$= 16\sqrt{3}$$

Jawab $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

Soal 5

Misalkan tinggi dari segitiga sama sisi adalah h cm, maka

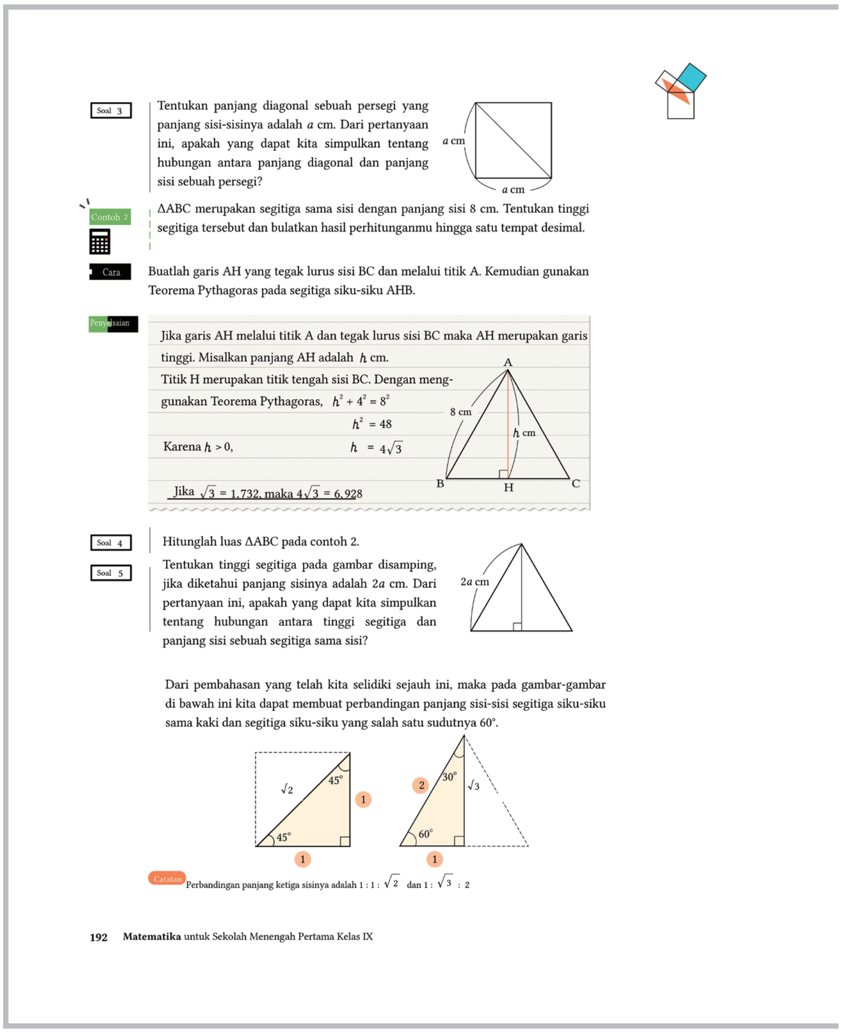
$h^2 = (2a)^2 - a^2 = 3a^2$

Karena $h > 0$ maka,

Jadi, hubungan yang ada pada sisi persegi dengan panjang $2a$ cm, dengan tinggi $\sqrt{3}$ cm adalah:

$$2a : \sqrt{3}\,a = 2 : \sqrt{3}$$

Jawaban: $a\sqrt{3}$ cm, sisi : tinggi = 2 : $\sqrt{3}$



Soal 3 Tentukan panjang diagonal sebuah persegi yang panjang sisi-sisinya adalah a cm. Dari pertanyaan ini, apakah yang dapat kita simpulkan tentang hubungan antara panjang diagonal dan panjang sisi sebuah persegi?

Contoh 2 ΔABC merupakan segitiga sama sisi dengan panjang sisi 8 cm. Tentukan tinggi segitiga tersebut dan bulatkan hasil perhitunganmu hingga satu tempat desimal.

Cara Buatlah garis AH yang tegak lurus sisi BC dan melalui titik A. Kemudian gunakan Teorema Pythagoras pada segitiga siku-siku AHB.

Penyelesaian

Jika garis AH melalui titik A dan tegak lurus sisi BC maka AH merupakan garis tinggi. Misalkan panjang AH adalah h cm.

Titik H merupakan titik tengah sisi BC. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, $h^2 + 4^2 = 8^2$

$h^2 = 48$

Karena $h > 0$, $h = 4\sqrt{3}$

Jika $\sqrt{3} = 1{,}732$, maka $4\sqrt{3} = 6{,}928$

Soal 4 Hitunglah luas ΔABC pada contoh 2.

Soal 5 Tentukan tinggi segitiga pada gambar disamping, jika diketahui panjang sisinya adalah $2a$ cm. Dari pertanyaan ini, apakah yang dapat kita simpulkan tentang hubungan antara tinggi segitiga dan panjang sisi sebuah segitiga sama sisi?

Dari pembahasan yang telah kita selidiki sejauh ini, maka pada gambar-gambar di bawah ini kita dapat membuat perbandingan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku sama kaki dan segitiga siku-siku yang salah satu sudutnya 60°.

Catatan Perbandingan panjang ketiga sisinya adalah $1 : 1 : \sqrt{2}$ dan $1 : \sqrt{3} : 2$

192 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Perlakuan Soal 3

Pada halaman sebelumnya, diketahui bahwa ketika kita ingin mencari bilangan riil, maka kita perlu mengumpakan sisi yang tidak diketahui dengan huruf. Setelah itu, jika panjang salah satu sisi dari segitiga sama kaki sudah ditemukan, maka panjang sisi lainnya bisa diketahui dengan menggunakan hukum rasio.

4. Perlakuan Contoh 2 Soal 4

Kita dapat mengetahui tinggi dari segitiga sama sisi dengan memperhatikan segitiga siku-siku ABH. Dari sini, jika panjang satu sisi dari segitiga sama sisi sudah diketahui, maka luasnya juga bisa ditemukan.

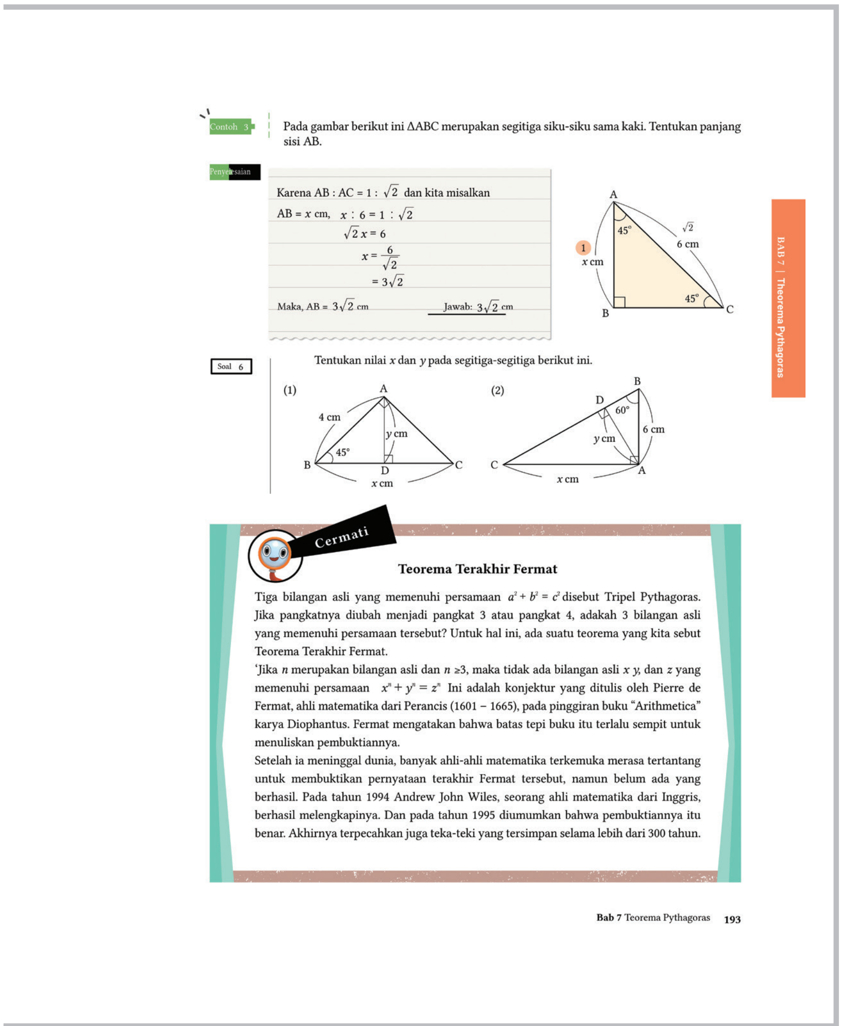
5. Perlakuan Soal 5

Sama seperti soal 3, pada segitiga sama sisi, kita umpamakan bilangan riil contoh 2 dengan menggunakan huruf. Dengan begitu, panjang sisi dan tinggi dapat diketahui menggunakan rasio tetap.

6. Rasio Khusus pada Sisi Segitiga Siku-Siku

Segitiga siku-siku memiliki sudut 60, dan merupakan setengah dari segitiga siku-siku sama kaki serta segitiga sama sisi. Segitiga ini tidak hanya untuk dilihat melalui penggaris segitiga saja, namun juga banyak digunakan pada kehidupan sehari-hari. Kita dapat mengetahui rasio tiga sisi dari kedua segitiga siku-siku ini dari pembelajaran sebelumnya.

Lalu, perbandingan dengan lebih dari dua besaran seperti a : b : c disebut sebagai perbandingan bertingkat.



Contoh 3 Pada gambar berikut ini $\triangle ABC$ merupakan segitiga siku-siku sama kaki. Tentukan panjang sisi AB.

Penyelesaian

Karena AB : AC = 1 : $\sqrt{2}$ dan kita misalkan

AB = x cm, $x : 6 = 1 : \sqrt{2}$

$$\sqrt{2}\,x = 6$$
$$x = \frac{6}{\sqrt{2}}$$
$$= 3\sqrt{2}$$

Maka, AB = $3\sqrt{2}$ cm Jawab: $3\sqrt{2}$ cm

Soal 6 Tentukan nilai x dan y pada segitiga-segitiga berikut ini.

Cermati

Teorema Terakhir Fermat

Tiga bilangan asli yang memenuhi persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ disebut Tripel Pythagoras. Jika pangkatnya diubah menjadi pangkat 3 atau pangkat 4, adakah 3 bilangan asli yang memenuhi persamaan tersebut? Untuk hal ini, ada suatu teorema yang kita sebut Teorema Terakhir Fermat.

'Jika n merupakan bilangan asli dan $n \geq 3$, maka tidak ada bilangan asli x y, dan z yang memenuhi persamaan $x^n + y^n = z^n$ Ini adalah konjektur yang ditulis oleh Pierre de Fermat, ahli matematika dari Perancis (1601 – 1665), pada pinggiran buku "Arithmetica" karya Diophantus. Fermat mengatakan bahwa batas tepi buku itu terlalu sempit untuk menuliskan pembuktiannya.

Setelah ia meninggal dunia, banyak ahli-ahli matematika terkemuka merasa tertantang untuk membuktikan pernyataan terakhir Fermat tersebut, namun belum ada yang berhasil. Pada tahun 1994 Andrew John Wiles, seorang ahli matematika dari Inggris, berhasil melengkapinya. Dan pada tahun 1995 diumumkan bahwa pembuktiannya itu benar. Akhirnya terpecahkan juga teka-teki yang tersimpan selama lebih dari 300 tahun.

Jawaban

Soal 6

(1) Pada $\triangle$ ABC

$$AB : BC = 1 : \sqrt{2}$$
$$4 : x = 1 : \sqrt{2}$$
$$x = 4\sqrt{2}$$

Pada $\triangle$ ABD

$$AD : AB = 1 : \sqrt{2}$$
$$y : 4 = 1 : \sqrt{2}$$
$$y = 2\sqrt{2}$$

(2) Pada $\triangle$ ABC

$$AB : AC = 1 : \sqrt{3}$$
$$6 : x = 1 : \sqrt{3}$$
$$x = 6\sqrt{3}$$

Pada $\triangle$ ABD

$$AB : AD = 2 : \sqrt{3}$$
$$6 : y = 2 : \sqrt{3}$$
$$y = 3\sqrt{3}$$

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

7. Perlakuan Contoh 3

Kita dapat mengetahui panjang sisi dengan berdasar pada rasio 1:1:$\sqrt{2}$ dari tiga sisi segitiga siku-siku sama kaki.

Selain menggunakan rasio ini, tentu saja kita bisa juga mencarinya dengan mengaplikasikan Teorema Pythagoras secara langsung seperti di bawah ini:

Jika AB=BC= x cm, maka

$$x^2 + x^2 = 6^2$$
$$2x^2 = 36$$
$$x^2 = 18$$

Karena $x > 0$, maka $x = 3\sqrt{2}$

8. Teorema Terakhir Fermat

Materi dari Teorema Terakhir Fermat mudah dipahami oleh siswa SMP sekalipun. Namun, apakah benar demikian masih perlu dibuktikan.

Pada pembahasan di sini, kita mengetahui bahwa apabila bilangan eksponen adalah 2, akan muncul bilangan asli x, y, dan z. Apabila bilangan eksponennya menjadi 3, maka bilangan asli x, y, dan z menghilang. Terlebih lagi, fakta yang memerlukan pembuktian hingga memakan waktu 360 tahun tersebut, menjadi cerita menarik yang memperlihatkan betapa dalamnya ilmu matematika.

Warga Jepang juga berperan besar dalam pembuktian ini dengan mencetuskan teori seperti "Konjektur Taniyama-Shimura" yang menjadi kunci dari pemecahan masalah.

Di sini juga akan dikenalkan buku berjudul "Teorema Akhir Fermat" yang ditulis oleh Simon Singh (Penerbit Shinchosha). Buku ini menceritakan kisah para matematikawan hingga abad ke-3 seperti Wiles yang telah membuktikan teka-teki yang ditinggalkan Fermat dengan bahasa yang mudah dipahami.

Jawaban

Soal 7

(1) Pada grafik di kanan, titik H merupakan titik tengah dari tali busur AB.
Jika AH = x cm, maka $\triangle$ OAH:

$x^2 + 3^2 = 5^2$

$x^2 = 16$

Karena $x > 0$, maka $x = 4$
Jadi, AB = 4 × 2 = 8

Jawaban: 8 cm

(2) Kita misalkan garis tengah tali busur CD sebagai G, dan OG=x cm, maka $\triangle$ OCG:

$x^2 + 12 = 52$

$x^2 = 24$

Karena $x > 0$ maka $x = 2\sqrt{6}$

Jawaban: $2\sqrt{6}$

Soal 8

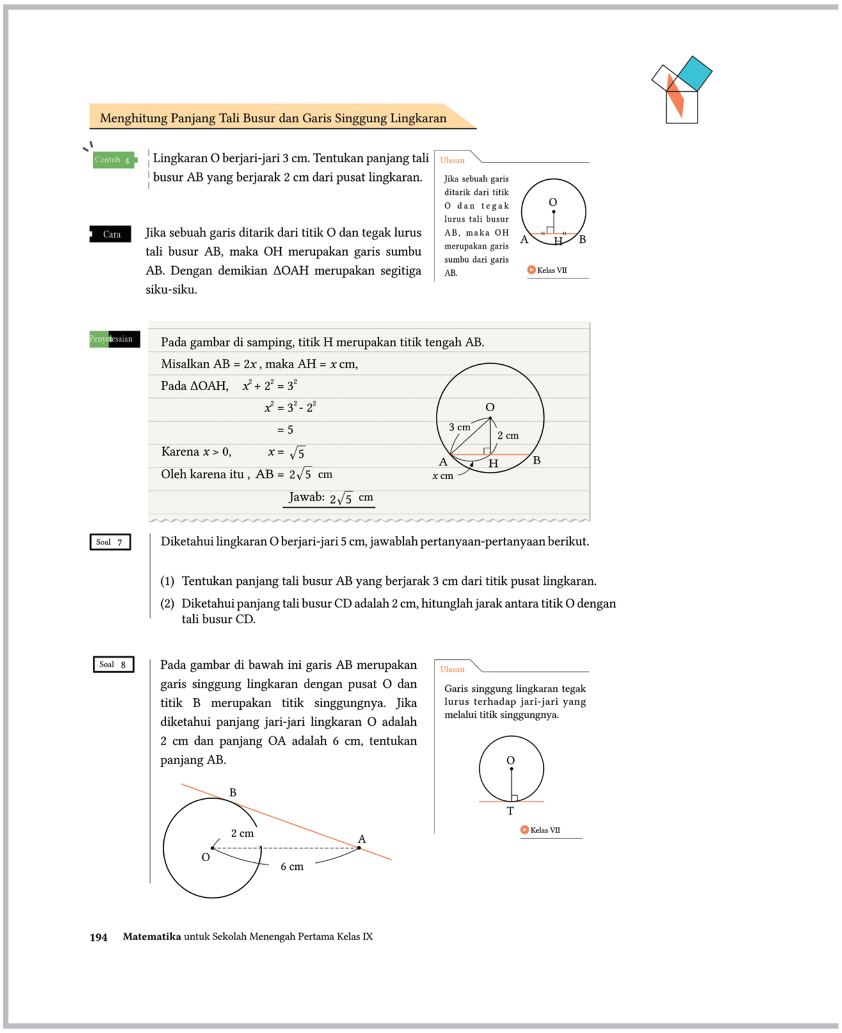
Jika AB = x cm, maka OAB merupakan segitiga siku-siku,
sehingga OB = 2 cm.
$\triangle$ OAB adalah:

$x^2 + 2^2 = 6^2$

$x^2 = 3^2$

Karena $x > 0$, maka $x = 4\sqrt{2}$

Jawaban: $4\sqrt{2}$



Menghitung Panjang Tali Busur dan Garis Singgung Lingkaran

Contoh 4 Lingkaran O berjari-jari 3 cm. Tentukan panjang tali busur AB yang berjarak 2 cm dari pusat lingkaran.

Ulasan
Jika sebuah garis ditarik dari titik O dan tegak lurus tali busur AB, maka OH merupakan garis sumbu dari garis AB.
Kelas VII

Cara Jika sebuah garis ditarik dari titik O dan tegak lurus tali busur AB, maka OH merupakan garis sumbu AB. Dengan demikian ΔOAH merupakan segitiga siku-siku.

Penyelesaian Pada gambar di samping, titik H merupakan titik tengah AB.
Misalkan AB = $2x$, maka AH = x cm,
Pada ΔOAH, $x^2 + 2^2 = 3^2$
$x^2 = 3^2 - 2^2$
$= 5$
Karena $x > 0$, $x = \sqrt{5}$
Oleh karena itu, AB = $2\sqrt{5}$ cm
Jawab: $2\sqrt{5}$ cm

Soal 7 Diketahui lingkaran O berjari-jari 5 cm, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.
(1) Tentukan panjang tali busur AB yang berjarak 3 cm dari titik pusat lingkaran.
(2) Diketahui panjang tali busur CD adalah 2 cm, hitunglah jarak antara titik O dengan tali busur CD.

Soal 8 Pada gambar di bawah ini garis AB merupakan garis singgung lingkaran dengan pusat O dan titik B merupakan titik singgungnya. Jika diketahui panjang jari-jari lingkaran O adalah 2 cm dan panjang OA adalah 6 cm, tentukan panjang AB.

Ulasan
Garis singgung lingkaran tegak lurus terhadap jari-jari yang melalui titik singgungnya.
Kelas VII

194 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

---

9. Perlakuan Contoh 4, Soal 7, Soal 8

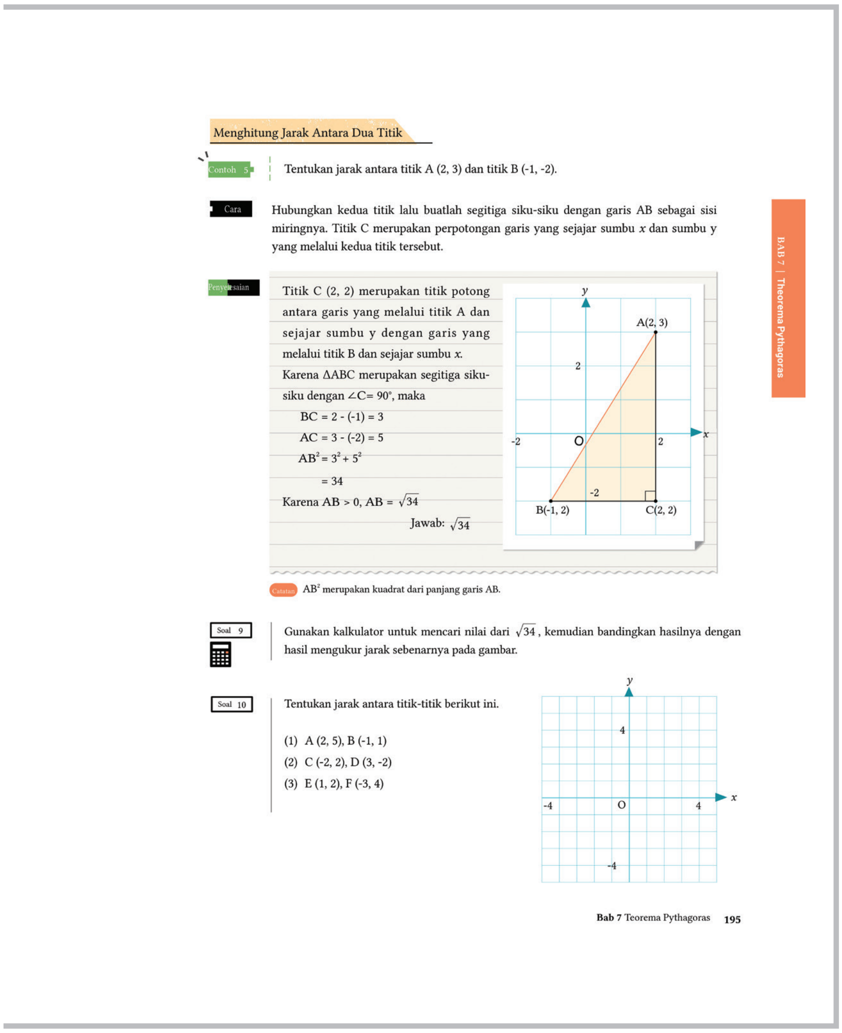
Carilah panjangnya dengan membuat segitiga siku-siku di dalam bidang lingkaran. Karena diketahui bahwa garis tegak lurus terhadap jari-jari, kita dapat mengaplikasikan teorema Pythagoras pada beberapa aspek lingkaran, seperti jarak antara garis dengan titik pusat lingkaran, dan jari-jari yang melalui garis singgung dan titik singgung.

Setelah menemukan segitiga siku-siku dan mengidentifikasi hipotenusa, kita bisa memakai Teorema Pythagoras.

Pada contoh 4, "jarak dari titik pusat" adalah panjang garis tegak lurus OH yang ditarik dari titik O ke tali busur AB. Sementara itu pada soal 8, garis singgung lingkaran tegak lurus terhadap jari-jari yang melalui titik singgung.

"Ulasan" di contoh 4 menerangkan hal yang sudah sangat jelas, akan tetapi tidak banyak siswa yang bisa menjelaskan alasan mengapa bisa seperti itu (begitu juga dengan "Ulasan" pada Soal 8).

Dengan ulasan seperti ini, kita bisa menjelaskan dasar dari penggabungan $\triangle$ OAH dan $\triangle$ OBH, sifat dari segitiga sama kaki $\triangle$(OAB), dan sifat tali busur (AB). Oleh karena itu, jika ada kesempatan, alangkah baiknya apabila kita dapat saling menjelaskan mengenai alasan tersebut sebelum mencoba memecahkan soal.



Menghitung Jarak Antara Dua Titik

Contoh 5 Tentukan jarak antara titik A (2, 3) dan titik B (-1, -2).

Cara Hubungkan kedua titik lalu buatlah segitiga siku-siku dengan garis AB sebagai sisi miringnya. Titik C merupakan perpotongan garis yang sejajar sumbu x dan sumbu y yang melalui kedua titik tersebut.

Penyelesaian Titik C (2, 2) merupakan titik potong antara garis yang melalui titik A dan sejajar sumbu y dengan garis yang melalui titik B dan sejajar sumbu x.
Karena ΔABC merupakan segitiga siku-siku dengan $\angle C = 90°$, maka

$BC = 2 - (-1) = 3$

$AC = 3 - (-2) = 5$

$AB^2 = 3^2 + 5^2$

$= 34$

Karena $AB > 0$, $AB = \sqrt{34}$

Jawab: $\sqrt{34}$

Catatan AB^2 merupakan kuadrat dari panjang garis AB.

Soal 9 Gunakan kalkulator untuk mencari nilai dari $\sqrt{34}$, kemudian bandingkan hasilnya dengan hasil mengukur jarak sebenarnya pada gambar.

Soal 10 Tentukan jarak antara titik-titik berikut ini.

(1) A (2, 5), B (-1, 1)
(2) C (-2, 2), D (3, -2)
(3) E (1, 2), F (-3, 4)

BAB 7 | Theorema Pythagoras

Bab 7 Teorema Pythagoras 195

Jawaban

Soal 7

$\sqrt{34} = 5{,}83095\cdots$

Jika kita mengukur panjang ruas garis AB, maka hasilnya akan sedikit lebih panjang dari 5,8 cm.
Oleh karena itu, angka tersebut sesuai dengan hasil perhitungan.

Soal 8

(1) $AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$
Karena $AB > 0$, maka, $AB = 5$

(2) $CD^2 = 5^2 + 4^2 = 41$
Karena $CD > 0$, maka $CD = \sqrt{41}$

(3) $EF^2 = 4^2 + 2^2 = 20$
Karena $EF > 0$, maka $EF = 2\sqrt{5}$

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

9. Perlakuan Contoh 5

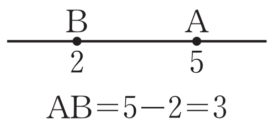
Kita dapat mencari jarak antara dua titik bidang koordinat dengan membuat segitiga siku-siku yang dibangun dari ruas garis penghubung kedua titik. Ruas garis ini juga berlaku sebagai hipotenusa.

Kita dapat mencari panjang dari dua sisi segitiga siku-siku yang tegak lurus dengan menghitung skala bidang koordinat.

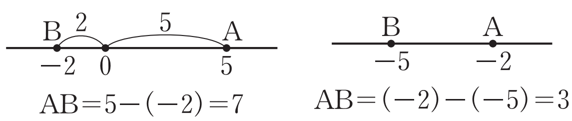
Pada kolom Jawaban, terdapat persamaan BC = 2 - (-1), AC = 3 - (-2). Akan tetapi, siswa akan kesulitan jika mencari panjang hanya dengan menggunakan rumus saja. Oleh karena itu, alangkah baiknya jika kita gunakan pula grafiknya.

Untuk mencari jarak dari dua titik koordinat, kita bisa lakukan cara berikut.

Misalkan koordinat titik A dan B yang berada pada sumbu X masing-masing adalah 5 dan 2, maka panjang AB bisa diketahui dengan menggunakan persamaan di sebelah kanan.



Hal yang sama juga dilakukan pada koordinat negatif.



Pada umumnya, ketika kita mengubah koordinat A, B menjadi a,b (a>b), simbol a, b tidak berpengaruh, dan kita bisa mencari panjang AB dengan persamaan

AB = a - b.

Jika kita mencoba mencari jarak AB dengan menghilangkan syarat $a > b$ sehingga a dan b bukan lagi merupakan pertidaksamaan, maka persamaannya menjadi AB = $|a - b|$. Akan tetapi, persamaan seperti ini merupakan materi SMA. Siswa SMP cukup menggunakan persamaan AB = a - b yang dibatasi oleh syarat $a > b$.

10. Perlakuan Soal 9

Pada bidang koordinat di Contoh 5, diketahui bahwa panjang 1 skala koordinat adalah 1 cm. Karena itu, kita bisa mendapatkan hasil $\sqrt{34}$ dengan mengukur panjang garis ruas AB menggunakan penggaris. Lalu karena hasil perhitungan dan hasil pengukuran menunjukan angka yang sama, kita bisa semakin yakin dengan keabsahan perhitungan.

Jawaban

Soal 11

(1) $AB^2 + CA^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
$BC^2 = 10^2 = 100$
oleh karena itu, persamaan menjadi
$AB^2 + CA^2 = BC^2$,
sehingga segitiga ABC merupakan segitiga siku-siku dengan sudut 90° pada A.

(2) Pada $\triangle ABC$ dan $\triangle DAC$, jika berdasar pada ①,
$\angle BAC = \angle ADC = 90$ ①
Keduanya sama-sama memiliki C ②
Dari ① dan ②, sudut dari keduanya sama,
$\triangle ABC \sim \triangle DAC$.

(3) Jika AD= x cm maka
AD : AC = BA : BC, sehingga
$x ; 8 = 6 : 10$
$10x = 48$
$x = 4,8$
Jawaban: 4,8 cm

(4) Jika AC merupakan alas, dan AB merupakan tinggi, maka
ABC = $8 \times 6 : 2 = 24$ ①
Jika BC merupakan alas, dan AD = x merupakan tinggi, maka
ABC = $10 \times x : 2 = 5x$ ②
dari ①, ②, maka
$5x = 24$
$x = 4,8$
Jawaban: 4,8 cm

Soal 12

(1) Pada $\triangle AOE$ dan $\triangle ADC$,
karena AC tegak lurus EO,
maka $\angle AOE = 90°$ ①
Karena itu $\angle ADC = 90$ ②
Dari poin ① dan ②, diperoleh $\angle AOE = \angle ADC$ ③
Karena sama-sama, maka $\angle EAO = \angle CAD$ ④
Dari poin ③ dan ④, dapat diketahui bahwa kedua sudut sama, sehingga
$\triangle AOE \sim \triangle ADC$

(2) Jika AC = x, maka $x^2 = 6^2 + 4^2 = 52$
$x > 0$, $x = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$
Jawaban: $2\sqrt{13}$ cm

(3) Karena AE : AC = AO : AD, jika AE = y, maka
Jawaban: $\frac{13}{3}$ cm

Soal 13

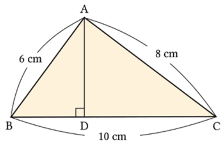
(1) $ED' = ED = AD - AE$
$= 6 - x$
$y : 2\sqrt{13} = \sqrt{13} : 6$
$6y = 26$
$y = \frac{13}{3}$
Jawaban: $(6 - x)$cm

(1) Karena $AE^2 = AD'^2 + ED'^2$, maka
$x^2 = 4^2 + (6 - x)^2$
Jika dijabarkan, hasilnya adalah $x = \frac{13}{3}$

Soal-Soal yang Menggunakan Konsep Kesebangunan

Soal 11

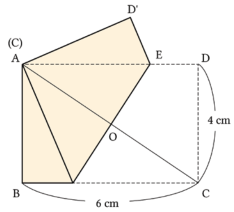
Pada gambar di samping, garis AD merupakan garis tinggi ΔABC. Panjang sisi AB = 6 cm, BC = 10 cm, CA = 8 cm. Garis AD ditarik dari titik A dan tegak lurus sisi BC. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.



(1) Buktikan bahwa ΔABC merupakan segitiga siku-siku dan Buktikan pula bahwa ΔABC ~ ΔDAC.
(2) Buktikan bahwa ΔABC ~ ΔDAC.
(3) Dengan menggunakan ΔABC ~ ΔDAC, tentukan panjang garis AD.
(4) Dengan menggunakan rumus luas ΔABC, tentukan panjang garis AD.

Soal 12

Pada gambar di samping, ABCD merupakan selembar kertas berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 6 cm dan lebar 4 cm. Kertas dilipat sehingga titik C bertemu dengan titik A, dan titik D berpindah ke D'. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.



(1) Buktikan bahwa ΔAOE ~ ΔADC.
(2) Pada ΔADC, tentukan panjang sisi miring AC.
(3) Dengan menggunakan jawaban pertanyaan (1) dan (2) tentukan panjang garis AE

Soal 13

Pada soal nomor 12, Dani memperhatikan segitiga ΔAED' untuk mencari panjang garis AE. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Jika kita misalkan panjang AE = x cm, nyatakan panjang ED' dalam x.
(2) Dengan menggunakan Teorema Pythagoras pada ΔAED' tentukan panjang AE.

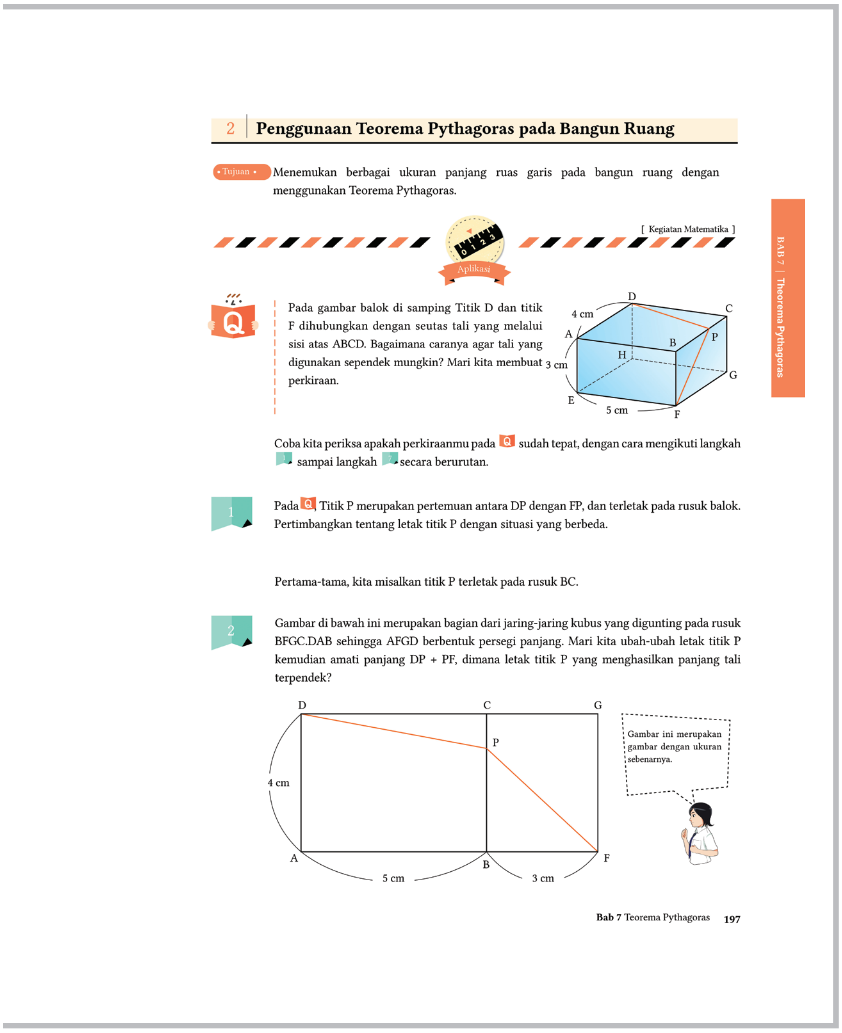
196 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Jawaban: $x = \frac{13}{3}$ cm

12. Penyelesaian Soal 11, Soal 12, Soal 13

Teorema Pythagoras dapat digunakan ketika memecahkan soal segitiga siku-siku. Akan tetapi, karena kali ini sasarannya adalah agar siswa dapat mengamati soal dari berbagai sudut pandang, maka kita akan mencari panjangnya dengan menggunakan bangun dan luas yang serupa.

Siswa juga diharapkan dapat mengetahui bahwa terdapat bangun belah ketupat pada gambar di Soal 12.


2 | Penggunaan Teorema Pythagoras pada Bangun Ruang

• Tujuan • Menemukan berbagai ukuran panjang ruas garis pada bangun ruang dengan menggunakan Teorema Pythagoras.

Aplikasi [Kegiatan Matematika]

Q Pada gambar balok di samping Titik D dan titik F dihubungkan dengan seutas tali yang melalui sisi atas ABCD. Bagaimana caranya agar tali yang digunakan sependek mungkin? Mari kita membuat perkiraan.

Coba kita periksa apakah perkiraanmu pada Q sudah tepat, dengan cara mengikuti langkah 1 sampai langkah 7 secara berurutan.

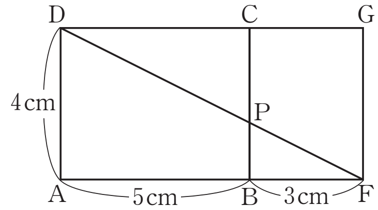
1 Pada Q, Titik P merupakan pertemuan antara DP dengan FP, dan terletak pada rusuk balok. Pertimbangkan tentang letak titik P dengan situasi yang berbeda.

Pertama-tama, kita misalkan titik P terletak pada rusuk BC.

2 Gambar di bawah ini merupakan bagian dari jaring-jaring kubus yang digunting pada rusuk BFGC.DAB sehingga AFGD berbentuk persegi panjang. Mari kita ubah-ubah letak titik P kemudian amati panjang DP + PF, dimana letak titik P yang menghasilkan panjang tali terpendek?

Gambar ini merupakan gambar dengan ukuran sebenarnya.

Bab 7 Teorema Pythagoras 197



Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Kegiatan Saat ini yang Berkaitan dengan Matematika

Pada kesempatan kali ini, untuk memenuhi kurikulum pemerintah terkait kegiatan yang berkaitan dengan matematika, kita akan melakukan kegiatan bernama "Mencari Ukuran Terpendek dari Benang yang Diikatkan pada Sebuah Kotak dengan menggunakan Teorema Pythagoras".

Mendengar kegiatan tersebut, mungkin kita akan cenderung berpikir bahwa kita harus mengikatkan benang agar bisa menjangkau titik puncak B. Namun, apabila kita amati lebih jeli, dengan melakukan hal tersebut, terdapat tempat yang tidak dapat dijangkau oleh benang dan hal ini membuat siswa terkejut.

Dengan memecahkan berbagai masalah menggunakan matematika yang penuh kejutan, diharapkan siswa dapat ymenyadari kegunaan dari matematika, dan semakin tertarik untuk mempelajarinya.

2. Perlakuan pada 1 - 5

Pada Q, benang memotong sisi ABCD. Karena adanya kondisi yang disebutkan siswa, kita bisa menyelesaikan ini tanpa menghiraukan kondisi dari benang. Pada situasi tersebut, penting untuk menyelesaikan 3 soal satu persatu dengan juga memperhatikan bahwa titik P berada di rusuk AE.

Selain itu, diharapkan siswa dapat menjelaskan berbagai macam hal seperti di kondisi ketika benang memotong sisi EFGH, hasilnya akan sama dengan ketika benang memotong sisi ABCD, atau ukurannya menjadi lebih panjang dibandingkan dengan ketika kondisinya memotong. Ini pasti akan memperluas cakupan materi pembelajaran.

Untuk tugas, kita bisa membagi kelas ke dalam beberapa grup, dan melaksanakan pembelajaran dengan mendengarkan presentasi dari grup tersebut.

2 | Penggunaan pada Bangun Ruang

(2 jam)

• Tujuan •

Peserta didik dapat mencari panjang dari berbagai sisi pada bangun ruang dengan menggunakan Teorema Pythagoras.

Jawaban

Q (Bagan)

1

Ketika titik P berada di sisi BC dan di sisi AB.

2

Jika titik P berada pada garis lurus DF seperti gambar di bawah, maka panjang dari DP+PF menjadi paling pendek.

Jawaban

3

Pada segitiga siku-siku DAF dalam gambar **2**

$DF^3 = DA^2 + AF^2$

$= 4^2 + 8^2 = 80$

Karena DF > 0, maka DF = $\frac{4}{5}$

Lalu, $\frac{4}{5}$ =8,944 ⋯

<u>Jawaban: $\frac{4}{5}$ cm, kurang lebih 8,9 cm</u>

4

Karena DAF ~ PBF, maka,

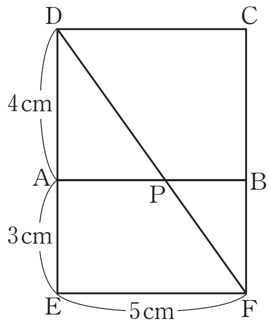
AD : BP = FA : FB

4 : BP = 8 : 3

BP = 1,5

<u>Jawaban: 1,5 cm</u>

5



Jika titik P berada pada garis lurus DF seperti gambar di atas, maka panjang dari DP+PF menjadi paling pendek. Sama seperti 3,

DF = $\sqrt{74}$ cm (8,6 cm)

AP = $\frac{20}{7}$ cm (2,9 cm)

6

Seperti terlihat pada gambar di atas, ukuran terpendek dari benang adalah ketika titik P terletak di sisi AB dan DF merupakan garis lurus dengan AP = $\frac{20}{7}$ cm. Panjang dari benang adalah $\sqrt{74}$ cm.

Soal 1

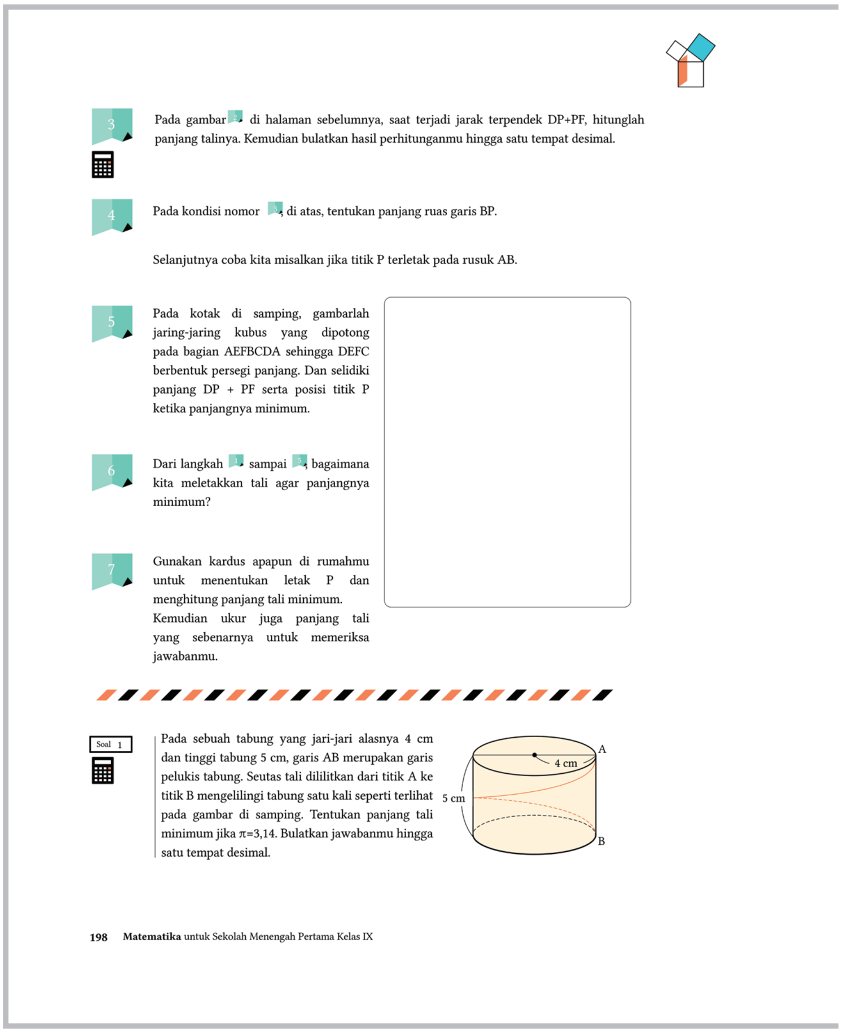
Jika kita jabarkan ukuran sisinya, tinggi 5 cm, dan panjang 8 cm, kita dapatkan persegi panjang. Ukuran terpendeknya adalah diagonal dari persegi panjang tersebut.

Bila kita umpamakan panjang benang sebagai x cm, maka

$x^2 = 5^2 + (8\pi)^2 = 25 + 64\pi^2 = 656,01444$

karena $x > 0$, maka $x = 25,61 \cdots$

<u>Jawaban: kurang lebih 25,6cm</u>



3 Pada gambar **2** di halaman sebelumnya, saat terjadi jarak terpendek DP+PF, hitunglah panjang talinya. Kemudian bulatkan hasil perhitunganmu hingga satu tempat desimal.

4 Pada kondisi nomor **3** di atas, tentukan panjang ruas garis BP.

Selanjutnya coba kita misalkan jika titik P terletak pada rusuk AB.

5 Pada kotak di samping, gambarlah jaring-jaring kubus yang dipotong pada bagian AEFBCDA sehingga DEFC berbentuk persegi panjang. Dan selidiki panjang DP + PF serta posisi titik P ketika panjangnya minimum.

6 Dari langkah **1** sampai **5**, bagaimana kita meletakkan tali agar panjangnya minimum?

7 Gunakan kardus apapun di rumahmu untuk menentukan letak P dan menghitung panjang tali minimum. Kemudian ukur juga panjang tali yang sebenarnya untuk memeriksa jawabanmu.

Soal 1

Pada sebuah tabung yang jari-jari alasnya 4 cm dan tinggi tabung 5 cm, garis AB merupakan garis pelukis tabung. Seutas tali dililitkan dari titik A ke titik B mengelilingi tabung satu kali seperti terlihat pada gambar di samping. Tentukan panjang tali minimum jika π=3,14. Bulatkan jawabanmu hingga satu tempat desimal.

198 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Perlakuan pada **6**

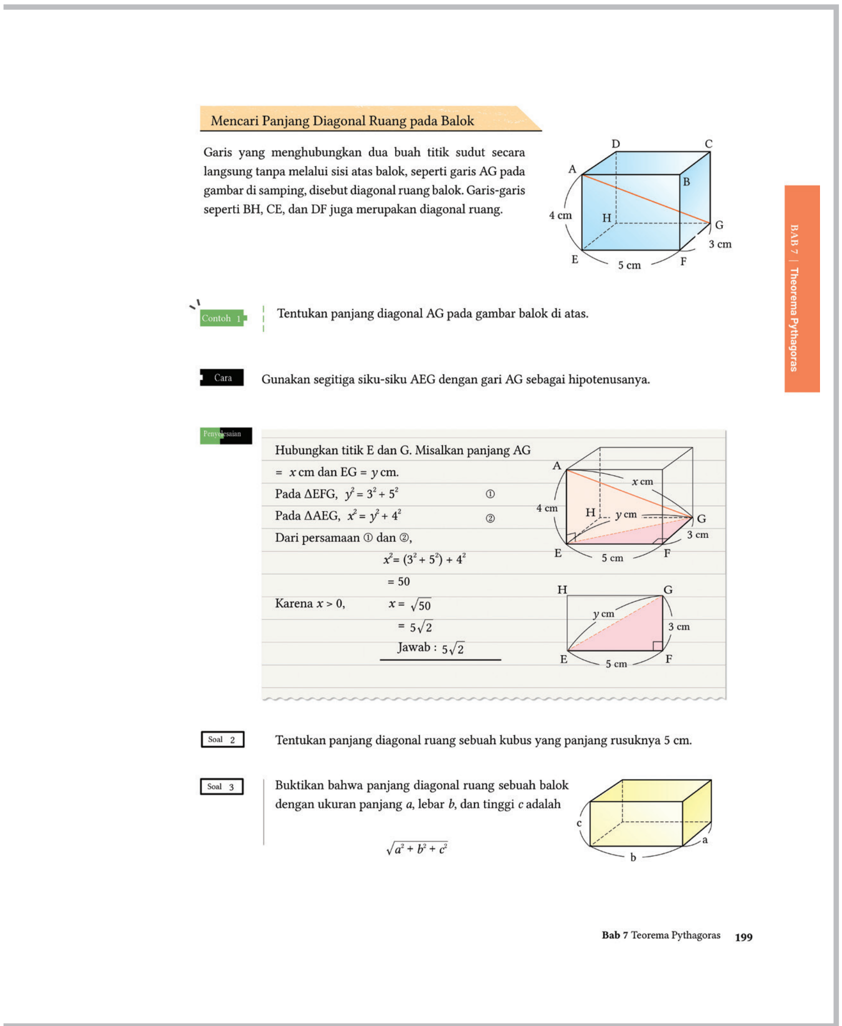
Ketika titik P berada pada rusuk BC, maka ukuran terpendek dari benang adalah $\frac{4}{5}$ cm (kurang lebih 8.9cm). Lalu, ketika titik P berada pada rusuk AB, maka ukurannya menjadi $\sqrt{74}$ (kurang lebih 8,6cm). Bila kita gabungkan kedua kondisi ini, maka ukuran terpendek benang adalah ketika titik P berada di rusuk AB, yaitu AP = $\frac{20}{7}$ cm.

Selain itu, jika kita mencari ukuran terpendek benang ketika titik P berada pada rusuk AE (tidak memotong sisi ABCD), maka hasilnya adalah $\frac{3}{10}$ cm (kurang lebih 9,5cm).

4. Perlakuan pada **7**

Ini merupakan soal untuk memastikan pemahaman siswa dengan mengaplikasikan materi yang telah dipelajari ke kehidupan sehari-hari.

Kita bisa memberikan soal-soal nyata seperti ini pada materi perkenalan.



Mencari Panjang Diagonal Ruang pada Balok

Garis yang menghubungkan dua buah titik sudut secara langsung tanpa melalui sisi atas balok, seperti garis AG pada gambar di samping, disebut diagonal ruang balok. Garis-garis seperti BH, CE, dan DF juga merupakan diagonal ruang.

Contoh 1 Tentukan panjang diagonal AG pada gambar balok di atas.

Cara Gunakan segitiga siku-siku AEG dengan gari AG sebagai hipotenusanya.

Penyelesaian

Hubungkan titik E dan G. Misalkan panjang AG $= x$ cm dan EG $= y$ cm.

Pada ΔEFG, $y^2 = 3^2 + 5^2$ ①

Pada ΔAEG, $x^2 = y^2 + 4^2$ ②

Dari persamaan ① dan ②,

$x^2 = (3^2 + 5^2) + 4^2$

$= 50$

Karena $x > 0$, $x = \sqrt{50}$

$= 5\sqrt{2}$

Jawab : $5\sqrt{2}$

Soal 2 Tentukan panjang diagonal ruang sebuah kubus yang panjang rusuknya 5 cm.

Soal 3 Buktikan bahwa panjang diagonal ruang sebuah balok dengan ukuran panjang a, lebar b, dan tinggi c adalah

$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

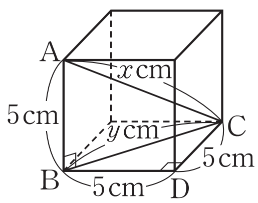
BAB 7 | Theorema Pythagoras

Bab 7 Teorema Pythagoras 199

Jawaban

Soal 2

Seperti pada gambar di samping, kita misalkan
AC = x cm
BC = y cm
Pada segitiga siku-siku sama kaki BDC



$y = 5\sqrt{2}$ ①

pada segitiga siku-siku ABC,

$x^2 = y^2 + 5^2$ ②

Dari poin ① dan ②,

$$x^2 = (5\sqrt{2})^2 + 5^2 = 75$$

Karena $x > 0$, maka $x = 5\sqrt{3}$

Jawaban $5\sqrt{3}$ cm

Soal 3

Seperti pada gambar di samping, kita misalkan
AC = x, BC = y
Pada segitiga siku-siku BDC

$$y^2 = a^2 + b^2 \quad ①$$

Pada segitiga siku-siku ABC

$$x^2 = y^2 + c^2 \quad ②$$

Dari poin ① dan ②, $x^2 = a^2 + b^2 + c^2$
Karena $x > 0$, maka $x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

5. Diagonal pada Balok

Di SD kelas 5, ketika membahas diagonal bangun poligon, maka yang terdengar adalah "garis yang menghubungkan titik sudut yang tidak bersebelahan disebut diagonal". Diagonal pada bangun ruang baru akan kita pelajari sekarang. Terdapat 4 diagonal pada balok, yaitu AG, BH, CE, dan DF. Keempatnya memiliki panjang yang sama.

6. Perlakuan pada Contoh 1

Perlu diperhatikan bahwa pengamatan bidang pada bangun ruang lebih rumit jika dibandingkan dengan bangun datar.

Ketika kita ingin mencari panjang dari diagonal balok, kita juga harus memperhatikan dua segitiga siku-siku. Pengamatan kita akan lebih jeli jika terdapat wadah transparan ataupun model tembus pandang.

7. Perlakuan pada Soal 3

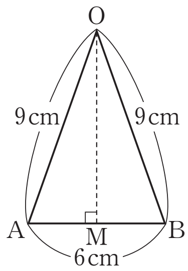
Apabila kita misalkan panjang, lebar, dan tinggi balok sebagai a, b, dan c, maka kita bisa mencari panjang diagonal balok dengan $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. Dengan cara yang sama, diagonal dari kubus yang memiliki panjang rusuk a adalah $\sqrt{3}$.

Jawaban

4

$$\frac{1}{3}\times 6^2\times 3\sqrt{7} = 36\sqrt{7}\,(\text{cm}^3)$$

5



Karena sisi OAB merupakan segitiga sama kaki, maka OM merupakan garis bagi sisi AB.
Pada segitiga siku-siku OAM,

$$OM^2 = 9^2 - 3^2 = 72$$

Karena OM > 0, maka OM = $6\sqrt{2}$

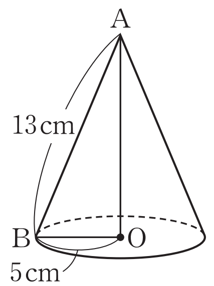
(Luas permukaan limas) = (luas alas) + (luas selimut)

$$= 6^2 + \frac{1}{2}(6)(6\sqrt{2})\times 4$$

$$= 36 + 72\sqrt{2}$$

Jawab $(36 + 72\sqrt{2})\,\text{cm}^2$

6



Pada segitiga siku-siku ABO

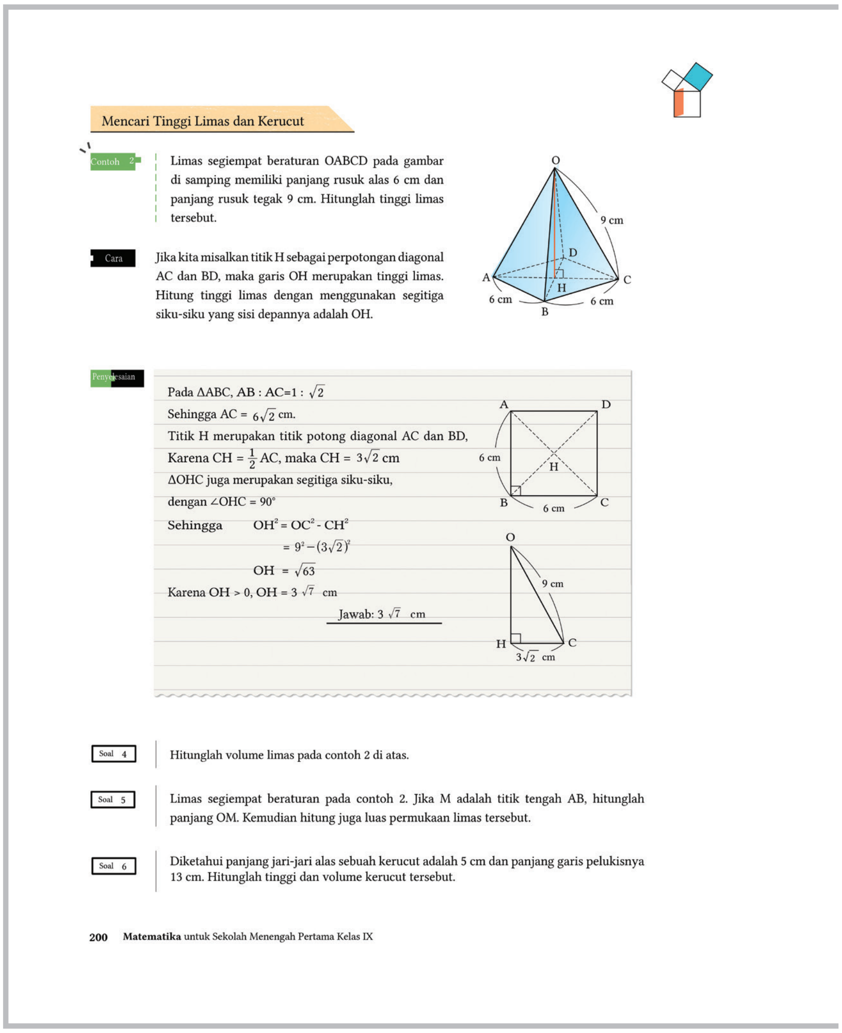
$$AO^2 = 13^2 - 5^2 = 144$$

Karena AO > 0, maka AO = 12

$$(\text{Volume}) = \frac{1}{3}\times(\pi\times 5^2)\times 12$$

$$= 100\pi$$

Jawaban Tinggi 12cm, Volume 100π m



Mencari Tinggi Limas dan Kerucut

Contoh 2

Limas segiempat beraturan OABCD pada gambar di samping memiliki panjang rusuk alas 6 cm dan panjang rusuk tegak 9 cm. Hitunglah tinggi limas tersebut.

Cara

Jika kita misalkan titik H sebagai perpotongan diagonal AC dan BD, maka garis OH merupakan tinggi limas. Hitung tinggi limas dengan menggunakan segitiga siku-siku yang sisi depannya adalah OH.

Penyelesaian

Pada ΔABC, AB : AC=1 : $\sqrt{2}$

Sehingga AC = $6\sqrt{2}$ cm.

Titik H merupakan titik potong diagonal AC dan BD,

Karena CH = $\frac{1}{2}$ AC, maka CH = $3\sqrt{2}$ cm

ΔOHC juga merupakan segitiga siku-siku,

dengan ∠OHC = 90°

Sehingga $OH^2 = OC^2 - CH^2$

$= 9^2 - (3\sqrt{2})^2$

$OH = \sqrt{63}$

Karena OH > 0, OH = $3\sqrt{7}$ cm

Jawab: $3\sqrt{7}$ cm

Soal 4 Hitunglah volume limas pada contoh 2 di atas.

Soal 5 Limas segiempat beraturan pada contoh 2. Jika M adalah titik tengah AB, hitunglah panjang OM. Kemudian hitung juga luas permukaan limas tersebut.

Soal 6 Diketahui panjang jari-jari alas sebuah kerucut adalah 5 cm dan panjang garis pelukisnya 13 cm. Hitunglah tinggi dan volume kerucut tersebut.

200 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

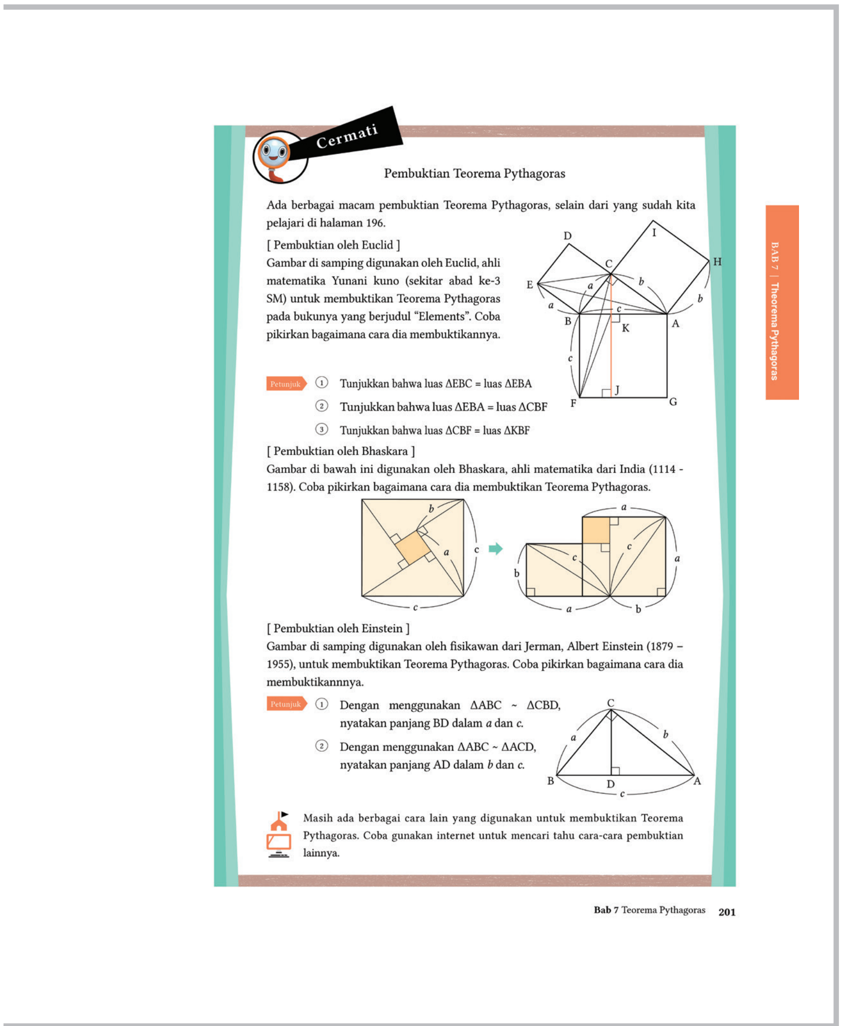
8. Perlakuan pada Contoh 2

Istilah khusus seperti "limas persegi" atau "limas", telah kita pelajari di kelas VII. Akan tetapi, kita perlu untuk mengingat kembali definisi dari istilah-istilah tersebut.

Perlu diingat bahwa ketika kita ingin mencari tinggi dari limas, kita perlu memperhatikan dua buah segitiga siku-siku di dalamnya.

Pada kolom penyelesaian, kita mencari tinggi dengan menggunakan △OHC. Akan tetapi, setelah menemukan panjang OM seperti pada soal 5, kita bisa juga mencari nilai tinggi dengan menggunakan △OMH (M merupakan titik pusat ruas AB).

Sebelum berunjuk pada kolom penyelesaian, kita perlu memikirkan dimana kita bisa membuat segitiga siku-siku untuk mencari tinggi OH. Untuk membahas ini, lakukanlah diskusi kelas.


Cermati

Pembuktian Teorema Pythagoras

Ada berbagai macam pembuktian Teorema Pythagoras, selain dari yang sudah kita pelajari di halaman 196.

[Pembuktian oleh Euclid]
Gambar di samping digunakan oleh Euclid, ahli matematika Yunani kuno (sekitar abad ke-3 SM) untuk membuktikan Teorema Pythagoras pada bukunya yang berjudul "Elements". Coba pikirkan bagaimana cara dia membuktikannya.

Petunjuk ① Tunjukkan bahwa luas ΔEBC = luas ΔEBA
② Tunjukkan bahwa luas ΔEBA = luas ΔCBF
③ Tunjukkan bahwa luas ΔCBF = luas ΔKBF

[Pembuktian oleh Bhaskara]
Gambar di bawah ini digunakan oleh Bhaskara, ahli matematika dari India (1114 - 1158). Coba pikirkan bagaimana cara dia membuktikan Teorema Pythagoras.

[Pembuktian oleh Einstein]
Gambar di samping digunakan oleh fisikawan dari Jerman, Albert Einstein (1879 – 1955), untuk membuktikan Teorema Pythagoras. Coba pikirkan bagaimana cara dia membuktikannnya.

Petunjuk ① Dengan menggunakan $\Delta ABC \sim \Delta CBD$, nyatakan panjang BD dalam a dan c.
② Dengan menggunakan $\Delta ABC \sim \Delta ACD$, nyatakan panjang AD dalam b dan c.

Masih ada berbagai cara lain yang digunakan untuk membuktikan Teorema Pythagoras. Coba gunakan internet untuk mencari tahu cara-cara pembuktian lainnya.

BAB 7 | Teorema Pythagoras

Bab 7 Teorema Pythagoras 201

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

9. Pembuktian Teorema Pythagoras

Untuk menjawab kondisi dari siswa, alangkah baiknya jika siswa dapat meneliti dan memahami cara pembuktian teorema pythagoras yang nantinya dibahas melalui sesi diskusi.

Masing-masing grup memilih dan memahami pembuktian yang berbeda, lalu mereka harus menjelaskan pembuktian yang telah mereka pelajari ke teman-temannya yang lain melalui presentasi yang ditampilkan memakai proyektor.

[Pembuktian oleh Euclid]
Jika kita membagi rata 2 persegi di atas sehingga terdapat 2 segitiga siku-siku pada masing-masing persegi, maka nilainya akan sama dengan setengah dari luas persegi di bawah.

Pada ①, EB berlaku sebagai alas permukaan, lalu titik sudut C paralel dengan titik sudut A, sehingga luasnya sama.

Pada ②, dengan titik B sebagai pusat, jika diputar searah jarum jam sebesar 90 derajat, maka luas permukaannya sama.

Pada ③ BF berlaku sebagai alas permukaan, lalu titik sudut C paralel dengan titik sudut K, sehingga luasnya sama.

Dengan menerapkan langkah yang sama pada persegi ICAH di sebelah kanan, maka setengah luas dari persegi ABFG di bawah menjadi sama.

[Pembuktian oleh Bhaskara]
Dengan membagi persegi yang sisinya bernilai c menjadi segitiga siku-siku (dengan 3 sisi a, b, c) dan persegi (dengan satu sisinya a-b), kita bisa menyusunnya menjadi persegi dengan sisi c, serta
persegi dengan sisi b.

[Pembuktian oleh Einstein]
① Karena $\triangle ABC \sim \triangle CBD$, maka

$$BC : AB = BD : CB$$
$$a : c = BD : a$$
$$c \times BD = a^2$$
$$BD = \frac{a^2}{c}$$

② Karena $\triangle ABC \sim \triangle ACD$, maka

$$AC : AB = AD : AC$$
$$b : c = AD : b$$
$$c \times AD = b^2$$
$$AD = \frac{b^2}{c}$$

Beranjak dari AB = BD + AD, poin ① dan poin ②, maka

$$c = \frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{c}$$

jika kedua sisi dikalikan dengan c, maka didapatkan hasil

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Selain dari pembuktian di atas, masih banyak lagi metode pembuktian menarik lainnya yang bisa kita cari di internet.

Mari Kita Periksa

(1 jam)

Penyelesaian

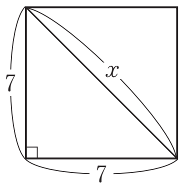
1

(1) Pada gambar di samping,

$x = 1 : \sqrt{2}$

$x = 7\sqrt{2}$

Jawaban $7\sqrt{2}$ cm



(2) Pada gambar di samping,

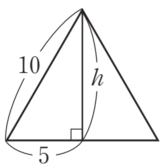
$5 : h = 1 : \sqrt{3}$

$h = 5\sqrt{3}$

Luas

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3}$

$= 25\sqrt{3}$



Jawaban tinggi $5\sqrt{3}$ cm luas $25\sqrt{3}$ cm^2

2

karena 5 : x = 1: $\sqrt{3}$, maka x = 5 $\sqrt{3}$

karena 5 : y = 1 : 2, maka y = 10

karena z : 10 = 1 : $\sqrt{2}$, maka z = 5 $\sqrt{2}$

3

Jika H merupakan titik pusat dari tali busur AB, maka

$AH^2 = OA^2 - OH^2$

$= 6^2 - 4^2 = 20$

Karena AH > 0, maka AH= $2\sqrt{5}$

Jadi, AB = 2AH = $4\sqrt{5}$

Jawaban $4\sqrt{5}$ cm

4

Jika kita ambil titik C(3,2) lalu membuat segitiga siku-siku ACB dengan ∠C=90º, maka

AC = 3 - (-3) = 6, BC = 5 - 2 = 3

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$= 6^2 + 3^2 = 45$

Karena AB > 0, maka AB = $3\sqrt{5}$

Jawaban $3\sqrt{5}$

5

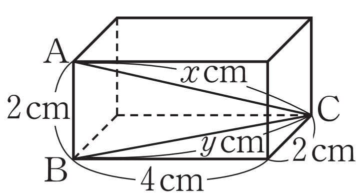
Pada gambar di samping, jika AC= x cm dan BC= y cm, maka

$y^2 = 4^2 + 2^2$

$x^2 = 2^2 + y^2$

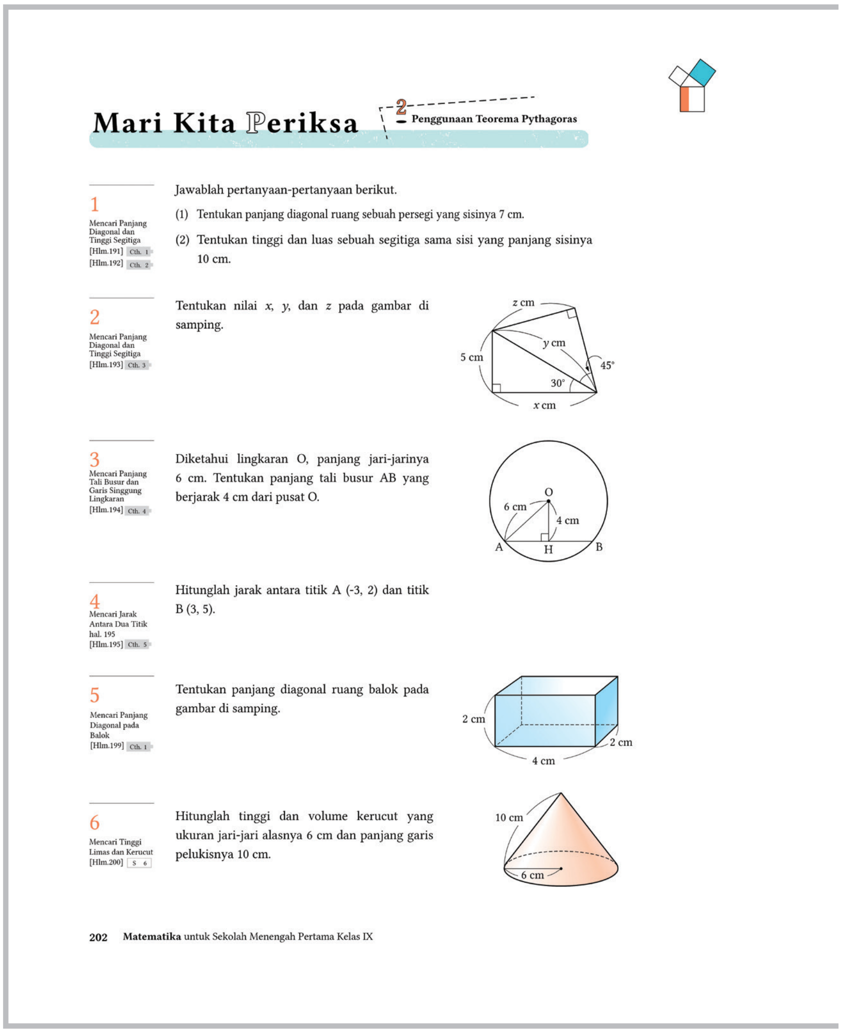
$= 2^2 + (4^2 + 2^2)$

$= 24$



Karena x > 0, maka x = $2\sqrt{6}$

Jawaban $2\sqrt{6}$ cm



Mari Kita Periksa

2 Penggunaan Teorema Pythagoras

1 Mencari Panjang Diagonal dan Tinggi Segitiga [Hlm.191] Cth. 1 [Hlm.192] Cth. 2

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan panjang diagonal ruang sebuah persegi yang sisinya 7 cm.

(2) Tentukan tinggi dan luas sebuah segitiga sama sisi yang panjang sisinya 10 cm.

2 Mencari Panjang Diagonal dan Tinggi Segitiga [Hlm.193] Cth. 3

Tentukan nilai x, y, dan z pada gambar di samping.

3 Mencari Panjang Tali Busur dan Garis Singgung Lingkaran [Hlm.194] Cth. 4

Diketahui lingkaran O, panjang jari-jarinya 6 cm. Tentukan panjang tali busur AB yang berjarak 4 cm dari pusat O.

4 Mencari Jarak Antara Dua Titik hal. 195 [Hlm.195] Cth. 5

Hitunglah jarak antara titik A (-3, 2) dan titik B (3, 5).

5 Mencari Panjang Diagonal pada Balok [Hlm.199] Cth. 1

Tentukan panjang diagonal ruang balok pada gambar di samping.

6 Mencari Tinggi Limas dan Kerucut [Hlm.200] S 6

Hitunglah tinggi dan volume kerucut yang ukuran jari-jari alasnya 6 cm dan panjang garis pelukisnya 10 cm.

202 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

6

Pada segitiga siku-siku ABO di samping,

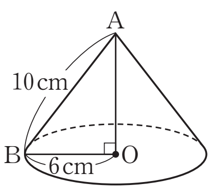
$AO^2 = AB^2 - BO^2$

$= 10^2 - 6^2$

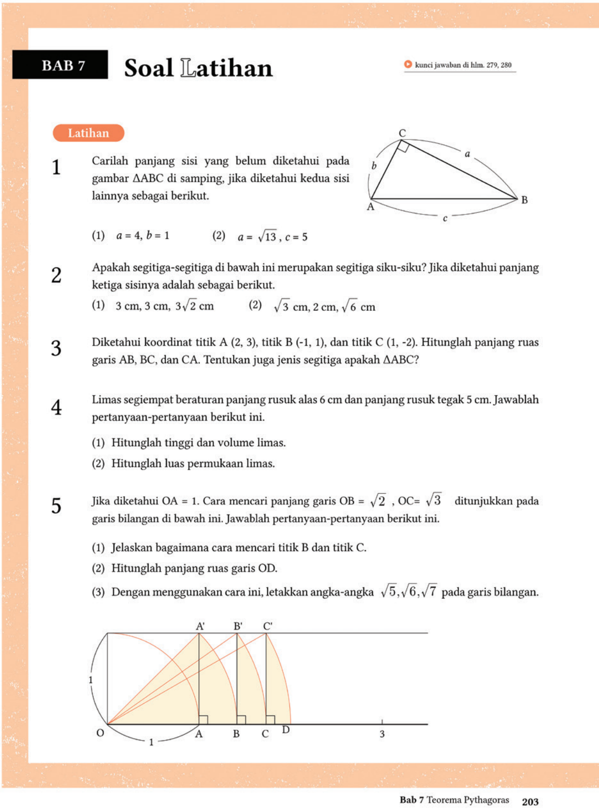
$= 64$

Karena AO > 0, maka AO - 8

(Volume) = $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = 96\pi$



Jawaban tinggi 8 cm, volume 96π cm^3


BAB 7 **Soal Latihan**

kunci jawaban di hlm. 279, 280

Latihan

1 Carilah panjang sisi yang belum diketahui pada gambar ΔABC di samping, jika diketahui kedua sisi lainnya sebagai berikut.

(1) $a = 4, b = 1$ (2) $a = \sqrt{13}, c = 5$

2 Apakah segitiga-segitiga di bawah ini merupakan segitiga siku-siku? Jika diketahui panjang ketiga sisinya adalah sebagai berikut.

(1) 3 cm, 3 cm, $3\sqrt{2}$ cm (2) $\sqrt{3}$ cm, 2 cm, $\sqrt{6}$ cm

3 Diketahui koordinat titik A (2, 3), titik B (-1, 1), dan titik C (1, -2). Hitunglah panjang ruas garis AB, BC, dan CA. Tentukan juga jenis segitiga apakah ΔABC?

4 Limas segiempat beraturan panjang rusuk alas 6 cm dan panjang rusuk tegak 5 cm. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Hitunglah tinggi dan volume limas.

(2) Hitunglah luas permukaan limas.

5 Jika diketahui OA = 1. Cara mencari panjang garis OB = $\sqrt{2}$, OC= $\sqrt{3}$ ditunjukkan pada garis bilangan di bawah ini. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Jelaskan bagaimana cara mencari titik B dan titik C.

(2) Hitunglah panjang ruas garis OD.

(3) Dengan menggunakan cara ini, letakkan angka-angka $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}$ pada garis bilangan.

Bab 7 Teorema Pythagoras 203

Rangkuman Soal BAB 7

(2 jam)

Penyelesaian

(Dasar)

1

(1) $c = \sqrt{17}$

(2) $b = 2\sqrt{3}$

2

(1) Merupakan segitiga siku-siku

(2) Bukan merupakan segitiga siku-siku

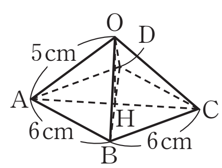
3

AB = $\sqrt{13}$, BC = $\sqrt{13}$, CA = $\sqrt{26}$

Karena terdapat hubungan antara AB = BC dan $AB^2 + BC^2 = CA^2$, maka ABC (dengan ∠B = 90°) merupakan segitiga siku-siku sama kaki.

4

(1) Pada gambar di samping, karena
AC = $6\sqrt{2}$ cm,
maka
AH = $3\sqrt{2}$ cm
Pada segitiga siku-siku OAH,
$OH^2 = 5^2 - (3\sqrt{2})^2 = 7$



Karena OH > 0, maka OH = $\sqrt{7}$

$(\text{Volume}) = \frac{1}{3} \times 6^2 \times \sqrt{7} = 12\sqrt{7}$

Jawaban tinggi $\sqrt{7}$ cm, volume $12\sqrt{7}$ cm^3

(2) Jika M merupakan titik pusat dari sisi AB, maka △OAM merupakan segitiga siku-siku.
$OM^2 = 5^2 - 3^2 = 16$
Karena OM > 0, maka OM = 4
$(\text{Luas permukaan}) = 6^2 + (\frac{1}{2} \times 6 \times 4) \times 4 = 84$

Jawaban 84 cm^2

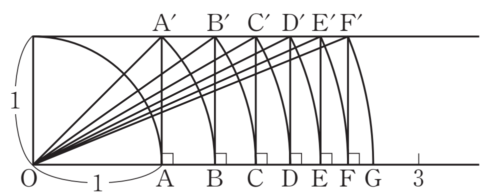
5

(1) Titik B ⋯
Gambar segitiga siku-siku OAA', lalu tarik garis OB pada garis bilangan dengan panjang yang sama dengan sisi miring OA'.
Titik C ⋯
Gambar segitiga siku-siku OBB', lalu tarik garis OB' pada garis bilangan dengan panjang yang sama dengan sisi miring OC'.

(2) $OC'^2 = OC^2 + CC'^2$
$= (\sqrt{3})^2 + 1^2$
$= 4$

Karena OC' > 0, maka OC′ = 2
OD = OC′ OD = 2

(3) Jika kita melanjutkan langkah menggambar titik B-D lalu mengambil titik E, F, dan G, maka OE = $\sqrt{5}$, OF = $\sqrt{6}$, dan OG = $\sqrt{7}$.



Penyelesaian

(Penerapan)

1

Pada segitiga $\triangle ABC$,

karena BC : 12 = 1 : $\sqrt{2}$, maka

$BC = 6\sqrt{2}$

Pada $\triangle ABD$,

karena DE : 12 = 1 : $\sqrt{3}$, maka

$DE = 4\sqrt{3}$

Jika titik F bersinggungan dengan AC dan BE, maka $\triangle EBD \sim \triangle FBC$.

Jadi

$BC : BD = CF : DE$

$6\sqrt{2} : 12 = CF : 4\sqrt{3}$

Dari sini, CF = $2\sqrt{6}$, jadi

$$\triangle FBC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 2\sqrt{6}$$

$$= 12\sqrt{3}$$

Jawaban $12\sqrt{3}\ cm^2$

2

Jika CD= x cm, maka

AD = BD = $(4 - x)$cm

Pada segitiga siku-siku ADC

$x^2 + 3^2 = (4 - x)^2$

Jika persamaan diselesaikan, maka $x = \frac{7}{8}$

Jawaban $\frac{7}{8}$cm

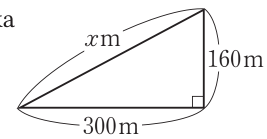
3

Perbedaan tinggi antara titik A dan titik B adalah 160 m. Jarak horizontal A dan B adalah 300 m. Jadi, jika panjang tali adalah x m, maka

$x^2 = 300^2 + 160^2$

$= 115600$

Karena $x > 0$, maka $x = 340$



Jawaban 340 m

4

(1) Jika BH = x cm, maka

$AH^2 = 13^2 - x^2$, $AH^2 = 15^2 - (14 - x)^2$

$13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2$

Hasil persamaan di atas adalah x =5 Jadi

$AH^2 = 13^2 - 5^2 = 144$

Karena AH > 0, maka AH = 12

Jawaban 12 cm

(2) Pada $\triangle ABH$ dan $\triangle ADC$, apabila $\angle AHB = 90^\circ$

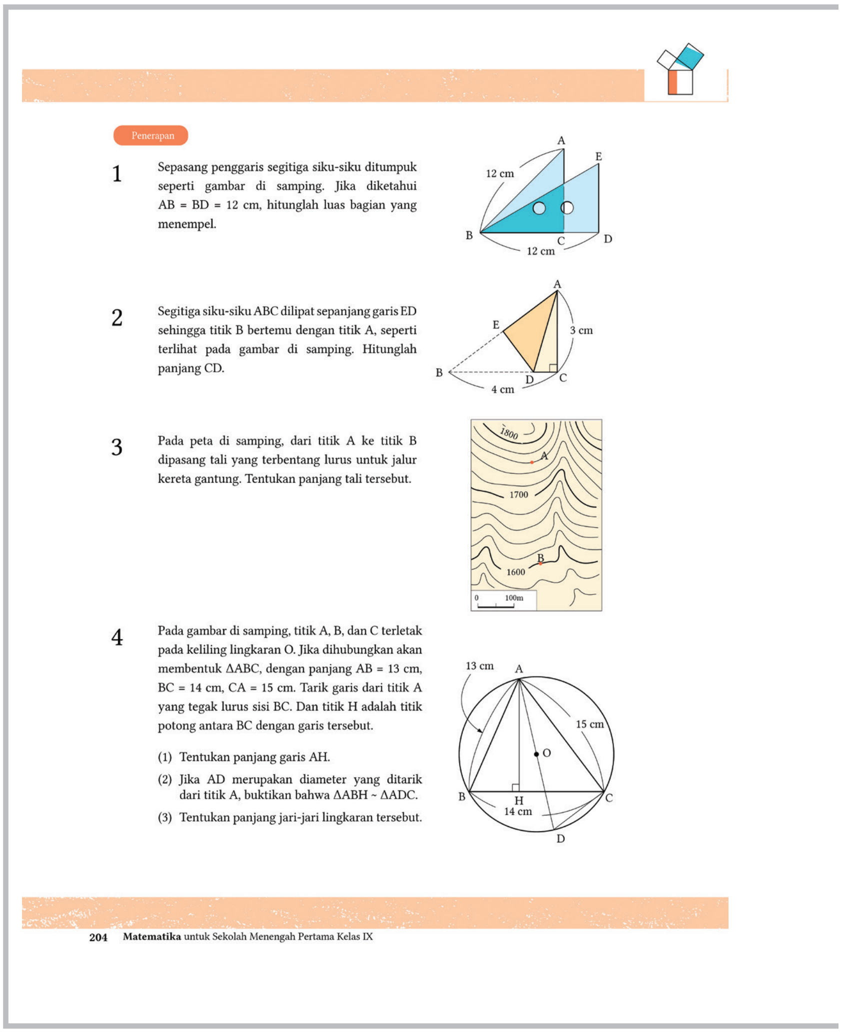
Karena sudut keliling yang menghadap setengah lingkaran adalah 90, maka $\angle ACD = 90^\circ$

Jadi, $\angle AHB = \angle ACD$

Karena sudut keliling yang berhadapan AC sama, maka $\angle ABH = \angle ADC$

Dari poin ① dan ②, diketahui bahwa sudut-sudut tersebut memiliki nilai yang sama, jadi

$\triangle ABH \sim \triangle ADC$



Penerapan

1 Sepasang penggaris segitiga siku-siku ditumpuk seperti gambar di samping. Jika diketahui AB = BD = 12 cm, hitunglah luas bagian yang menempel.

2 Segitiga siku-siku ABC dilipat sepanjang garis ED sehingga titik B bertemu dengan titik A, seperti terlihat pada gambar di samping. Hitunglah panjang CD.

3 Pada peta di samping, dari titik A ke titik B dipasang tali yang terbentang lurus untuk jalur kereta gantung. Tentukan panjang tali tersebut.

4 Pada gambar di samping, titik A, B, dan C terletak pada keliling lingkaran O. Jika dihubungkan akan membentuk ΔABC, dengan panjang AB = 13 cm, BC = 14 cm, CA = 15 cm. Tarik garis dari titik A yang tegak lurus sisi BC. Dan titik H adalah titik potong antara BC dengan garis tersebut.

(1) Tentukan panjang garis AH.

(2) Jika AD merupakan diameter yang ditarik dari titik A, buktikan bahwa ΔABH ~ ΔADC.

(3) Tentukan panjang jari-jari lingkaran tersebut.

204 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

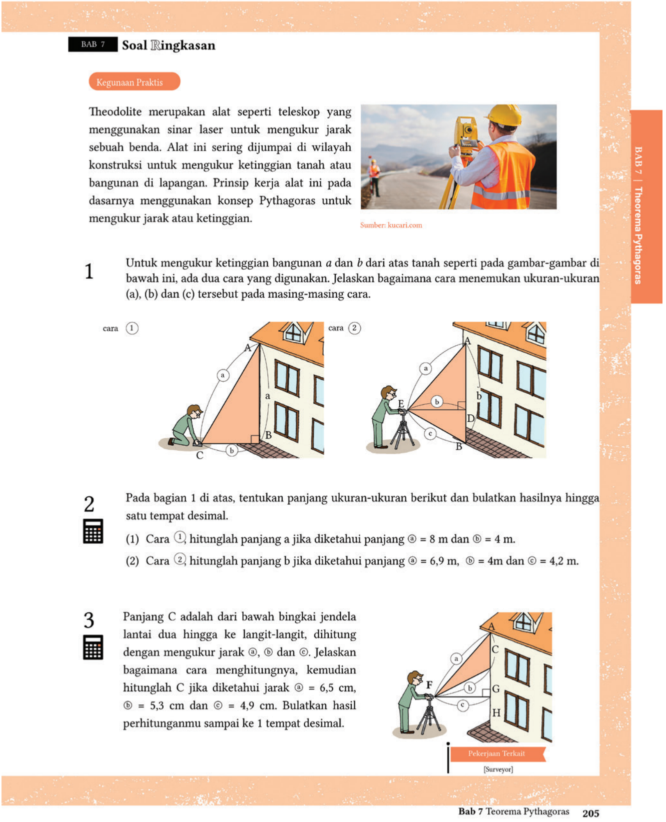
(3) Karena $\triangle ABH \sim \triangle ADC$, maka

13 : AD = 12 : 15

$AD = \frac{65}{4}$

Jari-jari lingkaran O adalah $\frac{65}{4} : 2 = \frac{65}{8}$

Jawaban $\frac{65}{8}$cm


BAB 7 **Soal Ringkasan**

Kegunaan Praktis

Theodolite merupakan alat seperti teleskop yang menggunakan sinar laser untuk mengukur jarak sebuah benda. Alat ini sering dijumpai di wilayah konstruksi untuk mengukur ketinggian tanah atau bangunan di lapangan. Prinsip kerja alat ini pada dasarnya menggunakan konsep Pythagoras untuk mengukur jarak atau ketinggian.

Sumber: kucari.com

1 Untuk mengukur ketinggian bangunan *a* dan *b* dari atas tanah seperti pada gambar-gambar di bawah ini, ada dua cara yang digunakan. Jelaskan bagaimana cara menemukan ukuran-ukuran (a), (b) dan (c) tersebut pada masing-masing cara.

2 Pada bagian 1 di atas, tentukan panjang ukuran-ukuran berikut dan bulatkan hasilnya hingga satu tempat desimal.

(1) Cara ①, hitunglah panjang a jika diketahui panjang ⓐ = 8 m dan ⓑ = 4 m.

(2) Cara ②, hitunglah panjang b jika diketahui panjang ⓐ = 6,9 m, ⓑ = 4m dan ⓒ = 4,2 m.

3 Panjang C adalah dari bawah bingkai jendela lantai dua hingga ke langit-langit, dihitung dengan mengukur jarak ⓐ, ⓑ dan ⓒ. Jelaskan bagaimana cara menghitungnya, kemudian hitunglah C jika diketahui jarak ⓐ = 6,5 cm, ⓑ = 5,3 cm dan ⓒ = 4,9 cm. Bulatkan hasil perhitunganmu sampai ke 1 tempat desimal.

Bab 7 Teorema Pythagoras 205

Penyelesaian

(Kegunaan sehari-hari)

1

Jika kita menghitung panjang dari ⓐ dan ⓑ lalu memakai Teorema Pythagoras, maka hasilnya adalah

$$a = \sqrt{AC^2 - CB^2}$$

Jika kita menghitung panjang ⓐ, ⓑ, dan ⓒ lalu memakai Teorema Pythagoras, maka hasilnya adalah

$$b = \sqrt{AE^2 - ED^2} + \sqrt{EB^2 - ED^2}$$

2

(1) $$\begin{aligned} a &= \sqrt{8^2 - 4^2} \\ &= \sqrt{48} \\ &= 4\sqrt{3} \\ &= 6.928\cdots \end{aligned}$$

Jawaban: 6,9 m

(2) $$\begin{aligned} b &= \sqrt{6,9^2 - 4^2} + \sqrt{4,2^2 - 4^2} \\ &= \sqrt{31,61} + \sqrt{1,64} \\ &= 6,902\cdots \end{aligned}$$

Jawaban: 6,9 m

3

Jika kita menghitung panjang ⓐ, ⓑ, dan ⓒ lalu memakai Teorema Pythagoras, maka hasilnya adalah,

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{AF^2 - FD^2} - \sqrt{GF^2 - FD^2} \\ c &= \sqrt{(6,5)^2 - (4,9)^2} - \sqrt{5,3^2 - 4,9^2} \\ &= \sqrt{18,24} - \sqrt{4,08} \\ &= 2,250\cdots \end{aligned}$$

Jawaban: 2,3 m

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penyelesaian (Kegunaan sehari-hari)

Karena penggunaan Teorema Pythagoras banyak ditemukan di kehidupan sehari-hari, diharapkan ketertarikan siswa terhadap matematika meningkat.

Siswa diharapkan dapat menjelaskan fungsi dari Pythagoras, serta bagaimana menghitung panjang suatu daerah dari tempat yang jauh. Selain membuat siswa paham akan hal ini, mereka juga perlu untuk melakukan perhitungan dengan baik.

Gunakanlah kalkulator untuk menghitung.

Bagaimana Menghitung Jarak Pandangan dari Atas Sebuah Gedung?

• Tujuan •

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, peserta didik dapat menghitung jarak pandangan dari atas gedung maupun puncak gunung.

Jawaban

1

(Bagan)

2

Pada segitiga siku-siku PTO,

$PT^2 = PO^2 - TO^2$

$= 6378{,}296^2 - 6378^2$

$= 3775{,}863616$

Karena $PT > 0$, maka $PT = 61{,}448$

Jawaban Kurang lebih 61,4 km

(Tambahan)

Jika kita memperhatikan pembiasan cahaya, maka

$61{,}4 \times (1 + 0{,}06) = 65{,}084$

dengan kata lain, jarak pandangnya adalah 65,1 km.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Perlakuan pada **1**

Pada buku teks, contoh yang diberikan adalah Equity Tower yang berada di Kota Jakarta. Namun, jika contoh yang diberikan lebih dekat dengan lingkungan sekitar siswa, maka hal itu dapat meningkatkan keingintahuan dan semangat mereka dalam mengerjakan tugas.

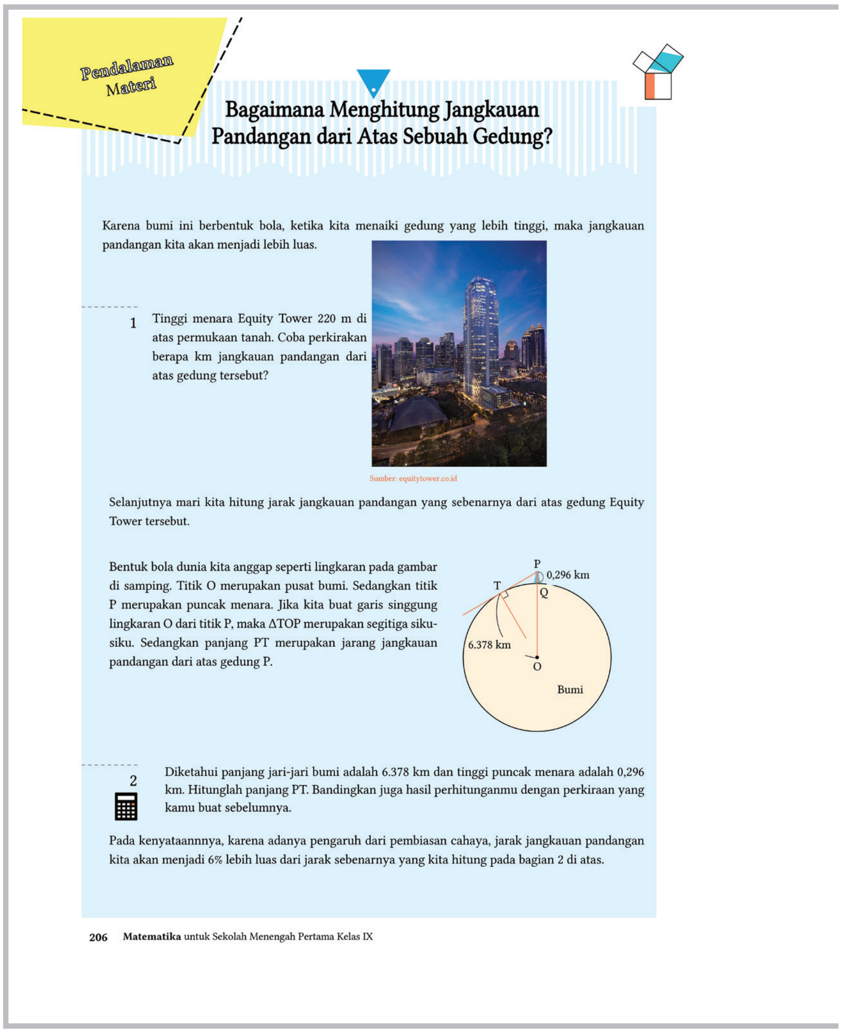
Dengan mencari tahu secara matematis, siswa akan sadar bahwa jarak pandang kita jauh melebihi bayangan mereka. Dengan materi ini, kita bisa memperlihatkan para siswa akan hal mengejutkan ini.

2. Perlakuan pada **2**

Siswa diharapkan dapat menggunakan tombol memory dan tombol $\sqrt{\ }$ pada kalkulator.

(Contoh) Jika kita ingin menghitung $5^2 - 3^2$ dengan kalkulator biasa, maka berikut adalah langkahnya.

5	×	=	M+	3	×	=	M−	MR
		↓				↓		↓
		16		9				25



Pendalaman Materi

Bagaimana Menghitung Jangkauan Pandangan dari Atas Sebuah Gedung?

Karena bumi ini berbentuk bola, ketika kita menaiki gedung yang lebih tinggi, maka jangkauan pandangan kita akan menjadi lebih luas.

1 Tinggi menara Equity Tower 220 m di atas permukaan tanah. Coba perkirakan berapa km jangkauan pandangan dari atas gedung tersebut?

Sumber: equitytower.co.id

Selanjutnya mari kita hitung jarak jangkauan pandangan yang sebenarnya dari atas gedung Equity Tower tersebut.

Bentuk bola dunia kita anggap seperti lingkaran pada gambar di samping. Titik O merupakan pusat bumi. Sedangkan titik P merupakan puncak menara. Jika kita buat garis singgung lingkaran O dari titik P, maka ΔTOP merupakan segitiga siku-siku. Sedangkan panjang PT merupakan jarang jangkauan pandangan dari atas gedung P.

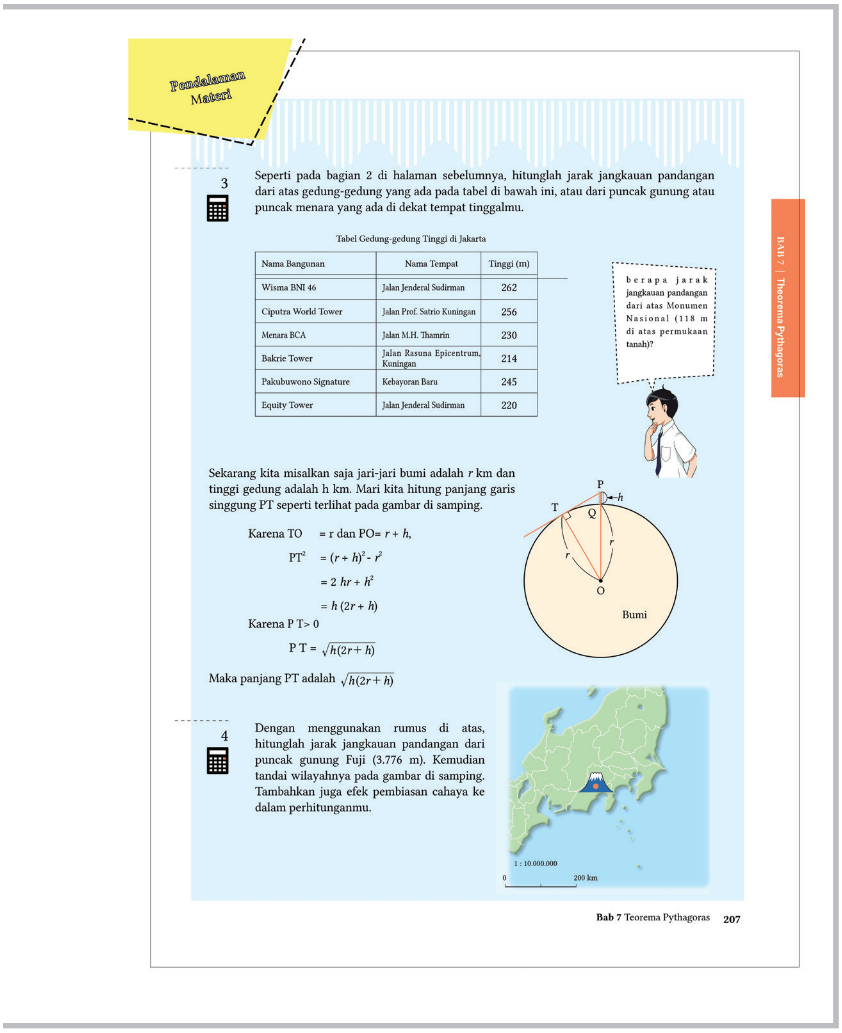
2 Diketahui panjang jari-jari bumi adalah 6.378 km dan tinggi puncak menara adalah 0,296 km. Hitunglah panjang PT. Bandingkan juga hasil perhitunganmu dengan perkiraan yang kamu buat sebelumnya.

Pada kenyataannnya, karena adanya pengaruh dari pembiasan cahaya, jarak jangkauan pandangan kita akan menjadi 6% lebih luas dari jarak sebenarnya yang kita hitung pada bagian 2 di atas.

206 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Lalu, pada perhitungan **2**, jumlah angka yang terpampang akan berbeda bergantung pada kalkulator yang digunakan. Tetapi itu tidak menjadi masalah selama 4 angka pertama sesuai.

Selain itu, dalam jarak 65 km dari pusat Kota Yokohama, kita bisa melihat seluruh Prefektur Kanagawa dan Tokyo. Dari arah barat akan terlihat Prefektur Shizuoka dan Kota Gotemba. Sementara itu, dari Selatan akan terlihat ujung dari Semenanjung Boso Prefektur Chiba.



Pendalaman Materi

3 Seperti pada bagian 2 di halaman sebelumnya, hitunglah jarak jangkauan pandangan dari atas gedung-gedung yang ada pada tabel di bawah ini, atau dari puncak gunung atau puncak menara yang ada di dekat tempat tinggalmu.

Tabel Gedung-gedung Tinggi di Jakarta

Nama Bangunan	Nama Tempat	Tinggi (m)
Wisma BNI 46	Jalan Jenderal Sudirman	262
Ciputra World Tower	Jalan Prof. Satrio Kuningan	256
Menara BCA	Jalan M.H. Thamrin	230
Bakrie Tower	Jalan Rasuna Epicentrum, Kuningan	214
Pakubuwono Signature	Kebayoran Baru	245
Equity Tower	Jalan Jenderal Sudirman	220

berapa jarak jangkauan pandangan dari atas Monumen Nasional (118 m di atas permukaan tanah)?

Sekarang kita misalkan saja jari-jari bumi adalah r km dan tinggi gedung adalah h km. Mari kita hitung panjang garis singgung PT seperti terlihat pada gambar di samping.

Karena TO $= r$ dan PO$= r + h$,

$$PT^2 = (r+h)^2 - r^2 = 2hr + h^2 = h(2r+h)$$

Karena P T> 0

$$PT = \sqrt{h(2r+h)}$$

Maka panjang PT adalah $\sqrt{h(2r+h)}$

4 Dengan menggunakan rumus di atas, hitunglah jarak jangkauan pandangan dari puncak gunung Fuji (3.776 m). Kemudian tandai wilayahnya pada gambar di samping. Tambahkan juga efek pembiasan cahaya ke dalam perhitunganmu.

Bab 7 Teorema Pythagoras 207

Penyelesaian

(Kegunaan sehari-hari)

3

Wisma BNI46

PT² = 6378,3² - 6378²

= 3826,89

Karena PT > 0, maka, PT = 61,86⋯

Jawaban: Jarak pandang kurang lebih 62 km

Jika kita mengaplikasikan perhitungan yang sama pada 6 bangunan di bawah, maka hasilnya adalah sebagai berikut.

Ciputra World Tower	Kurang lebih 56 km
BCA Tower	Kurang lebih 56 km
Bakrie Tower	Kurang lebih 52 km
Pakubuwono Signature	Kurang lebih 42 km
Equity Tower	Kurang lebih 42 km
Sahid Sudirman Center	Kurang lebih 40 km

4

karena h=3,776, r=6378

$$\begin{aligned} PT &= \sqrt{3,776 \times (2 \times 6378 + 3,776)} \\ &= \sqrt{48180,914\cdots} \\ &= 219,50\cdots \end{aligned}$$

Jika memperhatikan pembiasan cahaya, maka

219,5 × 1,06 = 232,67

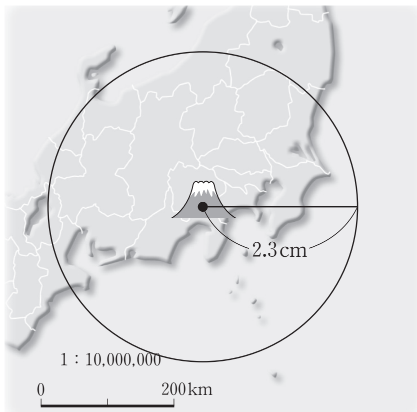
Jawaban: Jarak pandang kurang lebih 233 km

(Silakan lihat gambar pada Penjelasan dan Catatan)

Penjelasan dan Catatan

Referensi **Jarak Pandang dari Puncak Gunung Fuji**

Pada buku teks, contoh yang diberikan adalah Equity Tower yang berada di Kota Jakarta. Namun, jika contoh yang diberikan lebih dekat dengan lingkungan sekitar siswa, maka hal itu dapat meningkatkan keingintahuan dan semangat mereka dalam mengerjakan tugas.



Karena rasio pada peta adalah 10.000.000 : 1, maka 1 cm pada peta sama dengan 100km pada jarak sebenarnya. Jadi, 230 km sama dengan 2,3 cm di peta. Ini berarti, jarak pandang di puncak Gunung Fuji adalah daerah sepanjang jari-jari 2,3 cm pada lingkaran di gambar di samping.

Kira-kira, berikut adalah daerah yang dapat terlihat.

Dari arah Utara, Kota Nagaoka di Prefektur Niigata

Dari arah timur laut, Kota Shirakawa di Prefektur Fukushima

Dari arah timur, Inubosaki yang berada dalam Kota Choushi di Prefektur Chiba

Dari arah Selatan, Mikura-jima di Tokyo

Dari arah barat daya, Kota Ise di Prefektur Mie

Dari arah barat, Danau Biwa di Prefektur Shiga

Dari barat laut, Kota Kanazawa di Prefektur Ishikawa

Ulasan

• Tujuan •

Dalam kaitannya dengan meneliti ukuran pemusatan data yang telah dipelajari di kelas VII, peserta didik diharapkan dapat membuat Tabel Distribusi Frekuensi dan menghitung nilai rata-rata.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Perlakuan pada Ulasan

Pada "Penggunaan Data" di kelas VII, kita telah membahas mengenai ukuran pemusatan data dan nilainya dengan objek kelas maupun siswa seangkatan. Lalu di kelas VIII, kita telah melakukan banyak percobaan dengan mengumpulkan data. Dari situ kita mengetahui bahwa fenomena tidak menentu seringkali terjadi.

Di kelas IX ini, dengan berdasar pada materi yang telah dipelajari sebelumnya, kita akan membahas materi yang meneliti ukuran pemusatan data yang datanya tidak terkumpulkan seluruhnya. Misalnya, seperti yang tercantum pada soal, kita bisa meneliti waktu yang dibutuhkan masing-masing 40 siswa untuk ke sekolah. Namun, kita akan sulit melakukannya ketika kita ingin meneliti siswa seluruh sekolah atau sekolah secara keseluruhan. Siswa diharapkan dapat memberikan pendapat mengenai metode penelitian seperti apa yang paling efektif.

Apabila pendapat siswa bisa dikaitkan dengan penelitian pada contoh, maka ini bisa membuat siswa lebih aktif dalam pemebelajaran.

2. Ulasan Penggunaan Data

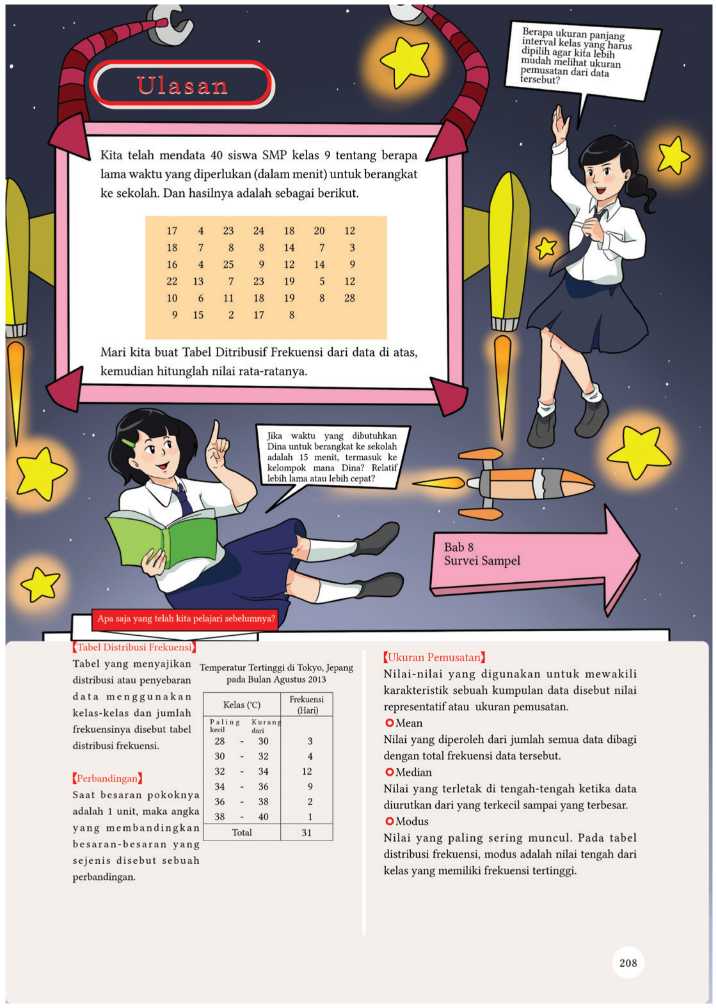
Di sini, kita akan menghitung rata-rata dan membuat Tabel Distribusi Frekuensi yang telah dipelajari di kelas VII. Pada nilai rata-rata, kita bisa menghitung jumlah dari seluruh nilai dengan mendistribusi frekuensi keseluruhan. Tetapi kali ini, kita akan menghitung rata-rata dengan menggunakan Tabel Distribusi Frekuensi lalu membandingkannya.

Berikut adalah data angka dan tabel distribusi frekuensi.

- Rata-rata 13,1 menit
- Rata-rata yang didapat dari Tabel Distribusi Frekuensi 13,124 menit
- Median 12 menit
- Modus 7,5 menit

Waktu yang dibutuhkan siswa kelas IX-2 untuk ke sekolah

Urutan (dalam menit)	Frekuensi (orang)
0 -5	4
5 - 10	12
10 - 15	8
15 - 20	9
20 - 25	5
25 - 30	2
Total	40



3. Materi yang Telah Dipelajari

Di sini terangkum materi yang telah dipelajari di kelas VII, khususnya [D Penggunaan Data]. Alangkah baiknya jika kita bisa memperlihatkan histogram dan mengingat kembali mengenai probabilitas dengan menyesuaikan dengan situasi yang ada.

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi Republik Indonesia, 2022
Buku Panduan Guru Matematika Untuk Smp Kelas Ix
Penulis: Tim Gakko Tohso
Penyadur: Wahyu Setyaningrum S. dan Sukarman
ISBN: 978-602-244-836-5

BAB 8 Survei Sampel

(bab pengantar 1 jam)

Tujuan

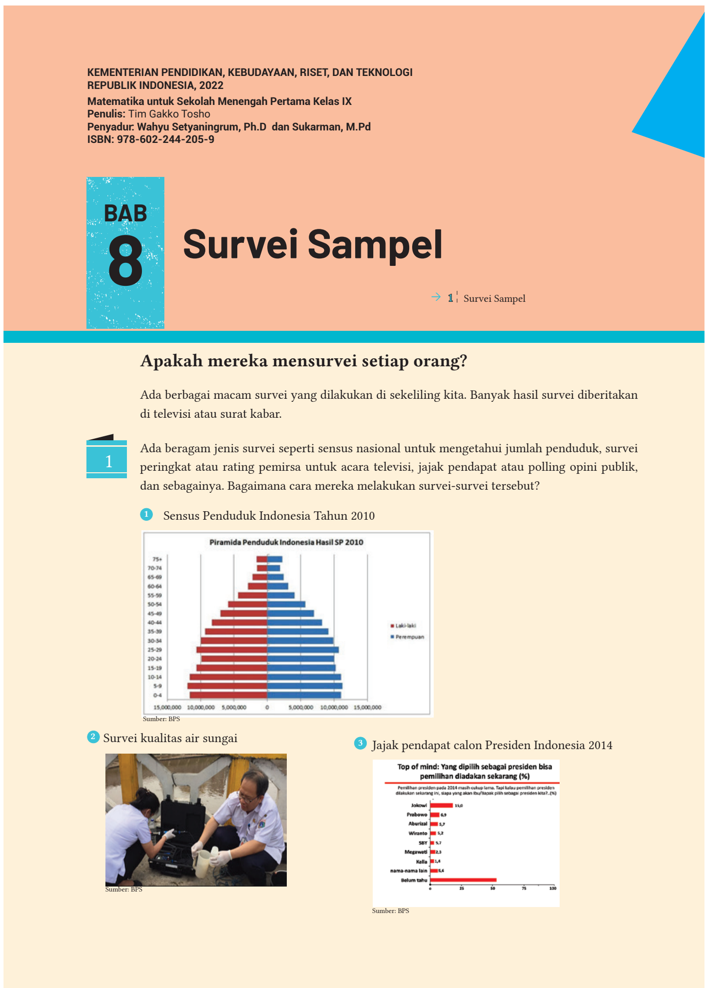
Peserta didik dapat memahami cara melakukan survei sederhana terhadap benda-benda di sekitar.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan Halaman ini

Peserta didik diarahkan mendiskusikan contoh kasus ❶ - ❻, dan dapat diketahui bahwa dalam pelaksanaan survei terbagi menjadi dua jenis, yaitu survei populasi dan survei sampel/sebagian.

Pada tahap ini diusahakan untuk lebih banyak membuat kesempatan kepada siswa untuk berargumen.


KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Ph.D dan Sukarman, M.Pd
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 8 Survei Sampel

1 Survei Sampel

Apakah mereka mensurvei setiap orang?

Ada berbagai macam survei yang dilakukan di sekeliling kita. Banyak hasil survei diberitakan di televisi atau surat kabar.

1

Ada beragam jenis survei seperti sensus nasional untuk mengetahui jumlah penduduk, survei peringkat atau rating pemirsa untuk acara televisi, jajak pendapat atau polling opini publik, dan sebagainya. Bagaimana cara mereka melakukan survei-survei tersebut?

1 Sensus Penduduk Indonesia Tahun 2010

Sumber: BPS

2 Survei kualitas air sungai

Sumber: BPS

3 Jajak pendapat calon Presiden Indonesia 2014

Sumber: BPS

2. Penanganan keenam contoh

❶ Sensus Penduduk (2010)
Dari sensus penduduk tahun 2015, disebarkan kuisioner melalui internet dan tanggapannya sudah diterima. Setelah itu, surveyor menyebarkan dan mengumpulkan hasil kuisioner kepada wilayah yang tidak memberikan tanggapan melalui internet. Survei ini merupakan survei populasi karena target dari survei ini adalah seluruh penduduk (termasuk WNA).

Gambar yang tertera pada buku pelajaran merupakan data populasi penduduk.

❷ Survei Kualitas Air Sungai
Merupakan hal yang sulit untuk melakukan survei ini pada seluruh sungai yang adai. Survei pada contoh ini merupakan survei sampel, karena data yang diambil berdasarkan dari satu sungai saja.

❸ Jajak Pendapat
Ada beberapa cara dalam pelaksanaan jajak pendapat, yaitu wawancara pribadi, metode pengumpulan kuisioner, jajak via surat, dan jajak pendapat via telepon. Metode manapun diperlukan waktu dan tenaga yang sangat banyak karena target surveinya adalah seluruh penduduk. Maka dari itu, contoh yang diangkat merupakan survei sampel karena target survei dipilih secara acak dari populasi penduduk.

❹ Survei Peringkat Program TV
Sama dengan jajak pendapat, Survei ini juga membutuhkan waktu dan tenaga yang banyak karena targetnya adalah seluruh penduduk. Maka dari itu, contoh disini merupakan survei sampel karena targetnya merupakan penduduk-penduduk yang terpilih saja.

Survei peringkat program TV di Jepang ini dilaksanakan oleh Video Research. Survei ini menargetkan 600 rumah di 3 daerah, salahsatunya Kanto, dan 200 rumah di 24 wilayah lainnya. Banyak sekali cara yang dapat digunakan namun kebanyakan menggunakan metode pengumpulan otomatis yang tersedia di TV para penonton yang terpilih.

❺ Pemeriksaan bagasi saat naik pesawat
Sebelum naik pesawat, ada pemeriksaan bagasi yang disebut pemeriksaan keamanan. Pemeriksaan ini memastikan ada atau tidaknya barang yang tidak diperbolehkan dibawa ke dalam pesawat. Dalam pemeriksaan keamanan, bagasi melewati mesin pemeriksaan sinar X dan melewati detektor logam.

Pemeriksaan keamanan ini diperlukan, dan karena semua orang menerimanya maka survei ini merupakan survei populasi.

❻ Tes kebugaran jasmani di sekolah
Tes ini adalah tes untuk mengetahui kondisi fisik setiap siswa secara keseluruhan. Karena semua siswa mengikuti tes ini, maka survei ini merupakan survei populasi.

3. Penanganan Balon Percakapan

Survei terhadap benda di sekitar kita dapat berupa survei populasi maupun survei sampel.

Hingga saat ini siswa difokuskan untuk mempelajari survei populasi. Maka dari itu, pada tahap ini siswa diarahkan untuk mempelajari mengenai survei sebagian/sampel dan elemennya yang ada pada halaman selanjutnya.

Referensi

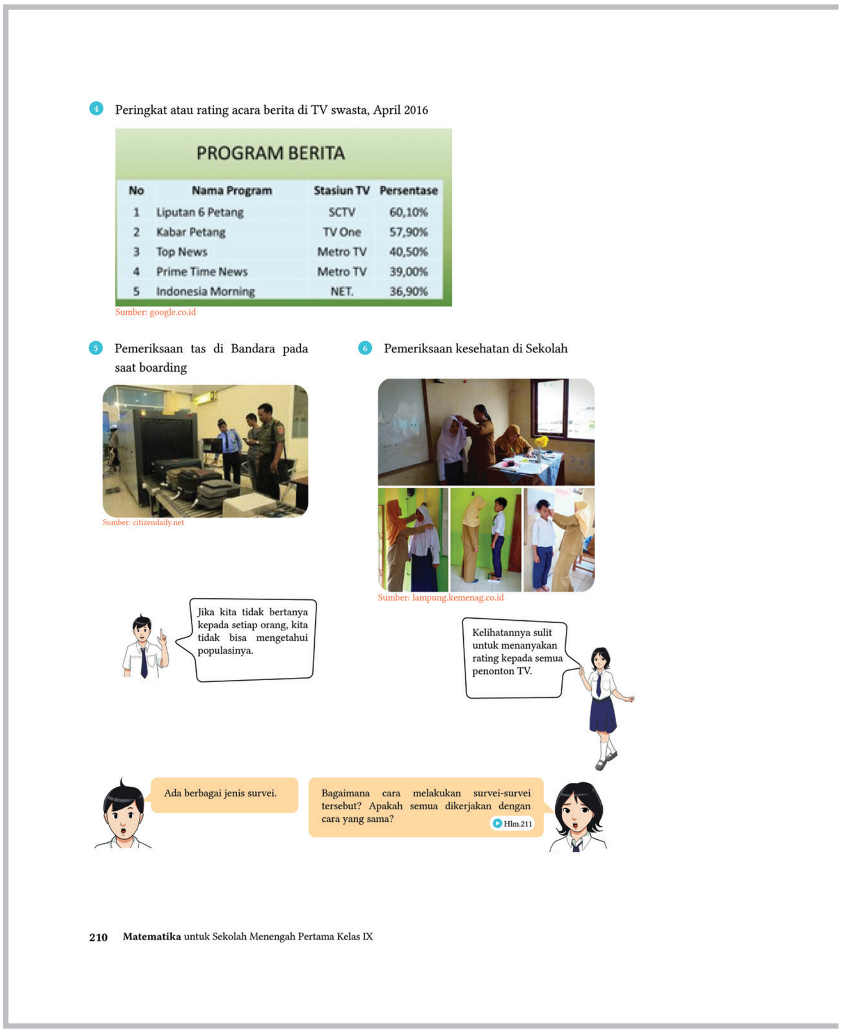
Signifikansi dan masalah survei peringkat penonton

Berdasarkan peringkat dari penonton, dapat diketahui minat publik terhadap suatu program TV dan juga untuk mengetahui dasar perhitungan bayaran iklan perusahaan TV. Namun, terdapat juga beberapa permasalahan seperti berikut:

- Survei yang hanya dilakukan pada satu perusahaan.
- Jumlah sampel sedikit dan ada perbedaan tergantung wilayah.
- Tidak dapat diketahui data penonton yang melihat via komputer atau rekaman.

Sebagai solusi dari permasalahan tersebut, dimungkinkan untuk dilakukan survei terhadap seluruh rumah tangga terkait hal ini, namun sulit dari segi waktu dan biaya. Adapun cara untuk memperbaiki situasi saat ini bisa dipertimbangkan seperti memilih rumah tangga survei dengan cara yang seimbang, survei peringkat individu, dll.

Selain dari itu, dapat juga dilakukan pencarian informasi terkait survei peringkat acara TV ini di website video research di (www.videor.co.jp)



❹ Peringkat atau rating acara berita di TV swasta, April 2016

PROGRAM BERITA

No	Nama Program	Stasiun TV	Persentase
1	Liputan 6 Petang	SCTV	60,10%
2	Kabar Petang	TV One	57,90%
3	Top News	Metro TV	40,50%
4	Prime Time News	Metro TV	39,00%
5	Indonesia Morning	NET.	36,90%

Sumber: google.co.id

❺ Pemeriksaan tas di Bandara pada saat boarding

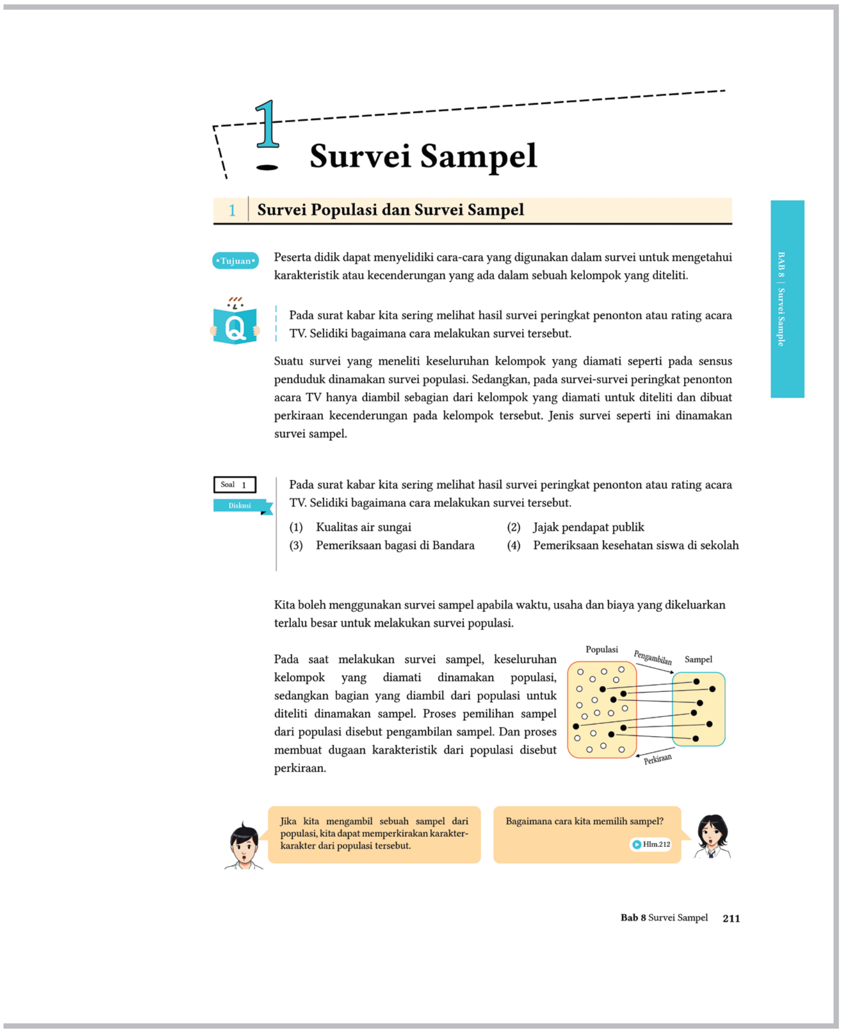
Sumber: citizendaily.net

❻ Pemeriksaan kesehatan di Sekolah

Sumber: lampung.kemenag.co.id

Hlm.211

210 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX



1 Survei Sampel

1 | **Survei Populasi dan Survei Sampel**

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelidiki cara-cara yang digunakan dalam survei untuk mengetahui karakteristik atau kecenderungan yang ada dalam sebuah kelompok yang diteliti.

Pada surat kabar kita sering melihat hasil survei peringkat penonton atau rating acara TV. Selidiki bagaimana cara melakukan survei tersebut.

Suatu survei yang meneliti keseluruhan kelompok yang diamati seperti pada sensus penduduk dinamakan survei populasi. Sedangkan, pada survei-survei peringkat penonton acara TV hanya diambil sebagian dari kelompok yang diamati untuk diteliti dan dibuat perkiraan kecenderungan pada kelompok tersebut. Jenis survei seperti ini dinamakan survei sampel.

Soal 1 Diskusi

Pada surat kabar kita sering melihat hasil survei peringkat penonton atau rating acara TV. Selidiki bagaimana cara melakukan survei tersebut.

(1) Kualitas air sungai (2) Jajak pendapat publik
(3) Pemeriksaan bagasi di Bandara (4) Pemeriksaan kesehatan siswa di sekolah

Kita boleh menggunakan survei sampel apabila waktu, usaha dan biaya yang dikeluarkan terlalu besar untuk melakukan survei populasi.

Pada saat melakukan survei sampel, keseluruhan kelompok yang diamati dinamakan populasi, sedangkan bagian yang diambil dari populasi untuk diteliti dinamakan sampel. Proses pemilihan sampel dari populasi disebut pengambilan sampel. Dan proses membuat dugaan karakteristik dari populasi disebut perkiraan.

Bab 8 Survei Sampel 211

1. Survei Sampel

(6 jam)

1 | Survei Populasi dan Survei Sampel

(1 jam)

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami cara-cara yang digunakan dalam survei untuk mengetahui karakteristik atau kecenderungan yang ada dalam kelompok yang diteliti melalui survei populasi dan survei sampel.
2. Peserta didik dapat memahami keperluan dan makna survei sampel.

Penyelesaian

Soal 1

(1) Survei Sampel
(Alasan) Karena survei secara keseluruhan terhadap air sungai tidak bisa dilakukan.

(2) Survei Sampel
(Alasan) Karena untuk melaksanakan survei populasi dibutuhkan waktu dan biaya yang sangat banyak.

(3) Survei Populasi
(Alasan) Karena survei ini dilakukan untuk memeriksa ada atau tidaknya barang yang tidak boleh dibawa ke dalam pesawat. Maka, perlu diadakan survei terhadap seluruh penumpang.

(4) Survei Populasi
(Alasan) Karena tujuan dari rest ini adalah untuk mengukur kemampuan fisik siswa. Maka, perlu diadakan survei terhadap seluruh siswa.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan Q dan Soal 1

Diskusikan dan gali pendapat tentang survei penggunaan internet atau sejenisnya. Hal yang perlu diperhatikan adalah penjelasan tentang landasan berpikir saat berpendapat. Carilah contoh faktual hasil survei yang telah dipublikasikan, pelajari metode yang diterapkan dalam survei tersebut, dan beri kesempatan untuk melaporkannya.

Jika memumungkinkan atau angat diperlukan survei Populasi dapat digunakan untuk mengamai kecenderungan sampel secara akurat, tetapi dalam kenyataannya survei sampel yang lebih banyak digunakan.

2. Penerapan Istilah

Kenalkan beberapa istilah yang berkaitan dengan Survei Populasi, Survei Sampel seperti, populasi, sampel, pengambilan sampel, dan perkiraan. Pastikan istilah-istilah tersebut digunakan dalam pembimbingan.

3. Penerapan Balon Percakapan

Pemilihan populasi sampai survei sampel meupakan hal yang mudah dilakukan, biarkan siswa melakukannya dan termotivasi untuk mempelajari halaman berikutnya.

2 | Membuat Perkiraan melalui Survei Sampel

(2 jam)

> ### 2 | Membuat Perkiraan dengan Survei Sampel
>
> **Pengambilan Sampel**
>
> •Tujuan• Mengetahui cara-cara pengambilan sampel pada survei sampel.
>
> Q Diskusi
>
> Untuk mengetahui waktu tidur rata-rata dari 90 siswa di kelas 3 SMP, diambil 10 siswa sebagai sampel. Diskusikan pertanyaan (1) dan (2) berikut ini.
>
> (1) Apakah sudah tepat jika kita memilih 10 siswa yang tinggal di dekat sekolah saja?
>
> (2) Cara apa yang harus kita lakukan agar setiap siswa memiliki peluang yang sama untuk terpilih menjadi sampel?
>
> Karena tujuan dari survei sampel adalah untuk mengetahui karakteristik dari sebuah populasi, adalah penting untuk mengambil sampel yang tidak bias agar bisa mewakili karakteristik dari populasi tersebut. Sebuah cara pengambilan sampel untuk mendapatkan sampel yang tidak bias disebut pengambilan sampel acak.
>
> Untuk situasi Q, di atas, cara-cara berikut ini digunakan pada pengambilan sampel acak. Pertama-tama setiap siswa diberi nomor dari 1 sampai 90.
>
> **Cara 1** Menggunakan Undian
>
> Sediakan 90 kartu yang sudah diberi nomor 1 sampai 90. Balik kartu agar angkanya tidak terlihat lalu kocok dengan sempurna, kemudian ambil 10 kartu. Maka siswa yang terpilih sebagai sampel adalah yang memiliki nomor sama dengan nomor pada 10 kartu undian tersebut.
>
> **Cara 2** Menggunakan Tabel Bilangan Acak
>
> Bilangan acak adalah bilangan yang memuat angka-angka dari 0 sampai 9 yang tersusun secara acak. Setiap angka memiliki peluang kemunculan yang sama. Sebuah tabel yang tersusun dari bilangan-bilangan acak ini dinamakan tabel bilangan acak. Gunakan tabel bilangan acak tersebut untuk memilih sampel.

34	53	05	23	97	41	29	07	38	92
81	22	93	62	08	34	74	91	44	97
52	42	19	72	84	86	66	65	76	88
07	76	32	35	60	93	53	40	36	47
54	82	49	34	56	00	28	52	27	26

Lihat juga Hlm.213 Bagian dari tabel bilangan acak

212 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat memahami bahwa terdapat banyak cara dalam pengambilan sampel secara acak pada survei sampel.
2. Peserta didik dapat memahami hubungan ukuran sampel dan rerata sampel

Penyelesaian

Q

(1) Tidak tepat.
(Alasan) Karena, jika hanya memilih siswa yang tinggal di dekat sekolah ada kemungkinan ketidakseimbangan pada waktu bangun dan waktu tidur.

(2) (Contoh)
Undian

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan Q

Soal ini bertujuan untuk mengukur tingkat kebutuhan pengambilan sampel secara acak. Biarkan siswa untuk mendiskusikan poin (2), diharapkan dapat menyadari tentang pembelajaran probabilitas.

2. Pengertian Pengambilan Sampel secara Acak

Pada survei sampel, sangat penting untuk menyuguhkan data yang benar agar dapat mewakili suatu populasi. Maka dari itu, diperlukanlah pengambilan sampel secara acak.

Selain itu, populasi dapat dibagi menjadi beberapa kelompok. Bila perbandingannya jelas, dapat dilakukan pengambilan sampel secara acak pada masing-masing kelompok sesuai dengan perbandingan tersebut.

3. Urutan Bilangan Acak

Urutan angka yang tak beraturan (baris angka yang angka berikutnya tidak dapat diprediksi) adalah urutan bilangan acak. Urutan bilangan acak yang dibuat oleh komputer terbentuk karena prosedur tertentu yang terdapat pada sistem komputer. Secara teori urutan bilangan acak yang sama dapat dibuat oleh komputer. Oleh karena itu, ketidakteraturannya tidak dapat terjadi sepenuhnya. Urutan bilangan acak seperti itu disebut bilangan acak semu. . Pada urutan bilangan acak selain dari ketidakteraturan ada sifat yang sangat penting, yaitu kemungkinan tiap angka yang muncul adalah sama. Sifat kemungkinan yang sama ini adalah sifat yang meskipun kemunculannya tidak sama dalam wilayah yang sempit, namun semakin luas wilayahnya makan sifat kemungkinannya semakin besar.

4. Cara membuat bilangan acak

Metode yang dapat digunakan langsung di kelas adalah metode undian dan penomoran acak. Metode mudah bagi siswa untuk memahami tentang ketidakteraturan dan kemungkinan yang sama pada bilangan acak. Metode penggunaan tabel bilangan acak atau penggunaan komputer memang praktis karena bilangan acak yang dibutuhkan dapat diperoleh dengan lebih mudah. Namun, penting juga untuk memahami cara penggunaannya dengan benar.

Cara 3 Menggunakan Dadu Bernomor Acak

Sebuah dadu bernomor acak merupakan sebuah dadu seimbang bersisi 20 (icosahedron) yang bernomor 0 sampai 9 pada permukaan sisinya. Ikuti langkah-langkah berikut untuk melakukan sampling menggunakan dadu bernomor acak. Sediakan 2 buah dadu 20 sisi, kita misalkan dadu yang satu untuk angka puluhan dan dadu lainnya untuk angka satuan. Lempar dadu hingga mendapatkan 10 angka. Abaikan jika angka yang keluar adalah 00 atau lebih dari 90, atau angka yang sudah pernah keluar sebelumnya.

[Contoh] 41, 58, 98, 36, 57, 00, 17, 83, 60, 02, 48, 17, 29

BAB 8 | Survei Sample

Cara 4 Menggunakan Komputer

Dengan menggunakan kolom-kolom pada Microsoft Excel kita bisa membuat tabel bilangan acak, kemudian pilih 10 bilangan sebagai sampel.

Lihat juga Hlm.235

Soal 1

Sebuah kardus berisi 50 buah jeruk yang diberi nomor dan masing-masing ditimbang beratnya seperti ditunjukkan pada tabel di bawah ini. Pilihlah 10 buah jeruk secara acak, kemudian hitung nilai rata-rata berat 10 buah jeruk tersebut.

Tabel Berat 50 Buah Jeruk (dalam gram)

No.	Berat	No.	Berat	No.	Berat	No.	Berat	No.	Berat
1	123	11	115	21	116	31	113	41	101
2	113	12	120	22	113	32	108	42	117
3	102	13	123	23	105	33	112	43	125
4	98	14	108	24	115	34	109	44	114
5	109	15	102	25	106	35	114	45	96
6	118	16	111	26	105	36	118	46	115
7	108	17	116	27	120	37	99	47	115
8	100	18	110	28	118	38	107	48	102
9	104	19	119	29	105	39	108	49	111
10	124	20	117	30	122	40	103	50	98

Nilai rata-rata yang kita dapat pada jawaban soal 1 disebut rata-rata sampel.

Bab 8 Survei Sampel 213

Penyelesaian

Soal 1 (Contoh)

Jika bilangan acak yang ditentukan diurutkan dari bilangan terkecil adalah 1, 6, 9 ,11, 13, 19, 23, 31, 36, 44 maka rata-rata sampelnya adalah 115,2 g.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

5. Penanganan Soal 1

Tidak terdapat perbedaan pada cara menentukan bilangan acak. Untuk memastikan hal ini dapat dipertimbangkan untuk membagi siswa kedalam beberapa grup, lalu siswa membuat bilangan acak dengan cara yang berbeda-beda dan menghitung rerata sampelnya. Secara keseluruhan, sangatlah penting untuk melihat bagaimana pendistribusiannya. Maka dari itu, data sampel lebih banyak lebih baik.

6. Penanganan Soal 6

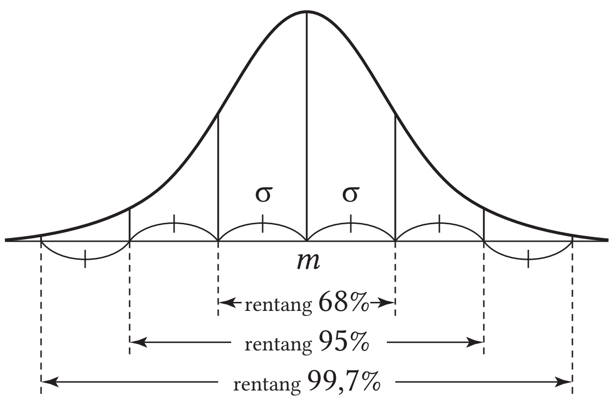
Dari sampel acak dapat dihitung rerata sampel namun tidak diketahui hubungan antara rerata sampel dan rerata populasi. Berdasarkan hal tersebut pada balon percakapan ini siswa diarahkan untuk memiliki keteratrikan untuk. pembelajaran pada halaman selanjutnya.

Referensi **Distribusi normal (distribusi gauss) dan Distribusi Rerata Sampel (sampling)**

Contoh ketika melakukan pekerjaan menggunakan mesin yang disetel untuk mengisi sebuah wadah dengan jumlah tertentu, jika dihitung volume yang mengisi wadah tersebut akan ditemukan tumpahan dikarenakan kesalahan penyetelan. Distribusi tersebut akan berbentuk gunung yang simetris bagian kanan dan kirinya. Dengan kata lain, tumpahan yang ada disekitar nilai rerata merupakan distribusi data yang terbentuk dari kesalahan atau disebut distribusi normal (gauss). Terdapat banyak data yang dianggap bersifat distribusi normal, contohnya data terkait makhluk hidup.

Pada distribusi normal rerata dinyatakan m dan deviasi standar/simpangan baku dinyatakan σ (sigma). Diketahui kebanyakan data akan berkumpul di dekat m namun kurang lebih lebar σ seperti pada gambar di samping. Selain dari itu, tidak bergantung pada distribusi populasinya ketika jumlah sampel n cukup besar diketahui, distribusi rerata sampelnya dapat diaproksimasikan/bulatkan dengan distribusi normal dengan rerata m dan deviasi standar/simpangannya $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (teorema limit pusat).

Hal ini menggambarkan distribusi rerata sampel berkumpul di dekat rerata populasi dan akan bertambah seiring banyaknya jumlah sampel.



Penyelesaian

Nilai rerata Populasinya 111,0 g

Berdasarkan Soal 1 diketahui rerata sampelnya 115,2 g. Maka,

115,2 - 111,0 = 4,2

Perbedaannya 4,2 g

Soal 2

(1)

Tingkatan/Kelas (gram)	Frekuensi (buah)	
	A	B
Lebih dari - Kurang dari		
106 - 108	1	0
108 - 110	6	4
110 - 112	6	10
112 - 114	4	4
114 - 116	1	0
Jumlah	18	18

(2) Ketika besar sampel 20 buah maka rerata sampelnya akan lebih banyak berdistribusi di dekat nilai rerata populasi 111,0g dibandingkan besar sampel 10 buah.

7. Penanganan Halaman ini

Seperti yang dijelaskan referensi pada halaman sebelumnya, mengenai hubungan besar sampel, rerata sampel, dan nilai rerata populasi, bahwa semakin besar sanoeknya maka distribusi nilai rerata sampel akan berkumpul didekat populasi. Pada halaman 213-214 dapat dipahami lebih dalam berdasarkan contoh yang lebih rinci.

Jika rerata dilambangkan m, standar deviasi distribusi normal σ diperkecil $\frac{1}{\sqrt{n}}$ kali lipat kiri dan kanan rerata m dan atas bawahnya diperbesar $\sqrt{n}$. Maka, akan didapatkan standar deviasi distribusi normal $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Nilai Rata-Rata dari Sampel dan dari Populasi

•Tujuan• Tujuan Membandingkan nilai rata-rata sampel dengan nilai rata-rata populasi.

Berdasarkan soal 1 di halaman sebelumnya, hitunglah rata-rata populasinya, yaitu rata-rata berat 50 buah jeruk dalam kardus. Hitung juga selisih antara rata-rata populasi dengan rata-rata sampel pada soal 1 di halaman sebelumnya. Secara umum, ditemukan galat atau selisih antara rata-rata sampel dengan rata-rata populasi. Mari kita selidiki hubungan antara rata-rata sampel dengan rata-rata populasi dengan cara mengubah ukuran sampel.

Diskusi ukuran sampel adalah banyaknya data yang kita ambil untuk dijadikan sampel.

Soal 2

Diskusi

Tabel A di bawah ini menunjukkan rata-rata sampel hasil perhitungan 18 siswa yang masing-masing mengambil sampel sebanyak 10 buah jeruk, seperti pada soal 1 di halaman sebelumnya. Sedangkan pada tabel B, masing-masing siswa mengambil 20 buah jeruk sebagai sampel. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

A (dalam gram)

111,2	108,4	113,2	110,5	109,8	114,9	109,5	111,5	112,4
106,2	109,4	112,2	113,1	111,2	108,1	110,1	110,9	108,6

B (dalam gram)

111,8	112,5	110,6	108,9	110,0	109,7	111,2	112,9	109,3
111,4	111,8	109,5	112,8	110,2	110,9	112,2	111,9	111,5

(1) Berdasarkan tabel A dan B, lengkapi Tabel Distribusi Frekuensi di samping.

(2) Dari hasil pengamatanmu, buatlah pernyataan tentang distribusi rata-rata sampel pada A dan B.

Kelas (gram)	Frekuensi (jeruk)	
	A	B
Lebih kecil - Kurang dari		
106 - 108		
108 - 110		
110 - 112		
112 - 114		
114 - 116		
Total		

214 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Secara umum, semakin besar ukuran sampel, semakin kecil kesalahannya, artinya nilai rata-rata sampelnya semakin mendekati nilai rata-rata populasi. Akan tetapi, semakin besar ukuran sampel tentunya akan semakin besar usaha dan waktu yang dikeluarkan untuk melakukan survei. Sehingga penting untuk menentukan ukuran sampel yang sesuai dengan situasi dan kondisi.

Mari Mencoba

Pada soal 1 di halaman 224, selidiki distribusi rata-rata dari sampel yang dibuat oleh masing-masing siswa di kelasmu. Kemudian hitunglah juga rata-rata sampel jika ukuran sampelnya menjadi 20. Dan selidiki soal yang sama.

Dalam situasi yang seperti apa survei sampel biasanya digunakan? Hlm.216

BAB 8 | Survei Sample

Cermati

Hitung Cepat Hasil Pemilihan Gubernur DKI Jakarta

Pemilihan Gubernur DKI Jakarta dilakukan setiap 5 tahun sekali. Tabel di bawah ini menunjukkan hasil perhitungan cepat (*quick count*) Pilkada DKI putaran pertama yang dilakukan oleh beberapa lembaga survei pada bulan Februari 2017. Pengambilan sampel dilakukan secara menyeluruh berdasarkan distribusi jumlah surat suara di setiap TPS (Tempat Pemungutan Suara) yang tersebar di lima wilayah ibu kota. Sampling dilakukan dengan memilih beberapa TPS di semua wilayah dengan persentase tertentu agar tidak terjadi bias regional. Perhitungan cepat dilakukan untuk memperkirakan hasil pemilihan suara agar dapat diketahui lebih dahulu dari hasil perhitungan resmi (*real count*) yang dilakukan secara manual oleh KPU. Hasil perhitungan cepat ini dapat digunakan oleh pihak-pihak yang berkepentingan seperti media cetak, radio, stasiun televisi, dan lain-lain. Dalam hal ini, jika ukuran sampelnya relatif besar dan tidak bias, maka hasil perhitungan cepat ini dapat diandalkan tingkat keakuratannya.

Perbandingan Real Count KPU DKI dan Quick Count Lembaga Survei

	Agus-Sylvi	Ahok-Djarot	Anies-Sandi	Selisih dengan Real Count KPU
Real Count KPU	17,07	42,96	39,97	
LSI Denny JA	16,87	43,22	39,91	0,17
SMRC	16,70	43,20	40,10	0,25
Cyrus Netwok	16,90	43,90	39,20	0,63
Indikator	17,28	43,16	39,56	0,27
Pollmark	19,57	41,44	38,99	1,67
Indo Barameter	17,09	43,77	39,14	0,55
Charta Politica	16,97	43,75	39,28	0,53

LSI Denny JA paling akurat dengan selisih 0,17 persen

Sumber: google.co.id

Bab 8 Survei Sampel 215

Penyelesaian

Mari Mencoba

(Disingkat)

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

8. Besar Sampel dan Rerata Sampel

Pada Soal 2 di halaman sebelumnya, karena B memiliki besar sampel yang lebih besar dibanding A. Maka dari itu, rerata sampelnya akan lebih banyak berada di dekat nilai rerata populasi daripada A. Terkait hal ini siswa diharapkan dapat memahaminya juga.

9. Penanganan Mari Mencoba

Jika kita mencoba mencari distribusi menggunakan rerata sampel yang telah dihitung oleh diri sendiri, kita akan lebih memahami tentang distribusi rerata sampel.

Seluruh siswa di kelas diminta untuk menyimpulkan soal 1 pada halaman 212 menjadi tabel frekuensi seperti pada soal 2 pada halaman sebelumnya, ikuti langkah-langkah berikut.

Contoh, bagi kelas menjadi dua grup. Grup A diberikan besar sampel 10 dan Grup B diberikan besar sampel 20. Lalu, hitung rerata sampel dan buat simpulannya.

10. Penanganan Balon Percakapan

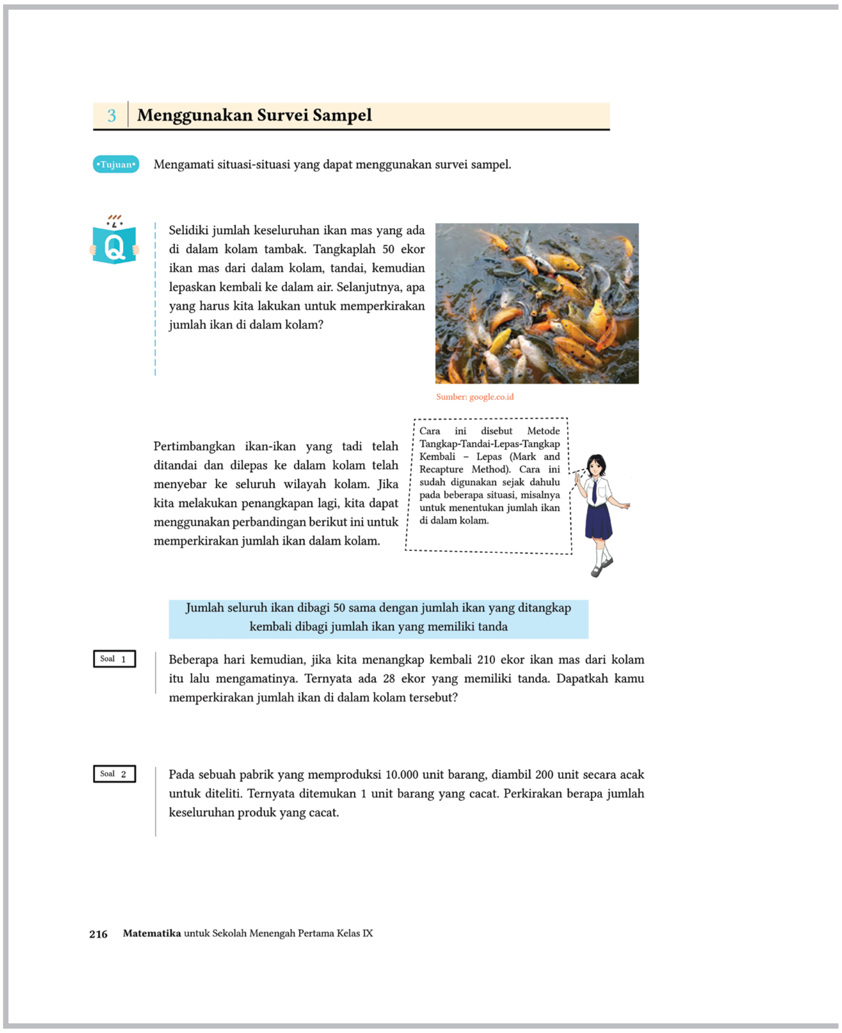
Hingga tahap ini sudah dipelajari mengenai survei sampel. Siswa diarahkan untuk memperhatikan hal-hal disekitar hasil penggunaan survei sampel. Hal ini bertujuan untuk memudahkan pembelajaran selanjutnya.

11. Sensus Penduduk

Sensus penduduk adalah sensus yang dilaksanakan oleh pemerintah untuk mengetahui situasi atau keadaan populasi penduduk di negara kita.

Setiap 10 tahun sekali diadakan survei berskala besar dan dipertengahannya diadakan survei sederhana. Telah dilaksanakan survei skala besar yang dilaksanakan pada tahun 2010 dan survei simpel pada tahun 2015. Pada perhitungan cepat hasil sensus, angka yang ditampilkan merupakan hasil perkiraan sampling sebesar 1% dari seluruh hasil survei. Sampling ini tidak hanya memilih hasil secara acak namun dibuat agar dapat menggambarkan situasi keseluruhan. Alasan mengapa nilai perkiraan yang ditampilkan mendekati jumlah keseluruhan bukan hanya karena besar sampel saja namun ada pengaruh dari sampling ini.

Survei Sensus 2010 ini dilaksanakan pada 1 Oktober 2010 dan hasil angka sementaranya diumumkan pada 29 Juni 2011.



3 Menggunakan Survei Sampel

•Tujuan• Mengamati situasi-situasi yang dapat menggunakan survei sampel.

Selidiki jumlah keseluruhan ikan mas yang ada di dalam kolam tambak. Tangkaplah 50 ekor ikan mas dari dalam kolam, tandai, kemudian lepaskan kembali ke dalam air. Selanjutnya, apa yang harus kita lakukan untuk memperkirakan jumlah ikan di dalam kolam?

Sumber: google.co.id

Pertimbangkan ikan-ikan yang tadi telah ditandai dan dilepas ke dalam kolam telah menyebar ke seluruh wilayah kolam. Jika kita melakukan penangkapan lagi, kita dapat menggunakan perbandingan berikut ini untuk memperkirakan jumlah ikan dalam kolam.

Cara ini disebut Metode Tangkap-Tandai-Lepas-Tangkap Kembali – Lepas (Mark and Recapture Method). Cara ini sudah digunakan sejak dahulu pada beberapa situasi, misalnya untuk menentukan jumlah ikan di dalam kolam.

Jumlah seluruh ikan dibagi 50 sama dengan jumlah ikan yang ditangkap kembali dibagi jumlah ikan yang memiliki tanda

Soal 1 Beberapa hari kemudian, jika kita menangkap kembali 210 ekor ikan mas dari kolam itu lalu mengamatinya. Ternyata ada 28 ekor yang memiliki tanda. Dapatkah kamu memperkirakan jumlah ikan di dalam kolam tersebut?

Soal 2 Pada sebuah pabrik yang memproduksi 10.000 unit barang, diambil 200 unit secara acak untuk diteliti. Ternyata ditemukan 1 unit barang yang cacat. Perkirakan berapa jumlah keseluruhan produk yang cacat.

216 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3 | Menggunakan Survei Sampel

(2 jam)

• Tujuan •

Peserta didik dapat melakukan survei sampel kasus sederhana dan dapat menjelaskan kecenderungan populasinya.

Penjelasan

Tangkap lagi ikan mas beberapa ekor, hitung berapa banyak dari mereka yang memiliki tanda, dan perkirakan jumlah total ikan mas di kolam menggunakan teori perbandingan.

Soal 1

Jika jumlah keseluruhan ikan diumpamakan x ekor maka

$x : 50 = 210 : 28$

$x = 375$

Jawaban kira-kira 375 ekor

Soal 2

Jika jumlah barang cacat diumpamakan x maka

$10000 : x = 200 : 1$

$x = 50$

Jawaban kira-kira 50 buah

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan Halaman ini

Pada halaman ini digunakan metode yang disebut CMRR (Capture, Release, Mark, Capture). Pemikiran ini berdasarkan perbandingan/persamaan.

Referensi ▶ **Estimasi Titik dan Estimasi Interval**

Memperkirakan nilai rerata populasi dan perbandingan populasi berdasarkan nilai rerata sampel dan perbandingan sampel yang dipelajari selama ini disebut estimasi titik. Estimasi titik sangat sederhana dan mudah dipahami maka dari itu sering digunakan sehari-hari. Namun, nilai perkiraan titik memiliki kesalahan dari nilai sebenarnya (rerata populasi, rasio, dll.).

Ketika melakukan pencuplikan/sampling dari deviasi standar populasi σ, rerata m dan sampel dengan besar n, jika n cukup besar, maka distribusi rerata sampel dapat dianggap sebagai distribusi normal dengan rerata m dan deviasi standar $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. 95% dari sampel rerata nilai X adalah $m-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq X < m+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ termasuk dalam perkiraan $m+\frac{20}{\sqrt{n}}$

(Hal 212 buku ini).

Untuk memecahkan m pada persamaan ini,

$X-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq X+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$

Oleh karena itu, ketika deviasi standar σ dari populasi diketahui, dan rerata sampel yang diperoleh dari percobaan adalah X, maka diperoleh persamaan sebagai berikut.

$\overline{X}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$

Karena interval yang ada pada persamaan ini mencakup rerata populasi m dengan probabilitas 95%, maka disebut "Confidence Interval 95% dari rerata populasi m". Dengan begitu, interval yang mengandung nilai sebenarnya (rerata populasi, rasio, dll.)

[Kegiatan Matematika]

Komunikasi

BAB 8 | Survei Sample

Berdasarkan hal-hal yang telah kita pelajari sejauh ini, mari kita membuat survei sampel pada hal-hal yang ada di sekitar kita. Kemudian jelaskan apa yang bisa kita pelajari dari hasil survei tersebut.

1 Sebuah lapangan Baseball yang memiliki kapasitas 30.000 kursi sudah dipenuhi oleh penonton, seperti terlihat pada gambar di bawah ini. Apa yang harus kita lakukan untuk memperkirakan banyaknya penonton laki-laki dan penonton perempuan? Diskusikan dengan teman-temanmu.

Sumber: pixabay.com/ambarry1975

Sulit untuk mengamati seluruh penonton.

Jika kita perhatikan, perbandingan jumlah penonton laki-laki dengan perempuan hampir sama dimana-mana.

Kita bisa mengganti penonton laki laki dan perempuan yang ada di stadion dengan kelereng putih dan kelereng hijau dalam sebuah kantong.

2 Dari hasil diskusi pada bagian 1, buatlah survei sampel menggunakan kelereng. Pikirkan caranya.

Ada 300 kelereng putih dan hijau dalam sebuah kantong. Buatlah survei sampel untuk menentukan jumlah kelereng putih di dalam kantong.

Bab 8 Survei Sampel 217

Penyelesaian

1 (Contoh)

Bagilah foto menjadi beberapa persegi panjang dan perkirakan rasio pria-wanita secara keseluruhan dari rasio pria-wanita yang ada pada satu persegi panjang.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

2. Kegiatan Matematis Pada Pembelajaran Sekarang

Pada pembelajaran ini sebagai kesempatan untuk mengerjakan kegiatan matematika C yang terdapat pada rangkaian pelajaran, kita dapat mencoba materi "Kegiatan cara melakukan survei dan berdiskusi hasil survei terkait perkiraan survei sampel kelereng putih yang ada di dalam kantong".

Untuk situasi nyata, siswa dapat beriskusi mengenai bagaimana cara memperkirakan perbandingan penonton pria dan wanita yang ada di lapangan baseball, lalu menggantinya dengan soal eksperimen kelereng yang bisa dilakukan (model matematika). Lalu, melaksanakan survei sampel dan memperkirakan kecenderungan populasi.

Sebagai titik puncak pembelajaran matematika di tingkat SMP, kita juga dapat menambahkan situasi/kegiatan untuk membuat laporan atau presentasi. Serta, merancang pengembangan pembelajaran sehingga terwujud rangkaian kegiatan matematika berjalan dengan alur : Perencanaan ⟶ Pelaksanaan ⟶ Evaluasi ⟶ Pengembangan.

3. Penanganan 1

Arahkan siswa untuk berpikir dan menentukan apakah cara/metode yang digunakan benar atau salah.

Anggap seluruh area gambar/foto merupakan sebuah sampel, lalu dapat diperkirakan perbandingan jumlah penonton laki-laki dengan perempuan dan perbandingan keseluruhan. Atau dengan cara membagi seluruh area foto menjadi beberapa persegi, hitung perbandingan penonton laki-laki dan perempuan yang ada pada persegi tersebut, lalu hitung jumlah seluruhnya. Cara yang pertama lebih akurat namun cara yang kedua lebih mudah untuk dilakukan.

Dalam survei sampel, cara menentukan sampel yang digunakan merupakan hal penting. Pada kasus ini, foto yang tersedia hanya satu, namun perlu dipertimbangkan kaitannya dengan keandalan dalam perkiraan hitungan menggunakan cara ini. Apakah ada perbedaan diantara penonton kursi di luar lapang, kursi di dalam lapang, dan kursi dibalik jaring pengaman.

4. Penanganan 2

Siapkan 300 buah kelereng putih dan hitam dalam sebuah kantong (Biarkan bertumpuk). Sebagai pengganti kelereng bisa juga menggunakan manik-manik, biji tasbih, dsb.

Dianjurkan percobaan ini dilakukan oleh grup yang terdiri dari 4 orang. Pada tahap perencanaan survei, arahkan siswa untuk menyadari kebutuhan pengambilan sampel secara acak. Pada kasus ini, tidak dipermasalahkan kelereng mana yang akan diambil sebagai sampel karena diperkirakan pembagian kelereng putih dan hitam sama banyak dalam populasi. Karena diperlukan untuk mengeluarkan kelereng secara acak dapat dilakukan percobaan seperti mengambil kelereng setelah mengacaknya dsb.

Meskipun terdapat variasi pada tiap surveinya, distribusi rerata sampel akan terlihat ketika memperhatikan seluruh kelasnya.

Penjelasan

Mari Mencoba

(Singkat)

5. Penanganan 3

Peserta didik diharapkan dapat membuat lebih banyak kesempatan penyampaian rangkuman terhadap rekan lain. Selain itu, mendengarkan pendapat dari rekan lain juga hal yang penting.

6. Penanganan 4 dan Penanganan Cara Berpikir matematis 1

Peserta didik diharapkan dapat menyimpulkan secara analogi bahwa cara yang digunakan pada percobaan kelereng dan kasus jumlah penonton pria dengan wanita pada lapangan baseball adalah sama. Soal tersebut dapat diselesaikan dengan asumsi bahwa di tempat manapun pada gambar tersebut perbandingan penonton laki-laki dengan perempuan adalah sama.

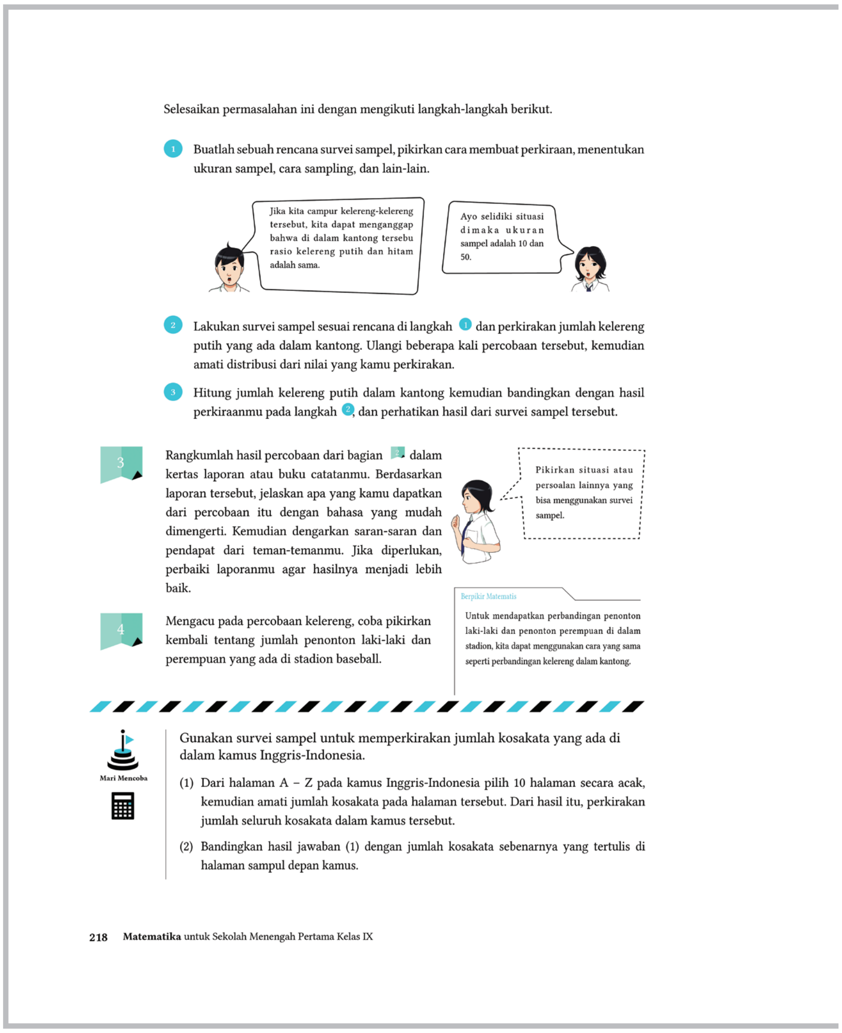
7. Penanganan Mari Mencoba

Pada soal ini pun dapat digunakan cara yang sama dengan kasus kelereng. Poinnya adalah berasumsi bahwa di halaman manapun kosakata yang ditemukan jumlahnya sama. Berdasarkan pengmabilan sampel secara acak diketahui rerata sampelnya, berdasarkan hal tersebut diperkirakan jumlah keseluruhan kosakata.

Referensi **Perkiraan/taksiran jumlah kelereng putih.**

Secara umum, ketika besar sampel n dikeluarkan dari kantong atau rasio populasi (jumlah kelereng putih dalam kantong) p, dan nilai sampel (jumlah kelereng putih) adalah *X*, maka distribusi *X* merupakan distribusi binomial, nilai reratanya np dan distribusi standarnya adalah $\sqrt{np(1-p)}$. Ketika n besar (biasanya diatas 100, tergantung nilai p), karena distribusi *X* the distribution hampir sama dengan distribusi normal, maka hasil precobaannya berdistirbusi seperti gambar disamping.

Mengenai distribusi rasio sampel (jumlah kelereng putih dalam sampel) $\frac{X}{n}$ reratanya adalah rasio populasi p terlepas dari n, namun deviasi standarnya adalah $\frac{\sqrt{np(1-p)}}{n} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$, dan akan berkumpul di dekat rasio populasi p seiring besarnya *n*.



Selesaikan permasalahan ini dengan mengikuti langkah-langkah berikut.

1. Buatlah sebuah rencana survei sampel, pikirkan cara membuat perkiraan, menentukan ukuran sampel, cara sampling, dan lain-lain.

Jika kita campur kelereng-kelereng tersebut, kita dapat menganggap bahwa di dalam kantong tersebu rasio kelereng putih dan hitam adalah sama.

Ayo selidiki situasi dimaka ukuran sampel adalah 10 dan 50.

2. Lakukan survei sampel sesuai rencana di langkah 1 dan perkirakan jumlah kelereng putih yang ada dalam kantong. Ulangi beberapa kali percobaan tersebut, kemudian amati distribusi dari nilai yang kamu perkirakan.

3. Hitung jumlah kelereng putih dalam kantong kemudian bandingkan dengan hasil perkiraanmu pada langkah 2, dan perhatikan hasil dari survei sampel tersebut.

3 Rangkumlah hasil percobaan dari bagian 2 dalam kertas laporan atau buku catatanmu. Berdasarkan laporan tersebut, jelaskan apa yang kamu dapatkan dari percobaan itu dengan bahasa yang mudah dimengerti. Kemudian dengarkan saran-saran dan pendapat dari teman-temanmu. Jika diperlukan, perbaiki laporanmu agar hasilnya menjadi lebih baik.

Pikirkan situasi atau persoalan lainnya yang bisa menggunakan survei sampel.

4 Mengacu pada percobaan kelereng, coba pikirkan kembali tentang jumlah penonton laki-laki dan perempuan yang ada di stadion baseball.

Berpikir Matematis

Untuk mendapatkan perbandingan penonton laki-laki dan penonton perempuan di dalam stadion, kita dapat menggunakan cara yang sama seperti perbandingan kelereng dalam kantong.

Mari Mencoba

Gunakan survei sampel untuk memperkirakan jumlah kosakata yang ada di dalam kamus Inggris-Indonesia.

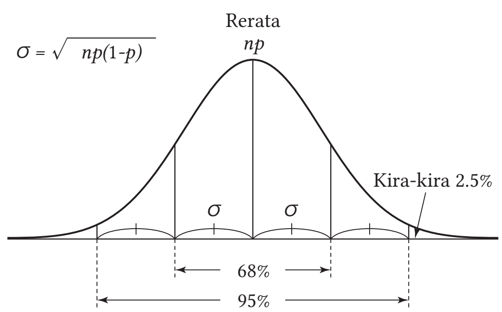
(1) Dari halaman A – Z pada kamus Inggris-Indonesia pilih 10 halaman secara acak, kemudian amati jumlah kosakata pada halaman tersebut. Dari hasil itu, perkirakan jumlah seluruh kosakata dalam kamus tersebut.

(2) Bandingkan hasil jawaban (1) dengan jumlah kosakata sebenarnya yang tertulis di halaman sampul depan kamus.

218 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Deviasi Standar

$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$



Mari Kita Periksa

1 Survei Sampel

1
Survei Populasi dan Survei Sampel [Hlm.211] S 1

Manakah yang lebih cocok untuk hal-hal berikut ini, survei populasi atau survei sampel? Berikan alasannya.

(1) Pemeriksaan kualitas kaleng-kaleng yang diproduksi sebuah pabrik.

(2) Pemeriksaan kualitas uang kertas oleh Bank Indonesia.

(3) Pemeriksaan kadar kandungan gula dalam minuman jus apel.

2
Survei Populasi dan Survei Sampel [Hlm.211]

Di suatu kota yang berpenduduk 1200 orang, dibuat survei tentang kenyamanan hidup. Untuk itu secara acak dipilih 100 orang berusia minimal 20 tahun. Tentukan populasi dan sampel dari survei tersebut.

3
Pengambilan Sampel [Hlm.212, 213]

30 siswa diberi nomor 1 sampai 30. Pilihlah 5 siswa secara acak dengan menggunakan tabel bilangan acak dan dadu bernomor acak.

4
Rata-rata Sampel dan Rata-rata Populasi [Hlm.214] S 2

Pada sebuah peternakan ayam, untuk memperkirakan berat rata-rata 200 butir telur, 10 orang siswa masing-masing mengambil 20 butir telur secara acak dan menghitung rata-rata sampelnya. Tabel di bawah ini adalah rata-rata sampel yang telah diurutkan dari yang terkecil hingga yang terbesar.

(dalam gram)

59,6	60,4	60,8	61,5	61,9
62,2	62,3	62,6	63,4	64,0

Berdasarkan tabel di atas, manakah dari peryataan ⓐ sampai ⓓ yang benar?

ⓐ Kita dapat memperkirakan bahwa nilai rata-rata populasi minimal 59 dan maksimal 64.

ⓑ Di antara rata-rata sampel tersebut, ada satu nilai yang sama dengan rata-rata populasi.

ⓒ Kita dapat memperkirakan rata-rata populasinya adalah mendekati angka 62 g.

ⓓ Jika ukuran sampel diperbesar menjadi 40 butir, rata-rata sampelnya menjadi lebih akurat.

Mari kita periksa

(1 jam)

Penjelasan

1

(1) Survei Sampel
(Alasan) Jika dilakukan survei populasi maka tidak ada barang yang dijual

(2) Survei Populasi
(Alasan) sulit untuk melakukan survei populasi ketika jumlahnya banyak, tetapi uang penting bagi masyarakat. Jika uang cacat tersebar masyarakat akan bingung.

(3) Survei Sampel
(Alasan) Jika dilakukan survei populasi maka tidak ada barang yang dijual

2

Populasi : Penduduk kota yang berumur 20 tahun keatas sebanyak 1200 orang
Sampel : Penduduk kota yang berumur diatas 20 tahun dan yang terpilih sebanyak 100 orang

3

Disingkat

4

ⓐ, ⓒ, ⓓ

(Alasan)

ⓐ Karena range rerata sampelnya 59 g atau lebih dan kurang dari 64 g , dapat diperkirakan bahwa rerata populasi berada dalam range yang sama.

ⓑ. Tidak dapat ditentukan bahwa rerata sampel sama persis dengan rerata populasi.

ⓒ Jika distribusi 10 rerata sampel diperiksa maka akan banyak distribusi yang dekat dengan titik pusat (62 g)

ⓓ Ketika besar sampel ditambah, maka secara umum rerata sampel akan bertambah banyak di dekat nilai rerata populasi

RIngkasan Soal Bab 8

(2 jam)

Penyelesaian

(Gagasan Utama)

1

Dapat dikatakan tidak tepat

(Alasan) Karena survei ini berdasarkan sebuah laman dari internet dan distribusi perbandingan laki-laki dengan perempuan, umur, dan hal lainnya tidak dapat dikatakan sama dengan distribusi seluruh penduduk.

2

(Contoh)

Gunakan MS.Excel dengan rumus

= INT (40 * RAND ( ) +1)

buat angka acak (Hal. 235), ambil 10 sampel, dan hasil reratanya adalah sebagai berikut:

8, 11, 14, 16, 21, 22, 27, 33, 36, 38

Rerata sampelnya adalah (8,5 + 7,6 + 7,1 + 8,6 + 7,9 + 6,9 + 7,0 + 7,4 + 7,2 + 7,8) ÷ 10 = 7,6 (detik)

Karena nilai rerata populasi sebenarnya 7,715 detik (kira-kira 7,7 detik) maka didapat nilai yang lebih dekat daripada nilai perkiraan.

(Penerapan)

1

① Keluarkan kedelai secukupnya dari botol, tandai, lalu masukkan kembali ke dalam botol.

② Setelah kedelai di dalam botol benar-benar tercampur, keluarkan kedelai secukupnya lagi dan hitung jumlah kedelai memiliki tanda

③ Perkirakan jumlah keseluruhan kedelai dari ① dan ②.

2

Jika jumlah barang cacat dinyatakan x maka,

$10000 : x = 84 : 2$

$84\,x = 20000$

$x = 238{,}09$

Maka dari itu, dapat diperkirakan jumlah barang cacat sebanyak 238 buah

<u>Jawaban: 238 buah</u>

BAB 8 **Soal Latihan**

Jawaban di hlm.280

Latihan

1 Sebuah survei online dilakukan terhadap 1000 orang tentang atlit favorit mereka. Dari hasil survei tersebut diperkirakan ada 10 atlit terpopuler di Indonesia. Apakah cara ini sudah tepat? Jelaskan jawabanmu.

2 Tabel di bawah ini menunjukkan data waktu yang diperlukan 40 siswa kelas 3 SMP untuk menyelesaikan lintasan lari berjarak 50 m. Dengan menggunakan tabel ini, pilihlah data 10 siswa secara acak kemudian hitung rata-rata sampel dan perkirakan nilai rata-rata populasinya. Hitung juga rata-rata populasi yang sebenarnya kemudian bandingkan dengan hasil perkiraanmu.

Tabel Waktu yang Diperlukan untuk Lomba Lari Berjarak 50 m (dalam detik)

No.	Rekor	No.	Rekor	No.	Rekor	No.	Rekor
1	7,7	11	7,6	21	7,9	31	8,1
2	7,8	12	7,8	22	6,9	32	7,4
3	6,8	13	8,0	23	7,1	33	7,4
4	7,2	14	7,1	24	8,8	34	9,2
5	7,9	15	7,3	25	6,7	35	8,0
6	8,2	16	8,6	26	8,4	36	7,2
7	7,8	17	9,0	27	7,0	37	7,6
8	8,5	18	6,8	28	7,3	38	7,8
9	7,5	19	7,5	29	7,4	39	8,3
10	7,5	20	7,7	30	8,3	40	7,5

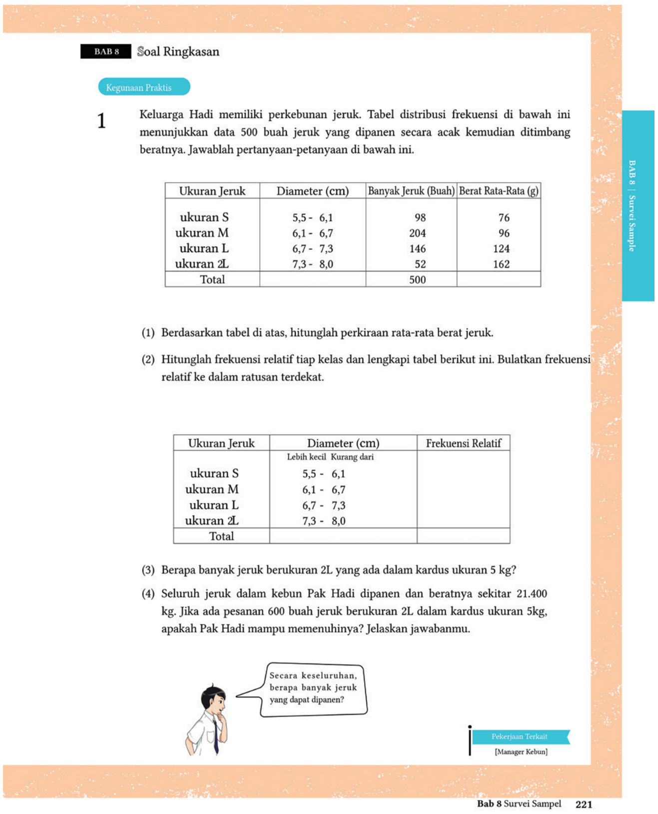
Penerapan

1 Kacang kedelai disimpan di dalam toples kaca, buatlah percobaan untuk memperkirakan jumlah kedelai di dalam toples kaca. Apa yang harus kita lakukan? Jelaskan langkah-langkahnya.

Sumber: orami.co.id

2 Dari 10.000 unit barang yang diproduksi oleh sebuah pabrik, diambil 84 unit secara acak dan ditemukan 2 unit barang yang cacat. Perkirakan jumlah seluruh barang yang cacat.

220 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX



BAB 8 Soal Ringkasan

Kegunaan Praktis

1 Keluarga Hadi memiliki perkebunan jeruk. Tabel distribusi frekuensi di bawah ini menunjukkan data 500 buah jeruk yang dipanen secara acak kemudian ditimbang beratnya. Jawablah pertanyaan-petanyaan di bawah ini.

Ukuran Jeruk	Diameter (cm)	Banyak Jeruk (Buah)	Berat Rata-Rata (g)
ukuran S	5,5 - 6,1	98	76
ukuran M	6,1 - 6,7	204	96
ukuran L	6,7 - 7,3	146	124
ukuran 2L	7,3 - 8,0	52	162
Total		500	

(1) Berdasarkan tabel di atas, hitunglah perkiraan rata-rata berat jeruk.

(2) Hitunglah frekuensi relatif tiap kelas dan lengkapi tabel berikut ini. Bulatkan frekuensi relatif ke dalam ratusan terdekat.

Ukuran Jeruk	Diameter (cm)	Frekuensi Relatif
	Lebih kecil Kurang dari	
ukuran S	5,5 - 6,1	
ukuran M	6,1 - 6,7	
ukuran L	6,7 - 7,3	
ukuran 2L	7,3 - 8,0	
Total		

(3) Berapa banyak jeruk berukuran 2L yang ada dalam kardus ukuran 5 kg?

(4) Seluruh jeruk dalam kebun Pak Hadi dipanen dan beratnya sekitar 21.400 kg. Jika ada pesanan 600 buah jeruk berukuran 2L dalam kardus ukuran 5kg, apakah Pak Hadi mampu memenuhinya? Jelaskan jawabanmu.

Penyelesaian

(Kegunaan praktis)

1

(1) (1) Total berat buah jeruk ukuran S yang dipanen dapat dihitung dengan cara (rerata berat 1 jeruk) × (frekuensi) dan untuk berat jeruk ukuran lainnya dapat dihitung dengan cara yang sama.
Oleh karena itu, rerata berat 1 jeruk dapat dihitung seperti dibawah berikut:
$((76 \times 98) + (96 \times 204) + (124 \times 146) + (162 \times 52)) \div 500 = 107{,}12$

<u>Jawaban : Kira-kira 107 g</u>

(2) Dari tabel diurutkan dari atas, 0,20; 0,40; 0,29; 0,10
Total 1,00

(3) Karena berat rerata jeruk ukuran 2L adalah 162 g maka jumlah jeruk yang ada dalam kardus dapat dihitung menggunakan dengan cara berikut:
$5000 \div 162 = 30{,}86$

<u>Jawaban: Kira-kira 31 buah</u>

(4) Pa Hadi mampu memenuhi pesanan
(Alasan)
Jumlah jeruk yang bisa dipanen dihitung dengan cara berikut:
(Berat keseluruhan) ÷ (Berat rata-rata). . 21400 : 0,107=200000
Kira-kira jumlah jeruk ada 200000 buah. Berdasarkan jawaban (2) dapat diketahui bahwa jumlah jeruk ukuran 2L kira-kira 20000 buah dan berdasarkan jawaban (3) diketahui bahwa jeruk ukuran 2L pada kotak 5kg kira-kira 31 buah, jumlah kotaknya adalah 20000÷ 31=645,16.

Maka, jeruk ukuran 2L pada kotak 5kg kira-kira ada 645 kotak. Oleh karena itu, pa Hadi dapat memenuhi pesanan.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan soal 1 bagian (4)

Soal ini sedikit sulit. Maka dari itu, siswa perlu dibantu tiap tahapnya.

Siswa diarahkan untuk memikirkan secara berurutan "berapa jumlah jeruk yang dipanen?", "berapa jumlah jeruk ukuran 2L dari seluruh hasil panen?", "berapa jumlah kotak 5 kg yang berisi jeruk 2L?".

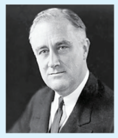
Mungkin akan ada beberapa siswa yang mengalikan jumlah berat keseluruhan jeruk dengan frekuensi yang didapat pada jawaban (2) untuk mencari berat keseluruhan jeruk ukuran 2L. Maka dari itu, siswa perlu diarahkan untuk mengetahui bahwa frekuensi yang didapat pada jawaban (2) bukan beratnya melainkan nilai frekuensinya.

Pendalaman Materi

Prediksi yang Keliru

Dalam survei-survei statistik dan jajak pendapat publik, jika kita dapat melakukan survei populasi kita akan mendapatkan hasil yang tepat. Meskipun demikian, sulit untuk melakukan survei populasi karena keterbatasan waktu dan biaya. Maka secara umum survei sampel dilakukan dengan mengambil sampel sebagian dari populasi dan membuat perkiraan dan menarik kesimpulan tentang karakteristik populasi berdasarkan hasil survei sampel tersebut. Sehingga penting untuk mendapatkan sampel yang tidak bias agar benar-benar tepat mewakili karakteristik populasi. Pikirkan tentang survei sampel berdasarkan contoh berikut ini.

Pada pemilihan Presiden Amerika tahun 1936, Franklin Roosevelt dari Partai Demokrat dan Alfred Landon dari Partai Republik merupakan 2 kandidat terkuat yang saling bersaing. Sebuah majalah mingguan "The Literary Digest" saat itu melakukan jajak pendapat tiruan untuk memperkirakan hasil pemungutan suara. Dengan mengambil sampel 10 juta orang dari daftar nama pemilik telepon rumah dan pemilik mobil lalu mengirimi mereka formulir angket. Redaksi majalah tersebut menerima kembali sekitar 2,3 juta formulir angket yang sudah terisi. Berdasarkan hasil survei tersebut diperkirakan Landon akan memenangkan pemilihan presiden. Tetapi kenyataannya yang menang dalam pemilihan resmi adalah Roosevelt.


Roosevelt
Sumber: historyextra.com

	Roosevelt	Landon
Prediksi	40,9 %	54,4 %
Hasil Pemilihan	60,8 %	36,5 %

Jumlahnya tidak 100% karena ada nama-nama kandidat lain.

1 Jelaskan mengapa survei sampel yang dilakukan oleh "The Literary Digest" .

2 Selidiki cara-cara lain yang digunakan untuk melakukan survei sampel jaman sekarang pada survei-survei statistik atau jajak pendapat publik.

222 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Prediksi yang keliru

• Tujuan •

Peserta didik dapat mengerti bahwa dalam survei sampel cara pengambilan sampel merupakan hal yang sangat penting.

Penjelasan

1

(Contoh)

- Pada saat itu, hanya orang kaya saja yang memiliki telepon, mobil, dan lainnya. Karena pengambilan sampel hanya berasal dari beberapa orang kaya saja maka pengambilan sampelnya tidak seimbang.
- Orang yang memberikan jawaban kira-kira hanya 3/4.

2

(Contoh)

Wawancara pribadi, metode pengumpulan kuisioner, jajak via surat, dan jajak pendapat via telepon. (Boleh dicari di internet dsb)

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penanganan Halaman ini

Pada halaman ini mengangkat contoh yang lebih terperinci untuk memahami bahwa pemiliham cara untuk pengambilan sampel, pada survei sampel, merupakan hal yang sangat penting.

Selain itu, terkait **2** dikenalkan berbagai cara lainnya seperti penggunaan internet.

Pada saat pemilihan presiden Amerika, berdasarkan 3000 hasil angket yang diterima oleh American Polling Institute, George Gallup, yang pada saat itu baru saja memasuki dunia jajak pendapat pada tahun sebelumnya, memperkirakan Roosvelt terpilih karena mendapatkan 54% suara. Dan benar saja perkiraan Gallup benar, pada saat membuat perkiraan dia menggunakan metode alokasi data.

Referensi Metode RDD (Random Digit Dialing)

Saat ini metode RDD, memprediksi hasil suara via telepon, sering digunakan oleh berbagai perusahaan media. Pada metode ini, nomor yang dihubungi adalah nomor yang dipilih secara acak oleh mesin. Oleh karena itu, tidak ada kesempatan bagi penyelidik untuk memilih secara subjektif dan hasilnya betul secara acak. Di sisi lain, dalam survei via telepon, ditemukan beberapa masalah seperti orang yang hanya memiliki telepon genggam tidak termasuk objek survei, keadaan penerima telepon tidak diketahui, sehingga rasio tanggapannya menjadi rendah.

Tabel Bilangan Acak

34 53 05 23 97	41 29 07 38 92	93 09 80 89 16	94 97 51 32 29	49 64 30 83 89
81 22 93 62 08	34 74 91 44 97	48 18 69 16 06	68 29 72 33 28	55 06 68 03 99
52 42 19 72 84	86 66 65 76 88	38 31 21 46 69	20 05 67 36 12	25 97 33 40 26
07 76 32 35 60	93 53 40 36 47	55 16 90 23 28	43 32 92 73 89	67 71 60 20 27
54 82 49 34 56	00 28 52 27 26	94 78 45 26 63	68 19 80 52 49	18 43 59 77 93
70 57 49 64 73	42 05 07 31 90	33 31 14 54 84	82 11 69 95 34	88 57 33 42 05
26 86 27 94 45	82 67 81 61 11	49 69 26 35 39	03 95 76 92 17	13 20 12 48 70
71 00 99 16 60	45 78 19 81 64	98 54 74 08 20	43 01 08 65 94	79 96 50 55 91
02 57 39 20 66	10 93 75 96 01	63 38 04 83 91	82 64 92 18 20	28 00 84 32 67
09 31 53 77 89	66 79 37 27 57	28 62 16 17 40	42 54 37 80 36	73 59 37 18 04
65 30 46 11 71	80 63 34 93 19	13 67 65 20 77	75 52 83 63 14	50 57 89 27 36
05 51 76 67 21	91 68 64 53 70	88 21 32 81 12	87 59 68 07 00	40 54 20 53 48
10 47 35 61 08	30 72 95 16 52	56 42 90 07 42	71 79 43 94 35	74 02 51 15 61
95 38 13 66 95	23 50 03 48 57	74 41 74 88 50	24 35 58 37 16	02 93 49 98 12
52 21 05 80 54	62 48 40 81 82	58 98 36 57 00	17 90 60 92 48	37 06 62 26 92
01 84 23 43 65	13 48 75 49 23	03 73 43 99 58	13 85 88 72 89	06 45 47 62 15
81 79 42 92 53	28 10 98 50 94	95 05 29 52 07	08 78 51 62 75	23 93 62 09 92
55 09 63 32 94	94 40 11 33 02	81 71 24 61 64	81 20 87 95 53	35 66 57 35 06
14 26 98 75 73	32 19 55 39 98	17 31 64 77 43	95 96 12 26 76	88 71 11 65 04
89 50 65 70 42	11 70 20 68 38	43 83 13 56 92	87 56 39 20 62	36 35 81 74 21

BAB 8 | Survei Sampel

Cara Menggunakan tabel bilangan acak (contoh).

Berikut ini adalah cara memilih 10 bilangan secara acak antara 1 sampai 90 dari tabel bilangan acak.

① Tutup mata dan gunakan pensil untuk menunjuk sebuah angka pada tabel tersebut.

② Misalkan lokasi yang terpilih pada tabel adalah baris 4 kolom 6. Dimulai dengan angka 2 ini, lanjutkan dengan bergeser ke kanan (kamu juga boleh memilih bergeser ke atas, bawah atau kiri) secara berurutan untuk mendapatkan bilangan-bilangan 2 digit lainnya 23, 56, 09, 35, 34, ... Jika kamu sudah habis sampai ke ujung kanan, lanjutkan mengambil angka di barisan berikutnya dari ujung kiri.

Kolom 6

	34 53 05 23 97	41 29 07 38 92	93 09 80 89 16
	81 22 93 62 08	34 74 91 44 97	48 18 69 16 06
	52 42 19 72 84	86 66 65 76 88	38 31 21 46 69
Baris 4 →	07 76 32 35 60	93 53 40 36 47	55 16 90 23 28

③ Abaikan jika nomor yang keluar adalah 00 atau lebih besar dari 90, atau nomor-nomor yang sudah pernah keluar sebelumnya. Gunakan 10 bilangan ini sebagai bilangan acak.

Bab 8 Survei Sampel 223

Ketika menangani tabel bilangan acak, gunakan cara ① - ③ untuk mengambil 10 bilangan yang berbeda, dan gunakan angka-angka tersebut ketika mengambil sampel secara acak dari populasi.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Tabel Bilangan Acak

Tabel bilangan acak dapat dikatakan juga sebuah tabel yang berisi angka 0-9 secara acak. Meskipun begitu cara membuat tabel ini tidaklah mudah

Contoh, kita siapkan 10 kartu yang dituliskan angka 0-9, lalu kita ambil 1 kartu secara acak, mencatat angka dari kartu tersebut. Selanjutnya, kembalikan kartu tadi lalu ulangi cara yang sama dan catat hasilnya. Dengan mengulang kegiatan tersebut jajaran angka yang didapat merupakan sebuah tabel bilangan acak.

Selain cara tadi, kita juga dapat membuat tabel bilangan acak dengan menggunakan dadu 20 sisi yang tiap sisinya dituliskan angka 0-9 masing-masing angka ditulis 2 buah. Lalu, lempar dadunya dan kita mencatat angka yang keluar.

Bagaimanapun juga tabel bilangan acak akan terbentuk setelah memenuhi syarat-syarat dari keacakan seperti dibawah ini: apakah tiap angka yang terpilih adalah sama, apakah distribusi interval bilangan konstan dekat dengan perhitungan secara teoritis, dsb.

Penjelasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Cara membuat tabel bilangan acak menggunakan komputer

Ketika mengambil sampel dari populasi, untuk mengambil bilangan acak yang diperlukan dalam jumlah yang besar dengan mudah kita dapat memanfaatkan bilangan acak yang dibuat oleh komputer karena sangatlah mudah.

Bilangan acak yang dibuat oleh komputer bisa dibuat berdasarkan kalkulasi atau disebut juga pseudo random number generator. Tetapi pada praktiknya bilangan acak yang terbentuk cukup valid.

Disini akan diperkenalkan cara membuat bilangan acak menggunakan aplikasi bernama Ms. Excel. Serta, perlu diperhatikan bahwa akan ada perbedaan cara nya bila menggunakan aplikasi yang lain.

2. Rumus Fungsi RAND

Rumus Fungsi RAND adalah rumus fungsi yang digunakan untuk membuat bilangan acak lebih dari 0 kurang dari 1. Setiap pembaharuan oerhitungan yang terjadi pada lembar kerja maka akan muncul bilangan acak yang baru.

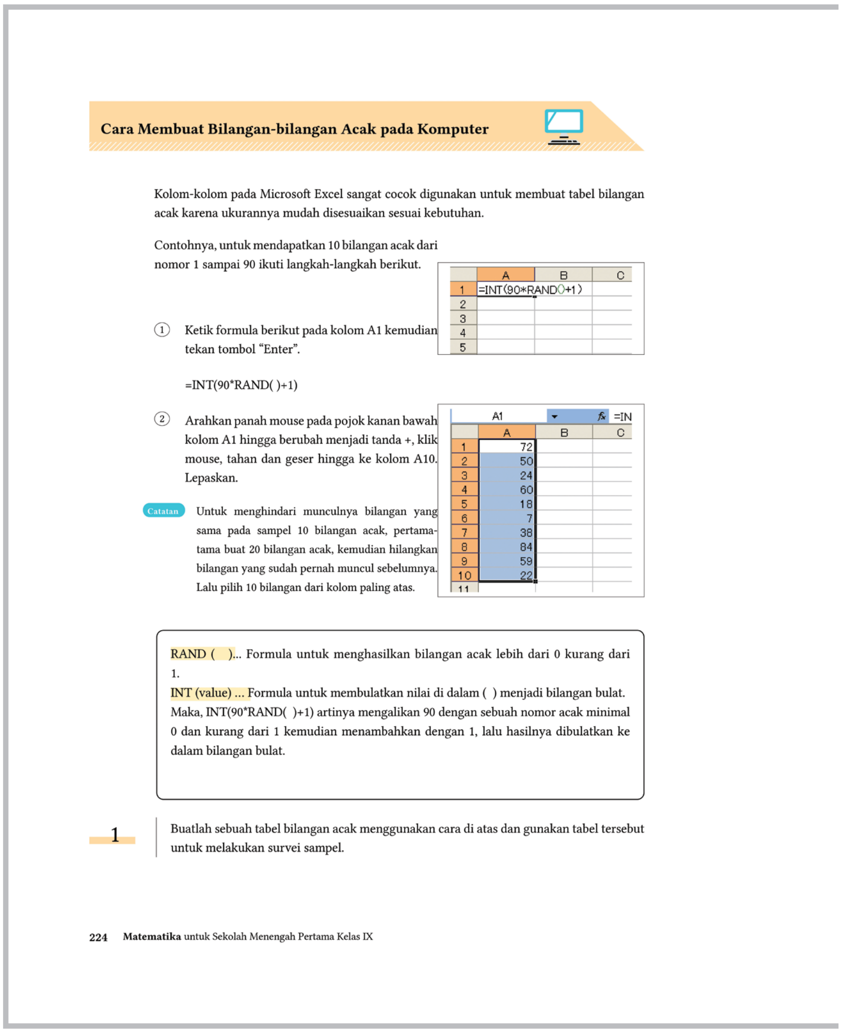
Untuk menggunakan rumus fungsi RAND cukup mengetik "=RAND()" dalam sel. Jika ingin membuat batasan dari a hingga b untuk membuat bilangan acak dapat diketik seperti ini "=RAND() * (b - a) + a"

3. Cara mengubah angka hasil fungsi RAND ke format angka dalam Ms. Excel.

Perlu diperhatikan bahwa bilangan acak yang dibuat dengan rumus fungsi RAND, setiap pembaharuan perhitungan yang terjadi pada lembar kerja, maka akan muncul bilangan acak baru dan bilangan acak sebelumnya akan hilang. Maka dari itu, bilangan acak yang sudah dibuat perlu diubah ke dalam format angka agar tidak terjadi perhitungan ulang. Langkahnya adalah:

1. Pilih seluruh bilangan acak yang sudah dibuat, klik kanan lalu klik "Copy".
2. Pilih sel yang kosong, klik kanan dan pilih "Paste Special"
3. Lalu pada menu yang ada, pada kolom "Paste" pilih "Values" pada kolom operation pilih "None" lalu klik OK (Seperti gambar dibawah)

Dengan cara diatas bilangan acak berubah formatnya menjadi angka.



Cara Membuat Bilangan-bilangan Acak pada Komputer

Kolom-kolom pada Microsoft Excel sangat cocok digunakan untuk membuat tabel bilangan acak karena ukurannya mudah disesuaikan sesuai kebutuhan.

Contohnya, untuk mendapatkan 10 bilangan acak dari nomor 1 sampai 90 ikuti langkah-langkah berikut.

	A	B	C
1	=INT(90*RAND()+1)		
2			
3			
4			
5			

① Ketik formula berikut pada kolom A1 kemudian tekan tombol "Enter".

=INT(90*RAND( )+1)

② Arahkan panah mouse pada pojok kanan bawah kolom A1 hingga berubah menjadi tanda +, klik mouse, tahan dan geser hingga ke kolom A10. Lepaskan.

A1 =IN

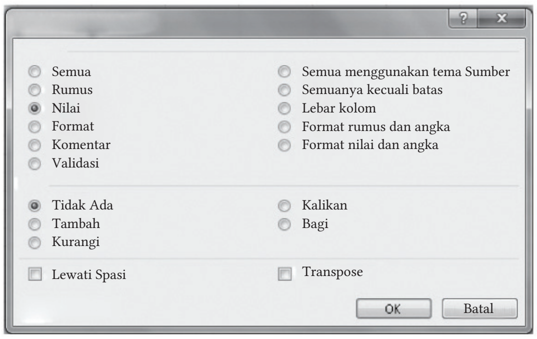
	A	B	C
1	72		
2	50		
3	24		
4	60		
5	18		
6	7		
7	38		
8	84		
9	59		
10	22		
11			

Catatan Untuk menghindari munculnya bilangan yang sama pada sampel 10 bilangan acak, pertama-tama buat 20 bilangan acak, kemudian hilangkan bilangan yang sudah pernah muncul sebelumnya. Lalu pilih 10 bilangan dari kolom paling atas.

RAND ( )... Formula untuk menghasilkan bilangan acak lebih dari 0 kurang dari 1.
INT (value) ... Formula untuk membulatkan nilai di dalam ( ) menjadi bilangan bulat.
Maka, INT(90*RAND( )+1) artinya mengalikan 90 dengan sebuah nomor acak minimal 0 dan kurang dari 1 kemudian menambahkan dengan 1, lalu hasilnya dibulatkan ke dalam bilangan bulat.

1 Buatlah sebuah tabel bilangan acak menggunakan cara di atas dan gunakan tabel tersebut untuk melakukan survei sampel.

224 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX



Matematika Lanjut

- Halaman Belajar Kelompok -

Pada bagian ini kita akan menyajikan dan membuat laporan dari apa yang telah kita pelajari dan pikirkan, menghubungkan dengan mata pelajaran lain, dan permasalahan-permasalahan yang ada di sekitar kita. Pilihlah topik yang menarik bagimu.

BAB 8 | Survei Sample

Matematika Lanjut 225

Matematika Lanjut
~Halaman Belajar Kelompok~

1. Menyajikan Hasil Penyelidikan

Pada bagian "Menyajikan Hasil Penyelidikan", siswa "menggunakan dan meneliti", "bekerja sama", dan "melakukan ekspresi matematika". Kegiatan ini akan mengembangkan "kemampuan pemanfaatan dan kemampuan penyelesaian masalah", "kerja sama tim dan kepemimpinan", "kemampuan menyusun kalimat logis dan kemampuan presentasi" siswa. Pada saat yang sama, evaluasi isi presentasi serta pendalaman cara pandang dan cara berpikir matematis juga akan tercapai. Diharapkan kegiatan belajar didasarkan pada minat siswa, seperti penemuan dalam kehidupan sehari-hari dan pengembangan lebih lanjut dari apa yang telah dipelajari.

Terutama di kelas IX, utamakan agar siswa "menemukan hubungan dan aturan yang tersembunyi pada suatu hal, mempertimbangkannya secara logis dengan menggunakan penalaran matematis, lalu mengekspresikannya".

2. Eksplorasi Matematika

Pada bagian "Eksplorasi Matematika", peserta didik memilih materi yang dapat digunakan sebagai tema untuk pembelajaran yang berbasis tugas atau sebagai tugas yang dikerjakan secara mandiri di rumah.

Secara spesifik, siswa dapat memilih tugas-tugas berikut:

ⓐ Tugas untuk menggunakan matematika dalam kehidupan sehari-hari dan masyarakat (lingkungan, kesejahteraan, dan sebagainya).

ⓑ Tugas lintas bidang studi dan tugas lintas kurikulum

ⓒ Tugas yang terkait dengan sejarah matematika dan sebagainya.

Isi dari tugas-tugas tersebut dianggap memiliki peranan penting untuk mendorong pembelajaran berbasis penelitian dan pemecahan masalah, serta memperdalam cara pandang dan cara berpikir matematis siswa.

Peserta didik cukup mempelajarinya setelah menyelesaikan pembelajaran tentang unit terkait, saat libur musim panas, dan sebagainya.

3. Jembatan Menuju SMA

Membahas pengembangan matematika dan menghubungkannya dengan matematika SMA.

Referensi ▶ **Pembelajaran Berbasis Tugas dan Posisinya**

Pembelajaran berbasis tugas dijelaskan dalam panduan kurikulum sebagai berikut.

> Pembelajaran berbasis tugas adalah pembelajaran untuk memecahkan masalah yang ditemukan dengan mengintegrasikan materi pada setiap bidang dan mengaitkannya dengan kejadian dalam kehidupan sehari-hari maupun dengan subjek lain. Pembelajaran berbasis tugas bertujuan untuk mendorong inisiatif siswa terhadap kegiatan matematika dan melatih kemampuan berpikir, kemampuan penilaian, kemampuan berekspresi, dan sebagainya.

Memperoleh Kemampuan Berekspresi ~Mengulas Pemikiran Sendiri~

• Tujuan •

Peserta didik dapat meningkatkan minat pada penemuan dalam kehidupan sehari-hari maupun pengembangan lebih lanjut mengenai isi pembelajaran yang terkait matematika, serta dapat mengkaji, mengekspresikan, lalu menyusun laporan secara matematis dan logis dengan menggunakan perspektif berdasarkan pengetahuan dan keterampilan matematika yang telah dipelajari sejauh ini.

Ulasan dan Hal yang Harus Diperhatikan

1. Menulis Laporan

Menulis laporan sebagai pembelajaran matematika harus dilakukan secara matematis dan logis. Pada laporan yang ditulis secara matematis dan logis, kita harus memiliki pendapat sendiri berdasarkan data dan cara berpikir matematis, membuat prediksi (hipotesis), lalu memverifikasinya dengan perspektif. Selain itu, laporan dapat dibuat secara individu maupun berkelompok. Misalnya, saat kelas 1 guru meminta siswa membuat laporan secara individu.

Di kelas 2, siswa membuat laporan secara berkelompok sambil bekerja sama dan berbagi peran, lalu di kelas 3 guru disarankan untuk mengatur kegiatan pembelajaran secara bertahap. Misalnya, sambil membuat laporan secara individu, siswa saling menunjukkan bagian yang harus diperbaiki dan bertukar informasi penting dalam pembuatan laporan agar dapat membuat laporan yang lebih baik. Tentu saja, sebaiknya guru mengatur kegiatan sesuai dengan keadaan siswa dan sekolah.

2. Pilih suatu topik yang menarik atau membuatmu penasaran untuk mengetahuinya

Jika siswa tidak memiliki minat, maka kegiatan pembelajaran akan menjadi pasif dan membosankan. Meskipun ada bagian yang terlewat secara tidak sengaja, tema baru dapat ditemukan jika kita memiliki kesadaran akan suatu masalah lalu meninjaunya. Namun, mungkin ada siswa yang kesulitan untuk menentukan tema karena tidak terbiasa memahami peristiwa di sekitarnya secara matematis.

Dalam hal ini, guru dapat membuat rencana, seperti mengarahkan siswa untuk menganalisis dan merevisi kesalahan pada isi pelajaran maupun tes, mengerjakan sesuatu dengan mengubah kondisi tugas yang dipecahkan dalam pelajaran, lalu mengatur kegiatan untuk melaporkannya. Bagaimanapun juga, kemampuan siswa untuk menemukan tema dan tugas secara mandiri ke depannya akan semakin diperlukan. Tidak terbatas pada pembelajaran laporan ini saja, lakukan pengenalan kegiatan untuk merangkum tugas yang siswa temukan sendiri dan buat siswa menyadari akan kesenangan dari belajar mandiri dan matematika, tidak hanya dari pelajaran biasa maupun tugas yang diberikan guru.

Di sisi lain, guru perlu berhati-hati karena siswa mungkin akan menentukan tema melebihi apa yang baru dipelajarinya jika siswa menentukan tema sendiri. Tentu saja, pada tahap penyusunan data, siswa dipersilakan untuk mencari dan menemukan sendiri cara mengekspresikan yang terlepas dari batasan pembelajaran selama ini.

Menyajikan Hasil Penyelidikan

[Komunikasikan Gagasanmu kepada Orang Lain]

Menyiapkan sebuah laporan untuk menata hasil-hasil pemikiranmu. Dengan menulis sebuah laporan, kamu bisa membuat penemuan-penemuan atau mengajukan pertanyaan-pertanyaan tentang sesuatu yang belum pernah kamu pelajari. Ini bagian yang paling menarik dari proses belajar matematika.

Menyiapkan Laporan

1 Pilih suatu topik yang menarik atau membuatmu penasaran untuk mengetahuinya.

Pilih topik laporan berdasarkan bagian mana yang kamu sukai pada saat mempelajari matematika atau dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya hal-hal yang membuatmu bertanya "Mengapa?", "Bagaimana jika kondisinya berbeda?" atau "Saya ingin tahu lebih banyak lagi". Apa yang menarik perhatianmu dalam kehidupan sehari-hari akan sangat membantu dalam pemilihan topik.

2 Rencanakan cara mengumpulkan data. Lakukan hal-hal berikut ini.

- Melakukan banyak percobaan, pengamatan dan penyelidikan.
- Melakukan survei-survei.
- Mengumpulkan informasi dari buku-buku, surat kabar di perpustakaan dan dari internet.

Kamu harus merencanakan pengumpulan data-data untuk mencapai tujuanmu.

3 Kumpulkan informasi, susun dan analisa.

Dalam menganalisis informasi-informasi yang kamu dapatkan coba temukan ciri-ciri khusus. Dan catat sumber datanya. Kamu bisa mendapatkan banyak informasi dari internet. Meskipun demikian, kamu harus berhati-hati memilih mana yang bisa dipercaya mana yang tidak.

4 Susunlah hasil pemikiran-pemikiranmu.

Susunlah hasil temuan-temuan, cara-cara dan proses penyelidikan yang kamu gunakan saat belajar ke dalam sebuah laporan sehingga kamu dapat berbagi kesenangan dalam mempelajari hal tersebut kepada teman-temanmu. Tidak harus terpaku pada format laporan penyelidikan yang ada. Pilihlah bentuk yang cocok untuk menyajikan laporanmu. Misalnya seperti format surat kabar atau poster.

5 Sajikan laporanmu dan tampunglah masukan atau saran-saran.

Sajikan laporan penyelidikanmu. Ajukan pertanyaan dan mintalah masukan atau pendapat dari teman-temanmu untuk memperbaiki laporanmu. Juga banyaklah bertanya dan memberi saran jika kamu menjadi pendengar.

6 Perbaiki laporanmu.

Lihat kembali laporanmu berdasarkan saran atau pendapat dari teman-temanmu. Jika diperlukan, perbaiki cara menganalisa dan menyusun data-data dalam laporanmu.

226 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Ilmu matematika menyajikan contoh paling cemerlang tentang bagaimana akal murni dapat berhasil memperluas wilayahnya tanpa bantuan pengalaman
– Immanuel Kant –

3. Melakukan Survei

Saat melakukan survei, penting untuk memperhatikan hal-hal berikut.

- Menentukan tujuan survei.
- Membuat pertanyaan yang mudah dijawab dan dihitung.
- Mendapatkan persetujuan terlebih dulu apabila melakukan survei ke kelas atau angkatan lain.
- Meninjau apakah pertanyaan-pertanyaan tersebut memiliki masalah logis.

4. Penggunaan Internet

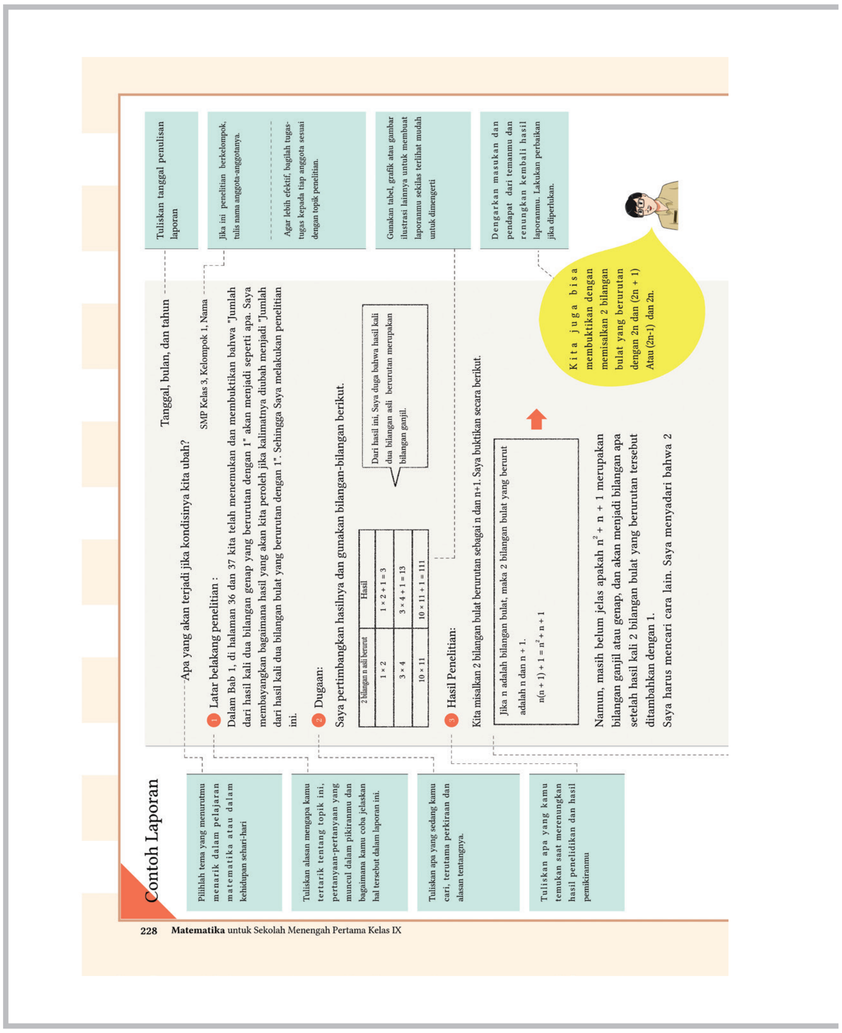
Guru harus memberikan bimbingan mengenai etika informasi saat siswa menggunakan internet. Misalnya, mengenai kredibilitas informasi. Saat ini, perkembangan internet membuat siapa pun dapat mengirimkan informasi. Informasi tersebut bisa saja buruk atau salah. Oleh karena itu, penting untuk memastikan sumber informasinya. Apabila sumbernya adalah lembaga publik, sebagian besar informasinya mungkin dapat dipertanggungjawabkan. Selain itu, membandingkan data dari berbagai sumber yang berbeda juga akan meningkatkan kredibilitas informasi.

5. Mari Mengumpulkan, Menyusun, dan Menganalisis Data!

Lakukan pengumpulan data berdasarkan rencana 2 pada halaman sebelumnya. Tetapi, minta siswa untuk mengajukan rencananya terlebih dahulu, lalu pastikan rencana tersebut sesuai dan berikan saran jika diperlukan.

Kecenderungan tren akan sulit dipahami hanya dengan menyusun data numerik pada tabel. Arahkan agar siswa mengetahui bahwa data numerik juga dapat membaca kecenderungan tren serta karakteristik mengenai data berdasarkan penggunaan dan analisis nilai yang mewakili, tabel, maupun grafik yang telah dipelajari di kelas 1, yaitu pada "Bab 7 Penggunaan Data".

Selain itu, pencatatan sumber rujukan informasi merupakan kegiatan penting untuk membedakan apa yang telah dipelajari dan apa yang dipikirkan serta untuk mencegah plagiarisme.



Contoh Laporan

Tuliskan tanggal penulisan laporan

Tanggal, bulan, dan tahun

SMP Kelas 3, Kelompok 1, Nama

Jika ini penelitian berkelompok, tulis nama anggota-anggotanya.

Agar lebih efektif, bagilah tugas-tugas kepada tiap anggota sesuai dengan topik penelitian.

Apa yang akan terjadi jika kondisinya kita ubah?

1 Latar belakang penelitian :

Dalam Bab 1, di halaman 36 dan 37 kita telah menemukan dan membuktikan bahwa "Jumlah dari hasil kali dua bilangan genap yang berurutan dengan 1" akan menjadi seperti apa. Saya membayangkan bagaimana hasil yang akan kita peroleh jika kalimatnya diubah menjadi "Jumlah dari hasil kali dua bilangan bulat yang berurutan dengan 1". Sehingga Saya melakukan penelitian ini.

2 Dugaan:

Saya pertimbangkan hasilnya dan gunakan bilangan-bilangan berikut.

2 bilangan n asli berurut	Hasil
1×2	$1 \times 2 + 1 = 3$
3×4	$3 \times 4 + 1 = 13$
10×11	$10 \times 11 + 1 = 111$

Dari hasil ini, Saya duga bahwa hasil kali dua bilangan asli berurutan merupakan bilangan ganjil.

Gunakan tabel, grafik atau gambar ilustrasi lainnya untuk membuat laporanmu sekilas terlihat mudah untuk dimengerti

3 Hasil Penelitian:

Kita misalkan 2 bilangan bulat berurutan sebagai n dan n+1. Saya buktikan secara berikut.

Jika n adalah bilangan bulat, maka 2 bilangan bulat yang berurut adalah n dan n + 1.

$n(n + 1) + 1 = n^2 + n + 1$

Namun, masih belum jelas apakah $n^2 + n + 1$ merupakan bilangan ganjil atau genap, dan akan menjadi bilangan apa setelah hasil kali 2 bilangan bulat yang berurutan tersebut ditambahkan dengan 1.

Saya harus mencari cara lain. Saya menyadari bahwa 2

Dengarkan masukan dan pendapat dari temanmu dan renungkan kembali hasil laporanmu. Lakukan perbaikan jika diperlukan.

Kita juga bisa membuktikan dengan memisalkan 2 bilangan bulat yang berurutan dengan 2n dan (2n + 1) Atau (2n-1) dan 2n.

Pilihlah tema yang menurutmu menarik dalam pelajaran matematika atau dalam kehidupan sehari-hari

Tuliskan alasan mengapa kamu tertarik tentang topik ini, pertanyaan-pertanyaan yang muncul dalam pikiranmu dan bagaimana kamu coba jelaskan hal tersebut dalam laporan ini.

Tuliskan apa yang sedang kamu cari, terutama perkiraan dan alasan tentangnya.

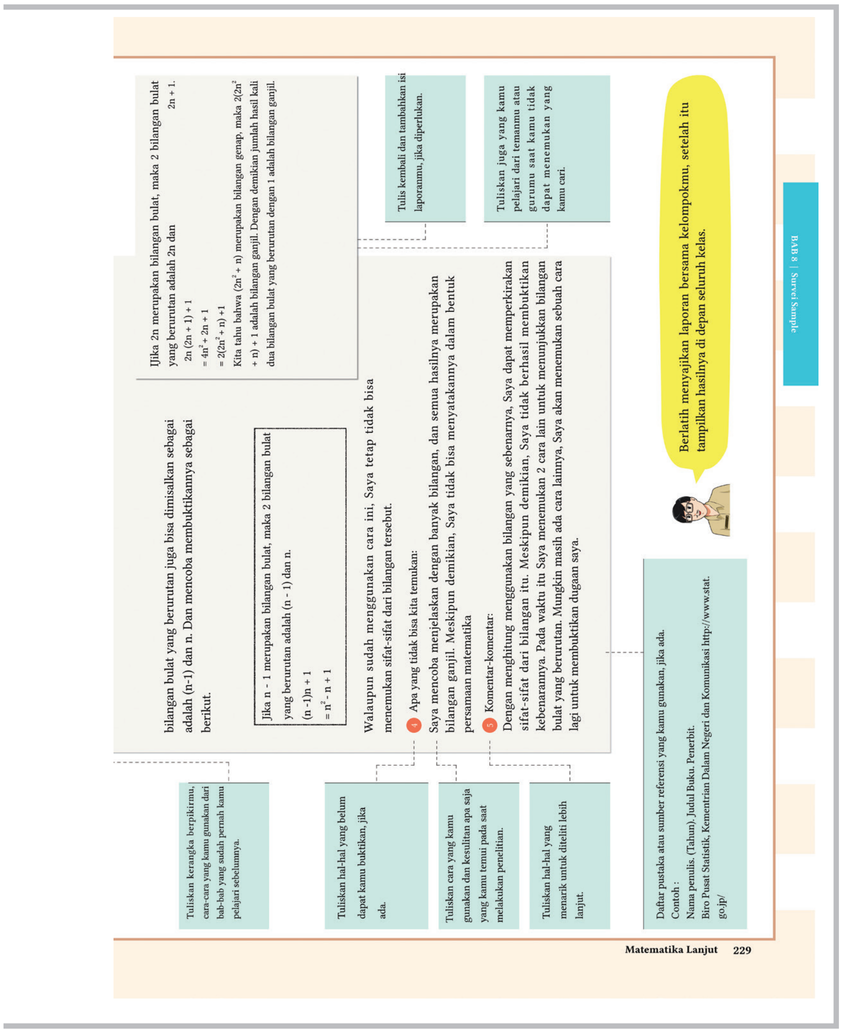
Tuliskan apa yang kamu temukan saat merenungkan hasil penelidikan dan hasil pemikiranmu

228 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

6. Susunlah hasil pemikiran-pemikiranmu

Beri penekanan agar siswa meringkas hal-hal yang diminati dengan kata-kata yang dapat dipahami orang lain. Dalam hal ini, beri tantangan pada siswa untuk meringkas pemikirannya berdasarkan data dan cara berpikir matematis, mempertimbangkan secara logis dengan menggunakan penalaran matematis, lalu menemukan hubungan dan aturan yang tersembunyi pada suatu hal.

Pada buku pelajaran hlm. 238-239 terdapat usulan contoh laporan. Tetapi, cara presentasinya dapat berupa koran maupun poster.


Tuliskan kerangka berpikirmu, cara-cara yang kamu gunakan dari bab-bab yang sudah pernah kamu pelajari sebelumnya.

bilangan bulat yang berurutan juga bisa dimisalkan sebagai adalah (n-1) dan n. Dan mencoba membuktikannya sebagai berikut.

Ijika 2n merupakan bilangan bulat, maka 2 bilangan bulat yang berurutan adalah 2n dan 2n + 1.
2n (2n + 1) + 1
= 4n² + 2n + 1
= 2(2n² + n) +1
Kita tahu bahwa (2n² + n) merupakan bilangan genap, maka 2(2n² + n) + 1 adalah bilangan ganjil. Dengan demikian jumlah hasil kali dua bilangan bulat yang berurutan dengan 1 adalah bilangan ganjil.

Jika n - 1 merupakan bilangan bulat, maka 2 bilangan bulat yang berurutan adalah (n - 1) dan n.
(n -1)n + 1
= n² - n + 1

Tuliskan hal-hal yang belum dapat kamu buktikan, jika ada.

Walaupun sudah menggunakan cara ini, Saya tetap tidak bisa menemukan sifat-sifat dari bilangan tersebut.

Tulis kembali dan tambahkan isi laporanmu, jika diperlukan.

4 Apa yang tidak bisa kita temukan:
Saya mencoba menjelaskan dengan banyak bilangan, dan semua hasilnya merupakan bilangan ganjil. Meskipun demikian, Saya tidak bisa menyatakannya dalam bentuk persamaan matematika

Tuliskan cara yang kamu gunakan dan kesulitan apa saja yang kamu temui pada saat melakukan penelitian.

5 Komentar-komentar:
Dengan menghitung menggunakan bilangan yang sebenarnya, Saya dapat memperkirakan sifat-sifat dari bilangan itu. Meskipun demikian, Saya tidak berhasil membuktikan kebenarannya. Pada waktu itu Saya menemukan 2 cara lain untuk menunjukkan bilangan bulat yang berurutan. Mungkin masih ada cara lainnya, Saya akan menemukan sebuah cara lagi untuk membuktikan dugaan saya.

Tuliskan juga yang kamu pelajari dari temanmu atau gurumu saat kamu tidak dapat menemukan yang kamu cari.

Tuliskan hal-hal yang menarik untuk diteliti lebih lanjut.

Daftar pustaka atau sumber referensi yang kamu gunakan, jika ada.
Contoh :
Nama penulis. (Tahun). Judul Buku. Penerbit.
Biro Pusat Statistik, Kementrian Dalam Negeri dan Komunikasi http://www.stat.go.jp/

Berlatih menyajikan laporan bersama kelompokmu, setelah itu tampilkan hasilnya di depan seluruh kelas.

BAB 8 | Survei Sampel

Matematika Lanjut 229

7. Sajikan laporanmu dan tampunglah masukan atau saran-saran.

Dengan mempresentasikan laporan yang telah selesai di dalam kelompok, siswa akan memperoleh kemampuan untuk menyampaikan sesuatu pada orang lain. Saat presentasi, instruksikan kepada pendengar untuk membuat catatan jika ada pertanyaan, dan sampaikan kesan kepada penyaji setelah presentasi selesai. Tergantung pada situasi, beri tantangan pula pada siswa untuk melakukan presentasi di depan kelas.

Siswa harus benar-benar memahami pentingnya melakukan presentasi di depan orang lain, pentingnya mendengarkan presentasi orang lain, dan pentingnya mengajukan pertanyaan kepada orang lain agar presentasi tidak sekedar menjadi formalitas.

8. Perbaiki laporanmu.

Siswa meninjau kembali laporan mereka sendiri jika diperlukan, dengan menjadikan saran dan perbaikan yang diterimanya dari orang lain sebagai rujukan, dan mengubah pemikirannya setelah mendengarkan presentasi orang lain. Arahkan siswa untuk memikirkan dan memecahkan bagian yang tidak dipahami dengan menjelaskan dan mempresentasikannya dalam kelompok maupun di depan kelas. Berikan bimbingan pada siswa mengenai pentingnya memperhitungkan dan mengulas hal tersebut, lalu memperbaiki laporannya.

Selain itu, laporan dan presentasi yang baik akan mengembangkan keterampilan untuk melakukan presentasi yang dibutuhkan dalam masyarakat di masa depan.

9. Contoh laporan

Siswa yang memiliki sedikit pengalaman dalam menulis laporan dapat mempersiapkan diri hanya dengan mendengarkan laporan. Oleh karena itu, buku pelajaran ini memuat contoh laporan yang bisa digunakan. Poin-poin laporan dapat berubah tergantung pada isi penelitian, tetapi menunjukkan contoh seperti ini akan memudahkan siswa untuk mengetahui gambarannya. Selain itu, siswa juga bisa merujuk pada karya laporan yang dibuat oleh siswa sebelumnya.

Selain itu, siswa juga perlu memahami tujuan penulisan laporan.

Siswa harus memahami bahwa tujuan penulisan laporan adalah untuk "menyimpulkan pemikiran dengan kata-kata sendiri, sehingga dapat memperdalam pemahaman tentang matematika dan meningkatkan kemampuan berpikir."

10. Penelitian berkelompok

Untuk laporan yang disusun secara berkelompok, guru bisa meminta perwakilan satu orang dari masing-masing kelompok untuk mempresentasikan laporan kelompoknya kepada kelompok lain. Menggunakan metode ini memiliki keuntungan, yaitu karena tidak ada seorang pun dari kelompok lain yang memahami isi laporan yang akan disampaikan, timbul perasaan sungguh-sungguh untuk mengerjakannya dengan baik, sehingga semua siswa dapat memperdalam pemahaman mengenai isi laporannya (pembelajaran kooperatif model jigsaw).

11. Gambar, tabel, grafik, ilustrasi, dsb

Menyusun data numerik dan informasi linguistik dalam bagan akan memudahkan kita untuk memahaminya dan dapat membantu dalam penyusunan ide sendiri. Selain itu, laporan harus disajikan dengan cara yang mudah dipahami orang lain, bukan hanya berupa catatan yang dapat dilihat sendiri oleh penyaji. Guru dapat membimbing siswa untuk menggunakan gambar, tabel, grafik, ilustrasi, dsb. agar laporan menjadi lebih mudah dilihat.

Sebagai tambahan, ilustrasi dapat dibuat secara manual (free hand). Tetapi, bimbing siswa untuk menggunakan penggaris terutama ketika menggambar bagan agar hasilnya akurat.

12. Cara melakukan presentasi

Karena mempresentasikan laporan memerlukan waktu, maka cenderung diakhiri dengan kegiatan menulis, menyerahkan laporan kepada guru, menempelnya di papan, dan melihat laporan tersebut. Namun, melakukan presentasi secara lisan, mendengarkan presentasi, dan bertukar pendapat adalah hal yang sangat penting. Melakukan presentasi dengan suara lantang dapat membantu siswa untuk menyadari masalah struktur kalimat logis yang tidak disadarinya hanya dengan menulis kalimat, dan siswa dapat mengetahui cara berbicara yang mudah dipahami oleh lawan bicara. Selain itu, dengan memperhatikan baik-baik presentasi orang lain, siswa dapat benar-benar merasakan sruktur kalimat logis seperti apa yang harus digunakan agar pendengar lebih mudah memahaminya, dan siswa dapat belajar bagaimana membuat presentasi yang baik. Dengan bertukar pendapat, siswa dapat saling menemukan poin perbaikan laporan dan memperoleh kemampuan untuk mengajukan pertanyaan.

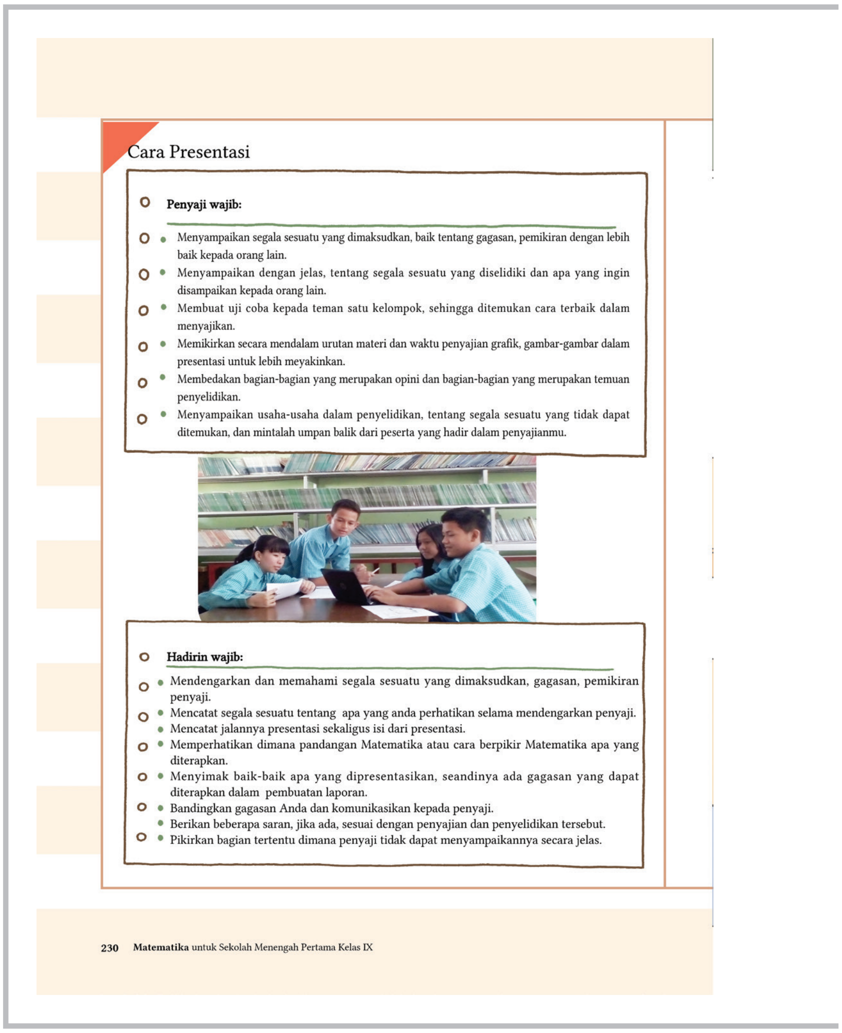
Siswa harus memahami pentingnya hal ini sebelum melakukan kegiatan presentasi.

Di sisi lain, melakukan presentasi di depan kelas dari awal merupakan rintangan yang tinggi bagi siswa yang lemah dalam matematika dan tidak menutup kemungkinan siswa yang sama akan selalu melakukan presentasi. Selain itu, perlu banyak waktu bagi setiap siswa untuk melakukan presentasi di depan kelas, sehingga akan sulit untuk berlatih.

Oleh karena itu, buku pelajaran ini disusun sedemikian rupa agar siswa terbiasa mempresentasikan laporan dan siswa dapat memperoleh kemajuan dalam menulis isi laporannya sendiri setelah berpijak pada berbagai gaya presentasi selama tiga tahun.

Tujuan untuk setiap angkatan ditetapkan sebagai berikut. Tetapi, sebaiknya tetapkan tujuan sesuai dengan situasi siswa dan sekolah.

• Kelas 1


Cara Presentasi

Penyaji wajib:

- Menyampaikan segala sesuatu yang dimaksudkan, baik tentang gagasan, pemikiran dengan lebih baik kepada orang lain.
- Menyampaikan dengan jelas, tentang segala sesuatu yang diselidiki dan apa yang ingin disampaikan kepada orang lain.
- Membuat uji coba kepada teman satu kelompok, sehingga ditemukan cara terbaik dalam menyajikan.
- Memikirkan secara mendalam urutan materi dan waktu penyajian grafik, gambar-gambar dalam presentasi untuk lebih meyakinkan.
- Membedakan bagian-bagian yang merupakan opini dan bagian-bagian yang merupakan temuan penyelidikan.
- Menyampaikan usaha-usaha dalam penyelidikan, tentang segala sesuatu yang tidak dapat ditemukan, dan mintalah umpan balik dari peserta yang hadir dalam penyajianmu.

Hadirin wajib:

- Mendengarkan dan memahami segala sesuatu yang dimaksudkan, gagasan, pemikiran penyaji.
- Mencatat segala sesuatu tentang apa yang anda perhatikan selama mendengarkan penyaji.
- Mencatat jalannya presentasi sekaligus isi dari presentasi.
- Memperhatikan dimana pandangan Matematika atau cara berpikir Matematika apa yang diterapkan.
- Menyimak baik-baik apa yang dipresentasikan, seandinya ada gagasan yang dapat diterapkan dalam pembuatan laporan.
- Bandingkan gagasan Anda dan komunikasikan kepada penyaji.
- Berikan beberapa saran, jika ada, sesuai dengan penyajian dan penyelidikan tersebut.
- Pikirkan bagian tertentu dimana penyaji tidak dapat menyampaikannya secara jelas.

230 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Saling melakukan presentasi dengan jumlah orang yang sedikit (kerja secara berpasangan, kerja kelompok yang terdiri dari 4 orang, dsb.).

Pendengar memberi tahu penyaji mengenai "poin-poin yang sudah bagus".

• Kelas 2

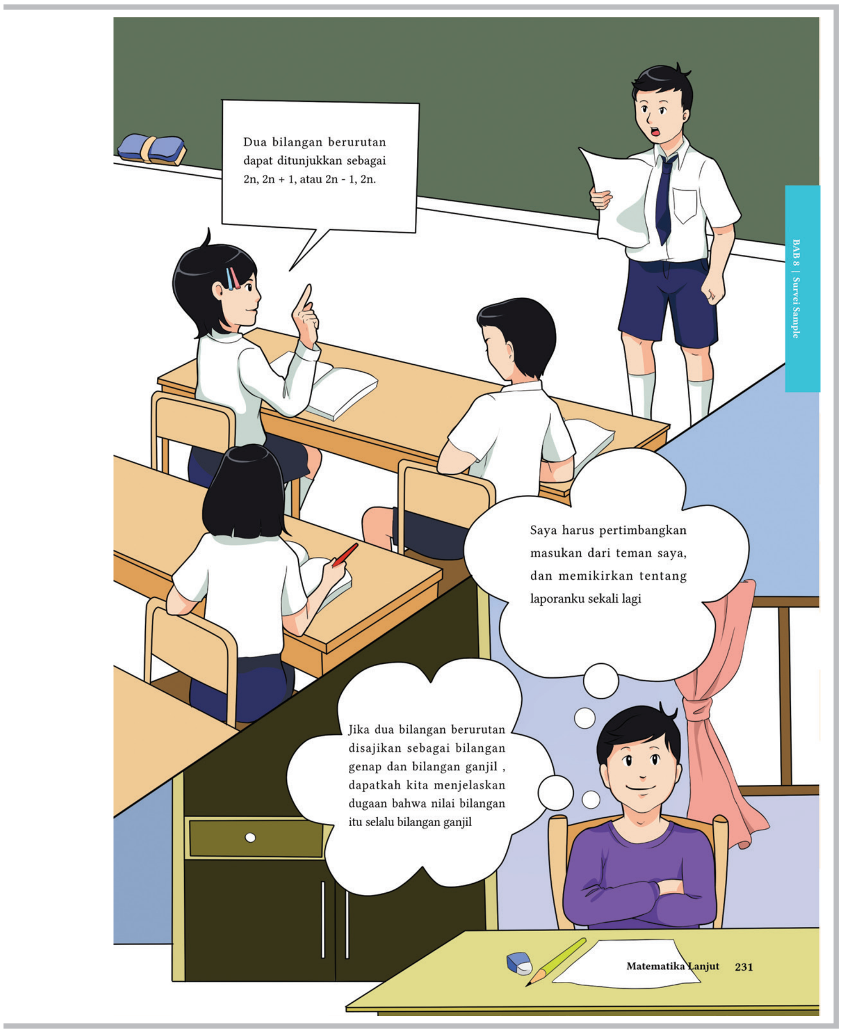
Melakukan presentasi di dalam kelompok atau di depan kelas.

Siswa menggunakan presentasi orang lain sebagai referensi untuk meninjau laporannya sendiri dan merevisinya agar menjadi lebih baik.

• Kelas 3

Melakukan presentasi di depan kelas. Atau melakukan presentasi gabungan beberapa kelas dalam bentuk presentasi menggunakan poster.

Siswa menjadikan presentasi orang lain dan masukan dari orang lain sebagai referensi untuk meninjau dan merevisi laporannya sendiri agar menjadi lebih baik.



13. Penyaji wajib...

Hal yang disajikan pada buku ini dapat menjadi poin-poin yang perlu diperhatikan dalam presentasi secara umum dan tidak hanya saat pelajaran matematika, melainkan juga dapat digunakan dalam berbagai mata pelajaran, pembelajaran secara komprehensif, maupun kegiatan ekstrakurikuler. Tentunya karena ini adalah presentasi di kelas matematika, selain yang disajikan pada buku ini, guru juga dapat meminta siswa untuk memilih salah satu di antara hal-hal yang sudah dipelajari di kelas matematika dan bagaimana mereka menggunakannya.

Selain itu, meskipun tidak disebutkan secara spesifik dalam buku pelajaran, penting untuk menegaskan kepada siswa agar tidak sekedar membacakan laporan, tetapi harus memperhatikan sikap saat "berbicara dan mendengarkan orang lain".

Guru perlu merancang panduan untuk setiap tingkatan agar siswa mengetahui metode presentasi yang dapat menarik perhatian pendengar, dapat melakukan presentasi sebisa mungkin tanpa melihat naskah maupun laporan dan mengalihkan pandangannya kepada pendengar, dan sebagainya.

14. Hadirin wajib...

Peserta didik mungkin tidak memahami poin apa yang harus diperhatikan karena hanya memiliki sedikit kesempatan untuk belajar mendengarkan presentasi.

Hal yang disajikan pada buku ini dapat menjadi poin-poin yang perlu diperhatikan dalam presentasi secara umum dan tidak hanya saat pelajaran matematika, tetapi juga dapat digunakan dalam berbagai mata pelajaran, pembelajaran secara komprehensif, maupun kegiatan ekstrakurikuler.

Tentunya karena ini adalah presentasi di kelas matematika, selain yang disajikan pada buku ini, guru juga dapat membahas apakah sebagai pendengar siswa paham untuk memilih salah satu di antara hal-hal yang sudah dipelajari di kelas matematika dan bagaimana mereka menggunakannya. Oleh karena itu, mendengarkan presentasi orang lain akan berguna bagi siswa untuk membuat laporannya menjadi lebih baik.

Meskipun tidak disebutkan secara spesifik dalam buku pelajaran, penting untuk menegaskan kepada siswa agar tidak sekadar mendengarkan presentasi, tetapi harus memperhatikan sikap "mencoba menerapkannya pada laporan sendiri" dan "berusaha membantu serta menghormati penyaji".

Guru perlu merancang panduan untuk setiap tingkatan dan mengarahkan siswa untuk memperhatikan cara mencatat, mengangguk, maupun memandang lawan bicara, memikirkan cara mendengarkan presentasi agar bermanfaat bagi laporannya sendiri, dan cara mendengarkan presentasi yang membuat penyaji merasa senang telah melakukan presentasi.

15. Mari Menyelidiki

Jika peserta didik kesulitan untuk menemukan tema sendiri, gunakan tema yang terdapat pada buku ini sebagai referensi.

Buku ini memuat penjelasan singkat sebagai tema yang dapat digunakan dalam pembelajaran dengan pendekatan investigatif.

16 Generasi Massa dari Cicadas

Bertujuan untuk memahami dan memperdalam pengaruh bilangan prima melalui ciri-ciri makhluk hidup.

Larva cicada berada di dalam tanah selama jangka waktu tertentu, lalu menjalani siklus hingga menjadi dewasa, muncul ke atas permukaan tanah, kawin, kemudian menghasilkan keturunan. Tetapi, cicada tidak dapat menghasilkan keturunan jika tidak kawin dengan cicada yang lahir pada siklus yang sama. Jika siklusnya merupakan bilangan prima, kecil kemungkinannya untuk bertumpang tindih dengan siklus lain. Selain itu, semakin besar kelipatan persekutuan terkecil, maka risiko kepunahan cicada akan semakin kecil. Oleh karena itu, hanya cicada dengan siklus bilangan prima tertentu yang akan bertahan hidup.

17. Kode Kunci adalah Faktorisasi Prima

Bertujuan untuk memahami penggunaan faktorisasi prima dalam kode modern dan prinsipnya, serta memperdalam pemahaman mengenai hubungan antara matematika dan kehidupan sehari-hari.

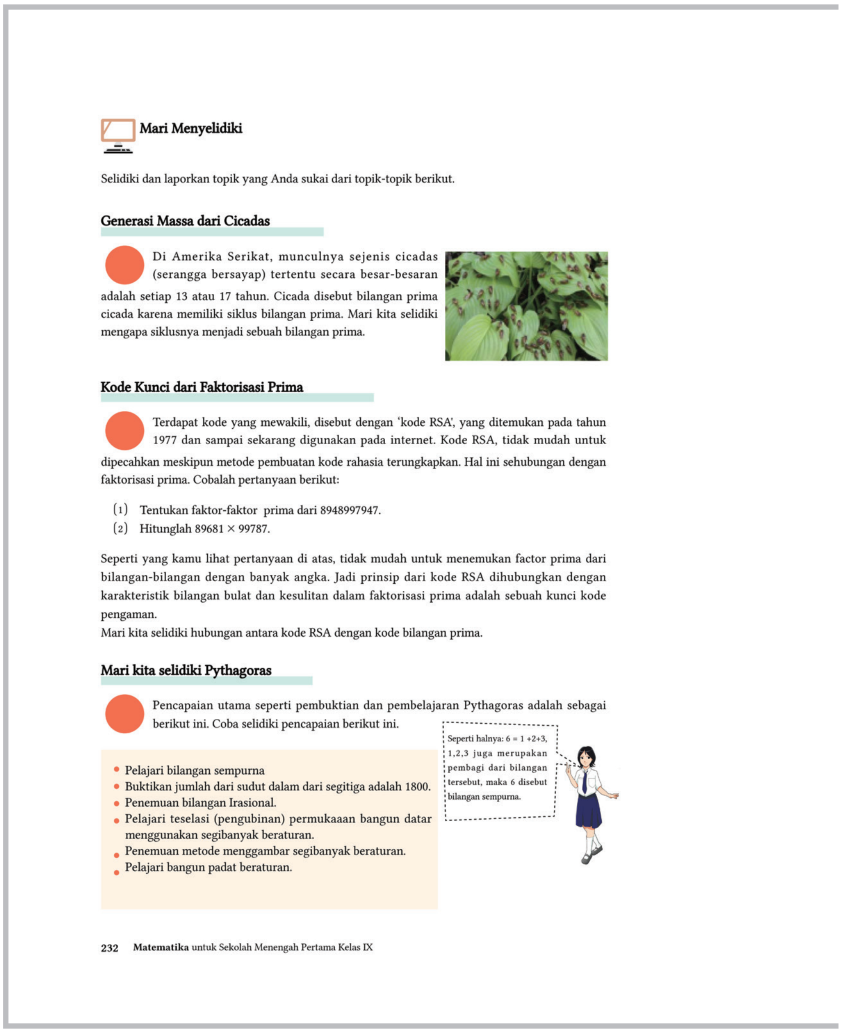
(1) $8948997947 = 89681 \times 99787$

(2) $89681 \times 99787 = 8948997947$

Bisa tidaknya memecahkan kode RSA bergantung pada bisa tidaknya memfaktorkan bilangan prima yang disampaikan. Dengan melihat "(1) 8948997947", siswa pun dapat memahami bahwa faktorisasi prima tidaklah mudah. Umumnya, pekerjaan memfaktorkan bilangan komposit menjadi faktor prima membutuhkan banyak waktu. Kesulitan dalam hal waktu itulah yang mendukung keamanan (fungsi kerahasiaan) dari kode RSA. Dengan kata lain, jika menyiapkan dan menggabungkan dua bilangan prima yang besar, kode tidak dapat dipecahkan dengan mudah meskipun metode dan kunci konfigurasi kode diketahui oleh pihak ketiga.

18. Mari kita selidiki Pythagoras

Bertujuan untuk mencari berbagai pencapaian Pythagoras dan meningkatkan minat siswa terhadap matematika.



Mari Menyelidiki

Selidiki dan laporkan topik yang Anda sukai dari topik-topik berikut.

Generasi Massa dari Cicadas

Di Amerika Serikat, munculnya sejenis cicadas (serangga bersayap) tertentu secara besar-besaran adalah setiap 13 atau 17 tahun. Cicada disebut bilangan prima cicada karena memiliki siklus bilangan prima. Mari kita selidiki mengapa siklusnya menjadi sebuah bilangan prima.

Kode Kunci dari Faktorisasi Prima

Terdapat kode yang mewakili, disebut dengan 'kode RSA', yang ditemukan pada tahun 1977 dan sampai sekarang digunakan pada internet. Kode RSA, tidak mudah untuk dipecahkan meskipun metode pembuatan kode rahasia terungkapkan. Hal ini sehubungan dengan faktorisasi prima. Cobalah pertanyaan berikut:

(1) Tentukan faktor-faktor prima dari 8948997947.
(2) Hitunglah 89681×99787.

Seperti yang kamu lihat pertanyaan di atas, tidak mudah untuk menemukan factor prima dari bilangan-bilangan dengan banyak angka. Jadi prinsip dari kode RSA dihubungkan dengan karakteristik bilangan bulat dan kesulitan dalam faktorisasi prima adalah sebuah kunci kode pengaman.
Mari kita selidiki hubungan antara kode RSA dengan kode bilangan prima.

Mari kita selidiki Pythagoras

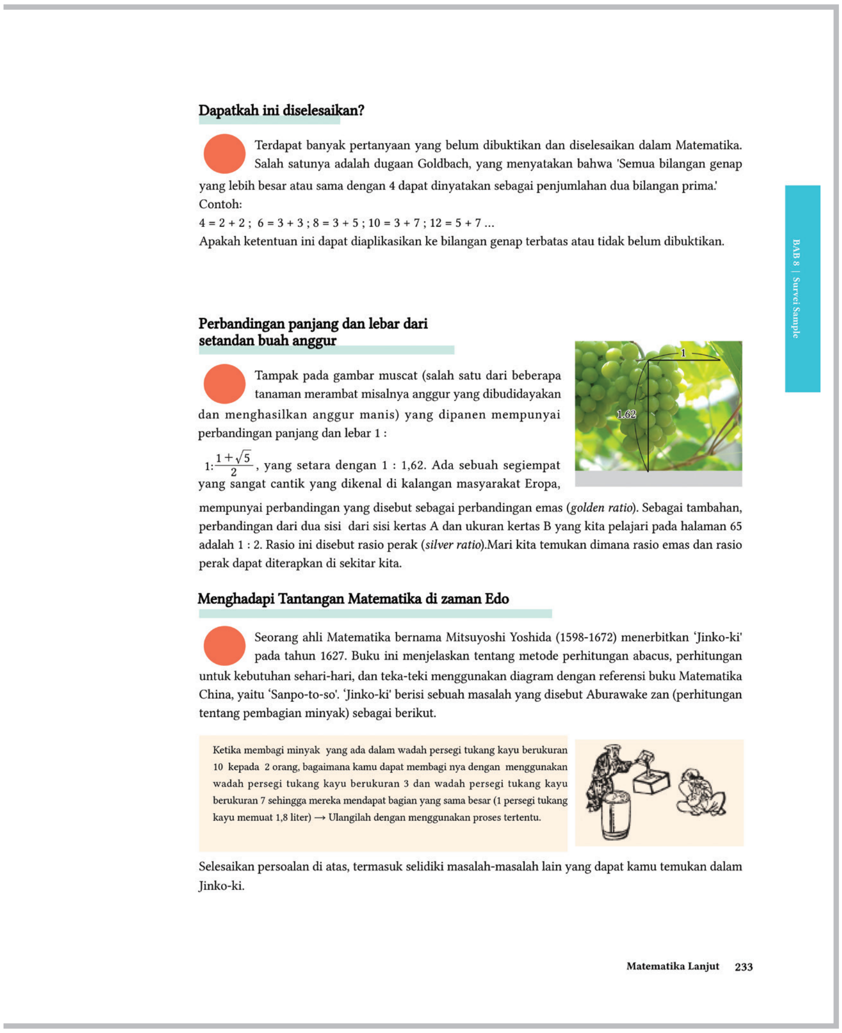
Pencapaian utama seperti pembuktian dan pembelajaran Pythagoras adalah sebagai berikut ini. Coba selidiki pencapaian berikut ini.

- Pelajari bilangan sempurna
- Buktikan jumlah dari sudut dalam dari segitiga adalah 1800.
- Penemuan bilangan Irasional.
- Pelajari teselasi (pengubinan) permukaaan bangun datar menggunakan segibanyak beraturan.
- Penemuan metode menggambar segibanyak beraturan.
- Pelajari bangun padat beraturan.

232 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Pythagoras membentuk kelompok yang disebut Pythagoreanisme dan melakukan berbagai penelitian. Ada banyak peninggalan pencapaian Pythagoras yang terkait dengan matematika, dan banyak yang dapat dipahami oleh siswa SMP. Siswa melakukan penelitian mengenai bilangan dan geometri (gambar) peninggalan Pythagoras di samping teorema Pythagoras, dan memahami manfaat dari cara pandang dan cara berpikirnya secara matematis.

Pencapaian Pythagoras juga dibahas pada buku pelajaran hlm. 257 dan pada bagian dalam sampul buku.



Dapatkah ini diselesaikan?

Terdapat banyak pertanyaan yang belum dibuktikan dan diselesaikan dalam Matematika. Salah satunya adalah dugaan Goldbach, yang menyatakan bahwa 'Semua bilangan genap yang lebih besar atau sama dengan 4 dapat dinyatakan sebagai penjumlahan dua bilangan prima.'
Contoh:
$4 = 2 + 2$; $6 = 3 + 3$; $8 = 3 + 5$; $10 = 3 + 7$; $12 = 5 + 7$ ...
Apakah ketentuan ini dapat diaplikasikan ke bilangan genap terbatas atau tidak belum dibuktikan.

Perbandingan panjang dan lebar dari setandan buah anggur

Tampak pada gambar muscat (salah satu dari beberapa tanaman merambat misalnya anggur yang dibudidayakan dan menghasilkan anggur manis) yang dipanen mempunyai perbandingan panjang dan lebar 1 : $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, yang setara dengan 1 : 1,62. Ada sebuah segiempat yang sangat cantik yang dikenal di kalangan masyarakat Eropa, mempunyai perbandingan yang disebut sebagai perbandingan emas (*golden ratio*). Sebagai tambahan, perbandingan dari dua sisi dari sisi kertas A dan ukuran kertas B yang kita pelajari pada halaman 65 adalah 1 : 2. Rasio ini disebut rasio perak (*silver ratio*).Mari kita temukan dimana rasio emas dan rasio perak dapat diterapkan di sekitar kita.

Menghadapi Tantangan Matematika di zaman Edo

Seorang ahli Matematika bernama Mitsuyoshi Yoshida (1598-1672) menerbitkan 'Jinko-ki' pada tahun 1627. Buku ini menjelaskan tentang metode perhitungan abacus, perhitungan untuk kebutuhan sehari-hari, dan teka-teki menggunakan diagram dengan referensi buku Matematika China, yaitu 'Sanpo-to-so'. 'Jinko-ki' berisi sebuah masalah yang disebut Aburawake zan (perhitungan tentang pembagian minyak) sebagai berikut.

Ketika membagi minyak yang ada dalam wadah persegi tukang kayu berukuran 10 kepada 2 orang, bagaimana kamu dapat membagi nya dengan menggunakan wadah persegi tukang kayu berukuran 3 dan wadah persegi tukang kayu berukuran 7 sehingga mereka mendapat bagian yang sama besar (1 persegi tukang kayu memuat 1,8 liter) → Ulangilah dengan menggunakan proses tertentu.

Selesaikan persoalan di atas, termasuk selidiki masalah-masalah lain yang dapat kamu temukan dalam Jinko-ki.

Matematika Lanjut 233

19. Dapatkah ini diselesaikan?

Bertujuan untuk membahas sejarah matematika dan bilangan prima, serta memberi tantangan pada siswa untuk menjawab soal yang belum terpecahkan.

Saat ini pun ada banyak orang yang tertarik pada bilangan prima. Salah satunya mengenai dugaan Goldbach yang masih belum terpecahkan, seperti pada contoh berikut ini.

(1) Masih belum dibuktikan apakah bilangan prima Mersenne jumlahnya tak terbatas, atau apakah bilangan komposit Mersenne jumlahnya tak terbatas.

(2) Masih belum dibuktikan apakah dua urutan bilangan prima yang disebut bilangan prima kembar, seperti 3 dan 5, 11 dan 15, jumlahnya tak terbatas.

20. Perbandingan panjang dan lebar dari setandan buah anggur

Bertujuan untuk memahami makna rasio yang disebut rasio emas (golden ratio) dan menemukan rasio emas pada karya seni maupun gambar.

Rasio emas telah digunakan dalam arsitektur dan karya seni sejak zaman Yunani kuno. Konon orang Yunani kuno percaya bahwa persegi panjang emas merupakan persegi panjang yang sempurna dan memberinya nilai khusus. Rasio emas digunakan pada patung Venus de Milo dan kuil Parthenon, serta lukisan-lukisan terkenal karya Leonardo da Vinci, misalnya "Perjamuan Terakhir", dan sebagainya. Dengan mempelajari contoh-contoh semacam itu, diharapkan siswa dapat memahami keindahan rasio emas, dan lebih jauh lagi, keindahan matematika.

21. Menghadapi Tantangan Matematika di zaman Edo

Bertujuan untuk membahas bagian dari kehidupan di zaman Edo dan meningkatkan minat terhadap budaya internasional dengan mengetahui masalah yang ada pada Jinko-ki.

Misalnya, jika memindahkan minyak dengan urutan sebagai berikut, maka minyak dapat dibagi dua secara adil pada urutan kesembilan.

	Urutan	Ukuran 10	Ukuran 7	Ukuran 3
①	10 ⟶7	3	7	0
②	7 ⟶3	3	4	3
③	3⟶10	6	4	0
④	7 ⟶3	6	1	3
⑤	3 ⟶10	9	1	0
⑥	7 ⟶3	9	0	1
⑦	10 ⟶7	2	7	1
⑧	7⟶3	2	5	3
⑨	3 ⟶10	5	5	0

Selain itu, di antara permasalahan matematika pada Jinko-ki, terdapat soal persamaan simultan seperti berikut.

"Harga 2 pohon hinoki cypress, 4 pohon pinus, dan 5 pohon cedar Jepang adalah 220 koin perak. Harga 5 pohon hinoki cypress, 3 pohon pinus, dan 4 pohon cedar Jepang adalah 275 koin perak. Jika harga 3 pohon hinoki cypress, 6 pohon pinus, dan 6 pohon cedar Jepang adalah 300 koin perak, berapakah harga masing-masing pohon?"

[Hinoki cypress 30 koin, pinus 15 koin, dan cedar Jepang 20 koin perak]

Apakah Dunia akan Berakhir di Tahun 2038?

Tujuan

Peserta didik dapat mengetahui sistem bilangan biner (basis 2), sistem bilangan desimal (basis 10), dan sebagainya untuk merepresentasikan bilangan, serta dapat memahami bahwa bilangan biner digunakan pada komputer.

Jawaban

1

(1) 1011 (2) 15

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Penggunaan halaman ini

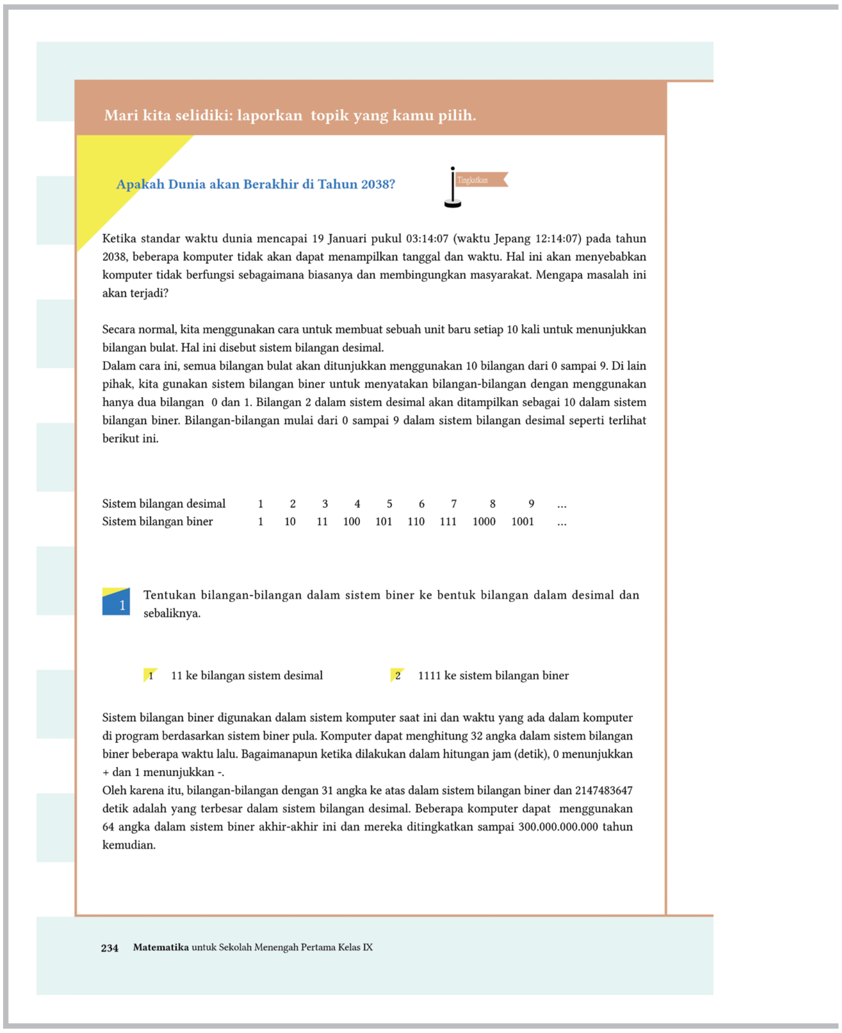
Dalam masyarakat yang berorientasi pada informasi, komputer telah menjadi salah satu hal yang sangat diperlukan dalam kehidupan. Tetapi, hanya ada sedikit kesempatan untuk mengetahui mekanismenya. Meski tidak menjadi kekacauan besar, sebelumnya pernah terjadi "masalah tahun 2000 (Y2K bug)". Melalui pembelajaran ini, berikan kesempatan kepada siswa untuk memikirkan masalah yang berhubungan dengan komputer, misalnya "masalah tahun 2038", sebagai tema yang familier dengan diri mereka.

2. Pembahasan 1

Dengan menunjukkan sistem bilangan desimal dan sistem bilangan biner secara umum, lalu memastikan kenaikan posisi titik desimalnya, kita dapat memahami mekanisme nilai tempatnya dengan mudah.

Sama seperti posisi titik desimal yang dinyatakan dengan posisi 100(=1), 101, 102, dan seterusnya, dalam sistem bilangan biner pun dinyatakan dengan posisi 20, 21, 22, dan seterusnya. Notasi desimal 11 pada (1) dapat diubah menjadi notasi biner dengan cara dibagi 2 seperti yang ditunjukkan di bawah ini dan menyusun angka-angkanya dalam urutan yang ditunjukkan anak panah.

$$\begin{array}{rl} 2\,\underline{)\ 11} & \\ 2\,\underline{)\ \ 5} & \ldots 1 \\ 2\,\underline{)\ \ 2} & \ldots 1 \\ 1 & \ldots 0 \end{array}$$



Mari kita selidiki: laporkan topik yang kamu pilih.

Apakah Dunia akan Berakhir di Tahun 2038?

Tingkatkan

Ketika standar waktu dunia mencapai 19 Januari pukul 03:14:07 (waktu Jepang 12:14:07) pada tahun 2038, beberapa komputer tidak akan dapat menampilkan tanggal dan waktu. Hal ini akan menyebabkan komputer tidak berfungsi sebagaimana biasanya dan membingungkan masyarakat. Mengapa masalah ini akan terjadi?

Secara normal, kita menggunakan cara untuk membuat sebuah unit baru setiap 10 kali untuk menunjukkan bilangan bulat. Hal ini disebut sistem bilangan desimal.
Dalam cara ini, semua bilangan bulat akan ditunjukkan menggunakan 10 bilangan dari 0 sampai 9. Di lain pihak, kita gunakan sistem bilangan biner untuk menyatakan bilangan-bilangan dengan menggunakan hanya dua bilangan 0 dan 1. Bilangan 2 dalam sistem desimal akan ditampilkan sebagai 10 dalam sistem bilangan biner. Bilangan-bilangan mulai dari 0 sampai 9 dalam sistem bilangan desimal seperti terlihat berikut ini.

Sistem bilangan desimal	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Sistem bilangan biner	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	...

1 Tentukan bilangan-bilangan dalam sistem biner ke bentuk bilangan dalam desimal dan sebaliknya.

1 11 ke bilangan sistem desimal 2 1111 ke sistem bilangan biner

Sistem bilangan biner digunakan dalam sistem komputer saat ini dan waktu yang ada dalam komputer di program berdasarkan sistem biner pula. Komputer dapat menghitung 32 angka dalam sistem bilangan biner beberapa waktu lalu. Bagaimanapun ketika dilakukan dalam hitungan jam (detik), 0 menunjukkan + dan 1 menunjukkan -.
Oleh karena itu, bilangan-bilangan dengan 31 angka ke atas dalam sistem bilangan biner dan 2147483647 detik adalah yang terbesar dalam sistem bilangan desimal. Beberapa komputer dapat menggunakan 64 angka dalam sistem biner akhir-akhir ini dan mereka ditingkatkan sampai 300.000.000.000 tahun kemudian.

234 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Selain itu, 1111 dalam notasi biner pada (2) menjadi 15 dalam notasi desimal dari
$1111=2^3\times1+2^2\times1+2^1\times1+1$.

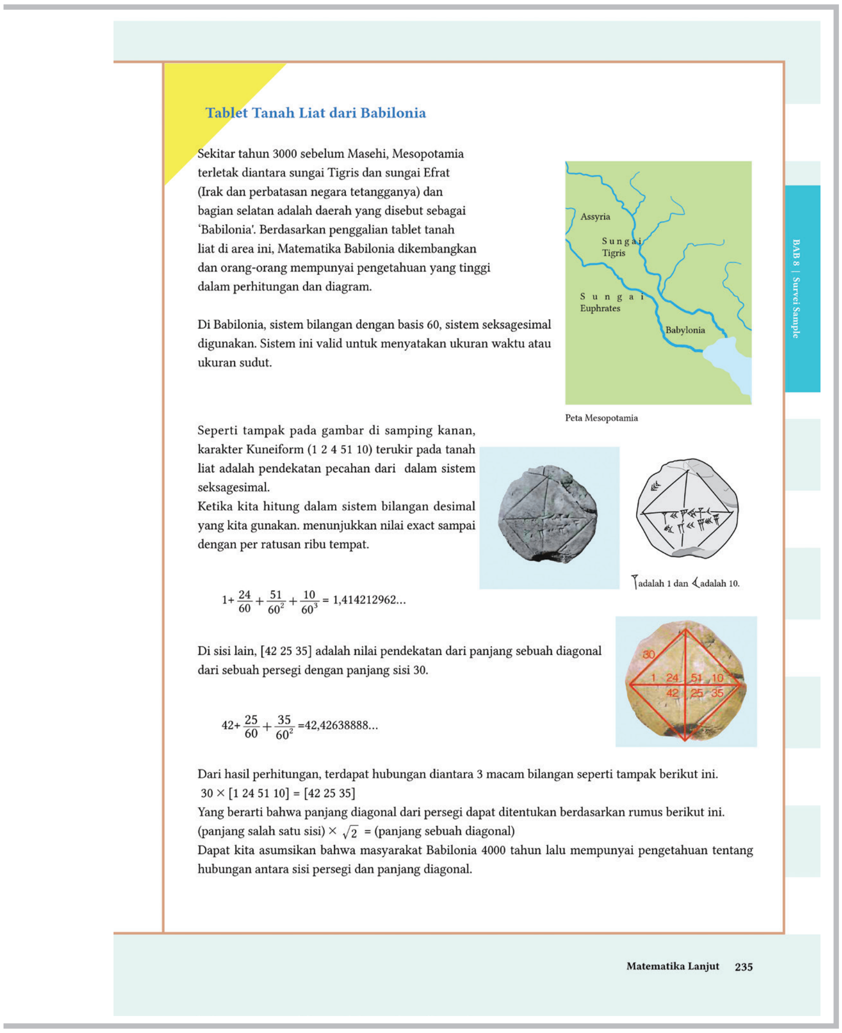
Guru juga dapat menyinggung cara pandang umum (relasi n-ary) dengan membahas sistem bilangan terner dan sebagainya.

Referensi

Relasi n-ary lainnya

Selain sistem bilangan biner dan desimal, cara menyatakan bilangan juga dilakukan dengan menggunakan duo desimal dan seksagesimal sebagai satuan untuk menyatakan waktu dan sudut. Selain itu, pada komputer juga digunakan sistem oktal dan heksadesimal.

Sebagai tambahan, buku pelajaran hlm. 207-208 membahas tentang mekanisme Braille sebagai tema yang berkaitan dengan sistem biner.



Tablet Tanah Liat dari Babilonia

Sekitar tahun 3000 sebelum Masehi, Mesopotamia terletak diantara sungai Tigris dan sungai Efrat (Irak dan perbatasan negara tetangganya) dan bagian selatan adalah daerah yang disebut sebagai 'Babilonia'. Berdasarkan penggalian tablet tanah liat di area ini, Matematika Babilonia dikembangkan dan orang-orang mempunyai pengetahuan yang tinggi dalam perhitungan dan diagram.

Di Babilonia, sistem bilangan dengan basis 60, sistem seksagesimal digunakan. Sistem ini valid untuk menyatakan ukuran waktu atau ukuran sudut.

Peta Mesopotamia

Seperti tampak pada gambar di samping kanan, karakter Kuneiform (1 2 4 51 10) terukir pada tanah liat adalah pendekatan pecahan dari dalam sistem seksagesimal.
Ketika kita hitung dalam sistem bilangan desimal yang kita gunakan. menunjukkan nilai exact sampai dengan per ratusan ribu tempat.

adalah 1 dan adalah 10.

$$1+\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}=1,414212962\ldots$$

Di sisi lain, [42 25 35] adalah nilai pendekatan dari panjang sebuah diagonal dari sebuah persegi dengan panjang sisi 30.

$$42+\frac{25}{60}+\frac{35}{60^2}=42,42638888\ldots$$

Dari hasil perhitungan, terdapat hubungan diantara 3 macam bilangan seperti tampak berikut ini.
$30 \times [1\ 24\ 51\ 10] = [42\ 25\ 35]$
Yang berarti bahwa panjang diagonal dari persegi dapat ditentukan berdasarkan rumus berikut ini.
(panjang salah satu sisi) $\times \sqrt{2}$ = (panjang sebuah diagonal)
Dapat kita asumsikan bahwa masyarakat Babilonia 4000 tahun lalu mempunyai pengetahuan tentang hubungan antara sisi persegi dan panjang diagonal.

Matematika Lanjut 235

Tablet Tanah Liat dari Babilonia

• Tujuan •

Peserta didik memiliki minat terhadap arti huruf yang tertulis pada tablet tanah liat Babilonia kuno dan dapat memahami bahwa huruf tersebut menunjukkan panjang diagonal persegi.

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Angka Babilonia

Orang Babilonia meninggalkan banyak dokumen yang ditulis dalam huruf paku pada tablet tanah liat. Jumlahnya dikatakan mencapai sekitar 500.000 tablet. Matematika Babilonia dapat ditemukan pada lebih dari 400 tablet tanah liat yang digali sejak tahun 1850, dan sebagian besar tablet tanah liat yang direstorasi berasal dari tahun 1800 SM-1600 SM. Tablet tanah liat tersebut membahas konsep pecahan, aljabar, persamaan kuadrat, persamaan kubik, tripel Pythagoras, termasuk tabel perkalian, tabel trigonometri, serta solusi persamaan linier dan persamaan kuadrat.

Selain itu, pada tablet tanah liat tersebut juga tertulis mengenai notasi posisi bilangan seksagesimal (dengan angka 60 sebagai basisnya). Pada zaman modern, sistem ini digunakan untuk mengukur waktu dan sudut, seperti 1 menit sama dengan 60 detik, 1 jam sama dengan 60 menit, sebuah lingkaran memiliki sudut 360°, dan sebagainya.
Fakta bahwa bilangan 60 memiliki banyak pembagi telah mempercepat kemajuan matematika Babilonia. Selain 1 dan 10, ada bilangan yang menunjukkan 60, 3600 (=602), dan 36000 (=602×10). Matematika Babilonia memiliki notasi posisi yang tepat. Namun, karena tidak ada koma desimal, terkadang harus menyimpulkan nilai numerik yang ditunjukkan dari konteksnya.

Foto pada buku pelajaran adalah tablet tanah liat di Universitas Yale yang memberikan perkiraan akurat sampai lima koma desimal dari akar kuadrat. Angka 3 sering digunakan sebagai nilai Pi untuk perhitungan praktis, tetapi dikenal pula perkiraan yang lebih akurat, yaitu $\frac{22}{7}$.

2. Perbandingan 1 : √ 2 lainnya (rasio perak)

Persegi panjang yang satu sisi dengan sisi lainnya memiliki perbandingan $1 : \sqrt{2}$ disebut persegi panjang perak. Ukuran kertas yang ditetapkan standar internasional adalah persegi panjang perak karena perbandingan sisi pendek dan panjangnya $1 : \sqrt{2}$.

"Mona Lisa" karya Leonardo da Vinci diketahui memiliki rasio aspek mendekati $\sqrt{2} : 1$. Secara umum, banyak lonceng kuno Jepang yang memiliki rasio mendekati $\sqrt{2}$, dengan asumsi garis tengah lonceng adalah 1 dan tinggi lonceng sampai ke mahkota adalah 1,41. Sebenarnya, garis tengah lonceng kuil Hokoji di Kyoto (bernama "kokka-anko" dan merupakan lonceng terkenal dalam sejarah) adalah 276 cm, tinggi sampai mahkotanya 390 cm, dan rasionya 1:1,413.

Menciptakan Kandang Kelinci

• Tujuan •

1. Peserta didik dapat menangkap perubahan luas lapangan olahraga dan nilai maksimum lapangan olahraga dengan memanfaatkan metode penyelidikan fungsi yang telah dipelajari sejauh ini.
2. Peserta didik dapat memahami adanya hubungan fungsi (fungsi kuadrat umum) pada hal yang ada di sekitar, di mana grafik yang menjadi parabola tidak melalui titik nol, dan dapat memperdalam cara pandang dan cara berpikir mengenai fungsi.

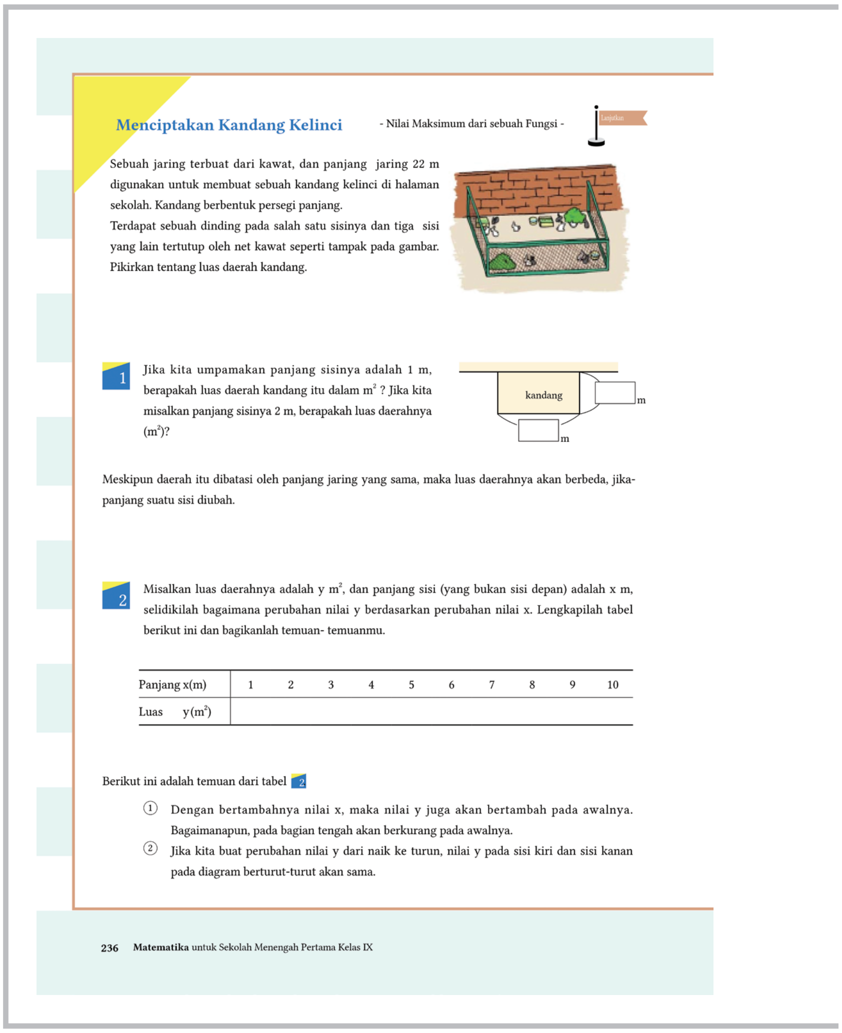
Jawaban

1

Jika panjang sisinya 1 m, luasnya 20 m^2.
Jika panjang sisinya 2 m, luasnya 36 m^2.

2

x (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y (m^2)	**20**	**36**	**48**	**56**	**60**	**60**	**56**	**48**	**36**	**20**


Menciptakan Kandang Kelinci - Nilai Maksimum dari sebuah Fungsi -

Lanjutkan

Sebuah jaring terbuat dari kawat, dan panjang jaring 22 m digunakan untuk membuat sebuah kandang kelinci di halaman sekolah. Kandang berbentuk persegi panjang.
Terdapat sebuah dinding pada salah satu sisinya dan tiga sisi yang lain tertutup oleh net kawat seperti tampak pada gambar. Pikirkan tentang luas daerah kandang.

1 Jika kita umpamakan panjang sisinya adalah 1 m, berapakah luas daerah kandang itu dalam m^2 ? Jika kita misalkan panjang sisinya 2 m, berapakah luas daerahnya (m^2)?

Meskipun daerah itu dibatasi oleh panjang jaring yang sama, maka luas daerahnya akan berbeda, jika-panjang suatu sisi diubah.

2 Misalkan luas daerahnya adalah y m^2, dan panjang sisi (yang bukan sisi depan) adalah x m, selidikilah bagaimana perubahan nilai y berdasarkan perubahan nilai x. Lengkapilah tabel berikut ini dan bagikanlah temuan- temuanmu.

Panjang x(m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Luas y(m^2)										

Berikut ini adalah temuan dari tabel 2

① Dengan bertambahnya nilai x, maka nilai y juga akan bertambah pada awalnya. Bagaimanapun, pada bagian tengah akan berkurang pada awalnya.
② Jika kita buat perubahan nilai y dari naik ke turun, nilai y pada sisi kiri dan sisi kanan pada diagram berturut-turut akan sama.

236 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Pembahasan 1

Memastikan perubahan luas lapangan olahraga dan perubahan panjang sisi (lebar) dengan menggunakan nilai numerik konkret.

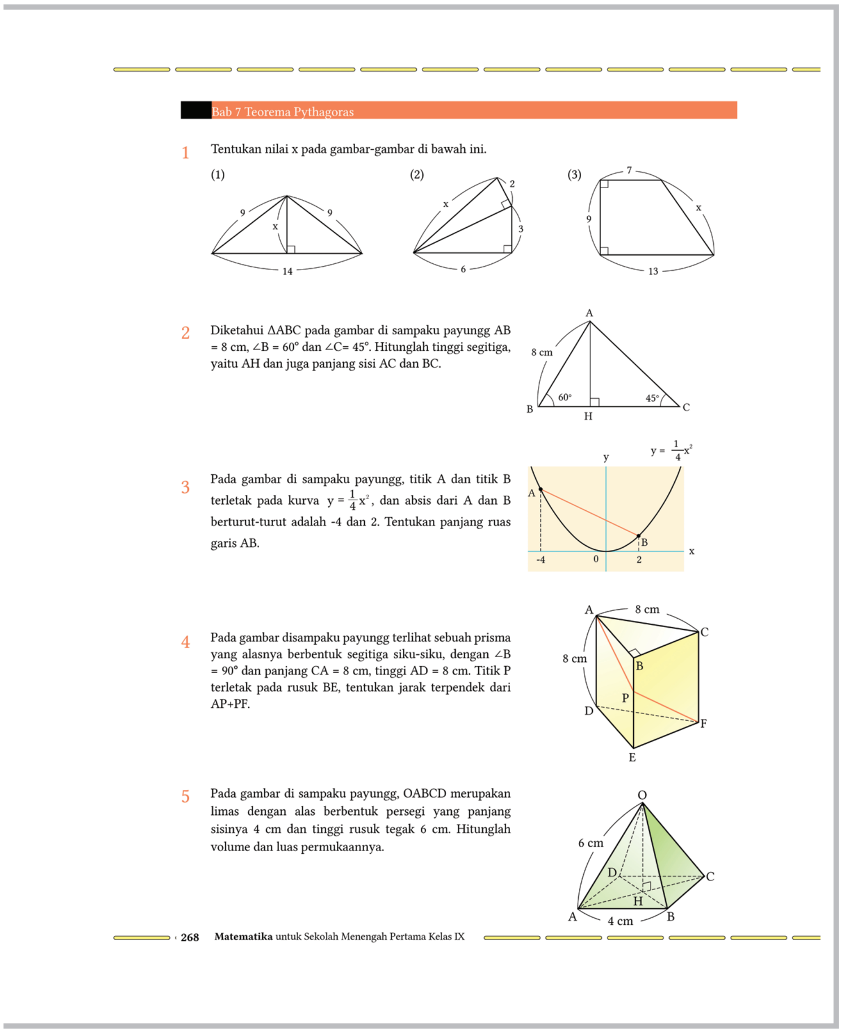
Pada tahap ini, siswa memperkirakan pada situasi seperti apa lapangan olahraga akan menjadi paling besar. Kemudian, bantu agar siswa mengetahui bahwa mereka dapat menggunakan tabel dan grafik yang telah dipelajari sebagai cara untuk mengonfirmasi perkiraan mereka.

Secara umum, dengan syarat keliling persegi panjang adalah tetap, luas lapangan akan menjadi paling besar ketika panjang dan lebarnya sama. Dengan kata, lain ketika berbentuk persegi. Namun, dalam soal ini dinding menjadi salah satu sisi persegi panjang dan panjang keliling lapangan olahraga tidak tetap, sehingga tidak dapat diperhitungkan dengan cara yang sama.

2. Pembahasan 2

Karakteristik perubahan yang dijelaskan pada ① dan ② sesuai dengan karakteristik perubahan fungsi $y = ax^2$ ($a < 0$) yang dipelajari pada bab 4.

Dari tabel pada bagian 2, jika mencari tahu kenaikan y ketika nilai x bertambah 1, maka akan diketahui bahwa kenaikan y menjadi semakin kecil dan nilai maksimum y adalah ketika terjadi perubahan berupa penurunan. Kaitkan hal tersebut dengan bagian 3 pada halaman berikutnya.



Bab 7 Teorema Pythagoras

1 Tentukan nilai x pada gambar-gambar di bawah ini.

(1) (2) (3)

2 Diketahui ΔABC pada gambar di sampaku payungg AB = 8 cm, $\angle B = 60°$ dan $\angle C = 45°$. Hitunglah tinggi segitiga, yaitu AH dan juga panjang sisi AC dan BC.

3 Pada gambar di sampaku payungg, titik A dan titik B terletak pada kurva $y = \frac{1}{4}x^2$, dan absis dari A dan B berturut-turut adalah -4 dan 2. Tentukan panjang ruas garis AB.

4 Pada gambar disampaku payungg terlihat sebuah prisma yang alasnya berbentuk segitiga siku-siku, dengan $\angle B = 90°$ dan panjang CA = 8 cm, tinggi AD = 8 cm. Titik P terletak pada rusuk BE, tentukan jarak terpendek dari AP+PF.

5 Pada gambar di sampaku payungg, OABCD merupakan limas dengan alas berbentuk persegi yang panjang sisinya 4 cm dan tinggi rusuk tegak 6 cm. Hitunglah volume dan luas permukaannya.

268 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

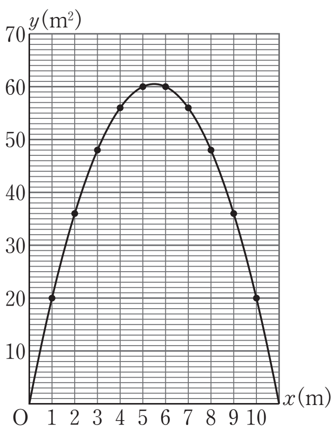
Jawaban

3

5.5, 60.5

4

1



2 Grafiknya simetris, dan garis lurus x = 5,5 adalah sumbu simetrinya. Oleh karena itu, prediksi 3 dianggap tepat.

3. Pembahasan 4

Dari deretan titiknya, pastikan bahwa grafik berbentuk parabola. Oleh karena itu, sebisa mungkin buatlah banyak titik, termasuk jika nilai x desimal.

Selanjutnya, baca bahwa sumbu parabola ini adalah garis lurus x = 5,5 dan koordinat titik puncaknya adalah (5,5 dan 60,5).

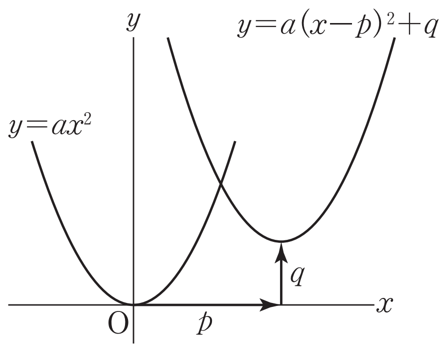
4. Fungsi kuadrat

Dengan memberitahukan mengenai hubungan dua fungsi di mana $y = 22x^2 - x^2$ dan $y = -2x^2$ disebut sebagai fungsi kuadrat, buku ini menjembatani pembelajaran fungsi kuadrat yang dibahas pada Matematika SMA I.

Referensi **Grafik fungsi kuadrat**

Grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ berbentuk parabola dengan garis lurus $x = p$ sebagai sumbunya dan titik (p dan q) sebagai titik puncaknya jika ditransformasikan ke dalam bentuk $y = a(x - p)^2 + q$.

Yaitu parabola yang hanya menggeser $y = ax^2$ grafik ke arah sumbu x dan q ke arah p, y secara sejajar (buku pelajaran hlm. 236).



Di manakah Pusat Gravitasi dari Sebuah Segitiga?

• Tujuan •

Peserta didik dapat memahami arti pusat gravitasi dari sebuah segitiga melalui operasi membuat segitiga dan dapat membuktikan sifat-sifatnya dengan menggunakan teorema titik tengah.

Jawaban

1

Lakukan dengan metode berikut ini.

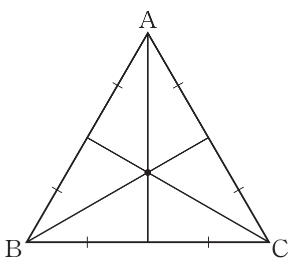
① Titik potong garis tengah (pusat gravitasi)

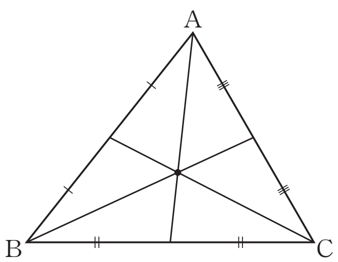
② Titik potong tegak lurus yang dibuat dari titik puncak ke sisi yang berlawanan (orthocenter)

③ Titik potong garis berat tegak lurus pada sisinya (circumcenter)

④ Titik potong garis berat pada sudutnya (pusat)

<metode a>





3

Tiga median segitiga berpotongan di satu titik.

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Pembahasan 1 dan 2

Secara intuitif, siswa dapat menemukan titik agar segitiga berputar dengan baik. Metode a-d yang ditunjukkan pada bagian jawaban semuanya sesuai untuk segitiga sama sisi, tetapi untuk segitiga umum harus menggunakan metode a.

Bab 8 Survei Sampel

1 Cara apa yang lebih cocok untuk meneliti hal-hal berikut ini, survei populasi atau survei sampel?

(1) Sensus penduduk untuk mengetahui jumlah penduduk di suatu negara.
(2) Survei tingkat polusi tanah.
(3) Pemeriksaan kualitas obat di suatu pabrik perusahaan farmasi.
(4) Pemeriksaan kehadiran siswa di sebuah sekolah.
(5) Jajak pendapat publik yang dibuat oleh suatu surat kabar.

2 Data di bawah ini menunjukkan tinggi badan 10 murid laki-laki kelas 3 SMP di sebuah sekolah yang diambil secara acak untuk memperkirakan rata-rata populasinya. Buatlah perkiraan dari tinggi badan rata-rata murid laki-laki pada di sekolah tersebut.

(unit: cm)

155, 176, 161, 165, 157, 163, 170, 168, 171, 164

3 Dalam sebuah kantong terdapat bola merah dan bola putih yang totalnya 500 buah. Setelah tercampur merata, diambil 20 bola dan dihitung jumlah bola merah dan jumlah bola putih, kemudian dimasukkan kembali ke dalam kantong. Tabel berikut ini menunjukkan hasil percobaan yang diulang sebanyak 5 kali. Berdasarkan hasil ini, perkirakan jumlah semua bola merah yang terdapat di dalam kantong.

Percobaan ke-	1	2	3	4	5
Jumlah Bola Merah	12	13	11	12	12
Jumlah Bola Putih	8	7	9	8	8

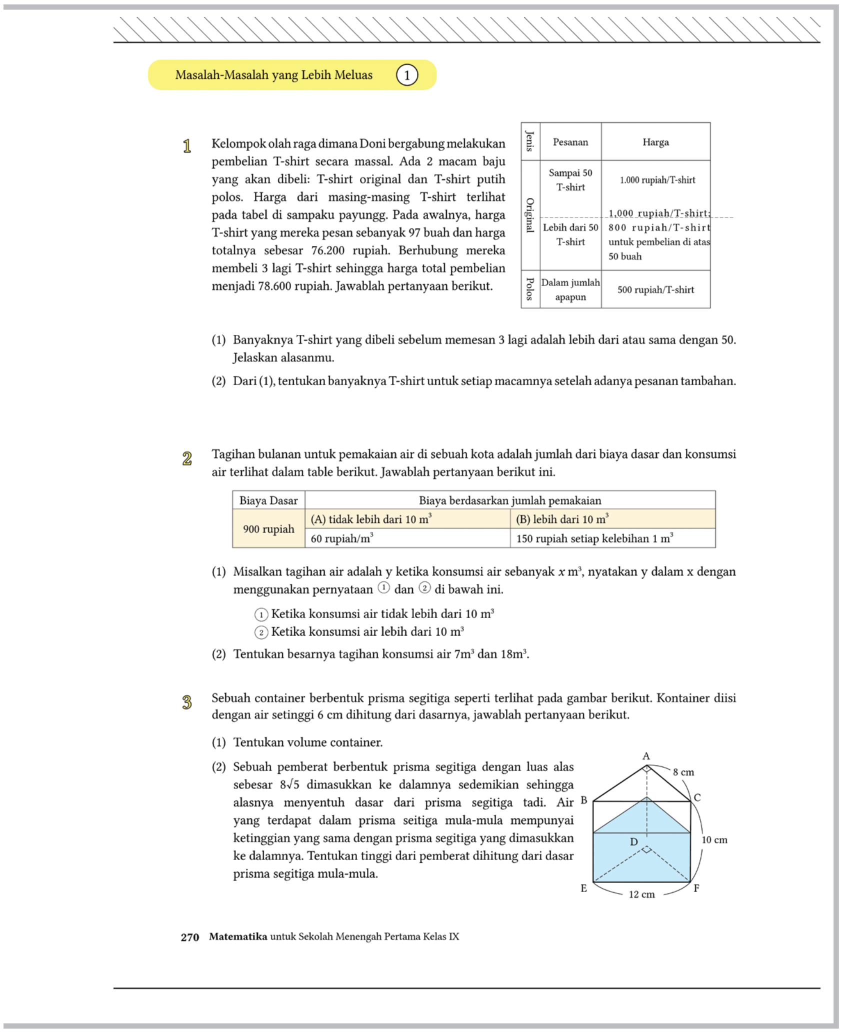
4 Untuk memperkirakan populasi ikan di dalam kolam, kita menebarkan jaring dan menangkap 58 ekor ikan. Kemudian ikan-ikan tersebut ditandai lalu dilepaskan lagi ke dalam kolam. Sebulan kemudian jaring ditebarkan lagi dan tertangkap 45 ekor ikan, 8 di antaranya memiliki tanda. Perkirakaan jumlah ikan dalam kolam tersebut, bulatkan hasilnya ke puluhan terdekat.

Mengulang Pelajaran SMP IX 269

Untuk menemukan titik agar segitiga dapat berputar dengan baik melalui 1 dan 2, bantu siswa untuk mengetahui caranya dengan menggambar ruas garis yang menghubungkan titik puncak dan titik tengah sisi yang menghadapnya, lalu temukan titik potongnya.

2. Pembahasan 3

Beritahu siswa mengenai arti istilah "median" dan bantu agar mereka mengetahui bahwa dengan menggambar tiga median segitiga, ketiganya akan berpotongan di satu titik. Siswa yang peka mungkin pada tahap ini akan menyadari bahwa masing-masing median dibagi menjadi 2:1 oleh titik potongnya. Selanjutnya, beri tahu siswa bahwa titik potong tiga median segitiga disebut sebagai "pusat gravitasi". Definisi pusat gravitasi secara ilmiah adalah titik pusat dari gravitasi, dan ungkapan "benda akan seimbang jika pusat gravitasi rendah" sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari.



Masalah-Masalah yang Lebih Meluas ①

1 Kelompok olah raga dimana Doni bergabung melakukan pembelian T-shirt secara massal. Ada 2 macam baju yang akan dibeli: T-shirt original dan T-shirt putih polos. Harga dari masing-masing T-shirt terlihat pada tabel di sampaku payungg. Pada awalnya, harga T-shirt yang mereka pesan sebanyak 97 buah dan harga totalnya sebesar 76.200 rupiah. Berhubung mereka membeli 3 lagi T-shirt sehingga harga total pembelian menjadi 78.600 rupiah. Jawablah pertanyaan berikut.

Jenis	Pesanan	Harga
Original	Sampai 50 T-shirt	1.000 rupiah/T-shirt
	Lebih dari 50 T-shirt	1,000 rupiah/T-shirt; 800 rupiah/T-shirt untuk pembelian di atas 50 buah
Polos	Dalam jumlah apapun	500 rupiah/T-shirt

(1) Banyaknya T-shirt yang dibeli sebelum memesan 3 lagi adalah lebih dari atau sama dengan 50. Jelaskan alasanmu.

(2) Dari (1), tentukan banyaknya T-shirt untuk setiap macamnya setelah adanya pesanan tambahan.

2 Tagihan bulanan untuk pemakaian air di sebuah kota adalah jumlah dari biaya dasar dan konsumsi air terlihat dalam table berikut. Jawablah pertanyaan berikut ini.

Biaya Dasar	Biaya berdasarkan jumlah pemakaian	
900 rupiah	(A) tidak lebih dari 10 m^3	(B) lebih dari 10 m^3
	60 rupiah/m^3	150 rupiah setiap kelebihan 1 m^3

(1) Misalkan tagihan air adalah y ketika konsumsi air sebanyak x m^3, nyatakan y dalam x dengan menggunakan pernyataan ① dan ② di bawah ini.

① Ketika konsumsi air tidak lebih dari 10 m^3

② Ketika konsumsi air lebih dari 10 m^3

(2) Tentukan besarnya tagihan konsumsi air $7m^3$ dan $18m^3$.

3 Sebuah container berbentuk prisma segitiga seperti terlihat pada gambar berikut. Kontainer diisi dengan air setinggi 6 cm dihitung dari dasarnya, jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan volume container.

(2) Sebuah pemberat berbentuk prisma segitiga dengan luas alas sebesar $8\sqrt{5}$ dimasukkan ke dalamnya sedemikian sehingga alasnya menyentuh dasar dari prisma segitiga tadi. Air yang terdapat dalam prisma seitiga mula-mula mempunyai ketinggian yang sama dengan prisma segitiga yang dimasukkan ke dalamnya. Tentukan tinggi dari pemberat dihitung dari dasar prisma segitiga mula-mula.

270 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Jawaban

4

1 (1) 24,12 (2) 30,15
(3) 26,13 (4) Keduanya adalah nilai perkiraan
<Perkiraan> : Pusat gravitasi dari segitiga adalah titik yang membagi median dengan perbandingan 2:1.

2 Menghubungkan F dan E.
Titik F dan E pada $\triangle ABC$ masing-masing adalah titik tengah sisi AB dan AC, sehingga FE//BC dan FE = $\frac{1}{2}$ BC.
Dari FE//BC yang terletak pada $\triangle GBC$ dan $\triangle GEF$, maka $\angle GBC = \angle GEF$ ① dan $\angle GCB = \angle GFE$②.
Dari ① dan ②, karena dua pasangan sudut masing-masing sama dan $\triangle GBC \sim \triangle GEF$,
BG : GE = CG : GF = BC : FE = 2 : 1 dan menghubungkan D dan E.
Titik E dan D pada $\triangle ABC$ masing-masing adalah titik tengah sisi CA dan CB, sehingga ED//AB, ED = $\frac{1}{2}$ AB.
Sama seperti di atas, pada $\triangle G'AB$ dan $\triangle G'DE$, $\triangle G'AB \sim \triangle G'DE$, sehingga BG′ : G′E = AG′: G′D = AB : DE = 2 : 1.

3. Pembahasan 4 1

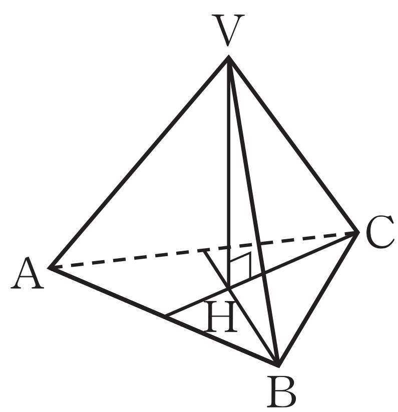
Tiga median segitiga adalah soal untuk memahami secara intuitif mengenai rasio 2 : 1 melalui pusat gravitasi. Minta peserta didik untuk menyelidiki segitiga lainnya dengan cara yang sama.

4. Pembahasan 4 2

Peserta didik memahami bahwa titik potong median masing-masing adalah G dan G', karena kedua titik potong tersebut tidak terbukti sesuai. Dengan pembuktian tersebut, G dan G' untuk pertama kalinya dapat dikatakan sama. Pada pembuktiannya di sini, siswa harus memikirkan baik-baik kegunaan teorema titik tengah.

Referensi Menemukan tinggi limas

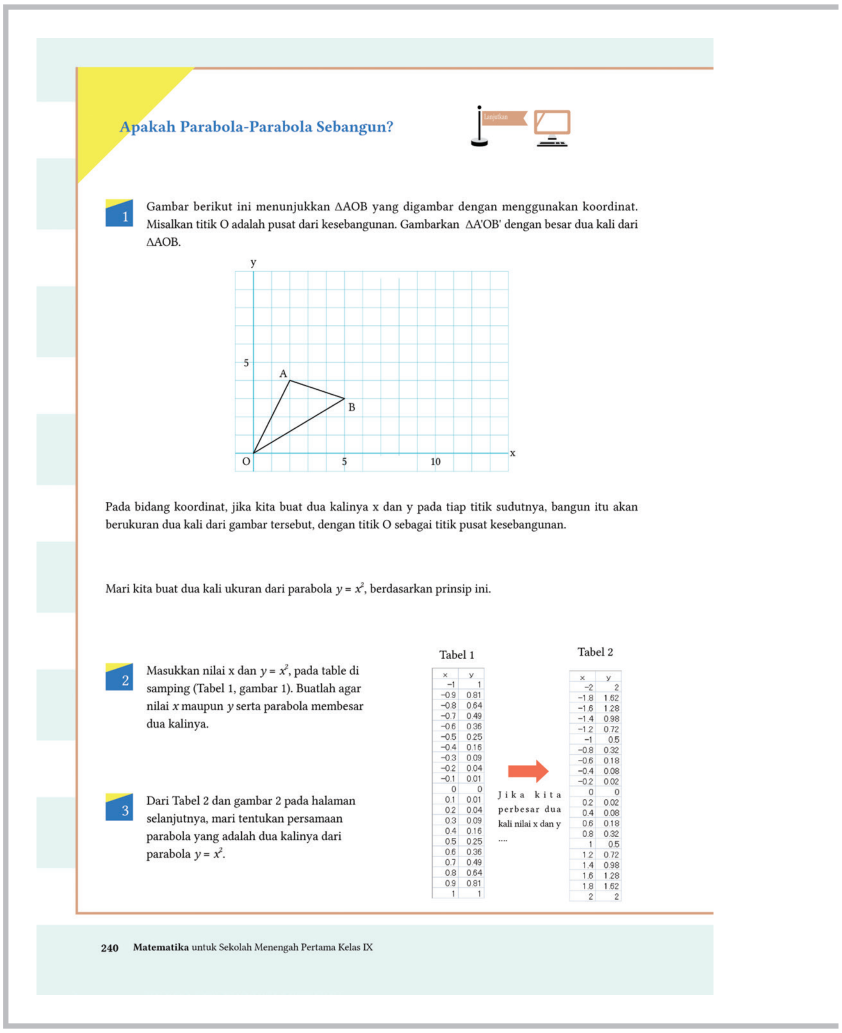
Setelah mempelajari teorema Pythagoras, peserta didik dapat menemukan tinggi limas (atau piramida segitiga sama sisi) dengan menggunakan pusat gravitasi dari sebuah segitiga. Hal ini dapat dibahas sebagai pembelajaran pengembangan. Pada gambar limas di sebelah kanan, titik H adalah pusat gravitasi $\triangle ABC$. Jika salah satu sisi limas ini berukuran 6 cm, maka tinggi VH menjadi $2\sqrt{6}$ cm.



Apakah Parabola-Parabola Sebangun?

• Tujuan •

Melalui kegiatan memperbesar gambar parabola dan menyelidiki koordinat dua parabola, peserta didik dapat memahami bahwa semua parabola adalah sebangun.



Apakah Parabola-Parabola Sebangun?

1 Gambar berikut ini menunjukkan ΔAOB yang digambar dengan menggunakan koordinat. Misalkan titik O adalah pusat dari kesebangunan. Gambarkan $\Delta A'OB'$ dengan besar dua kali dari ΔAOB.

Pada bidang koordinat, jika kita buat dua kalinya x dan y pada tiap titik sudutnya, bangun itu akan berukuran dua kali dari gambar tersebut, dengan titik O sebagai titik pusat kesebangunan.

Mari kita buat dua kali ukuran dari parabola $y = x^2$, berdasarkan prinsip ini.

2 Masukkan nilai x dan $y = x^2$, pada table di samping (Tabel 1, gambar 1). Buatlah agar nilai x maupun y serta parabola membesar dua kalinya.

3 Dari Tabel 2 dan gambar 2 pada halaman selanjutnya, mari tentukan persamaan parabola yang adalah dua kalinya dari parabola $y = x^2$.

Tabel 1

x	y
−1	1
−0.9	0.81
−0.8	0.64
−0.7	0.49
−0.6	0.36
−0.5	0.25
−0.4	0.16
−0.3	0.09
−0.2	0.04
−0.1	0.01
0	0
0.1	0.01
0.2	0.04
0.3	0.09
0.4	0.16
0.5	0.25
0.6	0.36
0.7	0.49
0.8	0.64
0.9	0.81
1	1

Jika kita perbesar dua kali nilai x dan y ....

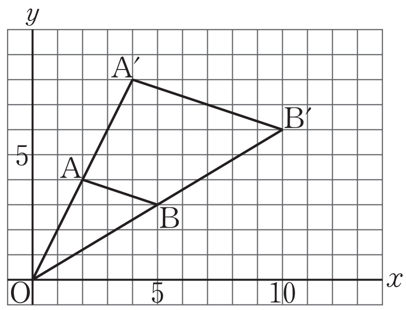
Tabel 2

x	y
−2	2
−1.8	1.62
−1.6	1.28
−1.4	0.98
−1.2	0.72
−1	0.5
−0.8	0.32
−0.6	0.18
−0.4	0.08
−0.2	0.02
0	0
0.2	0.02
0.4	0.08
0.6	0.18
0.8	0.32
1	0.5
1.2	0.72
1.4	0.98
1.6	1.28
1.8	1.62
2	2

240 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Jawaban

1



2

Dihilangkan

3

$y = \frac{1}{2}x^2$

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Parabola menjadi sebangun

Ada dua cara untuk melihat hubungan antara grafik $y=x^2$ dan grafik $y=ax^2$. Pertama adalah dengan cara pandang bahwa nilai y dikalikan dengan a untuk nilai x yang sama. Berikutnya adalah dengan cara pandang bahwa titik nol diperbesar (diperkecil) $\frac{1}{a}$ kali sebagai pusat sebangun. Cara pandang pertama juga dibahas pada buku pelajaran hlm. 106, tetapi cara pandang kedua tidak dibahas pada pelajaran umumnya, sehingga banyak siswa yang akan bingung.

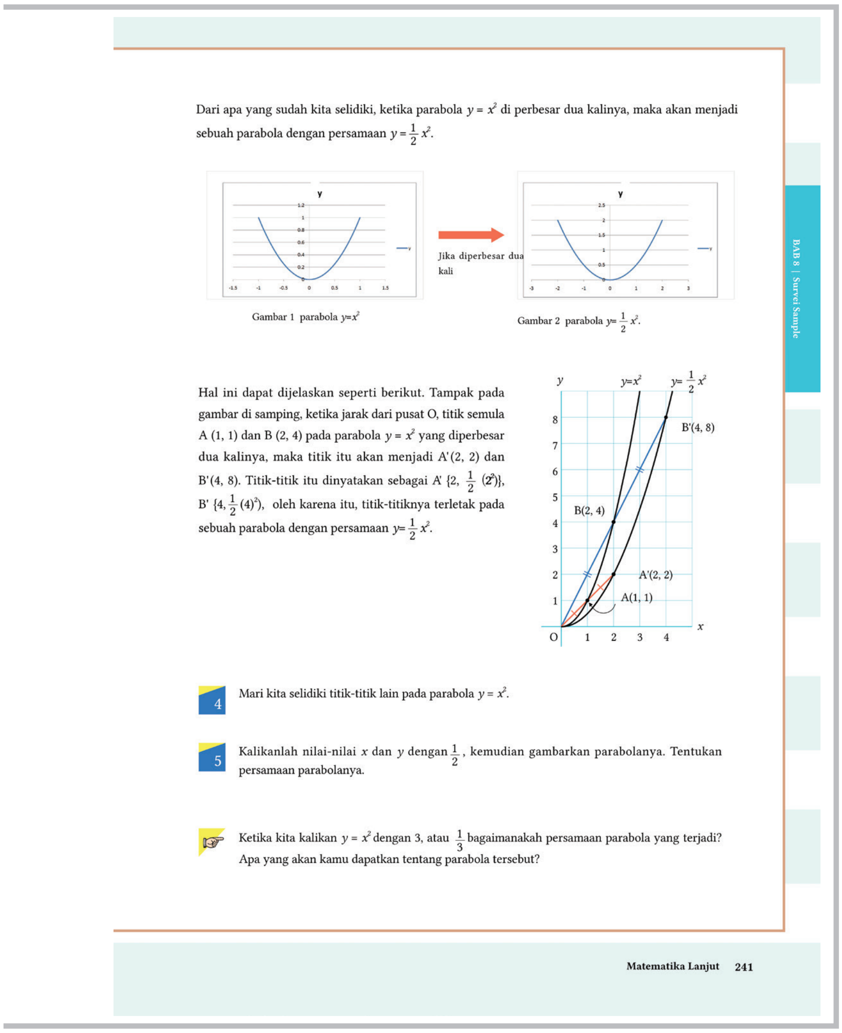
Dalam pembelajaran sebangun, kita sudah membahas bangun-bangun datar seperti segitiga dan persegi. Tetapi, buku ini membuat siswa dapat mengalami pembelajaran lintas disiplin dan memahami bahwa cara pandang yang sama juga dapat diaplikasikan pada grafik fungsi.

2. Pembahasan 2 dan 3

Bagian ini membahas contoh menggambar parabola dengan menggunakan perangkat lunak Excel® 2013 (Microsoft®). Untuk membuat parabola (gambar 1), masukkan nilai pada tabel 1 ke dalam sel, pilih, lalu pilih "insert" ⟶ "scatter (smooth lines)". Parabola (gambar 2) dapat dibuat dari tabel 2 dengan cara yang sama.

Di Excel®, lebar skala disesuaikan secara otomatis, sehingga gambar 1 dan 2 terlihat seperti grafik yang sama. Tetapi, perhatikan bahwa skala sumbu dan jarak skalanya berbeda (jarak skala sumbu x dan sumbu y pada gambar 1 hampir dua kali lipatnya gambar 2). Dari sini, dapat dipahami secara intuitif bahwa kedua parabola tersebut sebangun.

Selain itu, ketika memperkecil gambar 1 hingga mendekati lebar skala gambar 2, dapat dipastikan bahwa pada bidang koordinat yang sama bukaan parabolanya berbeda.



Dari apa yang sudah kita selidiki, ketika parabola $y = x^2$ di perbesar dua kalinya, maka akan menjadi sebuah parabola dengan persamaan $y = \frac{1}{2}x^2$.

Jika diperbesar dua kali

Gambar 1 parabola $y=x^2$

Gambar 2 parabola $y=\frac{1}{2}x^2$.

Hal ini dapat dijelaskan seperti berikut. Tampak pada gambar di samping, ketika jarak dari pusat O, titik semula A (1, 1) dan B (2, 4) pada parabola $y = x^2$ yang diperbesar dua kalinya, maka titik itu akan menjadi A'(2, 2) dan B'(4, 8). Titik-titik itu dinyatakan sebagai A' $\{2, \frac{1}{2}(2^2)\}$, B' $\{4, \frac{1}{2}(4)^2)$, oleh karena itu, titik-titiknya terletak pada sebuah parabola dengan persamaan $y=\frac{1}{2}x^2$.

4 Mari kita selidiki titik-titik lain pada parabola $y = x^2$.

5 Kalikanlah nilai-nilai x dan y dengan $\frac{1}{2}$, kemudian gambarkan parabolanya. Tentukan persamaan parabolanya.

☞ Ketika kita kalikan $y = x^2$ dengan 3, atau $\frac{1}{3}$ bagaimanakah persamaan parabola yang terjadi? Apa yang akan kamu dapatkan tentang parabola tersebut?

BAB 8 | Survei Sample

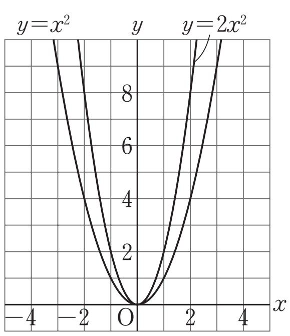
Matematika Lanjut 241

Jawaban

4 Contoh

Jika titik (3, 9) pada parabola $y = x^2$ diperbesar dua kali dari titik nol, maka dapat dinyatakan bahwa titiknya menjadi (6, 18), atau dengan kata lain $\left(6, \frac{1}{2} \times (62)\right)$, sehingga dapat diketahui persamaan titik parabola $y = \frac{1}{2}x^2$.

5



☞

Jika $y = x^2$ dikalikan dengan 3 dan $\frac{1}{3}$, persamaan parabolanya menjadi $y = \frac{1}{3}x^2$ dan $y = 3x^2$.
Selain itu, semua parabolanya sebangun.

3. Pembahasan 4

Memastikan dua parabola memiliki hubungan yang sebangun melalui operasi memperbesar parabola $y = x^2$ dengan dikali dua dari titik nol. Tidak mudah bagi siswa untuk membandingkan kedua parabola tersebut dan membayangkan bahwa keduanya memiliki hubungan sebangun. Tetapi, hal tersebut dapat diketahui dengan memikirkan struktur parabola melalui operasi semacam ini.

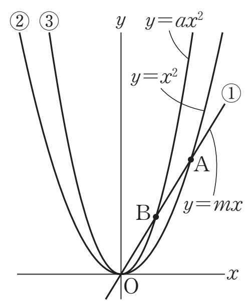
4. parabola $y = x^2$ dan $y = ax^2$

Jika $y = mx$...① menjadi garis lurus sembarang yang melalui titik nol, maka akan menjadi parabola $y = x^2$...② dan $y = ax^2$...③.

Jika A dan B adalah titik potong di luar titik nol ① dan ②, serta ① dan ③ maka akan menjadi

$\mathrm{A}(m, m^2), \mathrm{B}\left(\frac{m}{a}, \frac{m^2}{a}\right)$

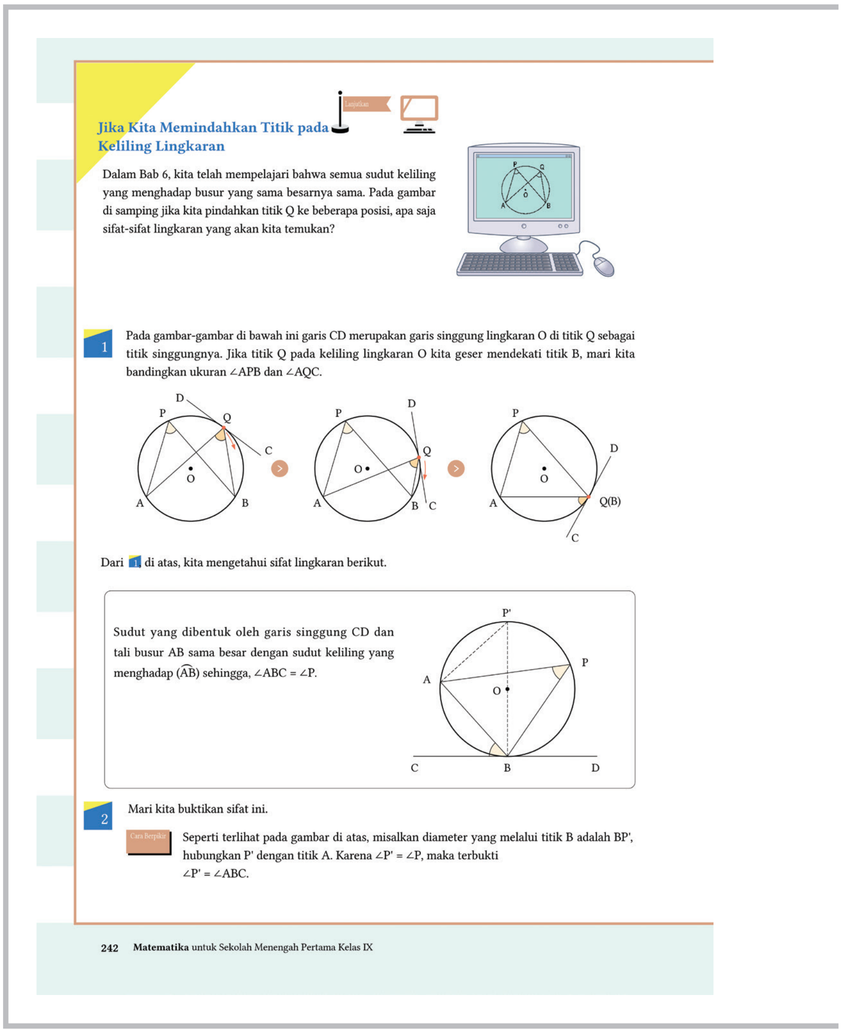
Dengan kata lain, titik B memiliki jarak $\frac{1}{a}$ kali terhadap titik A dari titik nol. Karena ini berlaku untuk m sembarang, dapat dikatakan bahwa parabola $y = ax^2$ adalah perbesaran $\frac{1}{a}$ kali dari parabola $y = x^2$ yang berpusat pada titik nol.



Dari sini dapat diketahui bahwa semua parabola adalah sebangun.

[Referensi] Minoru, Yoshida & Tadashi Iijima, ed., 2006, Wadai-gen Suugaku - Joo (Sumber Topik Matematika - Tingkat Lanjut), Tokyo Horei.

Jika Kita Memindahkan Titik pada Keliling Lingkaran



Lanjutkan

Jika Kita Memindahkan Titik pada Keliling Lingkaran

Dalam Bab 6, kita telah mempelajari bahwa semua sudut keliling yang menghadap busur yang sama besarnya sama. Pada gambar di samping jika kita pindahkan titik Q ke beberapa posisi, apa saja sifat-sifat lingkaran yang akan kita temukan?

1 Pada gambar-gambar di bawah ini garis CD merupakan garis singgung lingkaran O di titik Q sebagai titik singgungnya. Jika titik Q pada keliling lingkaran O kita geser mendekati titik B, mari kita bandingkan ukuran ∠APB dan ∠AQC.

Dari 1 di atas, kita mengetahui sifat lingkaran berikut.

Sudut yang dibentuk oleh garis singgung CD dan tali busur AB sama besar dengan sudut keliling yang menghadap ($\widehat{AB}$) sehingga, ∠ABC = ∠P.

2 Mari kita buktikan sifat ini.

Cara Berpikir Seperti terlihat pada gambar di atas, misalkan diameter yang melalui titik B adalah BP', hubungkan P' dengan titik A. Karena ∠P' = ∠P, maka terbukti ∠P' = ∠ABC.

242 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

• Tujuan •

Dengan memindahkan posisi sudut keliling, peserta didik dapat menangkap teorema segmen alternatif dan sifat-sifat persegi di dalam lingkaran, serta dapat membuktikannya.

Jawaban

1

Besar ∠AQC menjadi kecil bersamaan dengan pemindahan titik Q, dan jika Q sesuai dengan titik B, maka ∠AQC = ∠APB.

2

Karena △P′AB adalah segitiga siku-siku, maka

∠P′ + ∠P′BA = 90° ①

Karena CD adalah garis singgung lingkaran O, maka

∠P′BA + ∠ABC = 90° ②

Dari ① dan ②, didapatkan ∠ABC = ∠P′ ③

Di sisi lain, karena sudut keliling terhadap $\widehat{AB}$ sama, maka ∠P = ∠P′ ④

Dari ③ dan ④, didapatkan ∠ABC = ∠P

3

$y = \frac{1}{2}x^2$

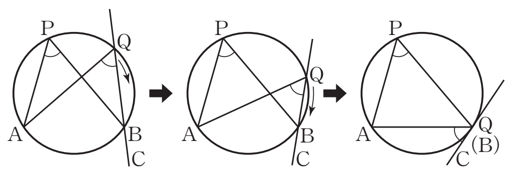
Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Pembahasan 1

∠AQC yang perlu diperhatikan adalah ∠AQC = ∠AQB + ∠BQC, dan karena ∠AQB adalah sudut keliling $\widehat{AB}$, meskipun dipindahkan titik Q akan konstan. Tetapi, ∠BQC akan mengecil bersamaan dengan perpindahan titik Q, dan sudutnya menjadi 0° ketika titik Q sesuai dengan titik B, maka ∠AQC = ∠APB.

Sifat-sifat ini disebut "teorema segmen alternatif" dan teorema ini dipelajari di Matematika SMA.

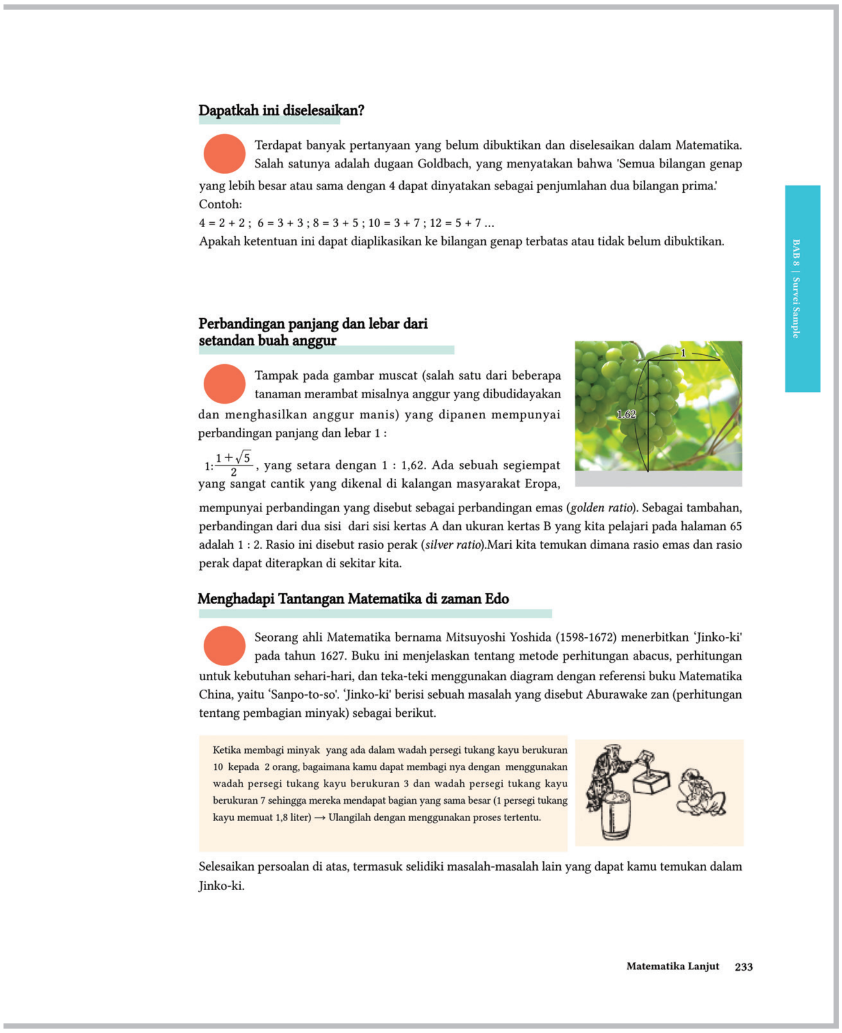
Di sini, garis singgung digambar dengan melewati titik Q. Tetapi seperti yang ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, kita juga dapat menggambar garis lurus melalui dua titik Q dan B. Karena Q dan B bertumpang tindih, garis lurus QB menjadi garis singgung yang melalui Q dan dapat ditemukan hal yang sama.



Jika ada waktu, gunakan DIGI MATH dsb. untuk mengamati bagaimana sebuah gambar berubah secara bertahap.

2. Pembahasan 3

Sebelum memikirkan tentang pembuktiannya, arahkan siswa untuk fokus pada sudut 90° dari gambar yang ada di buku pelajaran.


Dapatkah ini diselesaikan?

Terdapat banyak pertanyaan yang belum dibuktikan dan diselesaikan dalam Matematika. Salah satunya adalah dugaan Goldbach, yang menyatakan bahwa 'Semua bilangan genap yang lebih besar atau sama dengan 4 dapat dinyatakan sebagai penjumlahan dua bilangan prima.'
Contoh:
$4 = 2 + 2$; $6 = 3 + 3$; $8 = 3 + 5$; $10 = 3 + 7$; $12 = 5 + 7$ ...
Apakah ketentuan ini dapat diaplikasikan ke bilangan genap terbatas atau tidak belum dibuktikan.

Perbandingan panjang dan lebar dari setandan buah anggur

Tampak pada gambar muscat (salah satu dari beberapa tanaman merambat misalnya anggur yang dibudidayakan dan menghasilkan anggur manis) yang dipanen mempunyai perbandingan panjang dan lebar 1 : $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, yang setara dengan 1 : 1,62. Ada sebuah segiempat yang sangat cantik yang dikenal di kalangan masyarakat Eropa, mempunyai perbandingan yang disebut sebagai perbandingan emas (*golden ratio*). Sebagai tambahan, perbandingan dari dua sisi dari sisi kertas A dan ukuran kertas B yang kita pelajari pada halaman 65 adalah 1 : 2. Rasio ini disebut rasio perak (*silver ratio*).Mari kita temukan dimana rasio emas dan rasio perak dapat diterapkan di sekitar kita.

Menghadapi Tantangan Matematika di zaman Edo

Seorang ahli Matematika bernama Mitsuyoshi Yoshida (1598-1672) menerbitkan 'Jinko-ki' pada tahun 1627. Buku ini menjelaskan tentang metode perhitungan abacus, perhitungan untuk kebutuhan sehari-hari, dan teka-teki menggunakan diagram dengan referensi buku Matematika China, yaitu 'Sanpo-to-so'. 'Jinko-ki' berisi sebuah masalah yang disebut Aburawake zan (perhitungan tentang pembagian minyak) sebagai berikut.

Ketika membagi minyak yang ada dalam wadah persegi tukang kayu berukuran 10 kepada 2 orang, bagaimana kamu dapat membagi nya dengan menggunakan wadah persegi tukang kayu berukuran 3 dan wadah persegi tukang kayu berukuran 7 sehingga mereka mendapat bagian yang sama besar (1 persegi tukang kayu memuat 1,8 liter) → Ulangilah dengan menggunakan proses tertentu.

Selesaikan persoalan di atas, termasuk selidiki masalah-masalah lain yang dapat kamu temukan dalam Jinko-ki.

Matematika Lanjut 233

BAB 8 | Survei Sampel

Jawaban

3

Ketika titik Q berada di atas $\overset{\frown}{AB}$, maka

$\angle APB + \angle AQB = 180°$.

4

(Contoh untuk menggunakan gambar pada bagian kiri buku pelajaran)

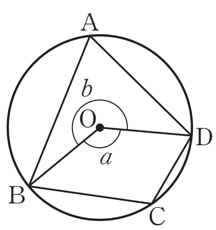
Menghubungkan masing-masing B dan O, serta D dan O.

Seperti yang ditunjukkan pada gambar di bawah ini, jika sudut pusat terhadap $\overset{\frown}{BCD}$ adalah $\angle a$, dan sudut pusat terhadap $\overset{\frown}{BAD}$ adalah $\angle b$, maka

$\angle A = \frac{1}{2}\angle a$, $\angle C = \frac{1}{2}\angle b$ dan $\angle a + \angle b = 360°$.

Sehingga, $\angle A + \angle C = \frac{1}{2}(\angle a + \angle b)$

$= 180°$

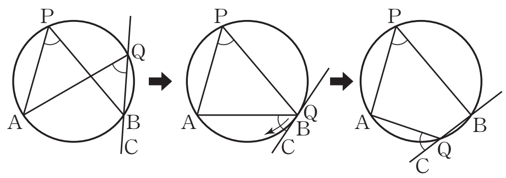


3. Pembahasan 3

Untuk "teorema persegi di dalam lingkaran", sama seperti mempelajari teorema segmen alternatif pada Matematika SMA.

Pada soal mengenai gawang di buku pelajaran hlm, 172-173, jika ada siswa yang memperhatikan tempat di bawah garis gawang, guru dapat membahasnya setelah melakukan pengenalan dengan menggunakan soal mengenai gawang tersebut.

Seperti yang ada pada halaman sebelumnya, jika memindahkan titik Q dengan membuat garis singgung yang melalui dua titik Q dan B seperti gambar di bawah, siswa dapat mempelajari tiga teorema, yaitu "teorema sudut keliling", "teorema segmen alternatif", dan "teorema persegi dalam lingkaran", secara terintegrasi dan berkelanjutan.



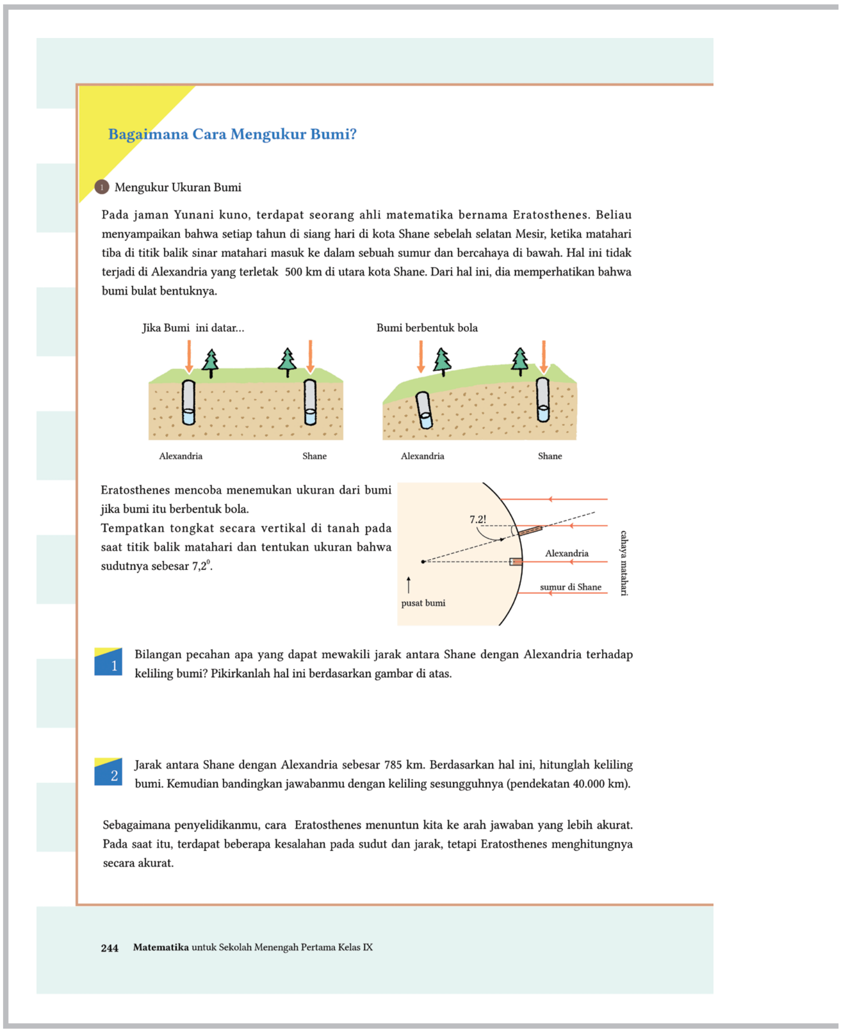
4. Pembahasan 4

Metode pembuktiannya dapat dilakukan dengan mencari jumlah sudut keliling yang sama (gambar kanan pada buku pelajaran), atau dengan mencari sifat-sifat segitiga sama kaki dengan menghubungkan empat titik puncak persegi dalam lingkaran dan pusat O.

Bagaimana Cara Mengukur Bumi?

• Tujuan •

Peserta didik dapat memahami bahwa mencari diameter dan garis lintang bumi dilakukan dengan memanfaatkan sifat-sifat lingkaran dan kesebangunan.



Bagaimana Cara Mengukur Bumi?

1 Mengukur Ukuran Bumi

Pada jaman Yunani kuno, terdapat seorang ahli matematika bernama Eratosthenes. Beliau menyampaikan bahwa setiap tahun di siang hari di kota Shane sebelah selatan Mesir, ketika matahari tiba di titik balik sinar matahari masuk ke dalam sebuah sumur dan bercahaya di bawah. Hal ini tidak terjadi di Alexandria yang terletak 500 km di utara kota Shane. Dari hal ini, dia memperhatikan bahwa bumi bulat bentuknya.

Eratosthenes mencoba menemukan ukuran dari bumi jika bumi itu berbentuk bola.
Tempatkan tongkat secara vertikal di tanah pada saat titik balik matahari dan tentukan ukuran bahwa sudutnya sebesar $7{,}2^0$.

1 Bilangan pecahan apa yang dapat mewakili jarak antara Shane dengan Alexandria terhadap keliling bumi? Pikirkanlah hal ini berdasarkan gambar di atas.

2 Jarak antara Shane dengan Alexandria sebesar 785 km. Berdasarkan hal ini, hitunglah keliling bumi. Kemudian bandingkan jawabanmu dengan keliling sesungguhnya (pendekatan 40.000 km).

Sebagaimana penyelidikanmu, cara Eratosthenes menuntun kita ke arah jawaban yang lebih akurat. Pada saat itu, terdapat beberapa kesalahan pada sudut dan jarak, tetapi Eratosthenes menghitungnya secara akurat.

244 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Jawaban

1

Seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut, O adalah pusat bumi, A adalah Siena, B adalah Alexandria, BC adalah tongkat, dan BD adalah bayangan tongkat.
AO//CD

$\angle AOB = \angle DCO = 7{,}2°$

Dari AO//AC, didapatkan $\angle AOB = \angle DCO = 7{,}2°$. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa jarak AB antara Siena dan Alexandria, adalah $\frac{7,2}{360}$. Dengan kata lain, $\frac{1}{50}$ dari panjang keliling bumi.

2

Dalam sebuah lingkaran, besar sudut pusat sebanding dengan panjang busur. Jika keliling bumi adalah x km, maka

$$785 : x = 1 : 50$$
$$x = 785 \times 50$$
$$= 39250$$

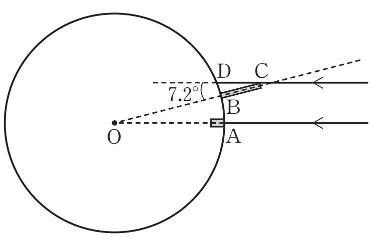
Dengan demikian, keliling bumi adalah 39250 km. Dapat dikatakan bahwa ini adalah nilai yang mendekati keliling bumi yang sebenarnya.

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Eratosthenes

Eratosthenes (sekitar 275 SM-194 SM) adalah seorang pustakawan di perpustakaan besar Alexandria, Mesir. Ia dikenal sebagai orang pertama yang mengukur keliling bumi. Selain itu, ia juga dikenal sebagai penemu "Saringan Eratosthenes" yang merupakan metode untuk menentukan bilangan prima (buku pelajaran hlm. 23).

Dikatakan bahwa Eratosthenes menemukan metode pengukuran keliling bumi saat mencoba

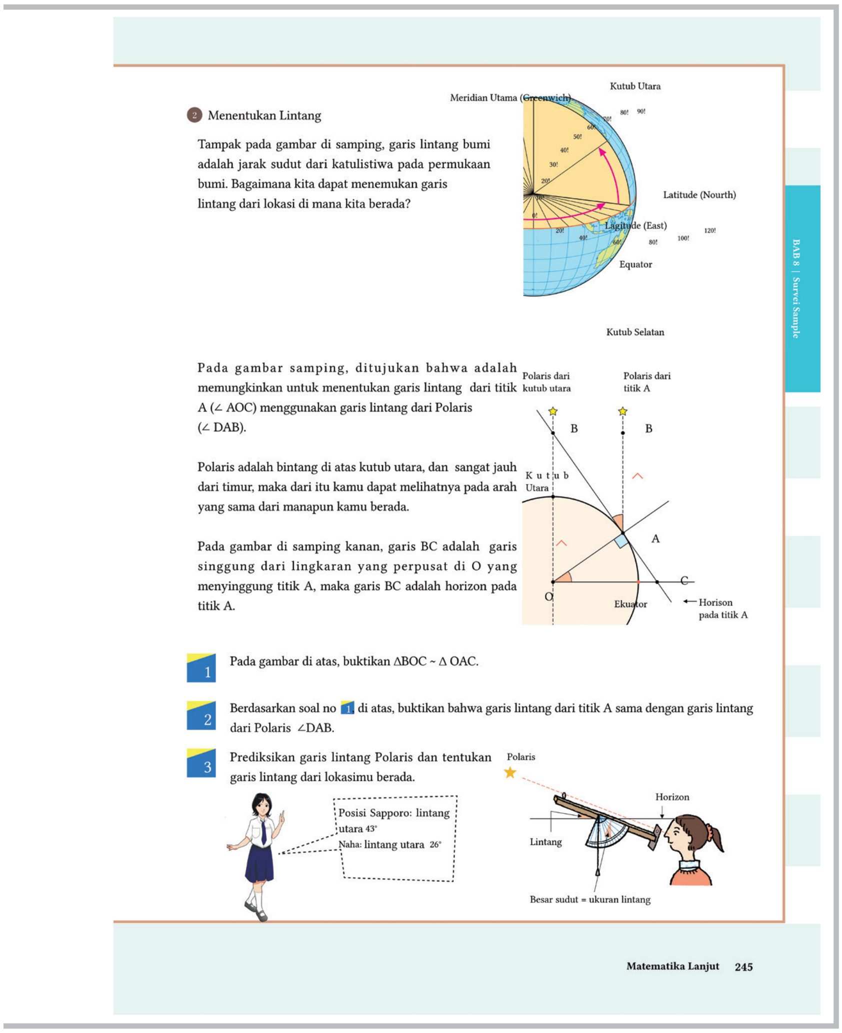


memperbaiki peta dunia dan mencari cara untuk menyatakan jarak secara akurat dengan menggunakan graticule.

2. Penggunaan sifat-sifat garis paralel

Jarak rata-rata dari bumi hingga ke matahari adalah 150 juta km. Karena tidak sebanding dengan besar radius bumi yang hanya sekitar 6400 km, sinar matahari yang mencapai bumi dapat dianggap sebagai sinar garis paralel.

Begitu pula dengan jarak dari Polaris sampai ke bumi yang sangat jauh, yaitu sekitar 430 tahun cahaya (sekitar 4000 triliun km). Oleh karena itu, dapat dianggap bahwa Polaris berada pada arah yang sama dilihat dari tempat mana pun di Bumi.



② Menentukan Lintang

Tampak pada gambar di samping, garis lintang bumi adalah jarak sudut dari katulistiwa pada permukaan bumi. Bagaimana kita dapat menemukan garis lintang dari lokasi di mana kita berada?

Pada gambar samping, ditujukan bahwa adalah memungkinkan untuk menentukan garis lintang dari titik A (∠ AOC) menggunakan garis lintang dari Polaris (∠ DAB).

Polaris adalah bintang di atas kutub utara, dan sangat jauh dari timur, maka dari itu kamu dapat melihatnya pada arah yang sama dari manapun kamu berada.

Pada gambar di samping kanan, garis BC adalah garis singgung dari lingkaran yang perpusat di O yang menyinggung titik A, maka garis BC adalah horizon pada titik A.

1 Pada gambar di atas, buktikan ΔBOC ~ Δ OAC.

2 Berdasarkan soal no 1 di atas, buktikan bahwa garis lintang dari titik A sama dengan garis lintang dari Polaris ∠DAB.

3 Prediksikan garis lintang Polaris dan tentukan garis lintang dari lokasimu berada.

Jawaban

1

Dari hipotesis pada △BOC dan △OAC,
∠BOC = ∠OAC ①
Selain itu, ∠C adalah sama ②
Dari ① dan ②, karena kedua himpunan sudut adalah sama, maka △BOC ~ △OAC.

2

Karena △BOC ~ △OAC, maka ∠OBC = ∠AOC①
Karena OB//AD, maka ∠OBC = ∠DAB ②
Dari ① dan ②, maka ∠AOC = ∠DAB

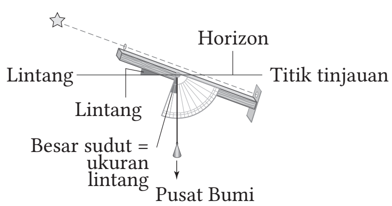
3

Dihilangkan

3. Pembahasan 3

Altimeter seperti yang ada di sini dapat dibuat dengan mudah menggunakan tongkat kayu, busur derajat, benang, dan anak timbangan. Minat siswa akan meningkat jika mereka mengukur ketinggian Polaris dengan altimeter buatan sendiri.

Ketika altimeter ini diarahkan ke suatu objek (dalam hal ini Polaris), maka anak timbangan yang digantungkan pada benang akan menjuntai ke arah pusat bumi akibat gravitasi. Arah tegak lurus terhadap benang anak timbangan adalah arah horizon pada titik observasi. Oleh karena itu, seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut, ketinggian objek di titik observasi sama dengan sudut yang dibuat oleh garis vertikal tongkat kayu dan benang anak timbangan.



Referensi **Cara mengukur bulan di masa Yunani Kuno**

Dikatakan bahwa pada zaman Yunani Kuno, bulan diukur dengan metode sebagai berikut.

Ketika gerhana bulan total, dibutuhkan waktu sekitar 50 menit hingga bulan benar-benar tertutup oleh bayangan bumi dan sekitar 200 menit untuk muncul kembali. Oleh karena itu, rasio jari-jari bulan dan bumi adalah 1:4. Dengan kata lain, rasio kelilingnya juga 1:4. Dari sini, dapat diperkirakan bahwa keliling bulan adalah sekitar 9800 km.

Referensi **Lintang dan bujur utara, selatan, timur, dan barat Jepang**

Titik paling timur: Minami Torishima, garis lintang 24°17′LU dan garis bujur 153°59′
Titik paling barat: Pulau Yonaguni, garis lintang 24°27′, dan garis bujur 122°56′
Titik paling selatan: Pulau Okinotori, garis lintang 20°25′, dan 136°04′
Titik paling utara: Pulau Etorofu, garis lintang 45°33′, dan garis bujur 148°45′

Mari Kita Selesaikan Masalah Sangaku

• Tujuan •

Peserta didik memiliki minat terhadap Sangaku dan dapat memperdalam pemahaman mengenai sifat-sifat bangun datar, seperti lingkaran dan segitiga, dan pembuktiannya dengan memecahkan masalah yang ditunjukkan dalam Sangaku.

Jawaban

1

Dari gambar bawah pada buku pelajaran, jika keliling lingkaran C adalah r-sun, karena diameter lingkaran O adalah 3 sun, maka OA = $\frac{3}{4}$, AC = $\frac{3}{4}$ - r

Karena $\triangle ABC$ adalah segitiga siku-siku dengan $\angle BAC = 60°$, maka

$$AC : BC = 2 : 3$$

$$\left(\frac{3}{4} - r\right) : r = 2 : \sqrt{3}$$

$$2r = \frac{3\sqrt{3}}{4} - \sqrt{3}\, r$$

$$(2 + \sqrt{3})\, r = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

Jika mengganti $\sqrt{3}$ menjadi 1,732, maka

$$3{,}732r = 3 \times \frac{1{,}732}{4}$$

$$r = 0{,}3480707\ldots$$

Sehingga, diameternya adalah

$$2r = 0{,}6961414\ldots \text{ (sun)}$$

$$= 2{,}1093086\ldots \text{ (cm)}$$

Jawaban : sekitar 2,109 cm

(Solusi lain)

Jika merasionalkan penyebut yang ada pada buku pelajaran hlm. 63, maka (penjelasan singkat, dari yang disebutkan di atas)

$$(2 + \sqrt{3})\, r = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$r = \frac{3\sqrt{3}}{4(2 + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{4(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{6\sqrt{3} - 9}{4(4 - 3)}$$

$$= \frac{6\sqrt{3} - 9}{4}$$

Jika mengganti $\sqrt{3}$ menjadi 1,732, maka

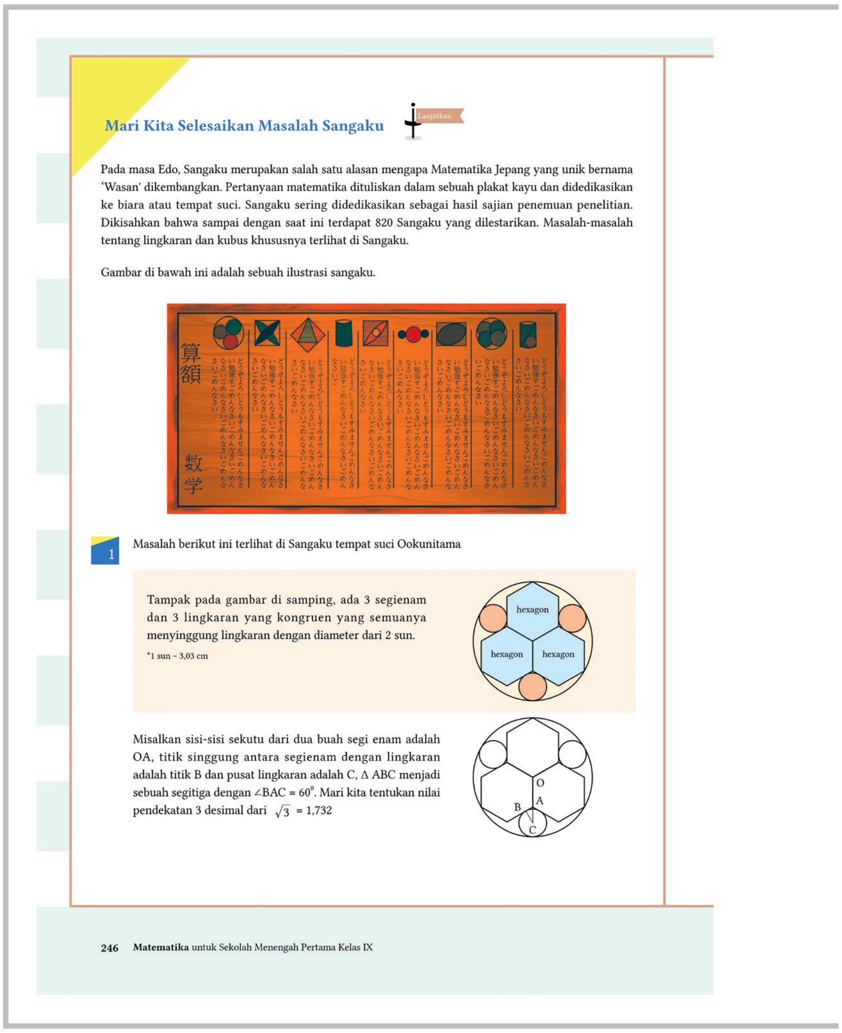
$$r = \frac{6 \times 1{,}732 - 9}{4} = 0{,}348$$

Oleh karena itu, diameternya adalah

$$2r = 0{,}696 \text{ (sun)}$$

$$= 2{,}10888 \text{ (cm)}$$

Jawaban : sekitar 2.109 cm



Mari Kita Selesaikan Masalah Sangaku

Lanjutkan

Pada masa Edo, Sangaku merupakan salah satu alasan mengapa Matematika Jepang yang unik bernama 'Wasan' dikembangkan. Pertanyaan matematika dituliskan dalam sebuah plakat kayu dan didedikasikan ke biara atau tempat suci. Sangaku sering didedikasikan sebagai hasil sajian penemuan penelitian. Dikisahkan bahwa sampai dengan saat ini terdapat 820 Sangaku yang dilestarikan. Masalah-masalah tentang lingkaran dan kubus khususnya terlihat di Sangaku.

Gambar di bawah ini adalah sebuah ilustrasi sangaku.

1 Masalah berikut ini terlihat di Sangaku tempat suci Ookunitama

Tampak pada gambar di samping, ada 3 segienam dan 3 lingkaran yang kongruen yang semuanya menyinggung lingkaran dengan diameter dari 2 sun.

*1 sun ~ 3,03 cm

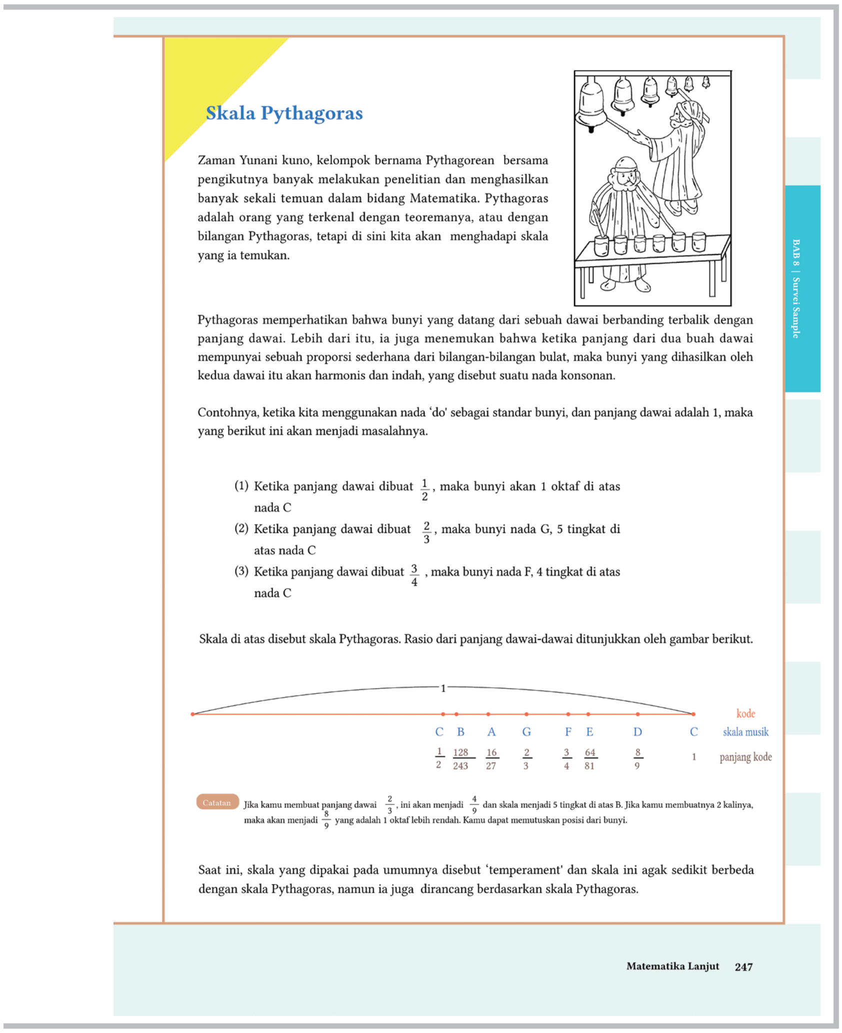
Misalkan sisi-sisi sekutu dari dua buah segi enam adalah OA, titik singgung antara segienam dengan lingkaran adalah titik B dan pusat lingkaran adalah C, Δ ABC menjadi sebuah segitiga dengan $\angle BAC = 60^0$. Mari kita tentukan nilai pendekatan 3 desimal dari $\sqrt{3} = 1{,}732$

246 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Sangaku

Dikatakan bahwa Sangaku dipersembahkan untuk menyatakan syukur kepada Dewa dan Buddha yang telah memecahkan masalah matematika. Tidak lama kemudian, kuil Shinto dan Buddha tempat orang-orang berkumpul dijadikan tempat untuk mengemukakan masalah dan muncul Sangaku yang dipersembahkan tanpa menyertakan jawaban. Kebiasaan mempersembahkan Sangaku seperti ini dikatakan sebagai budaya unik Jepang yang tidak ada di belahan dunia mana pun. Konon ada sekitar 1000 Sangaku di seluruh Jepang. Jika siswa benar-benar mengunjungi kuil, arahkan agar mereka membuat janji terlebih dahulu.



Skala Pythagoras

Zaman Yunani kuno, kelompok bernama Pythagorean bersama pengikutnya banyak melakukan penelitian dan menghasilkan banyak sekali temuan dalam bidang Matematika. Pythagoras adalah orang yang terkenal dengan teoremanya, atau dengan bilangan Pythagoras, tetapi di sini kita akan menghadapi skala yang ia temukan.

Pythagoras memperhatikan bahwa bunyi yang datang dari sebuah dawai berbanding terbalik dengan panjang dawai. Lebih dari itu, ia juga menemukan bahwa ketika panjang dari dua buah dawai mempunyai sebuah proporsi sederhana dari bilangan-bilangan bulat, maka bunyi yang dihasilkan oleh kedua dawai itu akan harmonis dan indah, yang disebut suatu nada konsonan.

Contohnya, ketika kita menggunakan nada 'do' sebagai standar bunyi, dan panjang dawai adalah 1, maka yang berikut ini akan menjadi masalahnya.

(1) Ketika panjang dawai dibuat $\frac{1}{2}$, maka bunyi akan 1 oktaf di atas nada C
(2) Ketika panjang dawai dibuat $\frac{2}{3}$, maka bunyi nada G, 5 tingkat di atas nada C
(3) Ketika panjang dawai dibuat $\frac{3}{4}$, maka bunyi nada F, 4 tingkat di atas nada C

Skala di atas disebut skala Pythagoras. Rasio dari panjang dawai-dawai ditunjukkan oleh gambar berikut.

									kode
C	B	A	G	F	E	D	C		skala musik
$\frac{1}{2}$	$\frac{128}{243}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{8}{9}$	1		panjang kode

Catatan Jika kamu membuat panjang dawai $\frac{2}{3}$, ini akan menjadi $\frac{4}{9}$ dan skala menjadi 5 tingkat di atas B. Jika kamu membuatnya 2 kalinya, maka akan menjadi $\frac{8}{9}$ yang adalah 1 oktaf lebih rendah. Kamu dapat memutuskan posisi dari bunyi.

Saat ini, skala yang dipakai pada umumnya disebut 'temperament' dan skala ini agak sedikit berbeda dengan skala Pythagoras, namun ia juga dirancang berdasarkan skala Pythagoras.

Matematika Lanjut 247

BAB 8 | Survei Sample

Skala Pythagoras

• Tujuan •

Peserta didik berminat terhadap korelasi antara matematika dan musik melalui skala Pythagoras.

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Tangga Nada

Ternyata, orang Yunani kuno sampai menyingkap melodi suara sebagai salah satu pencarian harmoni alam. Karena suara adalah getaran, "gelombang" dunia alami yang halus dikaitkan dengan getaran neutrino di masa kini, dan dari sudut lain, disebut sebagai penelitian paling maju saat ini. Karena tidak ada instrumen keyborad di era Pythagoras, skala Pythagoras merupakan teori untuk instrumen senar. Ketika panjang senar dibagi dua, maka bunyinya menjadi satu oktaf lebih tinggi. Hubungan antara panjang senar dan skala ini ditunjukkan pada gambar.

Saat ini, dengan menggunakan frekuensi alih-alih panjang senar, satu oktaf dibagi menjadi 12 skala termasuk semitone, dan menggunakan (12) equal-temperament yang menunjukkan 1 oktaf dalam rasio 12 tingkat.
Bayangkan sebuah keyboard dan masukkan kunci hitam semitone. Jika membagi satu oktaf menjadi 12 bagian yang sama dan berpindah 12 tingkat dengan masing-masing dikali $2^{\frac{1}{12}}$ dari 1 nilai standar frekuensi, maka satu oktaf menjadi dua nilai standar lebih tinggi.

Seperti yang ditunjukkan pada tabel korespondensi berikut ini.

Tangga nada	Do	Re	Mi	Fa
Nilai standar Frekuensi	1 (1)	$2^{\frac{2}{12}}$ (1,122)	$2^{\frac{4}{12}}$ (1,260)	$2^{\frac{5}{12}}$ (1,335)

So	La	Si	Do
$2^{\frac{7}{12}}$ (1,498)	$2^{\frac{9}{12}}$ (1.,682)	$2^{\frac{11}{12}}$ (1,888)	2 (2)

Di sini, karena $2^{\frac{1}{12}}$ adalah bilangan irrasional, yaitu $\sqrt[12]{2} \fallingdotseq 1,059$, maka terjadi kesalahan.

2. Matematika zaman yunani kuno

Lebih dari 2500 tahun yang lalu, lahir gerakan untuk menjelaskan bagaimana bumi tercipta. Ini adalah awal dari penelitian teoritis matematika. Sebelumnya, matematika hanya dianggap sebagai teknik praktis. Pada zaman Yunani kunolah muncul gerakan yang melangkah dari persepsi tersebut dan berusaha menjelaskan struktur tersembunyi yang ada di dunia secara matematis.

Sekitar 100 tahun setelah Pythagoras, Plato menempatkan angka, bentuk, bunyi, bintang, dan filsafat sebagai mata pelajaran dalam pendidikan. Penelitian Pythagoras dikatakan sebagai prakarsa penelitian semacam ini. Sebagai tambahan, daripada disebut sains, hal itu dapat disebut sebagai masa mencari penjelasan fenomena-fenomena misterius.

Krisis Pemanasan Global dan Kekurangan Air

• Tujuan •

Peserta didik dapat membaca rumus model matematis berdasarkan pengaruh kiris pemanasan global terhadap kekurangan air.

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

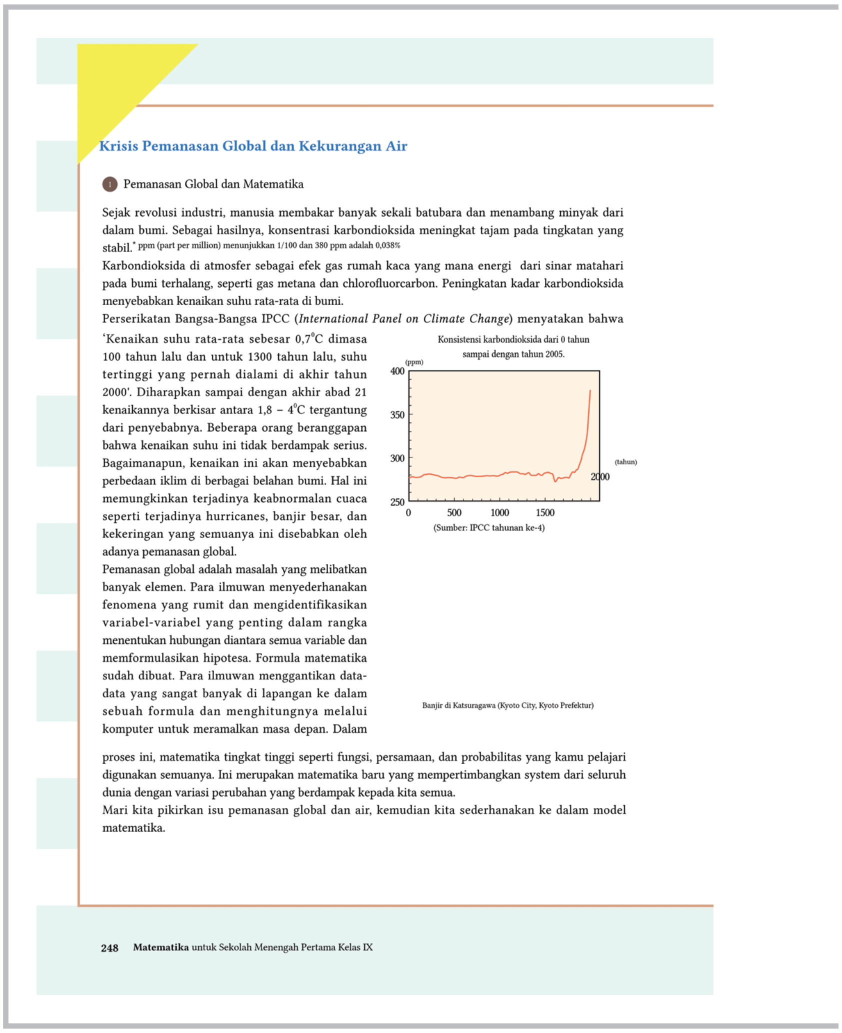
1. Pembahasan halaman ini

Tema ini mengasumsikan pelajaran dua jam sebagai pembelajaran berbasis tugas matematika. Bertujuan agar siswa benar-benar merasakan pentingnya matematika ketika memikirkan masalah aktual yang ada di sekitarnya, serta dapat melihat strukturnya dengan menggunakan persamaan aljabar ketika menyelidiki hubungan kuantitatif rumit, terutama yang ada dalam kehidupan nyata.

Di SMP hanya membahas fungsi satu variabel, yaitu jika x ditentukan maka y ditentukan. Tetapi dalam perubahan aktual, ada berbagai faktor yang saling terjalin. Contoh yang dibahas di sini ditentukan oleh dua variabel. Tetapi tidak dibahas sebagai sebuah fungsi, melainkan menjadi tema untuk menunjukkan perubahan dengan persamaan aljabar dan membacanya. "Membaca persamaan aljabar" juga bermakna membaca hubungan kuantitatif aktual lebih dalam.

2. Korelasi dengan Waktu Pembelajaran secara Keseluruhan

Masalah pemanasan global adalah salah satu masalah terbesar yang dihadapi umat manusia di abad ke-21. Dampak pemanasan global akan menjadi lebih serius seiring dengan bertambahnya usia generasi anak-anak sekarang ini, sehingga penting untuk mengembangkan pandangan ilmiah dalam pendidikan sekolah guna memahami masalah ini. Oleh karena itu, bahas masalah ini sebagai pembelajaran komprehensif agar siswa memikirkan masalah lingkungan jika memungkinkan. Kemudian, arahkan siswa untuk memikirkan masalah pemanasan global dari berbagai sudut pandang dengan berfokus pada sains dan ilmu sosial. Ada banyak situasi yang membutuhkan matematika, diantaranya seperti analisis data kuantitatif, pembacaan data statistik, prediksi masa depan menggunakan fungsi, dan sebagainya. Di situlah matematika digunakan secara aktif.


Krisis Pemanasan Global dan Kekurangan Air

1 Pemanasan Global dan Matematika

Sejak revolusi industri, manusia membakar banyak sekali batubara dan menambang minyak dari dalam bumi. Sebagai hasilnya, konsentrasi karbondioksida meningkat tajam pada tingkatan yang stabil.* ppm (part per million) menunjukkan 1/100 dan 380 ppm adalah 0,038%

Karbondioksida di atmosfer sebagai efek gas rumah kaca yang mana energi dari sinar matahari pada bumi terhalang, seperti gas metana dan chlorofluorcarbon. Peningkatan kadar karbondioksida menyebabkan kenaikan suhu rata-rata di bumi.

Perserikatan Bangsa-Bangsa IPCC (*International Panel on Climate Change*) menyatakan bahwa 'Kenaikan suhu rata-rata sebesar 0,7°C dimasa 100 tahun lalu dan untuk 1300 tahun lalu, suhu tertinggi yang pernah dialami di akhir tahun 2000'. Diharapkan sampai dengan akhir abad 21 kenaikannya berkisar antara 1,8 – 4°C tergantung dari penyebabnya. Beberapa orang beranggapan bahwa kenaikan suhu ini tidak berdampak serius. Bagaimanapun, kenaikan ini akan menyebabkan perbedaan iklim di berbagai belahan bumi. Hal ini memungkinkan terjadinya keabnormalan cuaca seperti terjadinya hurricanes, banjir besar, dan kekeringan yang semuanya ini disebabkan oleh adanya pemanasan global.

Pemanasan global adalah masalah yang melibatkan banyak elemen. Para ilmuwan menyederhanakan fenomena yang rumit dan mengidentifikasikan variabel-variabel yang penting dalam rangka menentukan hubungan diantara semua variable dan memformulasikan hipotesa. Formula matematika sudah dibuat. Para ilmuwan menggantikan data-data yang sangat banyak di lapangan ke dalam sebuah formula dan menghitungnya melalui komputer untuk meramalkan masa depan. Dalam proses ini, matematika tingkat tinggi seperti fungsi, persamaan, dan probabilitas yang kamu pelajari digunakan semuanya. Ini merupakan matematika baru yang mempertimbangkan system dari seluruh dunia dengan variasi perubahan yang berdampak kepada kita semua.

Mari kita pikirkan isu pemanasan global dan air, kemudian kita sederhanakan ke dalam model matematika.

Konsistensi karbondioksida dari 0 tahun sampai dengan tahun 2005.

(Sumber: IPCC tahunan ke-4)

Banjir di Katsuragawa (Kyoto City, Kyoto Prefektur)

248 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Meningkatkan Minat Siswa

Kebanyakan siswa mengetahui bahwa peningkatan karbon dioksida di atmosfer dapat menyebabkan pemanasan global. Dan tidak sedikit siswa yang hanya beranggapan bahwa pemanasan global berarti bertambah panasnya suhu. Jadi sebagai pengenalan, tunjukkan kepada siswa bahwa cuaca abnormal sering terjadi dalam beberapa tahun terakhir, kekeringan dan kekurangan air semakin meluas di daerah kering seperti Afrika, sedangkan di Asia dan Eropa terdapat wilayah yang rusak parah akibat banjir. Arahkan agar siswa berpikir bahwa pemanasan global merupakan penyebab masalah-masalah tersebut. Perdalam minat siswa dan arahkan agar siswa memahami bahwa jika suhu naik, sirkulasi udara dalam skala global akan berubah, badai topan besar akan lebih sering terjadi, dan di sisi lain ada area di mana curah hujannya akan berkurang.

BAB 8 | Survei Sample

2 Krisis Kekurangan Air

Dunia saat ini menghadapi kekurangan air. Diantara 70 milyar manusia, hanya 10 milyar yang mempunyai akses untuk mendapatkan air bersih dan lebih dari 10 juta manusia mengalami penderitaan karena penyakit dan kehilangan tempat tinggal karena ketiadaan air. Dengan adanya pertambahan penduduk, maka kebutuhan akan air meningkat. Ada keprihatinan bahwa abad ke 21 akan merupakan abad konflik yang berkaitan dengan air.

Di bumi, terdapat 138.000.000.000.000.000.000.000 liter air. Meskipun 97,4% adalah air laut, kita hanya dapat menggunakan 0,02% dari seluruhnya. Bagaimanapun, air tidak akan habis, karena air itu bersirkulasi.

Bagian air yang jatuh ke bumi, seperti hujan dan salju, akan menguap dan diserap oleh tanaman di permukaan bumi dan kembali ke atmosfer. Sisa air akan mengalir ke danau dan laut dan kadang-kadang menguap dan menjadi awan. Ini merupakan siklus dari air. Melalui pengendapan, kita hanya dapat menggunakan air yang mengalir ke sungai dan danau yang tidak menguap. Jumlahnya dapat dilihat dari rumus berikut ini:

(Banyak air yang dipakai) = (banyak air yang mengendap) - (banyak air yang menguap)

Jika pemanasan global menjadi bertambah serius, sampai sejauh mana kegunaan air akan mengalami perubahan? Ketika suhu bertambah 1^{0}C, kepadatan uap air jenuh bertambah 6%, oleh karena itu, jumlah air yang menguap akan bertambah banyak. Sebagai hasilnya, jumlah pengendapan akan meningkat, bagaimnapun banyaknya tidak sama di bumi. Sebagian besar air akan menguap dari samudera-samudera tropis akan dibawa ke lintang menengah dan sering akan menjadi hujan.

Pada abad 20, jumlah pengendapan meningkat 1% di dareah lintang menengah dan di daerah lintang tinggi dan 0,3% di area subtropics. Jika pemanasan global meningkat pesat, maka jumlah penguapan akan meningkat atau menurun beberapa persen. Beberapa orang beranggapan perubahan ini bukanlah hal yang serius. Bagaimanapun IPCC memperkirakan bahwa banyaknya air yang bisa digunakan akan berkurang 10-30% di area yang kering diakibatkan oleh pemanasan global. Sebagai konsekuensi, hal ini merupakan peringatan bagi lebih dari 250 juta orang di Afrika pada tahun 2020. Mengapa peningkatan atau penurunan presentase yang kecil akan berdampak begitu besar?

Matematika Lanjut 249

4. Mengaitkan Dengan Matematika

Hasil survei PISA yang dilakukan tahun 2003 pada siswa berusia 15 tahun (di Jepang kelas 1 SMA) tentang "Apakah bisa menerapkan matematika yang sudah dipelajari dalam kehidupan sehari-hari?", menunjukkan persentase siswa di Jepang hanya sebesar 13% dibandingkan dengan rata-rata OECD sebesar 53%. Salah satu alasannya karena di SMP, siswa hanya memiliki sedikit pengalaman untuk menggunakan matematika ketika memikirkan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Selain itu, terdapat banyak asumsi bahwa masalah yang sebenarnya adalah masalah rumit dan tidak dapat diselesaikan secara matematis.

Di sini, tunjukkan pada siswa bahwa struktur masalah dalam kehidupan nyata dapat dilihat dengan menggunakan matematika. Untuk memikirkan secara matematis masalah dalam kehidupan nyata yang rumit, lakukan dengan menyederhanakan masalahnya, membuat model matematika, dan memikirkan masalah dalam kehidupan nyata berdasarkan kesimpulan matematis dari sana.

5. Satuan Kekentalan

ppm yang digunakan pada grafik di halaman sebelumnya adalah singkatan dari parts per million, yang berarti satu per satu juta, dan persentase yang sering digunakan adalah parts per cent yang berarti satu per seratus.

6. Menghitung banyak air yang digunakan

Di sini muncul jumlah 138.000.000.000.000.000.000.000 liter air. Ajarkan cara membacanya karena mungkin ada siswa yang baru pertama melihatnya.

seratus juta 10^{8} Kali 10.000 10^{12} Kuadriliun 10^{16} Kuintiliun 10^{20}

1 Kali 10.000   1 Kali 10.000   1 Kali 10.000

Jumlah air yang bisa digunakan 0,02% dari 138.000.000.000.000.000.000.000 liter, yaitu 276.000.000.000.000 liter.

7. Banyak Air yang Digunakan

Jika suhu naik, evapotranspirasi juga akan meningkat, kemudian menjadi hujan dan jatuh ke tanah. Air beredar dan jumlah air yang dapat digunakan di seluruh dunia adalah tetap. Tetapi, timbul ketidakseimbangan regional akibat aliran udara.

Jika suhu naik, maka banyak pengendapan akan meningkat di segala tempat. Namun, ada kalanya curah hujan tidak bertambah di daerah tersebut dan justru di tempat yang jauh dari sana. Akibatnya, daerah di bumi yang sejak awal memang sudah kering curah hujannya menjadi semakin sedikit karena perubahan aliran udara akibat pemanasan global. IPCC memperkirakan akan ada area yang jumlah ketersediaan airnya berkurang hingga 30%.

Penjelasan ilmiah ini tidak perlu dibahas secara mendalam. Cukup buat siswa memahami bahwa pemanasan global merupakan fenomena rumit yang terkait dengan berbagai perubahan, dan arahkan agar siswa fokus pada hubungan kuantitatif di dalamnya. Oleh karena itu, sebelum lanjut ke halaman berikutnya, tanyakan kepada siswa apakah mungkin penambahan dan pengurangan beberapa persen memberi dampak perubahan hingga 30%, dan tingkatkan kesadaran siswa akan masalah tersebut.

Jawaban

1 (Contoh)

<Model I>

berkurang sekitar 10%, berkurang sekitar 20%, tidak tahu

<Model II>

bertambah sekitar 5%, tidak bertambah maupun berkurang, tidak tahu

2

<Model I>

	banyak penguapan (mm/tahun)	banyak pengendapan (mm/tahun)	Banyak Air yang Digunakan	
			(mm/tahun)	pertambahan dan pengurangan
Jepang	**1710**	**682.5**	**1027.5**	Berkurang **10.7**
Sri Lanka zona lembab	**2280**	**1575**	**705**	Berkurang **21,7**
Sri Lanka zona kering	**1425**	**1365**	**60**	Berkurang **70,0**

<Model II>

	banyak penguapan (mm/tahun)	banyak pengendapan (mm/tahun)	Banyak Air yang Digunakan	
			(mm/tahun)	pertambahan dan pengurangan
Jepang	**1890**	**682.5**	**1207.5**	Bertambah **5.0**
Sri Lanka zona lembab	**2520**	**1575**	**945**	Bertambah **5.0**
Sri Lanka zona kering	**1575**	**1365**	**210**	Bertambah **5.0**

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

8. Pikirkan dengan model matematika

Tunjukkan model matematika sederhana, perkirakan perubahan apa yang mungkin terjadi, dan sesuaikan dengan nilai yang sesungguhnya. Selanjutnya, pikirkan alasan mengapa perubahan besar itu terjadi.

9. Pembahasan 1

Karena ini merupakan perkiraan, akan ada berbagai pendapat yang muncul. Guru dapat mengarahkan siswa untuk menjelaskan masing-masing alasan.

Pada Model I, banyak penguapan turun sebesar 5% dan banyak pengendapan meningkat sebesar 5%, sehingga ada banyak pendapat bahwa jumlah totalnya akan menurun sebesar 10%. Di sisi lain, jika ada siswa yang berpendapat berdasarkan contoh konkret bahwa "jika banyak penguapan 200 dan banyak pengendapan 100, maka akan berkurang 15%", bahaslah pendapat tersebut dan lakukan evaluasi. Akan sangat bagus jika

3 Mari kita gunakan Model sederhana

Anggaplah bahwa banyaknya air yang menguap akan meningkat 5% di beberapa daerah karena pemanasan global. Beberapa anggapan lain, menyatakan bahwa penurunan pengendapan air sebesar 5% di daerah lintang yang rendah dan meningkat 5% di daerah lintang di tengah.

Model I	Jumlah pengendapan − 5%, jumlah penguapan +5% rendah (lintang daerah kering)
Model II	Jumlah pengendapan + 5%, jumlah penguapan+5% (derah lintang di tengah)

1 Mari kita perkirakan kenaikan / penurunan banyaknya air yang digunakan oleh setiap model. Mari kita diskusikan dan bagikanlah gagasan-gagasanmu sendiri.

ModelI jumlah air yang digunakan mendekati ☐ % kenaikan/penurunan

Model II jumlah air yang digunakan mendekati ☐ % kenaikan/penurunan

2 Diagram di sebelah kanan menunjukkan banyaknya pengendapan air di Jepang dan Sri Langka. Tentukan jumlah air yang dapat digunakan dan prosentase kenaikan atau penurunannya untuk kedua model tersebut.

Jumlah Pengendapan dan Penguapan di Jepang dan Sri Lanka (dalam: mm / tahun)

	Banyak Penguapan	Banyak Pengendapan	Banyak Air yang Digunakan
Japan	1800	650	1150
Sri Lanka zona lembab	2400	1500	900
Sri Lanka zona kering	1500	1300	200

Negara Sri Lanka terletak pada 80° lintang Utara

Model I

Banyak endapan -5%

Banyak penguapan +5%

	Banyak Penguapan	Banyak Pengendapan	Banyak Air yang Digunakan	
			(mm / tahun)	Perubahan
Japan				
Sri Lanka zona lembab				
Sri Lanka zona kering				

Model II

Banyak endapan +5%

Banyak penguapan -5%

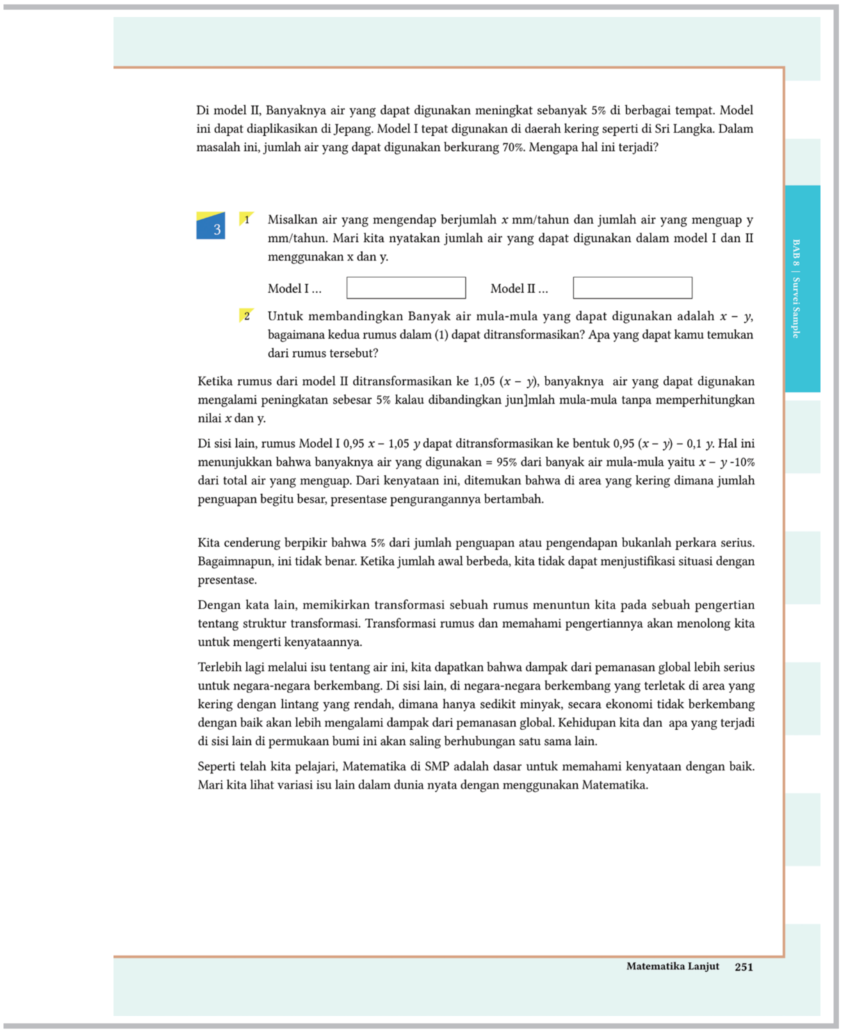
	Banyak Penguapan	Banyak Pengendapan	Banyak Air yang Digunakan	
			(mm / tahun)	Perubahan
Japan				
Sri Lanka zona lembab				
Sri Lanka zona kering				

250 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

siswa menghitung dengan beberapa contoh yang lebih konkret dan memikirkan situasi yang berbeda-beda.

Dengan memberi kesempatan pada siswa untuk melakukan presentasi, siswa dapat memahami metode matematika mendasar dengan mulai menyelidiki beberapa contoh secara konkret dan tidak hanya menambah atau mengurangi angka (persentase) tanpa dasar ketika berhadapan dengan masalah baru seperti ini. Jika tidak ada siswa yang seperti itu, konfirmasikan perkiraan dan lanjutkan ke bagian 2.

Selain itu, pendapat bahwa jika banyak penguapan berkurang sebesar 5% dan banyak pengendapan bertambah sebesar 5%, maka akan terjadi penurunan sebesar 10% karena -5% dan -5%, berakar dari kekeliruan pada pemahaman tentang persentase. Jika menambahkan x% dari a dan y% dari a, maka akan menjadi (x+y)% dari a. Tetapi, tidak ada artinya menyesuaikan persentase jika variabel referensinya berbeda.


Di model II, Banyaknya air yang dapat digunakan meningkat sebanyak 5% di berbagai tempat. Model ini dapat diaplikasikan di Jepang. Model I tepat digunakan di daerah kering seperti di Sri Langka. Dalam masalah ini, jumlah air yang dapat digunakan berkurang 70%. Mengapa hal ini terjadi?

3

1 Misalkan air yang mengendap berjumlah x mm/tahun dan jumlah air yang menguap y mm/tahun. Mari kita nyatakan jumlah air yang dapat digunakan dalam model I dan II menggunakan x dan y.

Model I ... Model II ...

2 Untuk membandingkan Banyak air mula-mula yang dapat digunakan adalah $x - y$, bagaimana kedua rumus dalam (1) dapat ditransformasikan? Apa yang dapat kamu temukan dari rumus tersebut?

Ketika rumus dari model II ditransformasikan ke 1,05 $(x - y)$, banyaknya air yang dapat digunakan mengalami peningkatan sebesar 5% kalau dibandingkan jun]mlah mula-mula tanpa memperhitungkan nilai x dan y.

Di sisi lain, rumus Model I 0,95 x − 1,05 y dapat ditransformasikan ke bentuk 0,95 $(x - y)$ − 0,1 y. Hal ini menunjukkan bahwa banyaknya air yang digunakan = 95% dari banyak air mula-mula yaitu $x - y$ -10% dari total air yang menguap. Dari kenyataan ini, ditemukan bahwa di area yang kering dimana jumlah penguapan begitu besar, presentase pengurangannya bertambah.

Kita cenderung berpikir bahwa 5% dari jumlah penguapan atau pengendapan bukanlah perkara serius. Bagaimnapun, ini tidak benar. Ketika jumlah awal berbeda, kita tidak dapat menjustifikasi situasi dengan presentase.

Dengan kata lain, memikirkan transformasi sebuah rumus menuntun kita pada sebuah pengertian tentang struktur transformasi. Transformasi rumus dan memahami pengertiannya akan menolong kita untuk mengerti kenyataannya.

Terlebih lagi melalui isu tentang air ini, kita dapatkan bahwa dampak dari pemanasan global lebih serius untuk negara-negara berkembang. Di sisi lain, di negara-negara berkembang yang terletak di area yang kering dengan lintang yang rendah, dimana hanya sedikit minyak, secara ekonomi tidak berkembang dengan baik akan lebih mengalami dampak dari pemanasan global. Kehidupan kita dan apa yang terjadi di sisi lain di permukaan bumi ini akan saling berhubungan satu sama lain.

Seperti telah kita pelajari, Matematika di SMP adalah dasar untuk memahami kenyataan dengan baik. Mari kita lihat variasi isu lain dalam dunia nyata dengan menggunakan Matematika.

BAB 8 | Survei Sampel

Matematika Lanjut 251

Jawaban

3

1 Model I 0,95x - 1,05y
Model II 1,05x - 1,05y

2 Model I 0,95 (x-y) - 0,1y
Model II 1,05 (x-y)

Pada Model II, banyak air yang digunakan meningkat sebesar 5% tanpa memperhitungkan banyak penguapan x dan banyak pengendapan *y*. Sebaliknya pada Model I, banyak air yang digunakan mengalami penurunan sebesar 5% dari jumlah mula-mula, lalu dikurangi 10% banyak pengendapan *y*.

10. Pembahasan 2

Persentasi peningkatan dan penurunan dapat membantu kita untuk mencari berapa persen peningkatan atau penurunan banyak air yang digunakan sebelum dan sesudah pemanasan global.

Pada Model I yang diaplikasikan untuk Jepang, sebelum pemanasan global...1150 mm/tahun
sesudah pemanasan global...1027,55 mm/tahun
Persentasenya sekitar 0,893

Jadi, banyak air yang digunakan mengalami penurunan sekitar 10,7%.

11. Pikirkan contoh yang lebih familier

Saat membahas bagian 2, guru dapat meminta siswa untuk memikirkan contoh berikut agar siswa benar-benar merasakan contoh yang familer dengan dirinya.

Uang buku dikurangi dari uang saku bulanan, dan sisanya adalah uang untuk jajan selama bulan itu. Jika uang saku mengalami penurunan sebesar 5% dan uang buku naik sebesar 5%, bagaimana dengan sisa uang sakumu?

Jika memperhitungkan beberapa situasi yang sebenarnya, terlihat bahwa semakin besar persentase biaya buku, maka semakin banyak uang jajan yang harus dihemat.

Ini adalah masalah dengan struktur yang sama pada matematika. Dengan contoh seperti ini, buatlah agar siswa menyadari bahwa keduanya memiliki struktur yang sama, tetapi konteksnya berbeda.

12. Membaca persamaan aljabar

Kita tidak dapat melihatnya jika melakukan manipulasi jumlah secara langsung, tetapi bisa melihatnya jika menggunakan persamaan aljabar. Karena strukturnya dapat terlihat. Oleh karena itu, penting untuk melihat persamaan aljabar dengan memiliki kesadaran akan adanya suatu tujuan. Pada contoh ini, hal yang ingin diketahui adalah bagaimana banyak air yang digunakan x-y berubah akibat pemanasan global. Kunci masalah ini adalah menyimpulkan x-y menjadi satu dan memikirkan di mana x-y disembunyikan pada persamaan baru.

Selain itu, pada persamaan ini, banyak air yang digunakan ditentukan oleh variabel x dan y. Jadi, z dapat dianggap sebagai fungsi dua variabel dari x dan y. Ada banyak contoh perubahan seperti ini di sekitar kita, dan penting untuk memahaminya sebagai sebuah fungsi.

Jembatan Menuju SMA

• Tujuan •

Peserta didik dapat memahami pengembangan matematika yang dipelajari di SMP pada matematika di SMA, dan dapat meningkatkan minat serta pandangan terhadap pembelajaran di masa mendatang.

Dapatkah kita memfaktorkan bentuk ini **$2\times 2 + 7x + 3$?**

Jawaban

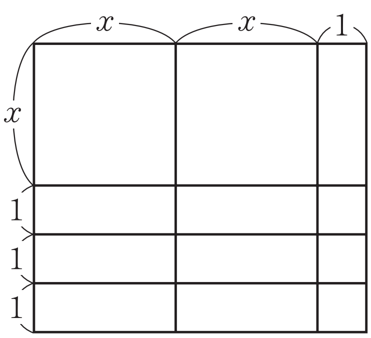
(1) $2(x+1)^2$
(2) $(2x+3)^2$
(3) $(2x+1)(x+3)$

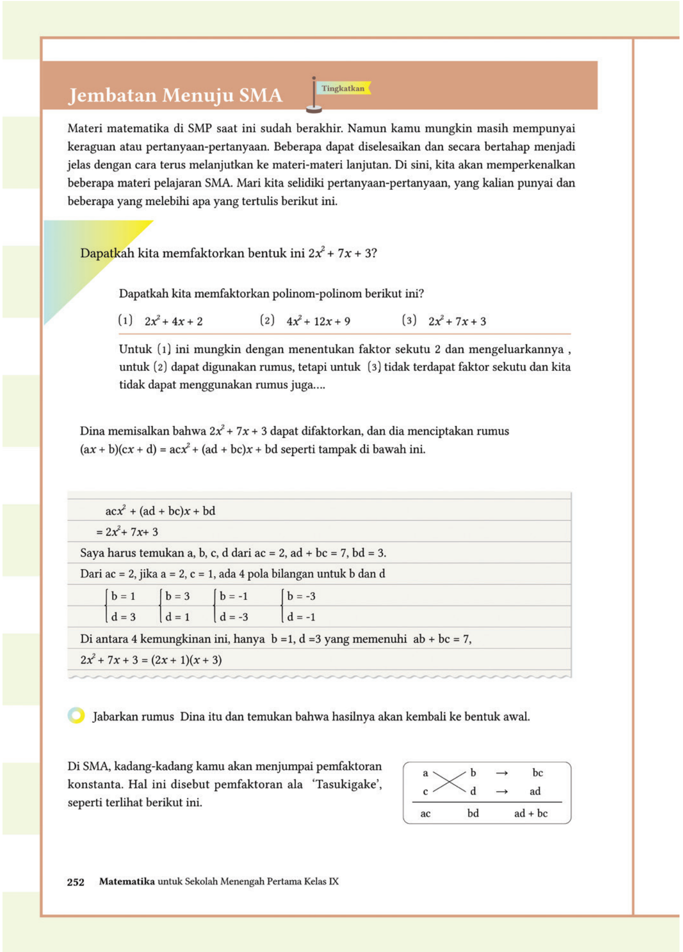
Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Pembahasan Soal

(1) dan (2) dapat dikerjakan pada tahapan ini karena merupakan faktorisasi dari faktor sekutu dan rumusnya. Tetapi untuk (3), berikan waktu pada siswa untuk berdiskusi karena ini merupakan faktorisasi yang tidak dibahas pada buku utama. Jika siswa tidak memberikan pendapat, gunakan materi yang telah dipelajari, yaitu mengubah bentuk $2x^2$ menjadi $2x \times x$, sehingga menjadi $(x + \mathrm{O})\ (2x + \triangle)$, kemudian lakukan kegiatan untuk menemukan nilai O dan $\triangle$.

Selain itu, pada buku pelajaran hlm. 16, faktorisasi diperkenalkan dengan menyusun ulang potongan-potongan kertas persegi dan persegi panjang untuk membuat 1 persegi panjang. Ingatkan siswa kembali mengenai hal ini, lalu pikirkan mengenai gambar berikut secara bebas.





Jembatan Menuju SMA Tingkatkan

Materi matematika di SMP saat ini sudah berakhir. Namun kamu mungkin masih mempunyai keraguan atau pertanyaan-pertanyaan. Beberapa dapat diselesaikan dan secara bertahap menjadi jelas dengan cara terus melanjutkan ke materi-materi lanjutan. Di sini, kita akan memperkenalkan beberapa materi pelajaran SMA. Mari kita selidiki pertanyaan-pertanyaan, yang kalian punyai dan beberapa yang melebihi apa yang tertulis berikut ini.

Dapatkah kita memfaktorkan bentuk ini $2x^2 + 7x + 3$?

Dapatkah kita memfaktorkan polinom-polinom berikut ini?

(1) $2x^2 + 4x + 2$ (2) $4x^2 + 12x + 9$ (3) $2x^2 + 7x + 3$

Untuk (1) ini mungkin dengan menentukan faktor sekutu 2 dan mengeluarkannya , untuk (2) dapat digunakan rumus, tetapi untuk (3) tidak terdapat faktor sekutu dan kita tidak dapat menggunakan rumus juga....

Dina memisalkan bahwa $2x^2 + 7x + 3$ dapat difaktorkan, dan dia menciptakan rumus $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$ seperti tampak di bawah ini.

$acx^2 + (ad + bc)x + bd$
$= 2x^2 + 7x + 3$

Saya harus temukan a, b, c, d dari ac = 2, ad + bc = 7, bd = 3.

Dari ac = 2, jika a = 2, c = 1, ada 4 pola bilangan untuk b dan d

$\begin{cases} b = 1 \\ d = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} b = 3 \\ d = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} b = -1 \\ d = -3 \end{cases}$ $\begin{cases} b = -3 \\ d = -1 \end{cases}$

Di antara 4 kemungkinan ini, hanya b =1, d =3 yang memenuhi ab + bc = 7,

$2x^2 + 7x + 3 = (2x + 1)(x + 3)$

Jabarkan rumus Dina itu dan temukan bahwa hasilnya akan kembali ke bentuk awal.

Di SMA, kadang-kadang kamu akan menjumpai pemfaktoran konstanta. Hal ini disebut pemfaktoran ala 'Tasukigake', seperti terlihat berikut ini.

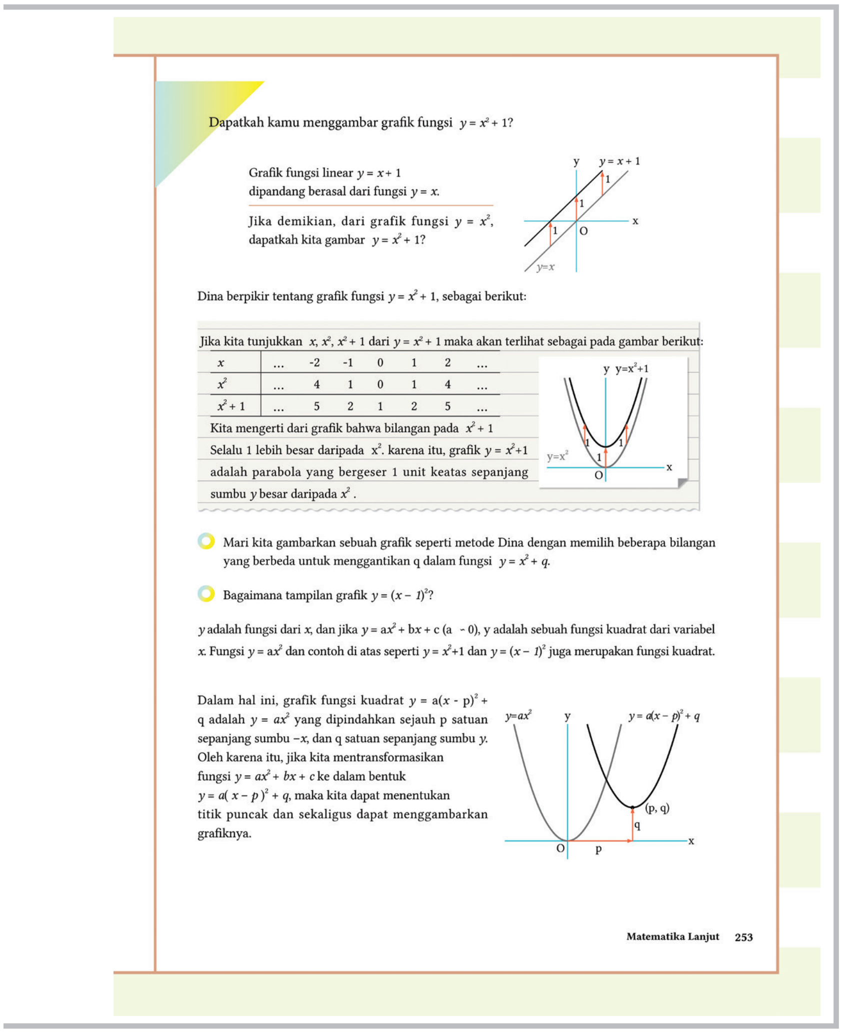
a	╳	b	→	bc
c		d	→	ad
ac		bd		ad + bc

252 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

2. Tasukigake

Persamaan aljabar menjadi semakin rumit jika jenis hurufnya bertambah. Pemfaktoran konstanta harus dibahas dengan secara perlahan mulai dari penjabaran $(ax+b)(cx+d)$. Selain itu, ketika mencari nilai b dan d yang memenuhi syarat $ad+bc=7$ dari 4 pilihan jawaban, arahkan agar siswa menyadari bahwa jika a dan b adalah bilangan positif, maka b dan d juga bilangan positif, lalu kaitkan dengan "Tasukigake".

Meski demikian, pembelajaran ini tidak mengharuskan siswa untuk mengingat metode "Tasukigake" dan sebagainya, tetapi cukup agar siswa mengetahui bahwa pada pelajaran matematika SMA mereka nantinya bisa memfaktorkan rumus yang lebih rumit daripada yang sebelumnya.



Dapatkah kamu menggambar grafik fungsi $y = x^2 + 1$?

Grafik fungsi linear $y = x + 1$ dipandang berasal dari fungsi $y = x$.

Jika demikian, dari grafik fungsi $y = x^2$, dapatkah kita gambar $y = x^2 + 1$?

Dina berpikir tentang grafik fungsi $y = x^2 + 1$, sebagai berikut:

Jika kita tunjukkan x, x^2, $x^2 + 1$ dari $y = x^2 + 1$ maka akan terlihat sebagai pada gambar berikut:

x	...	-2	-1	0	1	2	...
x^2	...	4	1	0	1	4	...
$x^2 + 1$	...	5	2	1	2	5	...

Kita mengerti dari grafik bahwa bilangan pada $x^2 + 1$ Selalu 1 lebih besar daripada x^2. karena itu, grafik $y = x^2+1$ adalah parabola yang bergeser 1 unit keatas sepanjang sumbu y besar daripada x^2.

Mari kita gambarkan sebuah grafik seperti metode Dina dengan memilih beberapa bilangan yang berbeda untuk menggantikan q dalam fungsi $y = x^2 + q$.

Bagaimana tampilan grafik $y = (x - 1)^2$?

y adalah fungsi dari x, dan jika $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), y adalah sebuah fungsi kuadrat dari variabel x. Fungsi $y = ax^2$ dan contoh di atas seperti $y = x^2+1$ dan $y = (x - 1)^2$ juga merupakan fungsi kuadrat.

Dalam hal ini, grafik fungsi kuadrat $y = a(x - p)^2 + q$ adalah $y = ax^2$ yang dipindahkan sejauh p satuan sepanjang sumbu $-x$, dan q satuan sepanjang sumbu y. Oleh karena itu, jika kita mentransformasikan fungsi $y = ax^2 + bx + c$ ke dalam bentuk $y = a(x - p)^2 + q$, maka kita dapat menentukan titik puncak dan sekaligus dapat menggambarkan grafiknya.

Matematika Lanjut 253

Dapatkah kamu menggambar grafik fungsi $y = x^2 + 1$?

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Grafik Fungsi

Di SMP mempelajari kesebandingan, perbandingan terbalik, fungsi linear, dan grafik fungsi $y=ax^2$. Tetapi, semuanya membuat grafik dengan mengambil titik koordinat x dan y berdasarkan tabel. Konfirmasikan bahwa siswa memahami ikhtisar grafik yang berdasarkan pada tabel, selain fungsi yang telah dipelajari sejauh ini.

2. Menggeser unit grafik

Ingatkan peserta didik kembali mengenai grafik fungsi linear, dan arahkan agar mereka memahami grafik yang digeser ke arah sumbu y berdasarkan tabel. Setelah itu, perdalam pemahaman siswa mengenai grafik dengan menggunakan berbagai grafik fungsi $y=x^2+q$.

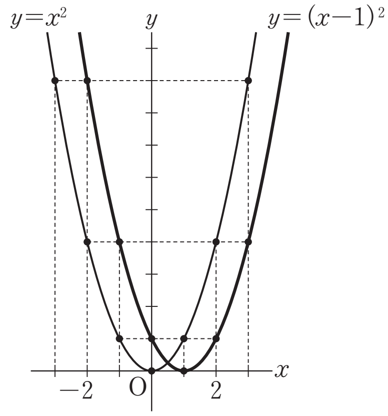
3. Pembahasan grafik fungsi $y=(x-1)^2$

Lihat daftar hubungan x, $x - 1$, dan $(x - 1)^2$ yang sama seperti ketika mempertimbangkan fungsi $y = x^2+1$.

x	⋯	-2	-1	0	1	2	⋯
$x-1$	⋯	-3	-2	-1	0	1	⋯
$(x-1)^2$	⋯	9	4	1	0	1	⋯

Dari tabel, jika memahami bahwa urutan nilai $x - 1$ selisih satu ke arah kanan dibandingkan dengan urutan nilai x, maka kita dapat memperkirakan garis besar grafik $y = (x - 1)^2$ berdasarkan grafik $y = x^2$.

Tetapi di sini, dengan mengambil koordinat titik (-2,9), (-1,4), dan sebagainya, arahkan siswa untuk membuat grafik $y = (x-1)^2$, dan pikirkan hubungan grafik $y = x^2$.



Tergantung pada situasi, mengubah fungsi kuadrat $y=ax^2+bx+c$ menjadi bentuk $y=a(x-p)^2+q$, lalu menggambar grafik yang digeser ke arah sumbu x dan sumbu y, dapat digunakan sebagai evaluasi pembelajaran pada buku pelajaran hlm. 82-83.

Apa itu Sinus, Cosinus, dan Tangen?

Jawaban

$\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60° = \dfrac{1}{2}$

$\tan 60° = \sqrt{3}$

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Pembahasan Halaman Ini

Mungkin ada peserta didik yang pernah mendengar tentang Sinus, Cosinus, dan Tangen. Namun, hanya sedikit siswa yang memahami artinya.

Di sini, sambil menunjukkan gambar segitiga siku-siku dengan sudut 30°, minta siswa untuk memikirkan arti dari sin 30° = 1/2.

Jika mengingat kembali rasio tiga sisi segitiga siku-siku yang dipelajari pada teorema Pythagoras (buku pelajaran hlm. 203), siswa dapat menyadari bahwa

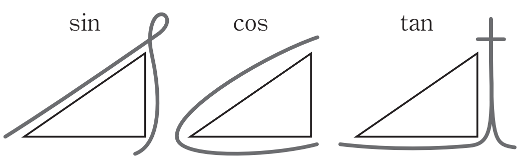
$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{(\text{sisi di depan } \angle 30^\circ)}{\text{sisi miring}}$$

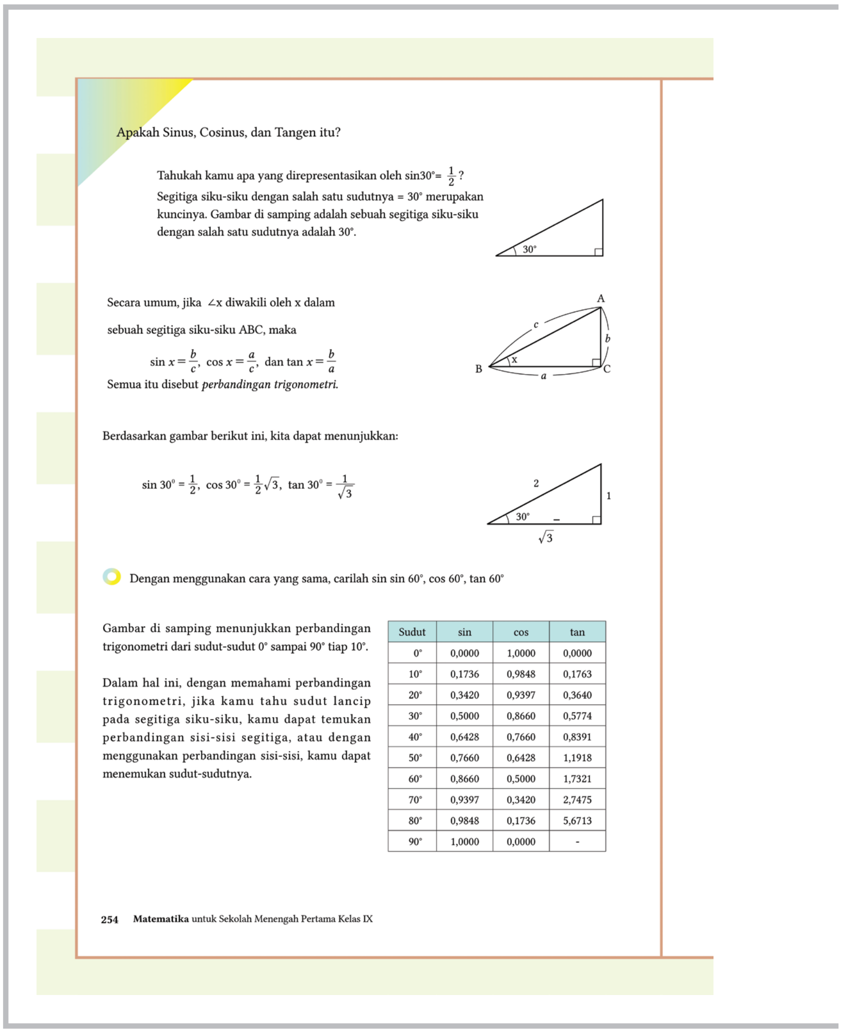
Dari sini, buat siswa memiliki minat terhadap perbandingan trigonometri.

2. Perbandingan Tiga Sisi

Pada segitiga siku-siku, jika mengetahui satu sudut lancipnya, kita dapat menemukan bentuknya atau menemukan perbandingan sisi-sisinya. Hal itu dapat dilakukan dengan mempertimbangkan hubungan antara sudut dengan sisi-sisi segitiga. Terkait hal ini, bahaslah mengenai dua pasang sudut kedua segitiga yang sama akan mendapatkan segitiga yang sebangun, serta hubungannya dengan teorema Pythagoras.

Selain itu, guru juga bisa membahas mengenai cara menghafal Sinus, Cosinus, dan Tangen seperti yang ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan.





Apakah Sinus, Cosinus, dan Tangen itu?

Tahukah kamu apa yang direpresentasikan oleh $\sin 30° = \frac{1}{2}$?
Segitiga siku-siku dengan salah satu sudutnya = 30° merupakan kuncinya. Gambar di samping adalah sebuah segitiga siku-siku dengan salah satu sudutnya adalah 30°.

Secara umum, jika $\angle x$ diwakili oleh x dalam sebuah segitiga siku-siku ABC, maka

$$\sin x = \frac{b}{c},\ \cos x = \frac{a}{c},\ \text{dan } \tan x = \frac{b}{a}$$

Semua itu disebut *perbandingan trigonometri.*

Berdasarkan gambar berikut ini, kita dapat menunjukkan:

$$\sin 30^0 = \frac{1}{2},\ \cos 30^0 = \frac{1}{2}\sqrt{3},\ \tan 30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Dengan menggunakan cara yang sama, carilah sin sin 60°, cos 60°, tan 60°

Gambar di samping menunjukkan perbandingan trigonometri dari sudut-sudut 0° sampai 90° tiap 10°.

Dalam hal ini, dengan memahami perbandingan trigonometri, jika kamu tahu sudut lancip pada segitiga siku-siku, kamu dapat temukan perbandingan sisi-sisi segitiga, atau dengan menggunakan perbandingan sisi-sisi, kamu dapat menemukan sudut-sudutnya.

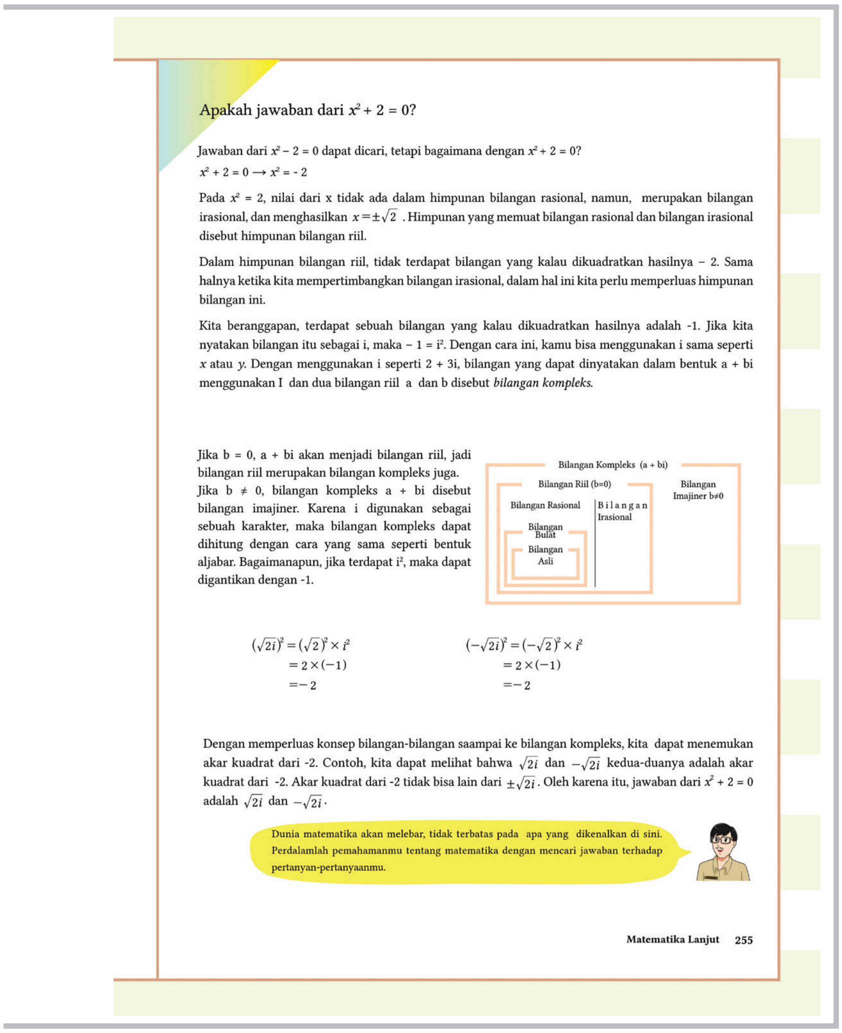
Sudut	sin	cos	tan
0°	0,0000	1,0000	0,0000
10°	0,1736	0,9848	0,1763
20°	0,3420	0,9397	0,3640
30°	0,5000	0,8660	0,5774
40°	0,6428	0,7660	0,8391
50°	0,7660	0,6428	1,1918
60°	0,8660	0,5000	1,7321
70°	0,9397	0,3420	2,7475
80°	0,9848	0,1736	5,6713
90°	1,0000	0,0000	-

254 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3. Perbandingan Trigonometri

Di sini, siswa cukup memahami adanya konsep perbandingan trigonometri dan besarnya ditentukan oleh sudut. Selain itu, beritahu siswa bahwa mereka dapat mengukur ketinggian pohon, gedung, dan lainnya dengan menggunakan gagasan perbandingan trigonometri.

Tergantung pada situasi siswa, guru dapat menyinggung mengenai penggunaan radian dan hukum sinus, tetapi tidak perlu membahas sudut terlalu dalam.



Apakah jawaban dari $x^2 + 2 = 0$?

Jawaban dari $x^2 - 2 = 0$ dapat dicari, tetapi bagaimana dengan $x^2 + 2 = 0$?

$x^2 + 2 = 0 \longrightarrow x^2 = -2$

Pada $x^2 = 2$, nilai dari x tidak ada dalam himpunan bilangan rasional, namun, merupakan bilangan irasional, dan menghasilkan $x = \pm\sqrt{2}$. Himpunan yang memuat bilangan rasional dan bilangan irasional disebut himpunan bilangan riil.

Dalam himpunan bilangan riil, tidak terdapat bilangan yang kalau dikuadratkan hasilnya − 2. Sama halnya ketika kita mempertimbangkan bilangan irasional, dalam hal ini kita perlu memperluas himpunan bilangan ini.

Kita beranggapan, terdapat sebuah bilangan yang kalau dikuadratkan hasilnya adalah -1. Jika kita nyatakan bilangan itu sebagai i, maka $-1 = i^2$. Dengan cara ini, kamu bisa menggunakan i sama seperti *x* atau *y*. Dengan menggunakan i seperti 2 + 3i, bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk a + bi menggunakan I dan dua bilangan riil a dan b disebut *bilangan kompleks.*

Jika b = 0, a + bi akan menjadi bilangan riil, jadi bilangan riil merupakan bilangan kompleks juga. Jika b ≠ 0, bilangan kompleks a + bi disebut bilangan imajiner. Karena i digunakan sebagai sebuah karakter, maka bilangan kompleks dapat dihitung dengan cara yang sama seperti bentuk aljabar. Bagaimanapun, jika terdapat i^2, maka dapat digantikan dengan -1.

$$(\sqrt{2i})^2 = (\sqrt{2})^2 \times i^2 = 2 \times (-1) = -2$$

$$(-\sqrt{2i})^2 = (-\sqrt{2})^2 \times i^2 = 2 \times (-1) = -2$$

Dengan memperluas konsep bilangan-bilangan saampai ke bilangan kompleks, kita dapat menemukan akar kuadrat dari -2. Contoh, kita dapat melihat bahwa $\sqrt{2i}$ dan $-\sqrt{2i}$ kedua-duanya adalah akar kuadrat dari -2. Akar kuadrat dari -2 tidak bisa lain dari $\pm\sqrt{2i}$. Oleh karena itu, jawaban dari $x^2 + 2 = 0$ adalah $\sqrt{2i}$ dan $-\sqrt{2i}$.

Matematika Lanjut 255

Apa jawaban dari $x^2 + 2 = 0$?

Ulasan dan hal-hal yang perlu diperhatikan

1. Perluasan konsep bilangan

Bilangan adalah konsep abstrak dihasilkan dari perhitungan suatu hal. Melalui pembelajaran matematika sejauh ini, dunia bilangan telah berkembang secara bertahap dari bilangan postif, 0, bilangan negatif, dan akar kuadrat.

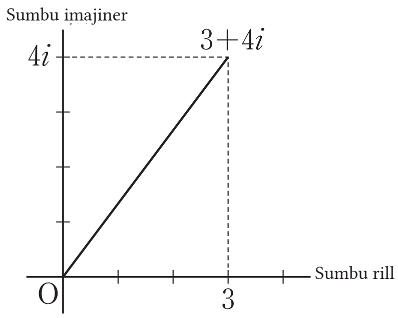
Pada pengenalan, sebagai dasar, bilangan negatif ditunjukkan dengan bilangan yang lebih kecil dari 0. Untuk akar kuadrat, menunjukkan "bilangan yang menjadi 2 jika dikuadratkan" dengan contoh √2. Demikian pula "bilangan yang menjadi -2 jika dikuadratkan", dapat diketahui dengan menyatakan "bilangan yang menjadi -1 jika dikuadratkan" sebagai i.

Oleh karena itu, buatlah agar siswa memahami bahwa semua akar kuadrat dapat ditemukan dengan memperluas konsep bilangan-bilangan sampai ke bilangan kompleks.

Selain itu, i yang merujuk pada bilangan imajiner diambil dari huruf depan "imaginary number". Konsep ini ditetapkan oleh Euler.

Referensi **Bidang kompleks**

Berbeda dengan bilangan riil, bilangan imajiner tidak dapat ditunjukkan dengan garis bilangan, sehingga bilangan itu sendiri menjadi sulit untuk dipahami. Gambar berikut disebut sebagai bidang kompleks (bidang Gaussian). Bidang ini dapat menunjukkan bilangan kompleks dalam bentuk yang terlihat oleh mata.



Referensi **Formula terindah di dunia**

Persamaan Euler eiπ+1=0 yang diciptakan oleh Euler setelah melalui penelitian panjang untuk menetapkan bilangan imajiner i, dikatakan sebagai "formula terindah di dunia".

Persamaan ini menggunakan 1 bilangan asli terkecil, bilangan 0 yang ditemukan di India, bilangan Pi (3,1415...) yang merupakan bilangan irrasional, basis e (2,7182) dari logaritma natural, dan lima bilangan i yang merupakan satuan bilangan imajiner. Meskipun masing-masing merupakan bilangan yang ditemukan secara terpisah, kita hanya dapat membuat rumus yang sangat ringkas dan tepat dengan lima bilangan ini saja. Mungkin sulit untuk menjelaskan basis e dari logaritma natural pada tahap ini. Tetapi, perkenalkan rumus ini pada siswa agar mereka dapat merasakan keindahan matematika.

Mengulang Pelajaran SMP VII, VIII
Bilangan dan Menyetakan Bilangan

Penyelesaian

1

(1)	13	(2)	11
(3)	6	(4)	-2
(5)	$\frac{5}{12}$	(6)	1.4
(7)	48	(8)	-4
(9)	28	(10)	16
(11)	-6	(12)	39
(13)	16		

2

(1)	10x	(2)	3a - 7
(3)	$-\frac{1}{12}x + 5$	(4)	$35x$
(5)	$-2a + 3$	(6)	-3
(7)	$9x$	(8)	$-11x - 3$

3

(1)	$-2x - 5y$	(2)	$-x^2 - 5x + 10$
(3)	$2x2 - x - 3$	(4)	$2x + 13y$
(5)	$\frac{-a - b}{15}$	(6)	$\frac{-3x + 13y}{18}$
(7)	$-24ab$	(8)	$2x$
(9)	$\frac{2a^2}{3b}$	(10)	$12x^2$

4

(1)	$x = -8$	(2)	x 4
(3)	$x = -12$	(4)	x 2
(5)	$x = -4$	(6)	$x = -\frac{5}{2}$
(7)	$x = 7$	(8)	$x = 3$
(9)	$x = -9$	(10)	$x = -17$
(11)	$x = 10$	(12)	$x = -8$
(13)	$x = 13$	(14)	$x = -3$

5

(1)	$\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$	(2)	$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$
(3)	$\begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \end{cases}$	(4)	$\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$
(5)	$\begin{cases} x = -6 \\ y = -4 \end{cases}$	(6)	$\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$
(7)	$\begin{cases} x = -1 \\ y = -9 \end{cases}$	(8)	$\begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases}$

Mengulang Pelajaran SMP VII, VIII

Latihan

Bilangan dan Menyatakan Bilangan

1 Hitunglah.

(1) $(-5) + (-8)$	(2) $7 - (-4)$	(3) $6 - 9 - 3$
(4) $2 - (-4) + (-8)$	(5) $\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{4}\right)$	(6) $-1{,}2 - (-2{,}6)$
(7) $8 \times (-6)$	(8) $28 : (-7)$	(9) $4 - 8 \times (-3)$
(10) $3 \times \{2 + (-5)\} + (-5)^2$	(11) $-54 : (-3^2) - 12$	
(12) $12 - (8^2) : \frac{4}{3}^3$	(13) $\{(-2)^3 - 3 \times (-4)\} : \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2$	

2 Hitunglah.

(1) $-8x - 2x$	(2) $-4a + 2 + 7a - 9$	(3) $\left(\frac{1}{6}x + 4\right) - \left(\frac{1}{4}x - 1\right)$
(4) $(-7x) \times (-5)$	(5) $\frac{1}{3}(-6a + 9)$	(6) $-9a : (-12)$
(7) $15x : \frac{5}{3}$	(8) $-8(4x - 3) + 3(7x - 9)$	

3 Hitunglah.

(1) $-7x + 3y + 5x - 8y$	(2) $(x^2 - 4x + 3) + (-2x^2 - x + 7)$
(3) $x^2 + 2x - 3 - (3x - x^2)$	(4) $2(6x - y) + 5(-2x + 3y)$
(5) $\frac{1}{3}(a - 2b) - \frac{1}{5}(2a - 3)$	(6) $-\frac{3x - 2y}{9} + \frac{x + 3y}{6}$
(7) $8a \times (-3b)$	(8) $(-14xy) : (-7y)$
(9) $a^2 \times 6a : 9ab$	(10) $3x \times (-2x)^2 : x$

4 Selesaikan soal-soal berikut tentang persamaan dan proporsi.

(1) $6x = -48$	(2) $x - 7 = -3$	(3) $\frac{5}{6}x = -10$
(4) $1 - 4x = -7$	(5) $5x - 17 = 8x - 5$	(6) $7(x + 2) = x - 1$

(7) $6x - 3(x + 5) = 6$	(8) $1{,}8x - 2{,}6 = 0{,}6x + 1$
(9) $\frac{2}{3}x - 2 = \frac{5}{6}x - \frac{1}{2}$	(10) $\frac{2x - 5}{3} = \frac{3x - 1}{4}$
(11) $4 : x = 6 : 15$	(12) $9 : 12 = (x - 2) : 8$
(13) $\frac{3x + 6}{5} - \frac{7 - x}{3} = \frac{4x - 1}{6} + \frac{5}{2}$	(14) $(x + 10) : \frac{6 - x}{3} = 7 : 3$

256 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

5 Selesaikan sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases}-4x+y=-25\\ x-y=4\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x+3y=5\\ y=2x+4\end{cases}$

(3) $\begin{cases}3x-2y=-19\\ 5x+6y=15\end{cases}$ (4) $\begin{cases}3(-x+2y)-4y=-11\\ 5-(x-y)=1\end{cases}$

(5) $\begin{cases}\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y=-2\\ 2x-7y=16\end{cases}$ (6) $5x-3y=3x-y+3=5$

(7) $\begin{cases}\dfrac{x+y}{2}=5x\\ \dfrac{x-y}{12}=\dfrac{x}{3}+1\end{cases}$ (8) $\begin{cases}\frac{x}{5}+\frac{y}{2}=5,6\\ 2x:y=3:5\end{cases}$

6 Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Jika a = −5, b = 3, tentukan nilai −2a + b

(2) Jika $x=-2$, $y=\frac{1}{2}$, tentukan nilai dari $12x^2y:(-2x)^2\times 6xy$

(3) Jika $x=5$, $y=-\frac{1}{2}$, tentukan nilai dari $\frac{3x+4y}{2}-\frac{2x-7y}{3}$

7 Tentukan nilai dari a dan b, ketika jawab dari sistem persamaan ini (nilai x dan y) diketahui.

$$\begin{cases}ax+by=4\\ bx-ay=-7\end{cases} \text{ adalah } \begin{cases}x=-1\\ y=2\end{cases}$$

8 Terdapat 18 bangku. Ada x siswa yang akan duduk di tiap-tiap bangku, kecuali bangku ke-18 diduduki oleh y siswa. Nyatakan banyaknya siswa dalam x dan y.

9 Kecepatan untuk menempuh perjalanan dari titik A ke sebuah jalan setapak di gunung dengan kecepatan 50 m/menit, dan dari jalan setapak di gunung ke titik A dengan kecepatan 75 m/menit. Perbedaan kedua waktu tempuh ini adalah 32 menit. Tentukan jarak tempuh (dalam meter) dari titik A ke jalan setapak di gunung.

10 Ada suatu bilangan asli yang terdiri dari 2 angka. Angka puluhan besarnya 2 kurangnya dari angka satuan. Apabila pada bilangan asli ini susunan angkanya dibalik urutannya, kemudian bilangan yang terbentuk dijumlahkan dengan bilangan asli tadi, hasilnya 88. Tentukan bilangan asli itu.

11 Banyak pengunjung di sebuah museum hari ini adalah 376 orang. Jika dibandingkan dengan banyak pengunjung kemarin, didapatkan penurunan banyaknya pengunjung pria sebesar 5%, dan kenaikan banyaknya pengunjung wanita sebesar 8%, kalau dihitung secara keseluruhan maka terdapat kenaikan pengunjung sebesar 11 pengunjung. Hitunglah banyaknya pengunjung pria dan wanita hari ini.

Mengulang Pelajaran SMP VII, VIII 257

Penyelesaian

6

(1) $-2a+b$

$=-2x(-5)+3$

$=13$

(2) $12x^2y:(-2x)^2\times 6xy$

$=12x^2y\times\dfrac{1}{4x^2}\times 6xy$

$=18xy^2$

$=18\times(-2)\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$

$=-9$

(3) $\dfrac{3x+4y}{2}-\dfrac{2x-7y}{3}$

$=\dfrac{9x+12y-4x+14y}{6}$

$=\dfrac{5x+26y}{6}$

$=\dfrac{5\times5+26\times\left(-\frac{1}{2}\right)}{6}$

$=\dfrac{25-13}{6}$

$=2$

7

$$\begin{cases}ax+by=4 & ①\\ bx-ay=-7 & ②\end{cases}$$

Jika x=-1, y=2 digantikan ke ① dan ②

-1+ 2b = 4 ③

-b - 2a =-1 ④

Diselesaikan dengan persamaan simultan,

a=2, b=3

8

(17x+y) orang

9

Misalkan dari titik A ke sebuah jalan setapak di gunung adalah x m, maka

$$\frac{x}{50}-\frac{x}{75}=32$$

$$x=4800$$

Jawab: 4800 m

10

Misalkan puluhan bilangan asli pertama adalah x, dan bilangan satuan adalah y, maka

$$\begin{cases}x=y-2\\ (10x+7)+(10y+x)=88\end{cases}$$

diselesaikan $\begin{cases}x=3\\ y=5\end{cases}$

Jawab: 35

11

Jumlah pengunjung laki-laki yang berkunjung kemarin adalah x orang, dan jumlah wanita yang berkunjung adalah y orang, maka

$$\begin{cases}x+y=376-11\\ -0,05x+0,08y=11\end{cases}$$

diselesaikan, $\begin{cases}x=140\\ y=225\end{cases}$

140 × 0,95 = 133

225 × 1,08 = 243

Jawab: Pengunjung laki-laki 132 orang, pengungung perempuan 243 orang.

Penerapan Fungsi dan Grafik Penyelesaian

Penyelesaian

1

(1) $y = -6x,\ y = 30$

(2) $y = \dfrac{36}{x},\ y = 12$

2

(1) $y = -3x + 7$ (2) $y = 2x + 5$

(3) $y = \dfrac{1}{2}x - 4$

3

(1) Gir A

$36 : 12 = 3$

Oleh karena itu, 3 kali berputar

Gir B

$36 : 15 = \dfrac{12}{5}$

Oleh karena itu, 3 kali berputar

Gir C

$36 : 18 = \dfrac{12}{5}$

Oleh karena itu, 2 kali berputar

(2) Karena ketika pedal dikayuh 5 kali berputar, gir depan menjadi 5 kali berputar,

36×5

Oleh karena itu, $y = \dfrac{180}{x}$

(3) Ketika gigi pada gir depan diubah menjadi 48, sama halnya dengan (2)

$48 \times 5 = 240$

Oleh karena itu, $y = \dfrac{180}{x}$

Lalu, gir A

$y = \dfrac{240}{12}$

gir B

$y = \dfrac{240}{15}$

gir C

$y = \dfrac{240}{18} = \dfrac{40}{3}$

$y = \dfrac{240}{x}$

A... 20 kali berputar

B.. 16 kali berputar

C... $\dfrac{40}{3}$ kali berputar

4

(1) Karena $y = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 2x,\ y = 8x$

(2) Karena titik P bergerak di atas sisi D

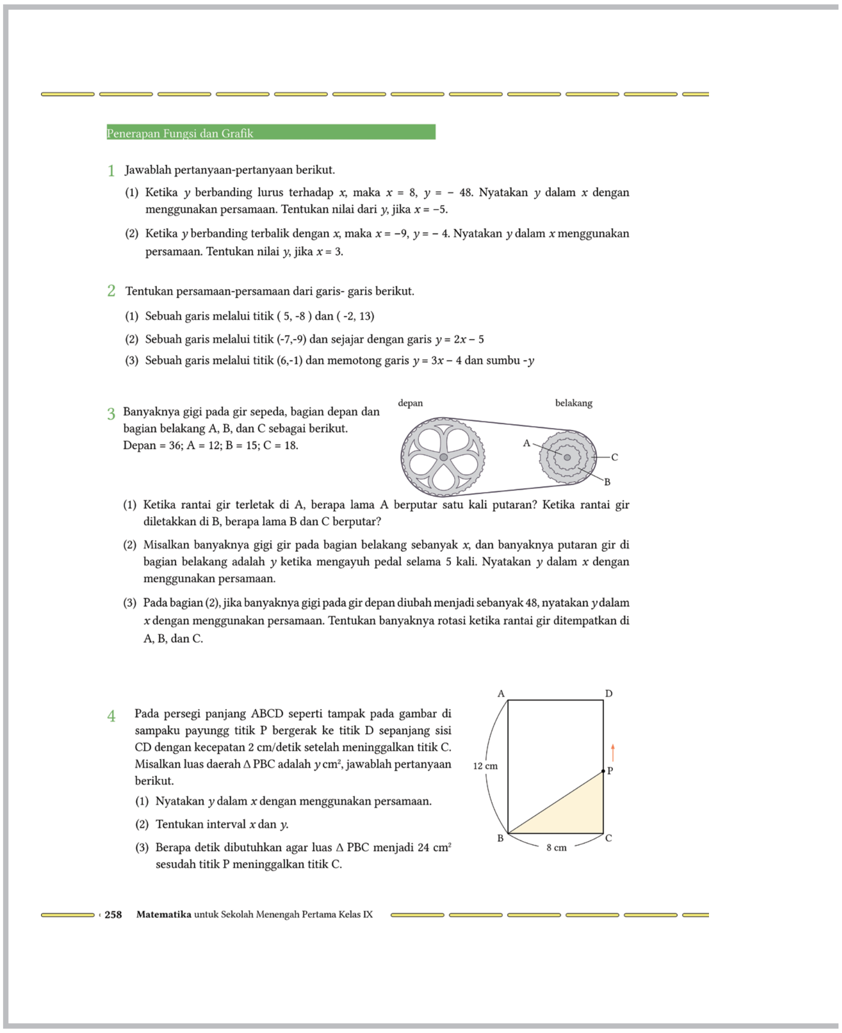
$12 : 2 = 6$

Oleh karena itu, $0 \leq x \leq 6$

Ketika $x = 6$, $y = 0$

Ketika $x = 6$, $y = 48$

Oleh karena itu, $0 \leq y \leq 48$



Penerapan Fungsi dan Grafik

1 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Ketika y berbanding lurus terhadap x, maka $x = 8$, $y = -48$. Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan. Tentukan nilai dari y, jika $x = -5$.

(2) Ketika y berbanding terbalik dengan x, maka $x = -9$, $y = -4$. Nyatakan y dalam x menggunakan persamaan. Tentukan nilai y, jika $x = 3$.

2 Tentukan persamaan-persamaan dari garis- garis berikut.

(1) Sebuah garis melalui titik (5, -8) dan (-2, 13)

(2) Sebuah garis melalui titik (-7,-9) dan sejajar dengan garis $y = 2x - 5$

(3) Sebuah garis melalui titik (6,-1) dan memotong garis $y = 3x - 4$ dan sumbu -y

3 Banyaknya gigi pada gir sepeda, bagian depan dan bagian belakang A, B, dan C sebagai berikut.
Depan = 36; A = 12; B = 15; C = 18.

(1) Ketika rantai gir terletak di A, berapa lama A berputar satu kali putaran? Ketika rantai gir diletakkan di B, berapa lama B dan C berputar?

(2) Misalkan banyaknya gigi gir pada bagian belakang sebanyak x, dan banyaknya putaran gir di bagian belakang adalah y ketika mengayuh pedal selama 5 kali. Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan.

(3) Pada bagian (2), jika banyaknya gigi pada gir depan diubah menjadi sebanyak 48, nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan. Tentukan banyaknya rotasi ketika rantai gir ditempatkan di A, B, dan C.

4 Pada persegi panjang ABCD seperti tampak pada gambar di sampaku payungg titik P bergerak ke titik D sepanjang sisi CD dengan kecepatan 2 cm/detik setelah meninggalkan titik C. Misalkan luas daerah Δ PBC adalah y cm², jawablah pertanyaan berikut.

(1) Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan.

(2) Tentukan interval x dan y.

(3) Berapa detik dibutuhkan agar luas Δ PBC menjadi 24 cm² sesudah titik P meninggalkan titik C.

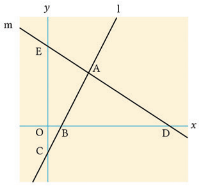
258 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

(3) Jika y=24 digantikan ke $y = 8x$

x =3

Jawab: 3 detik

5 Grafik di sampaku payungg menunjukkan garis l yang berpersamaan $y = 2x - 2$ dan garis m yang berpersamaan $y = -\frac{2}{3}x + 6$. Misalkan kedua garis itu berpotongan di titik A, garis l memotong sumbu x di titik B dan memotong sumbu y di titik C. Garis m memotong sumbu x di titik D dan memotong sumbu y di titik E, jawablah pertanyaan berikut.



(1) Tentukan koordinat titik A, B, dan D

(2) Tentukan luas daerah △ ABD.

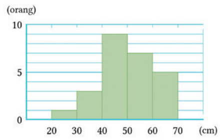
6 Histogram di sampaku payungg menunjukkan tingginya lompatan vertikal yang dilakukan oleh para pemain pria dalam olah raga bola basket. Sebagai contoh, ‘lompatan yang dilakukan kelompok terkiri lebih dari 20 cm dan kurang dari 30 cm’. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Berapa banyak pemain pria dalam klub bola basket?

(2) Tentukan frekuensi relatif untuk kelas ‘lebih dari 50 dan kurang dari 60 cm’

(3) Tentukan kelas median.

(4) Tentukan rata-ratanya.



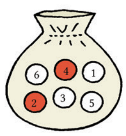
7 Dina mengecek tinggi badannya, ketika dibulatkan ke 1 desimal maka tingginya adalah 157,4 cm. Misalkan nilai sesungguhnya sebesar a cm, nyatakan range dari a menggunakan tanda ketidaksamaan. Berapa cm nilai mutlak kesalahannya?

8 Ketika dadu besar dan dadu kecil dilambungkan bersama-sama, tentukan peluangnya jika jumlah angka pada bagian atas dadu merupakan bilangan prima.

9 Tampak pada gambar, 4 buah bola putih bernomor 1, 3, 5, dan 6. Ada 2 bola merah bernomor 2 dan 4 di dalam tas itu juga. Jika diambil 2 bola sekaligus, tentukan peluang dari:

(1) Terambilnya 2 bola yang berwarna sama.

(2) Terambilnya 2 bola yang jumlah angka-angkanya adalah bilangan genap.



Penyelesaian

5

(1) $\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = -\frac{2}{3}x + 6 \end{cases}$

Jika diselesaikan, x=3, y=4

A (3, 4)

Karena titik B memotong garis ℓ dan sumbu x, jika y=0 digantikan ke y=2x−2

x=1

B (1, 0)

Karena titik D memotong garis m dan sumbu x, jika y=0 digantikan ke $y = -\frac{2}{3}x + 6$

x=9

(2) pada △ABD

Karena panjang rusuk alas adalah panjang BD

9 − 1 = 8

karena tingginya sama dengan koordinat y pada titik A, maka luas △ ABD

$\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$

6

(1) 25 orang

(2) 0,28

(3) Di atas 30 cm dan kurang dari 50 cm

(4) 49,8 cm

7

157,35 ≤ a_1 ≤ 57,45

Nilai mutlak kesalahannya di bawah 0,05 cm

8

Semua peluang angka adalah 36 peluang. Jika di antaranya, peluang jumlah angka pada bagian atas adalah bilangan prima

2… (1, 1)

3… (1, 2), (2, 1)

5… (1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)

7… (1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)

11… (5, 6), (6, 5)

karena ada 15 peluang, $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

9

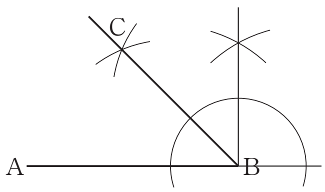
(1) Semua peluang angka adalah 15 peluang. Jika 2 bola yang berwarna sama terambil, maka peluangnya adalah $\frac{7}{15}$

(2) Jika 2 bola yang jumlah angka-angkanya merupakan bilangan genap, peluangnya menjadi 12, sehingga $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

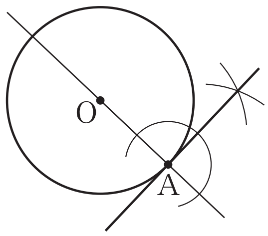
Gambar-Gambar Penyelesaian

Penyelesaian

1



2



3

(1) $\triangle$ DEO

(2) (Contoh)

- Geser simetris BO sebagai sumbu simetris, lalu geser sejajar hanya pada panjang BO dari titik B ke arah titik O.
- Geser sejajar dari titik B ke arah titik O hanya pada panjang BO, lalu geser simetris OE sebagai sumbu simetris

4

(1 Rusuk AE, CG, DH

(2) Rusuk AB, AE, DC, DH

(3) Rusuk AE. BF, EH, FG

(4) Rusuk DC, DH, CG, HG

(5) Rusuk AB, EF, HG, DC

5

(1) $360 \times \dfrac{16\pi}{20\pi} = 288$

Jawab: 288º

(2) $\pi \times 8^2 + \pi \times 10^2 \times \dfrac{4}{5} = 144\pi$

Jawab: 144π cm

(3) $\dfrac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 6 = 128\pi$

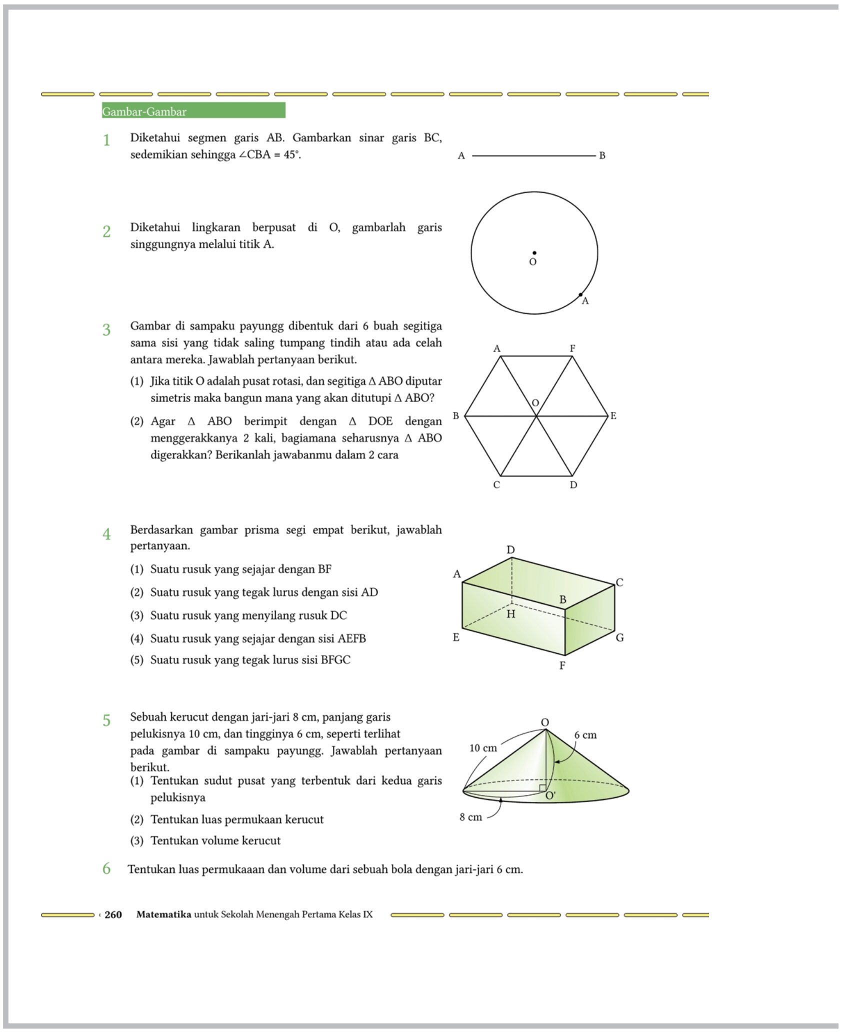
Jawab: 128π cm

6

Luas permukaan $4 \times \pi \times 6^2 = 144\pi$

volume $\dfrac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = 288\pi$

Jawab: Luas =144π cm², volume = 288π cm³



Gambar-Gambar

1 Diketahui segmen garis AB. Gambarkan sinar garis BC, sedemikian sehingga ∠CBA = 45°.

2 Diketahui lingkaran berpusat di O, gambarlah garis singgungnya melalui titik A.

3 Gambar di sampaku payungg dibentuk dari 6 buah segitiga sama sisi yang tidak saling tumpang tindih atau ada celah antara mereka. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Jika titik O adalah pusat rotasi, dan segitiga $\triangle$ ABO diputar simetris maka bangun mana yang akan ditutupi $\triangle$ ABO?

(2) Agar $\triangle$ ABO berimpit dengan $\triangle$ DOE dengan menggerakkanya 2 kali, bagiamana seharusnya $\triangle$ ABO digerakkan? Berikanlah jawabanmu dalam 2 cara

4 Berdasarkan gambar prisma segi empat berikut, jawablah pertanyaan.

(1) Suatu rusuk yang sejajar dengan BF

(2) Suatu rusuk yang tegak lurus dengan sisi AD

(3) Suatu rusuk yang menyilang rusuk DC

(4) Suatu rusuk yang sejajar dengan sisi AEFB

(5) Suatu rusuk yang tegak lurus sisi BFGC

5 Sebuah kerucut dengan jari-jari 8 cm, panjang garis pelukisnya 10 cm, dan tingginya 6 cm, seperti terlihat pada gambar di sampaku payungg. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan sudut pusat yang terbentuk dari kedua garis pelukisnya

(2) Tentukan luas permukaan kerucut

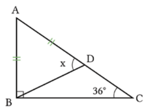
(3) Tentukan volume kerucut

6 Tentukan luas permukaaan dan volume dari sebuah bola dengan jari-jari 6 cm.

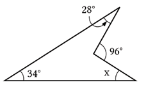
260 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

7 Tentukan $\angle$ x dari gambar berikut ini:

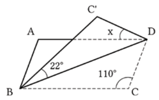
(1) $\angle B = 90°$, AB = AD



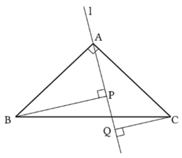
(2)



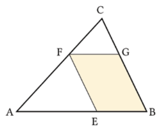
(3) Bangun ABCD dilipat sepanjang diagonal BD.



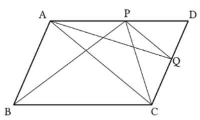
8 Garis l melalui titik puncak A dari sebuah segitiga siku-siku sama kaki ABC, $\angle A = 90°$. BP dan CQ tegak lurus terhadap garis l. Buktikan BP = AQ.



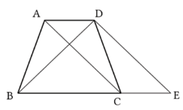
9 $\triangle$ ABC, adalah segitiga sama kaki, dengan AB = AC. Titik-titik E, F, G terletak pada sisi AB, AC, BC, dan AE = AF, FG = FC. Buktikan segi empat ABCD adalah jajargenjang.



10 Diketahui jajar genjang ABCD, titik P terletak pada AD, buatlah garis PQ, sejajar dengan diagonal AC. Hubungkan titik P dengan titik B, dan titik A dengan titik Q. Tentukan semua segitiga yang mempunyai luas yang sama dengan $\triangle$ ACQ.



11 Gambar di sampaku payungg adalah sebuah trapesium ABCD dengan AD // BC, dan AC = DB. Gambarkan titik E pada perpanjangan sisi BC, sedemikian sehingga AC // DE. Buktikan AB = DC.



Mengulang Pelajaran SMP VII, VIII 261

Penyelesaian

7

(1) $\angle x = 63°$ (2) $\angle x = 34°$

(3) $\angle x = 26°$

8

Pada $\triangle$ ABP dan $\triangle$ CAQ,
pasangan sudut-sudut yang bersesuaian adalah
AB = CA ①
$\angle$BPA = $\angle$AQC = 90° ②
dan $\angle$BAP=90°−$\angle$CAQ
karena jumlah sudut dalam dari segitiga adalah 180°,
Oleh karena itu, $\angle$BAP = $\angle$ACQ ③
Dari ①, ②, ③ karena masing-masing hipotenusa dan sudut lancip sama,
terbukti $\triangle$ APB ≡ $\triangle$ CAQ
Oleh karena itu, BP=AQ

9

Karena AB = AC, $\angle$B = $\angle$C
Karena FG = FC, $\angle$FGC = $\angle$C
Oleh karena itu, $\angle$B = $\angle$FGC
Karena keduanya sudut sehadap, EB//FG ①
Karena AB = AC, AE = AF
AB - AE = AC - AF
Oleh karena itu, EB = FC
dan FC = FG
Oleh karena itu, EB = FG ②
Dari ① dan ② karena sepasang sisi sama, terbukti segi empat EBGF adalah jajaran genjang

10

Agar PQ // AC, $\triangle$ ACQ= $\triangle$ ACP
Karena AP // BC, $\triangle$ ABP= $\triangle$ ACP= $\triangle$ ACQ
Dari atas, $\triangle$ ACP, $\triangle$ ABP

11

Diketahui, AC // DE ①
Karena AD // BC, AD // CE ②
Dari ① dan ②, karena 2 sisi berlawanan sejajar, terbukti segi empat ACED adalah jajaran genjang
Oleh karena itu AC = DE ③
Diketahui AC = DB ④
Dari ③ dan ④, DB = DE
Oleh karena itu, karena kedua sisinya sama, $\triangle$DBE adalah segitiga sama kaki.
Oleh karena itu, $\angle$DEE = $\angle$DEB ⑤
Pada $\triangle$ ABC dan $\triangle$ DCB
BC berhimpit ⑥
Dari ① karena keduanya sudut sehadap,
$\angle$ACB = $\angle$DEC ⑦
Dari ⑤ dan ⑦ $\angle$ACB = $\angle$DBC ⑧
Dari ④, ⑥, dan ⑧, karena kedua sisi dan sudutnya masing-masing sama
$\triangle$ ABC ≅ $\triangle$ DCB
Oleh karena itu, AB = DC

Gambar-Gambar Penyelesaian

Penyelesaian

1

(1) $-8a^2+28a$ (2) $10xy=6y^2$

(3) $12a^2+6ab$ (4) $-3x+2$

(5) $3a-2b$ (6) $16x-4y$

2

(1) $6x^2+xy-15y^2$

(2) $2a^2-5ab-5a-3b^2+15b$

(3) $x^2-3x-40$

(4) $a^2+10a+25$

(5) $x^2-4xy+4y^2$

(6) $y^2-\frac{1}{4}$

(7) $4a^2-4ab+b^2-10a+5b-6$

(8) $x^2-2xy+y^2-8x+8y+16$

3

(1) $-17x+60$ (2) $-9x+23$

4

(1) $x(a-2b)$

(2) $xy(4x+3y-1)$

(3) $(x+2)(x-7)$

(4) $(x-2)(x-4)$

(5) $(x-4y)^2$

(6) $(2x+5)^2$

(7) $(4a+7b)(4a-7b)$

(8) $\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{4}\right)\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{4}\right)$

(9) $3(x+1)(x+3)$

(10) $-3x(y+2)(y-2)$

(11) $(x+4)(x-3)$

(12) $(a+b)(x-2)$

(13) $(a-4)(b-4)$

5

$432 = 2\times2\times2\times2\times3\times3\times3$

$= 2^4\times3^3$

$= (2^2\times3)^2\times3$

Oleh karena itu, jika 3 dikalikan pada 432, maka menjadi 36 kuadrat.

Jawab: 3

6

Jika kita misalkan n adalah bilangan bulat, angka yang 1 lebih besar dari kelipatan 3 dinyatakan sebagai $3n+1$, dan angka yang 1 kurang dari kelipatan 3 yang sama dinyatakan sebagai $3n-1$.

Mengulang Pelajaran SMP Kelas IX | Pertanyaan tingkat dasar

Latihan

Bab 1 Menjabarkan dan Memfaktorkan

1 Hitunglah.

(1) $-4a(2a-7)$ (2) $(5x+3y)\times 2y$

(3) $(8a+4b)\times\frac{3}{2}a$ (4) $(-15x^2+10x):5x$

(5) $(9a^2b-6ab^2):3ab$ (6) $(-12xy+3y^2):\left(-\frac{3}{4}y\right)$

2 Jabarkan bentuk-bentuk berikut ini.

(1) $(2x-3y)(3x+5y)$ (2) $(a-3b)(2a+b-5)$ (3) $(x-8)(x+5)$

(4) $(a+5)^2$ (5) $(x-2y)^2$ (6) $\left(y+\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)$

(7) $(2a-b-6)(2a-b+1)$ (8) $(x-y-4)^2$

3 Hitunglah.

(1) $(x-6)^2-(x+8)(x-3)$ (2) $(x-7)(x-2)-(x-3)(3+x)$

4 Faktorkan bentuk-bentuk berikut ini.

(1) $ax-2bx$ (2) $4x^2y+3xy^2-xy$ (3) $x^2-5x-14$

(4) x^2-6x+8 (5) $x^2-8xy+16y^2$ (6) $4x^2+20x+25$

(7) $16a^2-49b^2$ (8) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}$ (9) $3x^2+12x+9$

(10) $-3xy^2+12x$ (11) $(x+3)^2-5(x+3)-6$

(12) $a(x-2)+b(x-2)$ (13) $ab-4a-4b+16$

5 Tentukan bilangan asli terkecil, yang apabila dikalikan dengan 432 maka hasilnya adalah kuadrat dari sebuah bilangan asli.

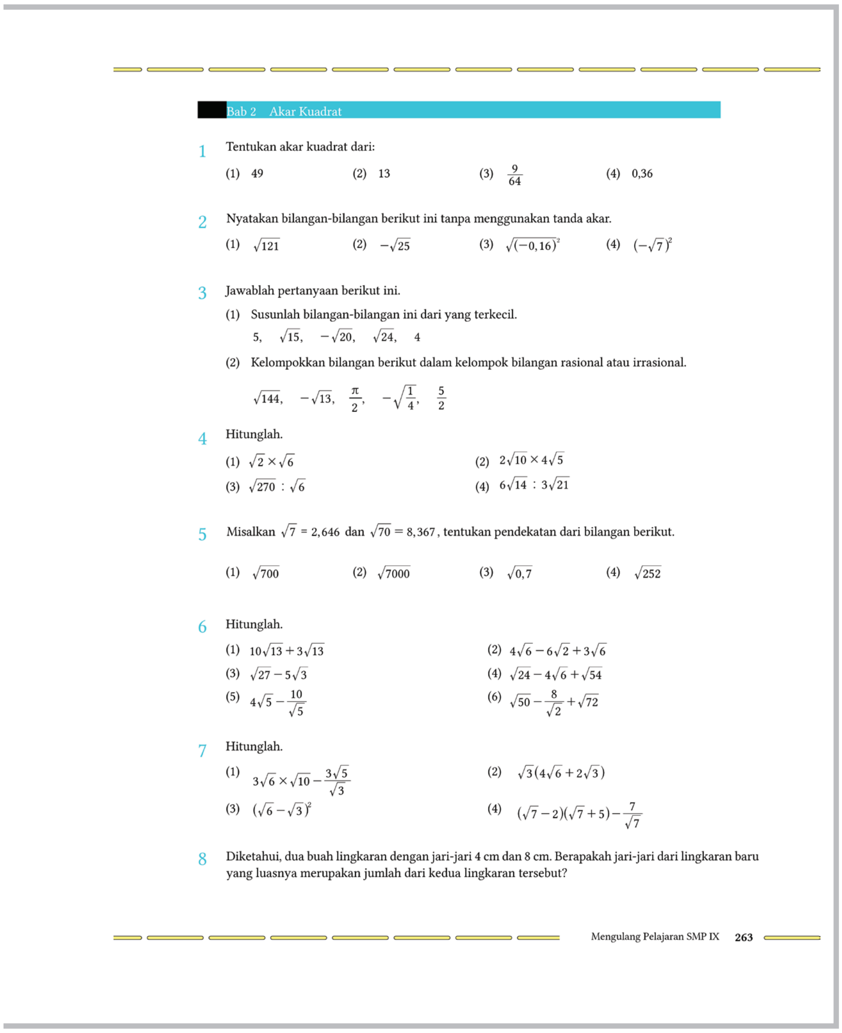
6 Tentukan bilangan asli terkecil, yang apabila dikalikan dengan 432, maka hasilnya adalah kuadrat dari sebuah bilangan asli.

262 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

$$(3n+1)^2-(3n-1)^2$$
$$=9n^2+6n+1-(9n^2-6n+1)$$
$$=9n^2+6n+1-9n^2+6n-1$$
$$=12n$$

Karena n adalah bilangan bulat, $12n$ adalah bilangan kelipatan dari 12.

Oleh karena itu, selisih antara kuadrat bulangan yang 1 lebih besar dari kelipatan 3 dikurangi kuadrat bilangan yang 1 kurang dari kelipatan 3 yang sama adalah kelipatan 12.



Bab 2 Akar Kuadrat

1 Tentukan akar kuadrat dari:

(1) 49 (2) 13 (3) $\frac{9}{64}$ (4) 0,36

2 Nyatakan bilangan-bilangan berikut ini tanpa menggunakan tanda akar.

(1) $\sqrt{121}$ (2) $-\sqrt{25}$ (3) $\sqrt{(-0,16)^2}$ (4) $(-\sqrt{7})^2$

3 Jawablah pertanyaan berikut ini.

(1) Susunlah bilangan-bilangan ini dari yang terkecil.

$5, \quad \sqrt{15}, \quad -\sqrt{20}, \quad \sqrt{24}, \quad 4$

(2) Kelompokkan bilangan berikut dalam kelompok bilangan rasional atau irrasional.

$\sqrt{144}, \quad -\sqrt{13}, \quad \frac{\pi}{2}, \quad -\sqrt{\frac{1}{4}}, \quad \frac{5}{2}$

4 Hitunglah.

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ (2) $2\sqrt{10} \times 4\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{270} : \sqrt{6}$ (4) $6\sqrt{14} : 3\sqrt{21}$

5 Misalkan $\sqrt{7} = 2,646$ dan $\sqrt{70} = 8,367$, tentukan pendekatan dari bilangan berikut.

(1) $\sqrt{700}$ (2) $\sqrt{7000}$ (3) $\sqrt{0,7}$ (4) $\sqrt{252}$

6 Hitunglah.

(1) $10\sqrt{13} + 3\sqrt{13}$ (2) $4\sqrt{6} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{27} - 5\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{24} - 4\sqrt{6} + \sqrt{54}$

(5) $4\sqrt{5} - \frac{10}{\sqrt{5}}$ (6) $\sqrt{50} - \frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{72}$

7 Hitunglah.

(1) $3\sqrt{6} \times \sqrt{10} - \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ (2) $\sqrt{3}(4\sqrt{6} + 2\sqrt{3})$

(3) $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2$ (4) $(\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 5) - \frac{7}{\sqrt{7}}$

8 Diketahui, dua buah lingkaran dengan jari-jari 4 cm dan 8 cm. Berapakah jari-jari dari lingkaran baru yang luasnya merupakan jumlah dari kedua lingkaran tersebut?

Mengulang Pelajaran SMP IX 263

Bab 2 Akar Kuadrat Penyelesaian

Penyelesaian

1

(1) ± 7 (2) $\pm\sqrt{13}$

(3) $\pm\frac{3}{8}$ (4) $\pm 0,6$

2

(1) 11 (2) -5

(3) 0,16 (4) 7

3

(1) $5 = \sqrt{25}, \; -4 = -\sqrt{16},$

$-\sqrt{20}, \; -4, \; -\sqrt{15}, \; \sqrt{24}, \; 5$

(2) Bilangan rasional... $\sqrt{144}, \; -\sqrt{\frac{1}{4}}, \; \frac{5}{2}$

bilangan irasional... $-\sqrt{13}, \; \frac{\pi}{2}$

4

(1) $2\sqrt{3}$ (2) $40\sqrt{2}$

(3) $3\sqrt{5}$ (4) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

5

(1) $\sqrt{700} = 10\sqrt{7} = 26,46$

(2) $\sqrt{7000} = 10\sqrt{70} = 83,67$

(3) $\sqrt{0,7} = \frac{\sqrt{70}}{10} = 0,8367$

(4) $\sqrt{252} = 6\sqrt{7} = 15,876$

6

(1) $13\sqrt{13}$ (2) $7\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$

(3) $-2\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{6}$

(5) $2\sqrt{5}$ (6) $7\sqrt{2}$

7

(1) $\sqrt{15}$ (2) $12\sqrt{2} + 6$

(3) $2\sqrt{5}$ (4) $-3 + 2\sqrt{7}$

8

Jika jari-jari lingkaran ditentukan x cm

$$\pi \times 4^2 + \pi \times 8^2 = \pi x^2$$
$$x^2 = 80$$
$$x = \pm 4\sqrt{5}$$

Karena $x > 0$, $x = 4\sqrt{5}$

Jawab: $4\sqrt{5}$ cm

Bab 3 Persamaan Kuadrat

Penyelesaian

1

(1) $x = 1, \quad x = -8$

(2) $x = 0, \quad x = -4$

(3) $x = 3, \quad x = -9$

(4) $x = 3, \quad x = 6$

(5) $x = 8, \quad x = -5$

(6) $x = 9$

(7) $x = \pm\frac{5}{3}$

(8) $x = 2, \quad x = -3$

(9) $x = 2, \quad x = -8$

(10) $x = 5, \quad x = -7$

2

(1) $x = \pm 3\sqrt{2}$

(2) $x = \pm\sqrt{5}$

(3) $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

(4) $x = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(5) $x = -3 \pm 2\sqrt{7}$

(6) $x = 6 \pm 2\sqrt{6}$

3

(1) $x = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$

(2) $x = 3 \pm \sqrt{6}$

(3) $x = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{8}$

(4) $x = \frac{1}{2}, \ x = -1$

(5) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}$

(6) $x = \frac{3}{2}, \ x = -3$

4

Jika lebar hamparan bunga adalah x m

$$(18 - x)(30 - 2x) = 18 \times 30 \times \frac{2}{3}$$

Diselesaikan, x=3, x =30

Karena 0 < x < 1, x =3

Jawab: x =3 m

5

Jika setelah P dan Q mulai bergerak luas segi empat APQC menjadi 52 cm^2,pada x detik,

$$\frac{1}{2} \times 16 \times 8 - \frac{1}{2}(8 - x) \times 2x = 52$$

Jika diselesaikan, x = 2, x = 6

Jawab: 2 detik, 6 detik

Bab 3 Persamaan Kuadrat

1 Selesaikan persamaan-persamaan berikut.

(1) $(x - 1)(x + 8) = 0$ (2) $x(x + 4) = 0$ (3) $x^2 + 6x - 27 = 0$

(4) $x^2 - 9x + 18 = 0$ (5) $x^2 - 3x - 40 = 0$ (6) $x^2 - 18x + 81 = 0$

(7) $9x^2 - 25 = 0$ (8) $x^2 - 3x + 5 = -8x - 1$

(9) $(x + 4)(x - 4) = -6x$ (10) $(x - 6)(x + 8) = -13$

2 Selesaikan persamaan-persamaan berikut.

(1) $x^2 - 18 = 0$ (2) $6x^2 = 150$ (3) $x^2 - \frac{1}{3} = 0$

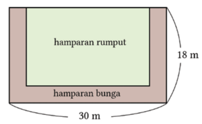
(4) $9x^2 - 8 = 0$ (5) $(x + 3)^2 = 28$ (6) $(x - 6)^2 - 24 = 0$

3 Selesaikan persamaan-persamaan berikut menggunakan rumus kuadrat.

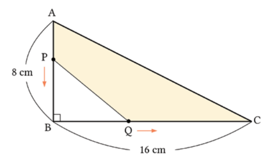
(1) $x^2 + 3x + 1 = 0$ (2) $x^2 - 6x + 3 = 0$ (3) $4x^2 - 3x - 2 = 0$

(4) $2x^2 + x - 1 = 0$ (5) $3x^2 + 4x - 2 = 0$ (6) $-2x^2 = 3x - 9$

4 Dari gambar di sampaku payungg tampak sebidang tanah berbentuk persegi panjang dengan panjang 30 m dan lebar 18 m, di sekelilingnya ditanam hamparan bunga dan sisanya ditanami rumput dalam gambar. Berapa panjang sisi hamparan bunga sehingga luasnya adalah $\frac{2}{3}$ dari luas tanah awalnya?



5 Diketahui sebuah segitiga siku-siku ABC, dengan panjang sisi AB = 8 cm, BC = 16 cm, dan ∠ B = 90^0. Titik P bergerak dari A ke B sepanjang sisi AB dengan kecepatan 1 cm/detik. Pada saat yang sama, titik Q bergerak dari B ke C sepanjang sisi BC dengan kecepatan 2 cm/detik. Setelah berapa detik sejak mereka mulai bergerak, luas APQC = 52 cm^2?



264 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Bab 4 Fungsi $y = ax^2$

1 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Jika y berbanding lurus dengan kuadrat x, $x = -4$, dan $y = 4$. Nyatakan y dalam x menggunakan persamaan. Tentukan pula nilai y, jika $x = -6$.

(2) Tentukan nilai x, jika grafik $y = ax^2$ melalui titik (3, -6)

(3) Tentukan persamaan parabola yang simetri terhadap parabola $y = -4x^2$ terhadap sumbu x

(4) Tentukan range dari fungsi $y=\frac{1}{2}x^2$, untuk domain $-2 \leq x \leq 3$

2 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan laju perubahan dari fungsi $y=\frac{1}{2}x^2$, ketika nilai x meningkat dari -6 ke -3.

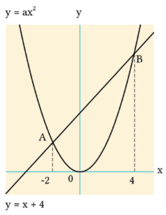
(2) Untuk fungsi $y = ax^2$, tentukan nilai a, jika nilai x meningkat dari 1 ke 5, dan laju perubahannya 18.

3 Pada gambar di sampaku payungg, titik A dan B adalah perpotongan dari parabola $y = ax^2$ dengan garis $y = x + 4$. Jika absis titik A dan B adalah −2 dan 4 garis, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Tentukan koordinat titik A

(2) Tentukan nilai a.

(3) Tentukan luas daerah Δ AOB.



4 Pada sebuah pendulum, jika waktu yang dibutuhkan untuk 1 ayunan (periode) adalah x detik dan panjang dawai pendulum adalah y m, hubungan antara x dan y dapat dinyatakan sebagai $y=\frac{1}{4}x^2$. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Tentukan panjang dawai jika periode pendulumnya 2 detik.

(2) Tentukan periode pendulum jika panjang dawai 4 m.

(3) Dalam pertanyaan (1), untuk mengubah periode menjadi 6 detik, seberapa panjang dawai itu harus dilebihkan agar (1) berubah?

Bab 4 Fungsi $y = ax^2$

Penyelesaian

1

(1) $y=\frac{1}{4}x^2, y=9$

(2) $a=-\frac{2}{3}$

(3) $y = 4x^2$

(4) Jika $x = 0$, $y = 0$

Jika x =-6, y = 18

Oleh karena itu, 0 ≤ y 1 ≤ 8

2

(1) Jika x = -6, y = 24

Jika x = -3, y = 6

Oleh karena itu,

$$\frac{6-24}{-3-(-6)}=-6$$

(2) $$\frac{25a-a}{5-1}=18$$

$$a=3$$

3

(1) Karena titik A berada di atas garis y=x+4,

jika digantikan x =-2, y =2

<u>Jawab A(-2, 2)</u>

(2) Karena grafik y=ax^2 melewati titik A,

jika digantikan x=-2, y=2,

$$2=a\times(-2)^2$$

$$a=\frac{1}{2}$$

(3) Jika perpotongan y=x+4 dan sumbu y adalah C, (0, 4)

Oleh karena itu △AOB= △AOC + △BOC

$$=\frac{1}{2}\times4\times2+\frac{1}{2}\times4\times4$$

$$=12$$

4

(1) Jika x=2 digantikan ke $y=\frac{1}{4}x^2$,

$$y=\frac{1}{4}\times2^2$$

$$=1$$

<u>Jawab: Kira-kira 1 m</u>

(2) Jika y=4 digantikan ke $y=\frac{1}{4}x^2$

$$4=\frac{1}{4}x^2$$

$$x^2=16$$

$$x=\pm4$$

<u>Jawab: Kira-kira 4 detik</u>

(3) Jika x=6 digantikan ke $y=\frac{1}{4}x^2$

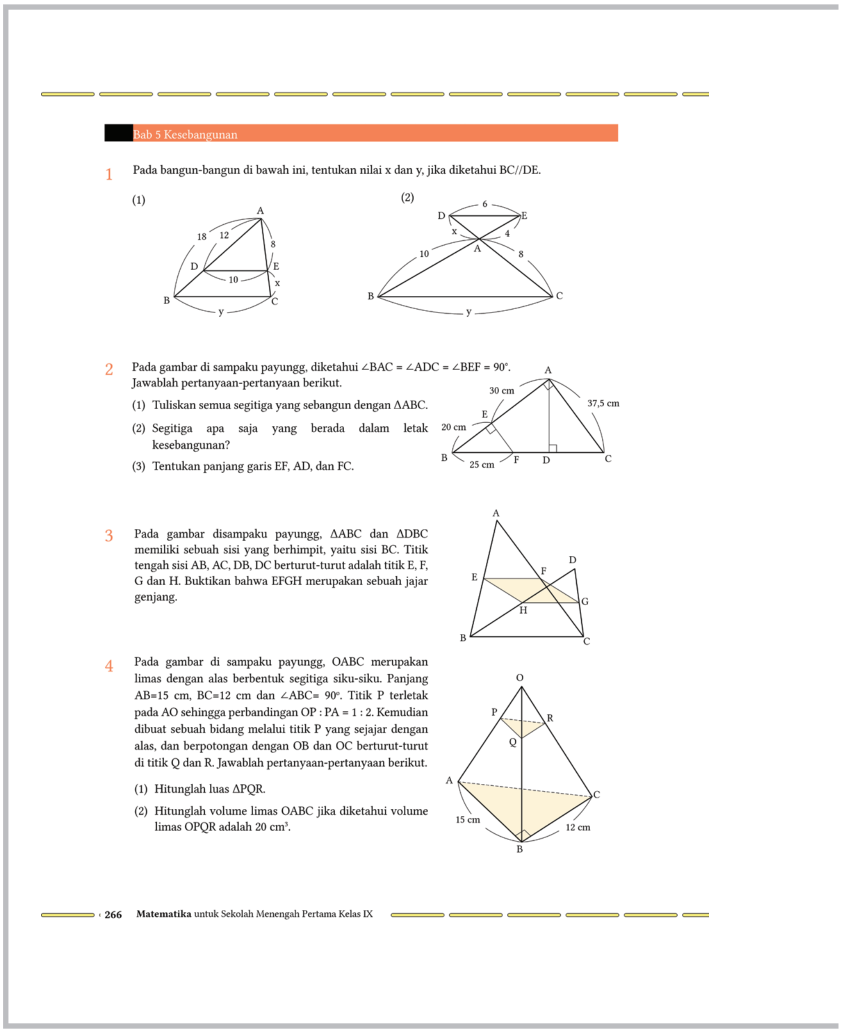
$$y=\frac{1}{4}\times6^2$$

$$=9$$

$$9-1=8$$

<u>Jawab: Kira-kira 8 m</u>

Penyelesaian


Bab 5 Kesebangunan

1 Pada bangun-bangun di bawah ini, tentukan nilai x dan y, jika diketahui BC//DE.

(1) (2)

2 Pada gambar di sampaku payungg, diketahui ∠BAC = ∠ADC = ∠BEF = 90°. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tuliskan semua segitiga yang sebangun dengan ΔABC.

(2) Segitiga apa saja yang berada dalam letak kesebangunan?

(3) Tentukan panjang garis EF, AD, dan FC.

3 Pada gambar disampaku payungg, ΔABC dan ΔDBC memiliki sebuah sisi yang berhimpit, yaitu sisi BC. Titik tengah sisi AB, AC, DB, DC berturut-turut adalah titik E, F, G dan H. Buktikan bahwa EFGH merupakan sebuah jajar genjang.

4 Pada gambar di sampaku payungg, OABC merupakan limas dengan alas berbentuk segitiga siku-siku. Panjang AB=15 cm, BC=12 cm dan ∠ABC= 90°. Titik P terletak pada AO sehingga perbandingan OP : PA = 1 : 2. Kemudian dibuat sebuah bidang melalui titik P yang sejajar dengan alas, dan berpotongan dengan OB dan OC berturut-turut di titik Q dan R. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Hitunglah luas ΔPQR.

(2) Hitunglah volume limas OABC jika diketahui volume limas OPQR adalah 20 cm³.

266 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

1

(1) $12 : (18 - 12) = 8 : x$

$x = 4$

$12 : 18 = 10 : y$

$y = 15$

(2) $x : 8 = 4 : 10$

$x = \dfrac{16}{5}$

$4 : 10 = 6 : y$

$y = 15$

2

(1) △DBA, △DAC, △EBF

(2) △ABC dan △EBF

(3) Pada △EBF dan △ABC
Dari BE : BA = EF : AC
20 : 50 =EF : 37,5
Oleh karena itu, EF=15 (cm)
Pada △EBF dan △DAC
Dari BF : AC = BE : AD
25 : 37,5 = 20 : AD
Oleh karena itu, AD=30 (cm)
Pada △EBF dan △ABC
Dari BE : EA = BF : FC
20 : 30 = 25 : FC
Oleh karena itu, FC=37,5 (cm)

3

Pada △ABC, titik E merupakan titik tengah sisi AB dan titik F merupakan titik tengah sisi AC,
EF // BC. EF= $\frac{1}{2}$ BC ①
Begitu juga pada △DBC,
GH // BC, GH= $\frac{1}{2}$ BC ②
Berdasarkan ① dan ②, EF // GH, EF=GH
terbukti segi empat EGHF berbentuk jajaran genjang karena memiliki sisi behadapan yang sejajar sama panjang.

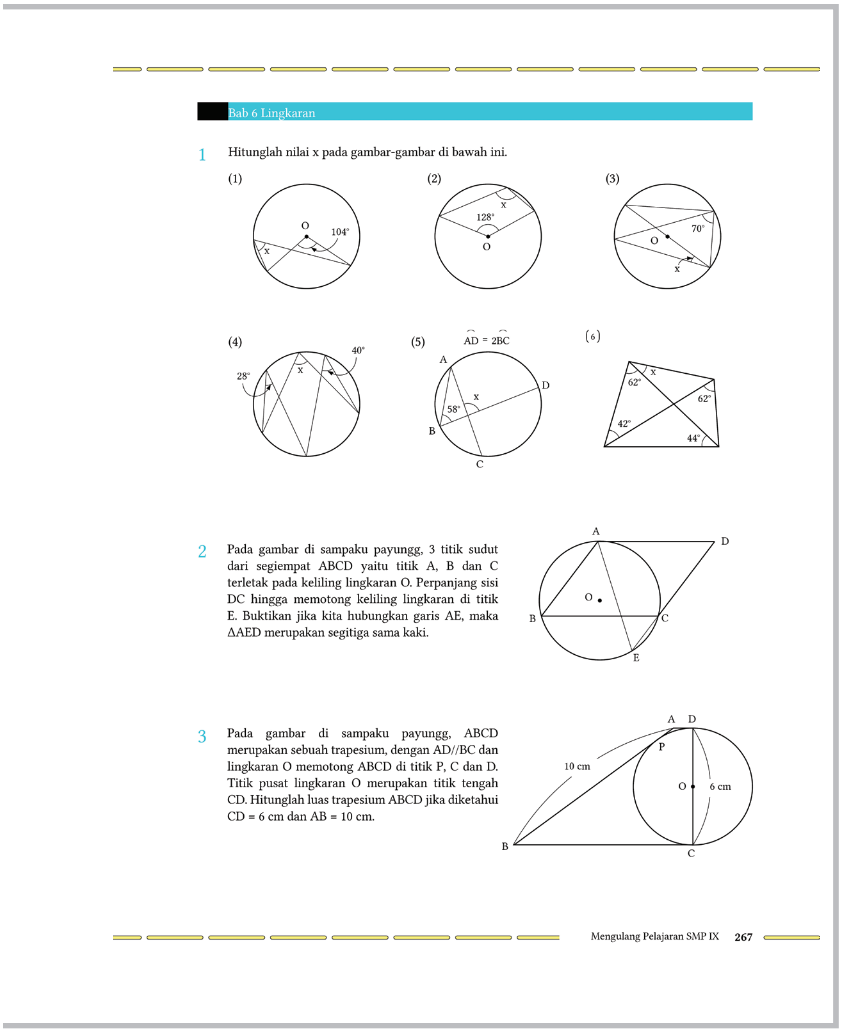
4

(1) Dari perbandingan OP : PA, diketahui OP : OA, sehingga PQ : AB=1 : 3
maka, perbandingan kesebangunan
$\frac{1}{2}$ PQR dan $\frac{1}{2}$ ABC adalah 1 : 3. dan perbandingan luasnya,
12 : 32 = 1 : 9 ①
Luas $\frac{1}{2}$ ABC adalah
$\frac{1}{2} \times 15 \times 12 = 90$ ②
Berdasarkan ① dan ②, misalkan luas △PQR adalah x cm², maka
1 : 9=x : 90 x =90

Jawab: 10 cm²

(2) Pada limas OPQR dan limas OABC, perbandingan kesebangunannya adalah 1 : 3. Oleh karena itu, volume perbandingannya adalah 13 : 33 = 1 : 27
Jika cm³ adalah volume limas OABC, maka,
1 : 27 = 20 : y, y = 540

Jawab: 540 cm³



Bab 6 Lingkaran

1 Hitunglah nilai x pada gambar-gambar di bawah ini.

(1) (2) (3)

(4) (5) $\overset{\frown}{AD} = 2\overset{\frown}{BC}$ (6)

2 Pada gambar di sampaku payungg, 3 titik sudut dari segiempat ABCD yaitu titik A, B dan C terletak pada keliling lingkaran O. Perpanjang sisi DC hingga memotong keliling lingkaran di titik E. Buktikan jika kita hubungkan garis AE, maka ΔAED merupakan segitiga sama kaki.

3 Pada gambar di sampaku payungg, ABCD merupakan sebuah trapesium, dengan AD//BC dan lingkaran O memotong ABCD di titik P, C dan D. Titik pusat lingkaran O merupakan titik tengah CD. Hitunglah luas trapesium ABCD jika diketahui CD = 6 cm dan AB = 10 cm.

Mengulang Pelajaran SMP IX 267

Bab 6 Lingkaran

Penyelesaian

1

(1) $\angle x = \frac{1}{2} \times 104^\circ - 52^\circ$

(2) $\angle x = \frac{1}{2}(360^\circ - 128^\circ) = 116$

(3) $\angle x = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

(4) $\angle x = 28^\circ + 40^\circ = 68^\circ$

(5) $\angle x = 58^\circ + \frac{1}{2} \times 58^\circ = 87^\circ$

(6) $\angle x = 180^\circ - \{44^\circ + (62^\circ + 42^\circ\}$

$= 32^\circ$

2

Diketahui sudut berseberangan pada jajaran ganjang adalah sama, sehingga

∠ABC = ∠D ①

demikian juga sudut keliling $\overset{\frown}{AC}$ adalah sama,

∠ABC = ∠AED ②

Berdasarkan ① dan ②, ∠D = ∠AED karena kedua sudutnya sama, sehingga terbukti △AED adalah segitiga sama kaki.

3

Diketahui panjang 2 garis singgung yang ditarik dari 1 titik luar lingkaran adalah sama,

AD = AP

BP = BC

Trapesium ABCD $= \frac{(AD + BC) \times 6}{2}$

$= \frac{(AP + BP) \times 6}{2}$

$= \frac{10 \times 6}{2}$

$= 30$

Jawab 30 cm²

Bab 7 Teorema Pythagoras

Penyelesaian

1

(1) $x = 4\sqrt{2}$ (2) x=7

(3) $x = 3\sqrt{13}$

2

Pada $\triangle$ABH

$$\mathrm{AB} : \mathrm{AH} = 2 : \sqrt{3}$$

$$8 : \mathrm{AH} = 2 : \sqrt{3}$$

$$\mathrm{AH} = 4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$$

Pada $\triangle$AHC

$$\mathrm{AH} : \mathrm{AC} = 1 : \sqrt{2}$$

$$4\sqrt{3} : \mathrm{AC} = 1 : \sqrt{2}$$

$$\mathrm{AC} = 4\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$$

Pada $\triangle$ABH dan $\triangle$AHC,

diketahui AB : BH = 2 : 1

$$\mathrm{BC} = \mathrm{BH} + \mathrm{HC}$$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{AB} + \mathrm{AH}$$

$$= 4 + 4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$$

3

Diketahui dari x = -4, titik A (-4, 4)

dari x = 2, titik B (2, 1)

maka,

$$\mathrm{AB}^2 = \{2 - (-4)\}^2 + (4 - 1)^2$$

$$\mathrm{AB} = \pm 3\sqrt{5}$$

karena AB > 0, AB = $3\sqrt{5}$

4

Jarak terpendek dari AP+PF dapat ditentukan dengan membuka permukaan BEF dan menjadikan ADFG sebagai satu persegi panjang yang memiliki perpotongan diagonal AF dan BE di titik P.

Selain itu karana $\triangle$DEF merupakan sebuah segitiga siku-siku sama kaki, maka

DE=EF= $4\sqrt{2}$

berdasarkan itu,

$$(\mathrm{AP} + \mathrm{PF})^2 = 8^2 + (4\sqrt{2} + 4\sqrt{2})^2 = 192$$

$$\mathrm{AP} + \mathrm{PF} = \pm 8\sqrt{3}$$

Jika AP+PF > 0, maka AP + PF= $8\sqrt{3}$

<u>Jawab:</u> $8\sqrt{3}$

5

Pada $\triangle$ABH, diketahui AH : AB = 1 : $\sqrt{2}$,

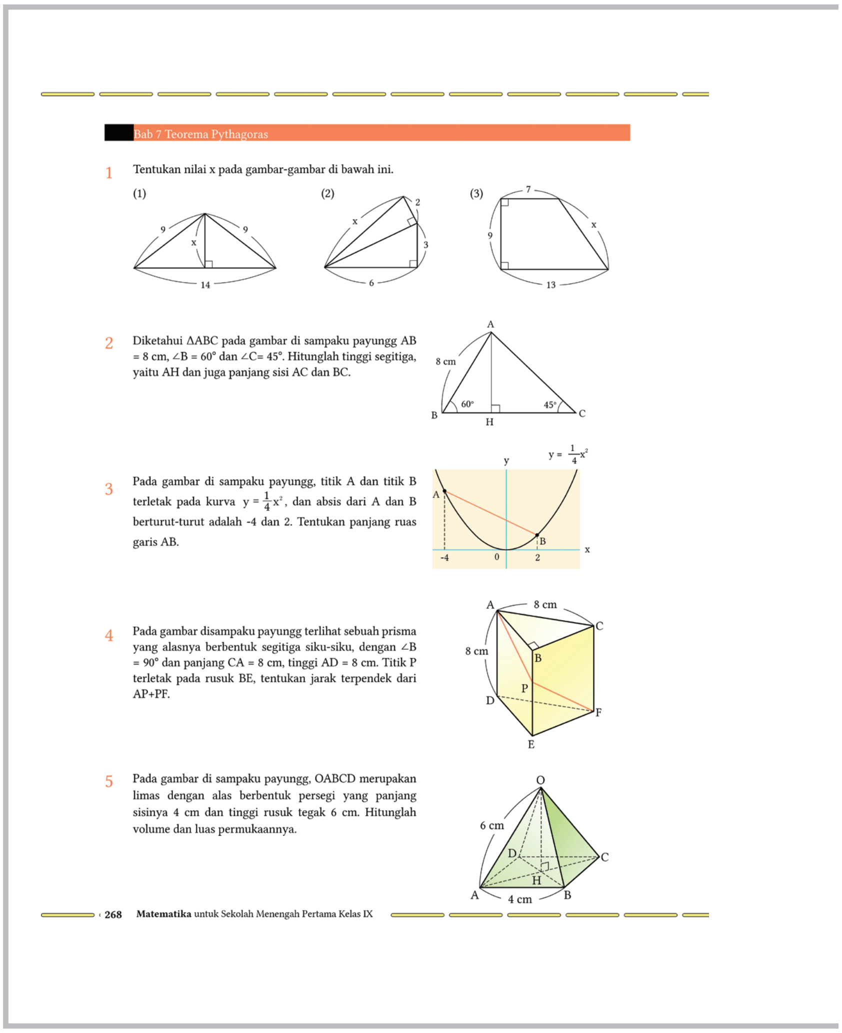
AH=2 $\sqrt{2}$

Pada $\triangle$OAH,

$$\mathrm{OH}^2 = 6^2 - (2\sqrt{2})^2$$

$$\mathrm{OH} = \pm 2\sqrt{7}$$

karena OH > 0, OH = 2 $\sqrt{7}$



Bab 7 Teorema Pythagoras

1 Tentukan nilai x pada gambar-gambar di bawah ini.

(1) (2) (3)

2 Diketahui ΔABC pada gambar di sampaku payungg AB = 8 cm, ∠B = 60° dan ∠C= 45°. Hitunglah tinggi segitiga, yaitu AH dan juga panjang sisi AC dan BC.

3 Pada gambar di sampaku payungg, titik A dan titik B terletak pada kurva $y = \frac{1}{4}x^2$, dan absis dari A dan B berturut-turut adalah -4 dan 2. Tentukan panjang ruas garis AB.

4 Pada gambar disampaku payungg terlihat sebuah prisma yang alasnya berbentuk segitiga siku-siku, dengan ∠B = 90° dan panjang CA = 8 cm, tinggi AD = 8 cm. Titik P terletak pada rusuk BE, tentukan jarak terpendek dari AP+PF.

5 Pada gambar di sampaku payungg, OABCD merupakan limas dengan alas berbentuk persegi yang panjang sisinya 4 cm dan tinggi rusuk tegak 6 cm. Hitunglah volume dan luas permukaannya.

268 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

Oleh karena itu volume limasOABCD adalah

$$\frac{1}{3} \times 4^2 \times 2\sqrt{7} = \frac{32\sqrt{7}}{3}\,(\mathrm{cm}^3)$$

Misalkan titik tengan AB adalah M, pada $\triangle$OAM

OM^2 = 6^2 - 2^2

OM = ±4 $\sqrt{2}$

karena OM > 0, OM = 4 $\sqrt{2}$ Oleh karena itu, luas limas OABCD adalah,

$$4^2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{2} \times 4 = 16 + 32\sqrt{2}\,(\mathrm{cm2})$$

Bab 8 Survei Sampel

1 Cara apa yang lebih cocok untuk meneliti hal-hal berikut ini, survei populasi atau survei sampel?

(1) Sensus penduduk untuk mengetahui jumlah penduduk di suatu negara.
(2) Survei tingkat polusi tanah.
(3) Pemeriksaan kualitas obat di suatu pabrik perusahaan farmasi.
(4) Pemeriksaan kehadiran siswa di sebuah sekolah.
(5) Jajak pendapat publik yang dibuat oleh suatu surat kabar.

2 Data di bawah ini menunjukkan tinggi badan 10 murid laki-laki kelas 3 SMP di sebuah sekolah yang diambil secara acak untuk memperkirakan rata-rata populasinya. Buatlah perkiraan dari tinggi badan rata-rata murid laki-laki pada di sekolah tersebut.

(unit: cm)

155, 176, 161, 165, 157, 163, 170, 168, 171, 164

3 Dalam sebuah kantong terdapat bola merah dan bola putih yang totalnya 500 buah. Setelah tercampur merata, diambil 20 bola dan dihitung jumlah bola merah dan jumlah bola putih, kemudian dimasukkan kembali ke dalam kantong. Tabel berikut ini menunjukkan hasil percobaan yang diulang sebanyak 5 kali. Berdasarkan hasil ini, perkirakan jumlah semua bola merah yang terdapat di dalam kantong.

Percobaan ke-	1	2	3	4	5
Jumlah Bola Merah	12	13	11	12	12
Jumlah Bola Putih	8	7	9	8	8

4 Untuk memperkirakan populasi ikan di dalam kolam, kita menebarkan jaring dan menangkap 58 ekor ikan. Kemudian ikan-ikan tersebut ditandai lalu dilepaskan lagi ke dalam kolam. Sebulan kemudian jaring ditebarkan lagi dan tertangkap 45 ekor ikan, 8 di antaranya memiliki tanda. Perkirakaan jumlah ikan dalam kolam tersebut, bulatkan hasilnya ke puluhan terdekat.

Mengulang Pelajaran SMP IX 269

Bab 8 Survei Sampel

Penyelesaian

1

(1) Survei populasi
(2) Survei sampel
(3) Survei sampel
(4) Survei populasi
(5) Survei sampel

2

$(155 + 176 + 161 + 165 + 157 + 163$
$+ 170 + 168 + 171 + 164) \div 10 = 165$

Jawab: Kira-kira 165 cm

3

$(12 + 13 + 11 + 12 + 12) \div 5 = 12$

Karena itu, misalkan jumlah semua bola merah adalah x, maka,

$$x : 500 = 12 : 20$$
$$x = 300$$

Jawab: Kira-kira 300 buah

4

$(12 + 13 + 11 + 12 + 12) \div 5 = 12$

Jika jumlah semua ikan di dalam kolam dimisalkan x ekor, maka

$$58 : x = 8 : 45$$
$$x = 326{,}25$$

Jawab: Kira-kira 330 ekor

Masalah-Masalah yang lebih Meluas

Penyelesaian

1

(1) Untuk menambah 3 buah T-shirt original dibutuhkan uang tambahan sebesar 2,400 rupiah, sehingga harga 1 buah T-shirt adalah sebesar 800 rupiah.

(2) Misalkan T-shirt original yang dibeli adalah x buah, dan T-shirt polos adalah y buah, maka

$$\begin{cases} 800(x-50)+1000\times 50+500y \\ \qquad\qquad\qquad =78600 \\ x+y=100 \end{cases}$$

Diselesaikan, $\begin{cases} x=62 \\ y=38 \end{cases}$

Jawab:
T-shirt original 62 buah
T-shirt polos 28 buah

2

(1) ① $y = 900 + 60x$

② $y = 900 + 60 \times 10$

$\quad + 150(x - 10)$

$= 1500 + 150x - 1500$

maka, $y = 150$x

(2) Jika $x = 7$

$y = 900 + 60 \times 7$

$= 1320$

Jika $x = 18$

$y = 150 \times 18$

$= 2700$

Jawab:
7 m^3 = 1320 rupiah
18 m^3 = 2700 rupiah

3

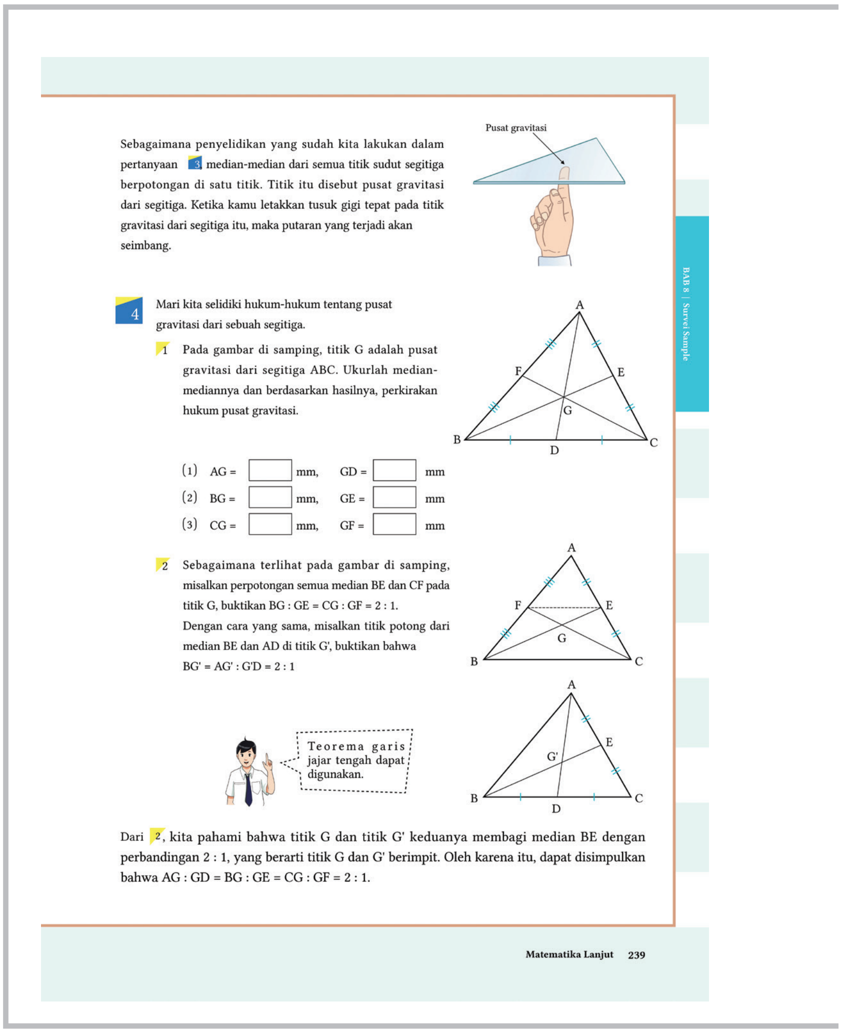
(1) $\frac{1}{2} \times AB \times AC \times 6$

$= \frac{1}{2} \times (\sqrt{12^2 - 8^2}) \times 8 \times 6$

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 8 \times 6$

$= 96\sqrt{5}$

Jawab $96\sqrt{5}$ cm^3


Sebagaimana penyelidikan yang sudah kita lakukan dalam pertanyaan 3, median-median dari semua titik sudut segitiga berpotongan di satu titik. Titik itu disebut pusat gravitasi dari segitiga. Ketika kamu letakkan tusuk gigi tepat pada titik gravitasi dari segitiga itu, maka putaran yang terjadi akan seimbang.

4 Mari kita selidiki hukum-hukum tentang pusat gravitasi dari sebuah segitiga.

1 Pada gambar di samping, titik G adalah pusat gravitasi dari segitiga ABC. Ukurlah median-mediannya dan berdasarkan hasilnya, perkirakan hukum pusat gravitasi.

(1) AG = ☐ mm, GD = ☐ mm
(2) BG = ☐ mm, GE = ☐ mm
(3) CG = ☐ mm, GF = ☐ mm

2 Sebagaimana terlihat pada gambar di samping, misalkan perpotongan semua median BE dan CF pada titik G, buktikan BG : GE = CG : GF = 2 : 1.
Dengan cara yang sama, misalkan titik potong dari median BE dan AD di titik G', buktikan bahwa BG' = AG' : G'D = 2 : 1

Dari 2, kita pahami bahwa titik G dan titik G' keduanya membagi median BE dengan perbandingan 2 : 1, yang berarti titik G dan G' berimpit. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa AG : GD = BG : GE = CG : GF = 2 : 1.

Matematika Lanjut 239

(2) Dengan memasukkan pemberat ke dalamnya, maka volume bagian yang naik ke permukaan air menjadi sama dengan pemberat tersebut, misalkan volume air yang naik adalah x cm, maka

$$\frac{1}{2} \times (\sqrt{12^2 - 8^2}) \times 8 \times x = \frac{1}{3} \times 8\sqrt{5} \times (6 + x)$$

$$16\sqrt{5}\,x = 16\sqrt{5} + \frac{8\sqrt{5}}{3}x$$

$$40\sqrt{5}\,x = 48\sqrt{5}$$

$$x = \frac{6}{5}$$

Tinggi pemberat dari dasar prisma segitiga mula-mula sampai permukaan air adalah

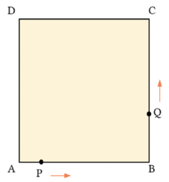
$6 + \frac{6}{5} = \frac{36}{5}$

Jawab: $\frac{36}{5}$ cm

4 Bangun di sampaku payungg ini merupakan sebuah persegi dengan panjang sisi 6 cm.Titik P bergerak mulai dari titik A dengan kecepatan 1 cm/detik, ke titik B, C, D . Pada saat yang sama titik Q bergerak mulai dari B menuju ke titik C, D, dan A dengan kecepatan 2 cm/detik. Ketika titik P dan Q bertemu pada saat pertama kalinya, kedua titik akan berhenti.

(1) Setelah berapa detik, kedua titik P dan Q akan berhenti setelah mereka meninggalkan titik awal masing-masing.

(2) Ketika titik P bergerak, akan terbentuk segitiga siku-siku APQ. Diantara segitiga siku-siku yang terbentuk itu, tentukan segitiga siku-siku dengan luas yang terkecil.

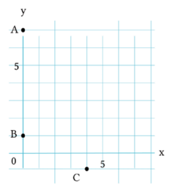


5 Dari gambar di sampaku payungg, terlihat bahwa titik A (0 , 7), B (0 , 1), C (4 , -1). Kemudian dua buah dadu besar dan kecil dilambungkan. Misalkan angka yang muncul pada dadu besar adalah a, dan angka yang muncul di dadu kecil adalah b, sedemikian sehingga titik P (b , a).
Jawablah pertanyaan berikut:

(1) Tentukan peluang titik P terletak pada segmen AC.

(2) Tentukan peluang luas segitiga ABP = 6

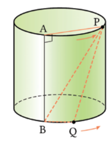
(3) Tentukan peluang bahwa segitiga BCP adalah segitiga siku-siku.



6 Jari-jari silinder 4 cm dan tinggi AB = 8 cm, titik P bergerak meninggalkan titik A dan menempuhnya selama 24 detik/ putaran. Titik Q meninggalkan titik B pada saat yang sama, dan menempuh 1 putaran dalam 48 detik.
Jawablah pertanyaan berikut:

(1) Tentukan sisi miring dari segitiga siku-siku ABP,

(2) 6 detik setelah titik P meninggalkan titik A. Tentukan luas daerah segitiga PBQ, 16 detik setelah P meninggalkan titik A.



Masalah-masalah yang lebih meluas 271

Penyelesaian

4

(1) Misalkan titik A adalah titik asal, maka letak titik P dan titik Q setelah x detik adalah

0 ~ 9 detik P... x cm

Q...($2x$ +6)cm

setelah 0 ~ 9 detik, P...x cm

Q... $\{24-2(x-9)\}$ cm

Ketika 0 ~ 9 detik, kedua titik P dan Q tidak bertemu.

Setelah 0 ~ 9 detik, kedua titik P dan Q bertemu karena $x = 24 - 2(x - 9)$

$x = 14$

Jawab: 14 detik

(2) Terbentuknya segitiga siku-siku sama kaki terjadi sebanyak 4 kali, yaitu

4 detik 12 cm^2

6 detik 18 cm^2

8 detik 6 cm^2

12 detik 18 cm^2

Segitiga siku-siku dengan luan yang terkecil terbentuk setelah 8 detik, yaitu

Jawab: 6 cm^2

5

Diketahui semua peluang adalah 36.

(1) Agar titik P terletak di segmen AC diperlukan (1, 2), (2, 3), (3, 1)
menjadi 3 peluang, $\frac{3}{36} - \frac{1}{12}$

(2) Agar peluang luas △ABP adalah 6, diperlukan
(2,1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
menjadi 6, peluang $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(3) Agar peluang BCP adalah segitiga siku-siku, diperlukan peluang
(1, 2), (1, 3), (2, 5), (3, 2), (4, 1), (5, 1, (6, 3)
menjadi 7 peluang, $\frac{7}{36}$

6

(1) Diketahui 1 putaran ditempuh titik P selama 24 detik, sehingga letak titik P setelah bergerak 6 detik adalah $\frac{1}{2}$ lingkaran. Oleh karena itu, AP=4$\sqrt{2}$

Pada △ABP,

$$PB^2 = AP^2 + AB^2 = (4\sqrt{2})^2 + 8^2$$

$$PB = \pm 4\sqrt{6}$$

jika PB>0, maka PB=4$\sqrt{6}$ (cm)

(2) Letak titik P setelah 16 detik setelah meninggalkan titik A adalah $\frac{2}{3}$ lingkaran dan letak titik Q adalah $\frac{1}{3}$ lingkaran. Oleh karena itu, jika jari-jari alas adalah lingkaran O, titik di keliling lingkaran O dengan titi P diturunkan vertikal adalah P', dan garis tegak lurus yang ditarik dari pusat O lingkaran O ke BQ adalah OM, maka △BQP' adalah segitiga sama sisi dan OMB adalah segitiga siku-siku dengan sudut 30°.

Jadi, berdasarkan OB : BM=2$\sqrt{3}$,

BM = 2$\sqrt{3}$, BQ = 4$\sqrt{3}$

dan dari BM = 2$\sqrt{3}$, P'M=6

$$PM^2 = PP'^2 + P'M^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$PM = \pm 10$$

karena 10 PM > 0, PM=10

maka luas daerah △PBQ

$$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 10 = 20\sqrt{3}\ (cm^2)$$

Masalah-Masalah yang lebih Meluas ②

Penyelesaian

1

(1) Rata-rata hari berolah diperoleh dengan menjumlahkan hasil kali dan frekwensi setiap kelas

Kelas A ... 3,6 hari

Kelas B ... 3,5 hari.

Sehingga murid-murid di kelas A lebih rajin berolahraga karena nilai rata-ratanya lebih besar.

(2) Misalkan di antara kelas 3 kota N siswa yang berolah raga selama 5 hari terus menerus adalah x, maka

$x : 4500 = 64 : 180$

$x = 1600$

Jawab: 1600 orang

2

(1) Ubin ke-1 hingga ke-6 pada gambar ditata berulang kali, sehingga ubin ke-20 adalah

$20 \div 6 = 3$ tersisa 2,

berdasarkan itu, ubin ke-1 hingga ke-6 diulang 3 kali dan ditata bersama ubin yang tersisa 2 sebelumnya, ubin ke-2 berikutnya merupakan ubin yang berjenis sama.

Jawab: d

(2) Jumlah luas ubin segitiga hitam ke-1 sampai ke-6 dan semua ubin persegi hitam adalah

$1 \times 2 + 2 \times 2 = 6$

Ubin ke-100

$100 \div 6 = 16$ tersisa 4

dari ubin ke-1 sampai ke-6 diulang sampai 16 kali, maka ubin ke-1 sampai ubin ke-4 akan tertata ubin

$6 \times 16 + 2 + 1 = 99$

Jawab 99cm²

Masalah-Masalah yang Meluas ②

1 Dilakukan penelitian terhadap siswa kelas 3 SMP tentang berapa hari dalam seminggu dari hari Senin sampai Jumat mereka berolah raga selama 30 menit tiap harinya. Penelitian dilakukan di kota M dan N.

Jawablah pertanyaan berikut ini:

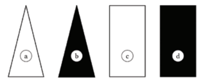
Hari ke-	Frekuensi (siswa)	
	Kelas 3 A	Kelas 3 B
0	0	0
1	3	5
2	7	6
3	6	6
4	11	7
5	13	14
Total	40	38

(1) di SMP S di kota M, survey dilakukan di kelas A dan B. Hasilnya terlihat dalam table di sampaku payungg. Dengan menggunakan rata-rata hitung jelaskan kelas mana yang para siswanya melakukan olah raga lebih banyak.

(2) Di kota N, dilakukan penelitian untuk seluruh siswa kelas 3 sebanyak 4500 siswa. Dari semuanya itu diambil sampel secvara acak sebanyak180 orang siswa, 67 siswa menjawab bahwa mereka selama 5 hari terus menerus berolah raga. Dalam masalah ini, perkirakan banyaknya siswa yang elakukan olah raga selama 5 hari tersebut, diantara 4500 siswa di kota N tersebut.

2 Dari gambar 1 terlihat ada beberapa jenis ubin:

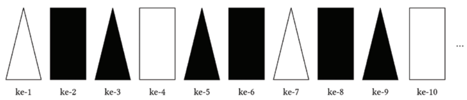
segitiga hitam dan putih; dan segi empat. Luas ubin segitiga 1 cm², sedangkan yang persegi panjang adalah 2 cm². Berdasarkan Gambar 1 ubin-ubin itu diletakkan dengan urutan dari kiri ke kanan dengan aturan tertentu seperti tampak dari gambar 2. Jawablah pertanyaan berikut.



Gambar 1

Aturan Menata:

- Pertama adalah ⓐ
- Segitiga dan persegipanjang bergantian.
- Urutan warna dimulai dari hitam, putih,...dan seterusnya.



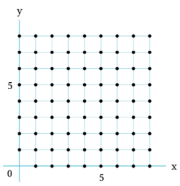
Gambar 2

(1) Di antara ubin ⓐ ke d , yang mana yang akan mempunyai jenis sama seperti ubin ke-20?

(2) Tentukan luas total dari semua ubin hitam sebelum ubin ke-100.

272 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX

3 Dalam bidang koordinat di sampaku payungg, terdapat paku payung yang ditancapkan secara tegak, dimana x dan y adalah bilangan asli antara 0 dan 8, kecuali titik O (pusat). Di antara paku payung-paku payung pada bidang koordinat ini, terdapat paku payung yang dapat atau tidak dapat terlihat dari titik O. Sebagai contoh, paku payung pada (1,0) dapat terlihat dari titik O, karena paku payung pada titik (2,0) terletak di belakang titik (1,0), maka tidak dapat terlihat dari titik O. Tabel berikut ini akan menunjukkan bahwa sebuah paku payung dapat terlihat atau tidak terlihat dari titik O.

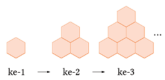


Misalkan paku payung terletak di titik P.
① Jika tidak terdapat paku payung pada garis OP, maka dapat terlihat dari titik O
② Jika tidak terdapat paku payung pada garis OP, maka dapat terlihat dari titik O

Jawablah pertanyaan berikut:

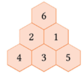
(1) Tentukan banyaknya paku payung pada bidang koordinat.
(2) Tentukan banyakanya paku payung pada garis yang melalui titk O dan titik (2,1).
(3) Di antara titik dengan absis sama dengan 8, tentukan ordinat dari semua paku payung yang dapat terlihat dari titik O.
(4) Tentukan banyakanya paku payung yang terletak diantara titik (1,0) dan (1,1) yang dapat dilihat dari titik O.
(5) Tentukan banyaknya paku payung yang dapat terlihat dari titik O.

4 Tampak pada gambar 1, kita membuat bangun yang berasal dari pengubinan segi enam beraturan dengan panjang sisi 4 cm dengan susunan sebagai berikut. jawablah pertanyaan berikut.

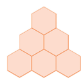


Gambar 1

(1) Tentukan banyaknya segi enam beraturan pada gambar 7 dan tentukan pula luasnya.
(2) Gambar 3 dibuat dari 6 buah segienam beraturan. Di masing-masing segi enam, kita letakkan nomor yang berbeda 1, 2, 3, 4, 5, 6. Jika kita letakkan nomor dengan susunan seperti terlihat pada gambar 2, jumlah dari bilangan dalam urutan horisontal maupun miring adalah 12. Letakkan angka-angka pada gambar 3, sedemikian sehingga jumlah bilangan pada horisontal dan miring adalah 9.



Gambar 2



Gambar 3

Masalah-masalah yang lebih meluas 273

Penyelesaian

3

(1) Pin yang hanya berada pada bidang koordinat x dan y adalah bilangan bulat antara 0 dan 8 dan bukan terdapat pada titik asal O,
$9\times9-1=80$
Jawab: 80

(2) Koordinat pin pada garis yang melewati titik O dan (2, 1) adalah
(2, 1), (4, 2), (6, 3), (8, 4)
Jawab: 4

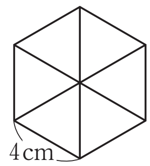
(3) Koordinat di antara titik absis sama dengan 8 dari semua pin yang dapat dilihat dari titik O adalah
(8, 1), (8, 3), (8, 5), (8, 7)
Jawab: 1, 3, 5, 7

(4) Koordinat piin yang dapat dilihat dari (1, 0) dan (1, 1) adalah
(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1),
(4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3),
(5, 4), (6, 1), (6, 5), (7, 1),
(7, 2), (7, 3), (7, 4), (7, 5),
(7, 6), (8, 1), (8, 3), (8, 5),
(8, 7)
Jawab: 21

(5) Sama dengan (4), pin yang dapat dilihat di antara (0, 1) dan (1, 1) dari titik O adalah 21. Pin pada (4) ditambah dengan (1, 0), (1, 1), (0, 1), sehingga
$21\times2+3=45$
Jawab: 45

4

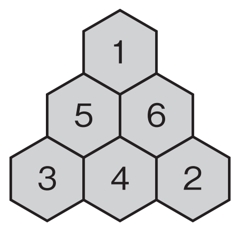
(1) $1+2+3+4+5+6+7=28$



Jawab: 28 buah

Luas segienam beraturan pada gambar dapat dihitung dengan membaginya menjadi 6 segi tiga beraturan,
$\left(\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}\right)\times6$
$=24\sqrt{3}$
Karena ada 28 buah, maka luasnya menjadi
$24\sqrt{3}\times\ 28=672\sqrt{3}$
Jawab: $672\sqrt{3}$ cm^2

(2) Contoh



Mari Mencoba [Jawaban]

Hlm.40

Jika kita menambahkan 3 bagian dari 3 kurva garis dari jalanan, maka akan terbentuk sebuah lingkaran dengan jari-jari a. Misalkan, panjang garis yang melalui titik pusat dari jalan adalah l_1 dan luasnya S_1. Misalkan panjang garis yang melalui pusat dari kurva bagian jalanan adalah l_2, dan luasnya adalah S_2, maka $S_1 = al_1$, $S_2 = al_2$, sedemikian sehingga $S=S_1+S_2=al_1+al_2=a(l_1+l_2)=al$

Hlm.83

$(x + \frac{5}{4})^2 = \frac{33}{2}$

Hlm.87

Jawaban hanya ada satu, jika nilai $(b^2 - 4ac) = 0$.

Hlm.115

Akan menjadi:

Setelah1~1,1 detik 10,5 m/detik

Setelah1~1,01 detik 10,05 m/detik

Setelah1~1,001 detik 10,005 m/detik

ketika lama waktu secara bertahap makin pendek, rata-rata kecepatan mendekati 10 m/detik. Dari sini, kecepatan dalam 1 detik dianggap 10 m/detik.

Hlm.125

(1) Dari diagram sebelah kiri, 32 ,16 ,8 ,4 ,2

(2) Dihilangkan (3) 1024

Hlm.145

Dihilangkan

Hlm.152

Dari $1 : a = a : x$, $x = a^2$

Hlm.159

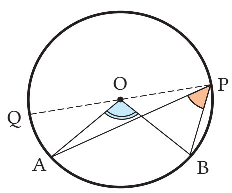
Dihilangkan

Hlm.176

Gambarkan diameter PQ melalui titik P.

OP = OA

∠OPA = ∠OAP



Maka, ΔAOQ = ΔOPA + ΔOAP = 2ΔOPA

Oleh karena itu, ∠AOQ = 2∠APQ (1)

∠BOQ = 2∠BPQ (2)

Dari (1) dan (2) ∠AOB = ∠BOQ - ∠AOQ

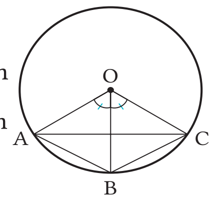
= 2(∠BPQ - ∠APQ)

= 2∠APB

Therefore, $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$

Hlm.178

(Contoh) Jika ∠AOC=2∠AOB, AC < AB + BC, maka, AC< 2AB. Meskipun ukuran sudut pusat adalah dobel, panjang busur tidaklah dobel. Oleh karena itu, ukuran sudut pusat dan panjang busur tidak proporsional.



Hlm.182

Tentukan beberapa titik dimana sudutnya menjadi °30, titik-titik terletak pada sisi yang sepihak dengan ruas garis AB. Oleh karenanya, akan menjadi sebuah lingkaran berdasarkan konvers dari teorema sudut keliling lingkaran.

Hlm.185

(Cth.1)

Berdasarkan ΔACP dan ΔDBP, karena

ΔACP dan Δ‘DBP, AP : DP = CP : BP

Oleh karena itu, AP × BP = CP ×DP

(Soal 2)

Berdasarkan ΔACP dan ΔDBP, karena

ΔACP dan Δ‘DBP, AP : DP = CP : BP

Oleh karena itu, AP × BP = CP ×DP

Hlm.188

2 cm

Hlm.226

Dihilangkan

Hlm.229

Dihilangkan

Pengayaan [Jawaban]

1 Pernyataan Polinom Hlm.24

1 (1) $2x^2 + 8x$ (2) $3x^2 - 6x$

(3) $10-a^2 + 16a$ (4) $28-x^2 + 8x$

(5) $-3a^2 + 15ab - 3a$

(6) $9a^2 + 6a$ (7) $2x - 9$

(8) $5a + b$ (9) $4a - b$

(10) $-4x - 3y$ (11) $9y - 6$

2 (1) $ab + 2a + 8b + 16$

(2) $xy + 6x - 7y - 42$

(3) $2a^2 - 17a + 8$ (4) $6x^2 + 14x + 4$

(5) $-2a^2 + 17ab - 30b^2$

(6) $-49x^2 + 7xy + 6y^2$

(7) $ax - ay + 5a + bx - by + 5b$

(8) $ax + 2ay - 3a - 2bx - 4by + 6b$

(9) $x^2 - y^2 - 3x + 3y$

(10) $2a^2 + 5ab - 3b^2 - 4a - 12b$

3 (1) $x^2 + 10x + 21$ (2) $x^2 - 9x + 20$

(3) $x^2 - x - 90$ (4) $x^2 + 5x - 6$

(5) $x^2 + 8x + 16$ (6) $x^2 - 20x + 100$

(7) $a^2 - 2ab + b^2$ (8) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

(9) $x^2 - 1$ (10) $a^2 - 81$

(11) $36 - x^2$ (12) $x^2 - \frac{25}{16}$

4 (1) $4x^2 - 49$ (2) $9a^2 + 30a + 25$

(3) $16x^2 - 24xy + 9y^2$

(4) $4a^2 + 18a + 18$

(5) $x^2 - 2xy + y^2 - 64$

(6) $a^2 + 2ab + b^2 - 7a - 7b + 10$

(7) $a^2 - b^2 + 8b - 16$

(8) $10x + 9$ (9) a^2

(10) $7x + 16$ (11) $8ab$

2 Memfaktorkan

Hlm.35

1 (1) $x(y + 4)$ (2) $a(5x - 8y + 2)$

(3) $x(x + 7)$ (4) $xy(2x - 3y)$

(5) $3a(2a + 3b)$ (6) $5x(2x - 5y + 1)$

2 (1) $(x + 1)(x + 5)$ (2) $(x + 3)(x + 7)$

(3) $(x - 1)(x - 6)$ (4) $(x - 3)(x - 9)$

(5) $(x + 4)(x - 2)$ (6) $(x + 2)(x - 5)$

(7) $(x + 1)(x - 2)$ (8) $(x + 9)(x - 5)$

(9) $(x + 7)^2$ (10) $(x + 8)^2$

(11) $(x - 5)^2$ (12) $(x - 10)^2$

(13) $(x + 1)(x - 1)$ (14) $(x + 8)(x - 8)$

3 (1) $(2x + 3)^2$ (2) $(3x - 1)^2$

(5) $(10x + 7)(10x - 7)$

(6) $(4 + 5x)(4 - 5x)$

(7) $(2x + 7y)(2x - 7y)$

(8) $(x + \frac{y}{3})(x - \frac{y}{3})$

(9) $a(x + y)(x - y)$ (10) $a(x + 1)^2$

(11) $3(x - 3y)^2$ (12) $2y(x + 5)(x - 3)$

(13) $(x + 6)(x - 3)$ (14) $(x - 3)(x - 4)$

(15) $(x + 3)^2$ (16) $(x + 3)(x - 6)$

(17) $(x + 3)(x + 1)$ (18) $(a - b)(x + y)$

(19) $(x + 6)(x - 1)$ (20) $x(x - 10)$

(21) $(x + 1)(y - 5)$ (22) $(x + 1)(2y - 3)$

3 Pernyataan Bentuk Akar

Hlm.67

1 (1) $\sqrt{26}$ (2) $\sqrt{6}$ (3) 12 (4) 5

(5) $8\sqrt{10}$ (6) $-12\sqrt{5}$ (7) $\frac{15\sqrt{2}}{2}$

(8) $3\sqrt{3}$ (9) $2\sqrt{6}$ (10) $2\sqrt{3}$

2 (1) $7\sqrt{5}$ (2) $-5\sqrt{7}$ (3) $4\sqrt{2}$

(4) $-3\sqrt{2} + 5\sqrt{6}$ (5) $4\sqrt{7}$

(6) $2\sqrt{2}$ (7) 0 (8) $5\sqrt{5}$

(9) $5\sqrt{2}$ (10) $-\sqrt{6}$ (11) $2\sqrt{15}$

(12) $7\sqrt{2}$

3 (1) $3\sqrt{6}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $5\sqrt{6} - 2$

(4) $3 - \sqrt{7}$ (5) $17 + 7\sqrt{7}$

(6) $53 + \sqrt{3}$ (7) $11 - 7\sqrt{5}$

(8) -71 (9) 6 (10) 3

(11) $16 + 6\sqrt{7}$ (12) $8 - 4\sqrt{3}$

(13) $8 + 6\sqrt{3}$ (14) $43 - 30\sqrt{2}$

(15) 22 (16) $\frac{7}{3}$ (17) $2\sqrt{2}$

(18) $-3 - \sqrt{2}$ (19) 6

4 Penyelesaian Persamaan Kuadrat

Hlm.89

1 (1) $x = 3, x = -9$ (2) $x = -1, x = -5$

(3) $x = 3, x = -8$ (4) $x = -3, x = -8$

(5) $x = 3, x = 5$ (6) $x = -4$

(7) $x = 6$ (8) $x = 7, x = -6$

(9) $x = 0, x = -1$ (10) $x = \pm 6$

(11) $x = 7, x = -5$ (12) $x = 5$

(13) $x = 2, x = 3$ (14) $x = 4, x = -1$

(15) $x = 6, x = -1$ (16) $x = 4, x = 7$

(17) $x = \pm 1$ (18) $x = 6, x = -7$

2 (1) $x = \pm 2\sqrt{3}$ (2) $x = \pm \frac{9}{2}$

(3) $x = \pm\sqrt{7}$ (4) $x = 3\pm$

(5) $x = \pm 2\sqrt{5}$ (6) $x = -6 \pm \sqrt{11}$

(7) $x = 5, x = 13$ (8) $x = 3\pm 3\sqrt{2}$

(9) $x = 1-, x = 4-$

(10) $x = 5, x = 1-$

3 (1) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{2}$ (2) $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$

(3) $x = 2, x = -\frac{1}{3}$ (4) $x = \frac{1}{2}, x = -\frac{5}{2}$

(5) $x = -1\pm\sqrt{5}$ (6) $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$

(7) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (8) $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

(9) $x = \frac{1 \pm \sqrt{97}}{12}$ (10) $x = \frac{1}{3}, x = -\frac{1}{2}$

(11) $x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{5}$ (12) $x = 2, x = -\frac{5}{2}$

Soal Ringkasan [Jawaban]

Bab 1 | Pernyataan Perhitungan

Hlm.43-41

Gagasan Utama

1 (1) $6a^2 - 12a$ (2) $2-xy + 5y^2$

(3) $4-x + 3y$ (4) $6b + 8$

2 (1) $ax + ay - bx - by$

(2) $3x^2 + 5x + 2$

(3) $x^2 - x - 6$ (4) $y^2 - 12y + 36$

(5) $a^2 - 9b^2$ (6) $4x^2 + 12x + 9$

3 (1) $3a^2 - 2a + 1$ (2) $2x$

4 (1) $2ab(2a - 3b)$ (2) $(x + 3)(x + 4)$

(3) $(x - 3)^2$ (4) $(12 + x)(12 - x)$

(5) $(x + 7)(x - 5)$ (6) $(2x + 3y)^2$

(7) $y(x - 3)(x - 6)$ (8) $(x + 1)(x + 3)$

5 (1) 3×2^3 (2) 6

6 Misalkan 3 buah bilangan berurutannya adalah n - 1, n, n + 1 ....

$(n + 1)^2 - (n - 1)^2$

$= n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1)$

$= 4n$

Dengan demikian, untuk 3 bilangan berurutan, jika kuadrat bilangan terkecil dikurangkan ke kuadrat bilangan terbesar, maka hasilnya adalah empat kali baingan yang terletak di tengah.

7 $2\pi ab$

Penerapan

1 (1) $x^2 - \frac{3}{2}x - 1$ (2) $a^2 - 49b^2$

(3) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 18x - 36y + 81$

(4) $a^2 - b^2 + 2b - 1$

2 (1) $(x + 5)(x - 3)$ (2) $x(x + 1)$

(3) $(x + a)(x - 1)$ (4) $(x - 2)(y - 3)$

3 Akan menjadi $(7a - 15)$ m^2 lebih besar , 10 m

4

Dua bilangan ganjil dapat dinyatakan sebagai 2 m + 2 , 1 n + 1, aturlah m dan n sebagai bilangan bulat....

2 mn + m = n adalah sebuah bilangan bulat,

2) 2 mn + m + n) + 1 adalah bilangan ganjil.

Oleh karena itu, perkalian dua buah bilangan ganjil adalah sebuah bilangan ganjil.

5 (1) $l = \frac{\pi(2r + h)\sqrt{17}}{3}$

(2) Misalkan luas daerah adalah S m^2 ,

$$s = \frac{\pi(2r + h)^2 - \pi r^2}{3}$$

$$= \frac{\pi(r^2\ 2+rh + h^2) - \pi r^2}{3}$$

$$= \frac{\pi h\ (2r + h)}{3}$$

dari (1), $l = \frac{\pi\ (2r + h)}{3}$

$S = hl$

Oleh karena itu, luas daerah adalah hl m^2.

Penggunaan Praktis

1 (1) ⓐ 40 ⓑ 36

(2) 113 (3) 8n

(4)

Menyatakan nomor halaman pada halaman ke-n, menggunakan a, b, c, d, ...

$b = 8n - 4,\ c = 8n,\ d = 8n - 7$

$ab - cd = (8n - 8)(3n - 8 - (4n(8n - 7)$

$= 64n^2 - 56n + 64) - 12n^2 - 56n)$

$= 12$

Oleh karenanya : ab − cd = 12 nomor halaman ke-n.

Bab 2 | Akar Kuadrat

Hlm.68-70

Gagasan Utama

1 (1) ± 5 (2) $\pm\sqrt{19}$

(3) 0 (4) $\pm 0{,}4$

2 (1) 7 (2) benar

(3) 2 (4) luas

3 (1) $4\sqrt{3} < 7$ (2) $-\sqrt{17} > -3\sqrt{2}$

4 (1) $6\sqrt{7}$ (2) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (3) $4\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$ (5) $6\sqrt{5}$ (6) $3\sqrt{6}$

(7) $20 + 6\sqrt{11}$ (8) 17

5 (1) $2\sqrt{21}$ cm (2) 8 potong (3) $8\sqrt{3}$

Penerapan

1 $\frac{\sqrt{3}}{7} < \frac{3}{7} < \frac{\sqrt{3}}{7} < \frac{3}{\sqrt{7}}$

2 (1) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{5\sqrt{2} - \sqrt{10}}{5}$

3 (1) $10\sqrt{3}$ (2) 30 (3) $\sqrt{3}$

(4) $-5 + 2\sqrt{7}$ (5) $2\sqrt{3}$

4 (1) $n = 6$ (2) 13

(3) 5 (4) $1 - \sqrt{5}$

5 $(18 - 12\sqrt{2})$ cm^2

Penggunaan Praktis

1 $2\sqrt{2}$ kali

2 F2

Bab 3 | Persamaan Kuadrat

Hlm.93-95

Gagasan Utama

1 ⓑ, ⓒ

2 (1) $x = \pm \frac{5}{2}$ (2) $x = 5 \pm \sqrt{6}$

(3) $x = \frac{9}{2}, x = -\frac{7}{2}$

(4) $x = -2, x = -6$

(5) $x = 6, x = -5$ (6) $x = \frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

(7) $x = 1, x = 6$ (8) $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$

(9) $x = 5$ (10) $x = 0, x = 7$

3 $a = 2, x = -5$

4 (1) $x^2 - 2x = 35$

(2) Karena x adalah bilangan asli, maka x = 7. Jawab : 7

5 Misalkan lebar jalan adalah x cm, maka,

$(15 - 2x)^2 = 144$

$x = \frac{3}{2}, x = \frac{27}{2}$

Jika $0 < x < \frac{15}{2}, x = \frac{3}{2}$

Jawab 1,5 m

Penerapan

1 (1) $x = 4, x = -3$ (2) $x = 4, x = 6$

(3) $x = 1 \pm \sqrt{7}$ (4) $x = -\frac{1}{3}$

2 (1) $a = 2, b = 4$

(2) ⓐ $x = 6$, ⓑ $x = -4$

3

Misalkan 3 bilangan berurutan, bilangan di bagian tengah adalah x, maka:

$(x - 1)(x + 1) - 2x = 47.$

$x = 8, x = -6$

x adalah bilangan asli, x = 8

Jawab 7, 8, 9

4 Letting the length of the cardboard be x cm, $2(x-4)(x+3-4)=80$

$x=9$ $x=-4$

since $x>0$, $x=9$

Answer 9 cm

5 Luas daerah segitiga PBQ menjadi 8 cm^2, x detik setelah titik P dan Q ditinggalkan.

$\frac{1}{2}x(10 - x) = 8$

$x = 2, x = 8$

Jawab: dalam 2 detik, dalam 8 detik.

Penggunaan Praktis

1 (1) Segi empat ...2 Segi lima (Pentagon)... 5 Segi enam (hexagon) ...9 Segi tujuh (heptagon) ...14

(2)

(n − 3) diagonal dapat dilukis dari1 titik puncak ke titik yang tidak berdekatan. Terdapat n titik/simpul maka diagonal dapat dihitung sebagai n (n − 3), tetapi kita harus mengalikannya dengan $\frac{1}{2}$ sehingga setiap diagonal tidak dihitung dua kali. Oleh karena itu, banyaknya diagonal dalam sebuah polygon dapat ditulis dengan rumus $\frac{1}{2}n(n - 3)$.

(3) 20, Segi sepuluh (dekagon)

Bab 4 | Fungsi $y = ax^2$ Hlm.128-126

Gagasan Utama

1 (1) ⓐ, ⓑ, ⓔ, ⓕ

(2) ⓐ, ⓓ, ⓔ (3) ⓑ, ⓕ

2 (1) $a = -\frac{1}{2}$ (2) 3-

(3) Nilai minimum ...8-,

Nilai maksimum ...0

3 (1) $y = 2x - 1$ (2) $y = x^2$

(3) 100 potong

Penerapan

1 (1) $a = \frac{1}{4}$ (2) a = 1- (3) $a = \frac{1}{3}$

2 (1) $y = 10\pi x^2$ (2) 5,64 cm

3 (1) P(1 ,1-), Q(4 ,2)

(2) $y = x + 2$ (3) 3 cm^2

4 (1) $y = x^2$ (2) $y = 4x$

Penggunaan Praktis

1 (1) ③, $y = \frac{5}{16}x^2$ (2) 4 kali

(3) (Contoh)

Substitusi y = 4000 ke pernyataan dalam contoh (1), x = 113,13.

Jawaban yang mendekati sebesar 113 m.

Bab 5 | Kesebangunan Hlm.170-168

Ide Kunci

1 (1)

ΔABC ~ ΔEBD, memiliki 2 pasang sudut yang sama

(2) besar.

ΔABC ~ ΔAED, memiliki 2 pasang sisi sama panjang, dan sudut yang diapitnya sama besar.

2 (1) x = 2 (2) $x = \frac{18}{5}$

3 Pada ΔAPO dan ΔBQD, ∠APO = ∠BQO = 90° (1)
Sudut yang bertolakbelakang besarnya sama, ∠AOP = ∠BOQ (2)
Persamaan (1) dan (2) memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut) sehingga terbukti ΔAPO ~ ΔBQO

4 (1) 6 cm (2) $\frac{27}{125}$ kali

Penerapan

1 BQ = 6 cm, PQ = 3,6 cm

2 (1) Pada ΔCAB titik H dan E berturut-turut merupakan titik tengah sisi CA dan CB.

HE//AB, $HE = \frac{1}{2}AB$ ①

Pada ΔDAB

FG//AB, $FG = \frac{1}{2}AB$ ②

Dari persamaan ① dan ② HE//FG, HE = FG.
Karena memiliki sepasang sisi sejajar, maka terbukti FGEH adalah sebuah jajar genjang.

(2) belah ketupat

3 Pada ΔADQ dan ΔQCP, ∠D = ∠C = 90° ①
∠DAQ = 180° - ∠D - ∠DQA = 90° - ∠DQA ②
∠CQP = 180° - ∠AQP - ∠DQA = 90° - ∠DQA ③
Dari persamaan ②, ③, ∠DAQ = ∠CQP ④
Dari persamaan ① dan ④, memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut)
Terbukti ΔADQ ~ ΔQCP.

4 (1) Karena DA//CE, maka ∠BAD = ∠AEC ①
∠CAD = ∠AEC ②
Dari persamaan (1) dan (2), ∠BAD = ∠CAD ③
Dari persamaan ①②③, ∠AEC = ∠ACE
Karena ada 2 sudut yang sama besar, terbukti ΔACE sama kaki.

(2) Pada ΔBCE, DA//CE, Dari jawaban (1) AE=AC terbukti AB:AE=BD:DC

Kegunaan Praktis

1 410 ml

2 ① volume 165 ,1.000 ,729

② 150 ,120, volume, 1.000 ,729

Bab 6 | Lingkaran Hlm.191-189

Ide Kunci

1 (1) ∠x = 110° (2) ∠x = 32°

(3) ∠x = 58° (4) ∠x = 35°

(5) ∠x = 80° (6) ∠x = 20°

2 (1) Pada ΔABD dan ΔPBA, sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran besarnya 90°, maka ∠ADB = 90°. Karena garis singgung lingkaran tegak lurus

terhadap jari-jari, maka ∠PAB = 90°. sehingga,

∠ADB = ∠PAB (1)

Demikian juga penjelasan untuk ∠B (2)

Dari persamaan (1) dan (2) terbukti

ΔABD ~ ΔPBA

(2) 5 cm

3 (1) Karena ΔABC sama kaki ∠DBC = ∠ECB (1)
Pada ΔDBC dan ΔECB , BD = CE (2)
Sepasang sisi yang berhimpit, BC = BC (3)
Dari persamaan (3) ,(2) ,(1) memiliki 2 pasang sisi sama panjang dan sepasang sudut sama besar terbukti bahwa
ΔDBC ≅ ΔECB.

(2) Dari jawaban (1) ∠BDC = ∠CEB, maka keempat titik D, B, C, E berada pada keliling lingkaran.

Penerapan

1 (1) ∠x = 35° (2) ∠x = 130°

(3) ∠x = 100°

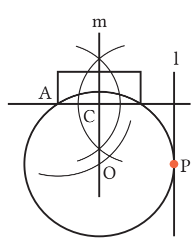
2 AE : EC = 5 : 7 = 25 : 35

3 Pada ΔABE dan ΔACD, ∠AEB = 90°. Dan sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran besarnya 90° , maka ∠ADC = 90°. Sehingga ∠AEB = ∠ADC (1)
Semua sudut keliling yang menghadap (AD) sama besar, ∠ABE = ∠ACD (2)
Persamaan (1) dan (2) memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut). Terbukti ΔABE~ΔACD.

4 Pada ΔABD dan ΔBFC, semua sudut keliling yang menghadap (AB) sama besar, ∠ADB = ∠BCF (1)
Karena panjang BD = CE, maka ∠BAD = ∠FBC (2)
Persamaan (1) dan (2) memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut). Terbukti ΔABD~ΔBFC

Kegunaan Praktis

1 (1) (1) Gambarlah garis m merupakan garis bagi tegak lurus yang memotong AB di titik C.



(2) Gambarlah sebuah lingkaran yang berpusat di titik A dan panjang jari-jarinya adalah jarak dari C ke garis l. Dan memotong garis m di titik O.

(3) Gambarlah lingkaran yang berpusat di titik O dam menyinggung garis l di titik P.

(2) Karena titik Q terletak pada garis l, dan berada di luar lingkaran O kecuali titik P. Maka ∠AQB lebih kecil dari sudut keliling yang menghadap AB, yaitu ∠APB. Sehingga titik P memiliki kemungkinan terbesar untuk mencetak gol.

Bab 7 | Teorema Pythagoras

Hlm.216-214

Gagasan Utama

1 (1) $\sqrt{17}$ (2) $2\sqrt{3}$

2 (1) segitiga siku-siku (2) bukan segitiga siku-siku

3 AB = $\sqrt{13}$, = $\sqrt{13}$, CA = $\sqrt{26}$ (∠B = 90^0) segitiga siku-siku sama kaki

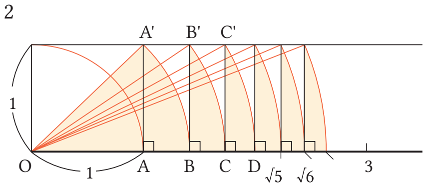
4 (1) tinggi = $\sqrt{7}$ cm, volume = $12\sqrt{7}$ cm^3

(2) 84 cm^2

5 (1) Titik B ⟶ gambarlah segitiga siku-siku OAA', dengan menjadikan garis OB sama panjang dengan sisi miring OA'.
Titik C ⟶ gambarlah segitiga siku-siku OBB', dengan menjadikan garis OC sama panjang dengan sisi miring OB'.

(2) 2

(3)



Penerapan

1 $12\sqrt{3}$ cm^2

2 $\frac{7}{8}$ cm

3 340 m

4 (1) 12 cm

(2) Pada ΔABH dan ΔADC, ∠AHB = 90^0 . Karena sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran besarnya 90° , maka ∠ACD = 90°. Sehingga ∠AHB = ∠ACD (1)

(3) $\frac{65}{8}$ cm

Penggunaan Praktis

1 (1) Ukurlah panjang a dan b menggunakan Teorema Pythagoras,
$a = \sqrt{AC^2 - CB^2}$
(2) Ukurlah panjang b dan panjang c menggunakan Teorema Pythagoras,
$b = \sqrt{AE^2 - ED^2} + \sqrt{EB^2 - ED^2}$

2 (1) 6,9 m
(2) 6,9 m

3 Ukurlah panjang b dan panjang c menggunakan Teorema Pythagoras,
$c = \sqrt{AF^2 - FD^2} + \sqrt{GF^2 - FD^2}$
2,3 m

Bab 8 | Survei Sampel

Hlm.232-231

Gagasan Utama

1 Tidak cocok, karena penelitian dilakukan secara online dan penyebaran jumlah penduduk laki-laki dan perempuan di seluruh wilayah Jepang tidak merata

2 Rata-rata sampel sesuai hasil perhitunganmu. Rata-rata populasi 7,715 detik atau 7,7 detik

Penerapan

1 (1) Ambil segenggam kedelai secara acak, tandai setiap bijinya, kemudian masukkan lagi ke toples.
(2) Campur agar kedelai di dalam toples berbaur merata, kemudian ambil segenggam lagi dan hitung jumlah kedelai yang memiliki tanda.
(3) Berdasarkan langkah (1) dan (2), perkirakan jumlah kedelai di dalam kaca.

2 238 unit

Kegunaan Praktis

1 (1) 107 g
(2) dari atas, 0,10 ,0,29 ,0,41 ,0,20, total 1,00
(3) 31 jeruk
(4) Dapat dipenuhi, karena total jeruk yang dapat dipanen adalah (berat total : berat rata-rata) yaitu sekitar 200000 buah. Dari jumlah tersebut maka jumlah jeruk ukuran 2l ada sekitar 20000 buah. Karena satu kardus kapasitas 5 kg berisi sekitar 31 buah jeruk. Dengan demikian akan ada 645 kardus.

Pendalaman Materi
[Jawaban]

Mari kita merevisi perhitungan menggunakan perkalian

Hlm.45-44

1 (1) 1541 (2) 1728 (3) 306

2 5616 ,4221

3 Dihilangkan

4 Misalkan 2 bilangan asli adalah 10a + b dan 10a + c (dengan kondisi b + c = 10),
$(10a + b)(10a + c)$
$= 100a^2 + 10ac + 10ab + bc$
$= 100a^2 + 10a(b + c) + bc$
$= 100a^2 + 10a \times 10 + bc$
$= 100a(a + 1) + bc$

Dengan demikian cara perhitungan dalam (2) adalah benar.

Seberapa luas sebuah balok dapat dibuat dari sebuah batang kayu gelondong?

Hlm.71

1 4 cm 9 mm

2 Karena panjang satu sisi dari sebuah persegi adalah $1/\sqrt{2}$ kali diameter kayu gelondong, jumlah penandaan menggunakan tanda sudut kotak baja akan merupakan panjang sebuah sisi.

Berapa banyak pertandingan dalam sebuah ronde Robin?

Hlm.96

1 Berhubung setiap tim harus bertanding dengan tim lain, dari 30 = 5× 6, ini akan menjadi 30pertandingan, tetapi setiap permain dihitung dua kali, sehingga dari 2 : 30 = 15, maka aka nada 15 pertandingan.

2 $\frac{n(n-1)}{2}$ pertandingan

3 10 kelompok

Bagaimana hubungan antara kecepatan dengan jarak henti?

Hlm.129-131

1, 2, 3 dihilangkan

4 $y = 0{,}28x$

5 $y = 0{,}0075x^2$

6 Jarak reaksi = 28 m, jarak pengereman = 75 m, jarak henti = 103 m

7 (1) dihilangkan

(2) (contoh) Sebagaimana kecepatan bertambah, jarak reaksi bertambah panjang.

Mari kita pose masalah!

Hlm.171

1, 2 dihilangkan

Mari kita tentukan kemungkinan posisi kapal-kapal

Hlm.192-193

1, 3 dihilangkan

2

2.Lingkaran melalui 3 titik A, C, P, sudut APC adalah sudut keliling di hadapan busur AC. Oleh karena itu, sudut pusat menjadi $2 \times 28^0 = 56^0$. Dalam hal ini, jika segitiga sama kaki OCA dengan AC sebagai alas dan sudut pada kakinya 62^0 digambarkan. Puncak O menjadi pusat lingkaran.

Mari kita temukan range penglihatan melalui puncak sebuah gedung!

Hlm.217-218

1, 3 dihilangkan

2 pendekatan kira-kira 61,4 km

4 range pendekatan sebesar 233 km

Prediksi yang Keliru

Hlm.233

1 (contoh) Pada saat itu hanya sedikit rumah tangga memiliki pesawat telepon dan mobil.

2 (contoh) Nomor panggilan acak

Mengulang Pelajaran Kelas VII, VIII, IX dan Masalah-masalah yang Lebih Luas [Jawaban]

Menjabarkan dan Memfaktorkan

Hlm.266-283

1 (1) -13 (2) 11 (3) -6 (4) -2

(5) $\frac{5}{12}$ (6) 1,4 (7) -48 (8) -4

(9) 28 (10) 16 (11) -6 (12) 39

(13) 16

2 (1) $-10x$ (2) $3a-7$

(3) $-\frac{1}{12}x + 5$ (4) $35x$

(5) $-2a + 3$ (6) $\frac{3}{4}a$

(7) $9x$ (8) $-11x - 3$

3 (1) $-2x - 5y$ (2) $-x^2 - 5x + 10$

(3) $2x^2 - x - 3$ (4) $2x + 13y$

(5) $\frac{-a-b}{15}$ (6) $\frac{-3x + 13y}{18}$

(7) $-24ab$ (8) $2x$ (9) $\frac{2a^2}{3b}$

(10) $12x^2$

4 (1) $x = -8$ (2) $x = 4$ (3) $x = -12$

(4) $x = 2$ (5) $x = -4$ (6) $x = -\frac{5}{2}$

(7) $x = 7$ (8) $x = 3$ (9) $x = -9$

(10) $x = -17$ (11) $x = 10$ (12) $x = 8$

(13) $x = 13$ (14) $x = -3$

5 (1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} x = -6 \\ y = -4 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} x = -1 \\ y = -9 \end{cases}$ (8) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases}$

6 (1) 13 (2) -9 (3) 2

7 $a = 2, b = 3$

8 $(17x + y)$ orang

9 4800 m

10 35

11 laki-laki 133 orang, perempuan 243 orang

Aplikasi Grafik dan Fungsi

Hlm.268-269

1 (1) $y = -6x, y = 30$

(2) $y = \frac{36}{x}, y = 12$

2 (1) $y = -3x + 7$ (2) $y = 2x + 5$

(3) $y = \frac{1}{2}x - 4$

3 (1) A…3 rotasi, B…$\frac{12}{5}$ rotasi,
C…2 rotasi

(2) $y = \frac{180}{x}$

(3) $y = \frac{180}{x}$, A…20 rotasi,
B…16 rotasi, C…$\frac{40}{3}$ rotasi

4 (1) $y = 8x$ (2) $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 48$

(3) setelah 3 detik

5 (1) A(4 ,3), B(0 ,1), D(0 ,9)

(2) 16

6 (1) 25 orang (2) 0,28

(3) lebih dari 40 cm tetapi kurang dari 50 cm

(4) 49,8 cm

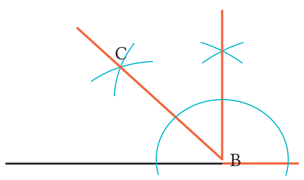
7 $157{,}35 \leq a < 157{,}45$

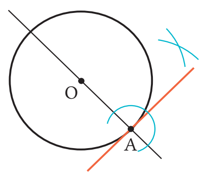
Nilai kesalahan mutlak kurang dari 0,05 cm

8 $\frac{5}{12}$

9 (1) $\frac{7}{15}$ (2) $\frac{4}{5}$

Gambar-Gambar Hlm.271-270

1 

2 

3 (1) ΔDEO

(2) (contoh)

- Misalkan BO adalah sumbu dari target dan bergerak simetris, dari titik B ke titik O, mempunyai panjang BO
- Bergerak dari titik B ke titik O mempunyai panjang BO, kemudian bergerak secara simetris, dengan sumbu OE sebagai target

4 (1) AE, CG, DH

(2) AB, AE, DC, DH

(3) AE, BF, EH, FG

(4) DC, DH, CG, HG

(5) AB, EF, HG, DC

5 (1) °288 (2) 144π cm^2

(3) 128π cm^3

6 Luas permukaan …144π cm^2,
Volume…288π cm^3

7 (1) $\angle x = 63°$ (2) $\angle x = 34°$ (3) $\angle x = 26°$

8 ΔABP dan ΔCAQ

Berdasarkan anggapan, AB = CA ①

∠BPA = ∠AQC = 90° ②

∠BAP = 90°- ∠CAQ

Karena jumlah sudut dalam sebuah segitiga adalah °180,

∠ACQ =180° - 90° - ∠CAQ

= 90° - ∠CAQ

Maka, ∠BAP = ∠ACQ ③

Dari ① , ②, dan ③ sebab panjang dari sisi miring yang bersesuaian dan sudut lancip
yang saling bersesuaian adalah sama

Dalam segitiga siku-siku ΔABP ≡ ΔCAQ. Jadi,

BP = AQ

9 Dari AB = AC, ∠B = ∠C

Dari FG = FC, ∠FGC = ∠C

Sehingga, ∠B = ∠FGC

Karena sudut yang bersesuaian sama, EB // FG ①

Dari AB = AC, AE = AF,

Maka, AB - AE = AC - AF

Juga, EB = FC

Maka, FC = FG

EB = FG ②

Dari ① dan ②

Berhubung sepasang sisi berlawanan saling sejajar dan sama panjang, maka segi empat EBGF merupakan jajar genjang.

10 ΔACP, ΔABP

11 Berdasarkan anggapan, AC //DE ①

Dari AD // BC, AD // CE ②

Dari ① dan ② karena dua sisi dari sisi-sisi yang saling berlawanan sejajar,Segi empat ACED merupakan jajar genjang, maka

AC =DE ③

Berdasarkan anggapan, AC = DB

dari ③ dan ④ DB = DE
Karena panjang kedua sisinya sama, maka segitiga ABC adalah segitiga sama kaki

maka, ΔDBE = ΔDEB ⑤

ΔABC dan ΔDCB, BC saling sekutu.

Dari ①karena sudut-sudut yang saling bersesuaian sama besar, ΔACB = ΔDEC ⑦

dari ⑤ dan ⑦ ΔACB = ΔDBC ⑧

dari ④ , ⑥, dan ⑧ oleh karena kondisi sama dan sebangun, sisi - sudut - sisi, ΔABC ≡ ΔDCB

maka, AB=DC

Bab 1 | Pernyataan Perhitungan

Hlm.272

1 (1) $-8a^2 + 28a$ (2) $10xy + 6y^2$

(3) $12a^2 + 6ab$ (4) $-3x + 2$

(5) $3a - 2b$ (6) $16x - 4y$

2 (1) $6x^2 + xy - 15y^2$

(2) $2a^2 - 5ab - 5a - 3b^2 + 15b$

(3) $x^2 - 3x - 40$ (4) $a^2 + 10a + 25$

(5) $x^2 - 4xy + 4y^2$ (6) $y^2 - \frac{1}{4}$

(7) $4a^2 - 4ab + b^2 - 10a + 5b - 6$

(8) $x^2 - 2xy + y^2 - 8x + 8y + 16$

3 (1) $-17x + 60$ (2) $-9x + 23$

4 (1) $x(a - 2b)$ (2) $xy(4x + 3y - 1)$

(3) $(x + 2)(x - 7)$ (4) $(x - 2)(x - 4)$

(5) $(x - 4y)^2$ (6) $(2x + 5)^2$

(7) $(4a + 7b)(4a - 7b)$

(8) $(\frac{x}{3} + \frac{y}{4})(\frac{x}{3} - \frac{y}{4})$

(9) $3(x + 1)(x + 3)$ (10) $-3x(y + 2)(y - 2)$

(11) $(x + 4)(x - 3)$ (12) $(a + b)(x - 2)$

(13) $(a - 4)(b - 4)$

5 3

6 Jika ita misalkan n adalah bilangan bulat, 1 lebihnya daripada sebuah bilangan kelipatan 3 adalah 3n + 1, 1 lebih kecil dari kelipatan 3 yang sama adalah 3n − 1.

$(3n + 1)^2 - (3n - 1)^2$

$= 9n^2 + 6n + 1 - (9n^2 - 6n + 1)$

$=12n$

Oleh karena itu, selisih dari kuadrat bilangan kelipatan 3 yang 1 lebih besar dengan kuadrat dari kelipatan 3 yang 1 kurangnya merupakan sebuah bilangan kelipatan dari 12..

Bab 2 | Akar Kuadrat

Hlm.273

1 (1) ± 7 (2) $\pm\sqrt{13}$

(3) $\pm \frac{3}{8}$ (4) $\pm 0{,}6$

2 (1) 11 (2) -5 (3) 0,16 (4) 7

3 (1) $-\pm\sqrt{20}, -4, -\sqrt{15}, \sqrt{24}, 5$

(2) Pecahan ...$\sqrt{144}$, $-\frac{1}{4}, \frac{5}{2}$

Bilangan irrasional ...$-\sqrt{13}, \frac{\pi}{2}$

4 (1) $2\sqrt{3}$ (2) $40\sqrt{2}$

(3) $3\sqrt{5}$ (4) $\frac{26}{3}$

5 (1) 26,46 (2) 83,67

(3) 0,8367 (4) 15,876

6 (1) $13\sqrt{13}$ (2) $7\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$

(3) $-2\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{6}$

(5) $2\sqrt{5}$ (6) $7\sqrt{2}$

7 (1) $\sqrt{15}$ (2) $12\sqrt{2} + 6$

(3) $9 - 6\sqrt{2}$ (4) $-3 + 2\sqrt{7}$

8 $4\sqrt{5}$ cm

Bab 3 | Persamaan Kuadrat

Hlm.274

1 (1) $x = 1, x = -8$ (2) $x = 0, x = -4$

(3) $x = 3, x = -9$ (4) $x = 3, x = 6$

(5) $x = 8, x = -5$ (6) $x = 9$

(7) $x = \pm \frac{5}{3}$ (8) $x = -2, x = -3$

(9) $x = 2, x = -8$ (10) $x = 5, x = -7$

2 (1) $x = \pm 3\sqrt{2}$ (2) $x = \pm 5$

(3) $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ (4) $x = \pm \frac{22}{3}$

(5) $x = -3\pm\sqrt{27}$ (6) $x = 6\pm 2\sqrt{6}$

3 (1) $x = \frac{-35}{2}$ (2) $x = 3\pm\sqrt{6}$

(3) $x = \frac{34}{8}$ (4) $x = \frac{1}{2}, x = -1$

(5) $x = \frac{-21}{3}$ (6) $x = \frac{3}{2}, x = -3$

4 Misalkan lebar dari ukuran hamparan bunga adalah x m.

$(18 - x)(30 - 2x) = 18 \times 30 \times \frac{2}{3}$

Jika kita selesaikan masalahnya, maka akan didapatkan $0 < x < 30, x = 3$.

Jawab: 3 m.

5 Setelah x detik dari titik P dan Q bergerak, maka luasnya menjadi 52 cm^2,

$\frac{1}{2} \times 16 \times 8 - \frac{1}{2}(8 - x) \times 2x = 52$

Jika kita selesaikan, maka jawabnya: setelah 2 detik, 6 detik.

Bab 4 | Fungsi $y = ax^2$

Hlm.275

1 (1) $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = 9$ (2) $a=-\frac{2}{3}$

(3) $y = 4x^2$ (4) $0 \leq y \leq 18$

2 (1) -6 (2) $a = 3$

3 (1) A(-2, 2) (2) $a = \frac{1}{2}$

(3) 12

4 (1) mendekati 1 m (2) mendekati 4 m

(3) mendekati 8 m

Bab 5 | Kesebangunan ◂ Hlm.276

1 (1) $x = 4, y = 15$ (2) $x = \frac{16}{5}, y = 15$

2 (1) $\Delta DBA, \Delta DAC, \Delta EBF$

(2) $\Delta ABC, \Delta EBF$

(3) EF = 15 cm, AD = 30 cm

FC = 37,5 cm

3 Pada ΔABC, titik E dan F berturut-turut adalah titik tengah dari sisi AB dan AC, karenanya

$EF \,//\, BC, EF = \frac{1}{2}BC$ ①

Pada ΔDBC,

$GH \,//\, BC, GH = \frac{1}{2}BC$ ②

Dari ① dan ② EF//GH, EF//GH

Oleh karena ada sepasang sisi yang sejajar, maka terbukti bangun EFGH merupakan sebuah jajar genjang.

4 (1) 10 cm^2 (2) 540 cm^3

Bab 6 | Lingkaran ◂ Hlm.277

1 (1) $\angle x = 52^\circ$ (2) $\angle x = 116^\circ$

(3) $\angle x = 20^\circ$ (4) $\angle x = 68^\circ$

(5) $\angle x = 87^\circ$ (6) $\angle x = 32^\circ$

2

Pada jajargenjang, besar sudut-sudut yang saling bersebrangan sama. $\angle ABD = \angle D$ ①

Semua sudut keliling yang menghadap (AC) sama besar, $\angle ABC = \angle AED$ ②

Dari ① dan ② maka $\angle D = \angle AED$

karena memiliki 2 sudut yang sama besar.

3 30 cm^2

Bab 7 | Teorema Pythagoras ◂ Hlm.278

1 (1) $x = 4\sqrt{2}$ (2) $x = 7$

(3) $x = 3\sqrt{13}$

2 $AH = 4\sqrt{3}$ cm, $AC = 4\sqrt{6}$ cm

$BC = (4 + 4\sqrt{3})$ cm

3 $3\sqrt{5}$

4 $8\sqrt{3}$ cm

5 Volume = $\frac{327}{3}$ cm^3

Luas permukaan = $(16+32\sqrt{2})$ cm^2

Bab 8 | Survei Sampel ◂ Hlm.279

1 (1) survei populasi (2) survei sampel

(3) survei sampel (4) survei populasi

(5) survei sampel

2 165 cm

3 300 bola merah

4 330 ekor ikan

Soal-soal komprehensif ① ◂ Hlm.281-280

1 (1) Selisih harganya adalah 2400 yen yang sama dengan 3 buah kaos tambahan. Jadi harga sebuah kaos adalah 800 yen.

(2) Jika kita memesan sebanyak x kaos original dan y kaos polos, maka

800(x - 500 + 50 × 1000 + (50y =78.600

x + y = 100

Penyelesaian sistem persamaan di atas adalah x = 62 , y = 38

Jawaban : 62 kaos original dan 38 kaos polos

2 (1) ① $y = 60 + 900x$

② $y = 150x$

(2) 7 m^3...1320 yen ⟶18 m^3...2700 yen

3 (1) $96\sqrt{5}$ cm^3 (2) $\frac{36}{5}$ cm

4 (1) setelah 14 detik (2) 6 cm^2

5 (1) $\frac{1}{12}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{7}{36}$

6 (1) $4\sqrt{6}$ cm (2) $20\sqrt{3}$ cm^2

Soal-soal komprehensif ② ◂ Hlm.283-282

1 (1)

rata-rata kelas 3,6 hari dan kelas B 3,5 hari. Sehingga murid-murid di kelas A lebih rajin berolahraga karena nilai rata-ratanya lebih besar.

(2) 1.600 orang

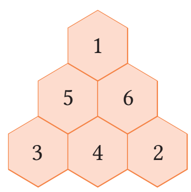
2 (1) ⓓ (2) 99 cm^2

3 (1) 80 (2) 4 (3) 7 ,5 ,3 ,1

(4) 21 (5) 45

4 (1) 28 segienam beraturan, $672\sqrt{3}$ cm^2

(2) (contoh)



Indeks

Lampiran 1

Rangkuman Sifat-Sifat Bangun Datar

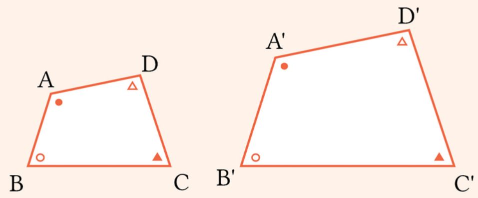
Mari kita mengulang kembali apa yang telah kita pelajari dengan mengisi ____ berikut ini.

Kesebangunan

Sifat-sifat bangun datar yang sebangun. ▶ Hlm.126

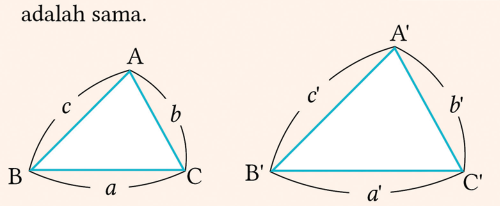
1 Dua bangun datar yang sebangun, sisi-sisi yang bersesuaian memiliki ____ senilai.

2 Sudut-sudut yang bersesuaian ukurannya ____.



Syarat-syarat segitiga-segitiga yang sebangun ▶ Hlm.130

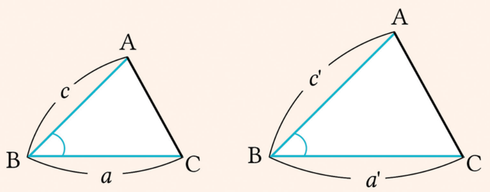
1 Perbandingan panjang ____ adalah sama.



2 Perbandingan panjang dua pasang sisi yang bersesuaian sama dan besar ____ sama.

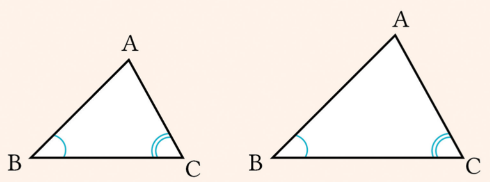
$a : a' = c : c'$

$\angle B = \angle B'$



3 Ukuran ____ sama besar.

$\angle B = \angle B'$



Garis-Garis Sejajar dan Perbandingan Ruas Garis

Garis-garis sejajar dan perbandingan ruas garis. ▶ Hlm.140

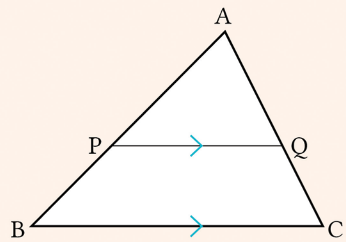
Pada ΔABC titik P terletak pada sisi AB dan titik Q terletak pada sisi AC. Jika PQ // BC, maka ,

1 Jika PQ // BC, maka

AP : AB = AQ : ____ = ____ : BC

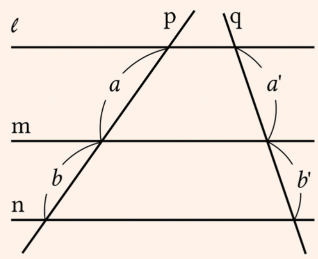
2 Jika PQ // BC, maka

AP : PB = AQ : ____



Perbandingan Panjang Ruas Garis yang Dibagi oleh Garis-garis Sejajar ▶ Hlm.145

Jika dua buah garis dipotong oleh tiga garis sejajar, maka $a : b = a' : b'$



Perbandingan Ruas Garis dan Garis-garis Sejajar. ▶ Hlm.145

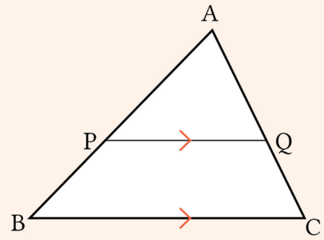
Pada ΔABC dimana titik P terletak pada sisi AB dan titik Q pada sisi AC

1 Jika AP : AB = AQ : AC, maka

PQ // ____

2 Jika AP : AB = AQ : ____, maka

PQ // BC

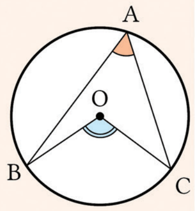


Sudut Keliling dan Sudut Pusat

Teorema Sudut Keliling ▸ Hlm.166

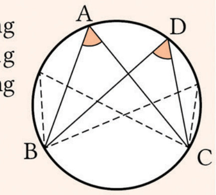
1 Besar sudut keliling adalah setengah dari sudut pusat yang menghadap busur yang sama.

$\angle APB = \frac{1}{2}$ ☐



2 Sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama memiliki ukuran yang sama besar.

$\angle APB = \angle$ ☐

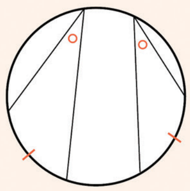


Busur dan Sudut Keliling. ▸ Hlm.168

Pada sebuah lingkaran,

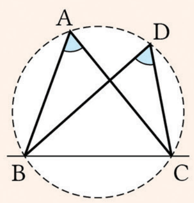
1 ☐ yang menghadap busur-busur yang sama panjang memiliki ukuran yang sama.

2 ☐ yang yang dibatasi oleh sudut-sudut keliling yang sama besar memiliki panjang yang sama.



Konversi dari Teorema Sudut Keliling. ▸ Hlm.171

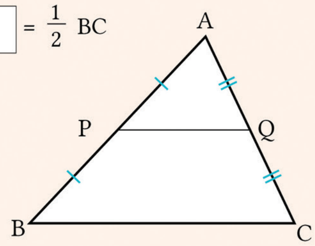
Jika titik P dan Q berada di atas sisi AB, dan APB = AQB, maka titik-titik A, P, Q dan B, ☐



Teorema Titik Tengah ▸ Hlm.146

Pada ΔABC, jika titik M dan N berturut-turut merupakan titik tengah dari sisi AB dan sisi AC, maka,

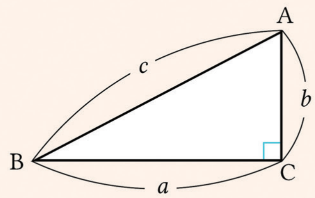
☐ // BC dan ☐ $= \frac{1}{2}$ BC



Teorema Pythagoras

Teorema Pythagoras ▸ Hlm.186

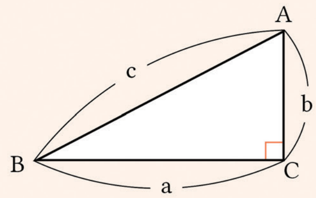
Pada sebuah segitiga siku-siku, jika panjang hipotenusa adalah *c*, sedangkan panjang dua sisi lainnya adalah a dan b, maka berlaku persamaan ☐ $= c^2$



Kebalikan dari Teorema Pythagoras ▸ Hlm.189

Jika pada ΔABC dengan panjang sisi-sisinya, b dan c berlaku persamaan $a^2 + b^2 = c^2$

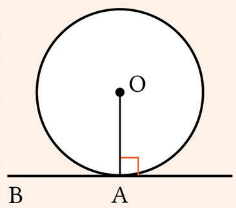
maka, ∠ ☐ $= 90^0$



Garis Singgung Lingkaran

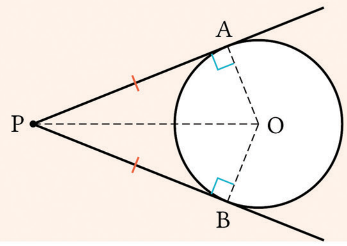
Garis Singgung Lingkaran ▸SMP VII

Garis singgung sebuah lingkaran adalah garis yang menyinggung sebuah lingkaran dan ☐ terhadap jari-jari lingkaran, dan melalui sebuah titik singgung.



Panjang Garis Singgung Lingkaran ▸ Hlm.177

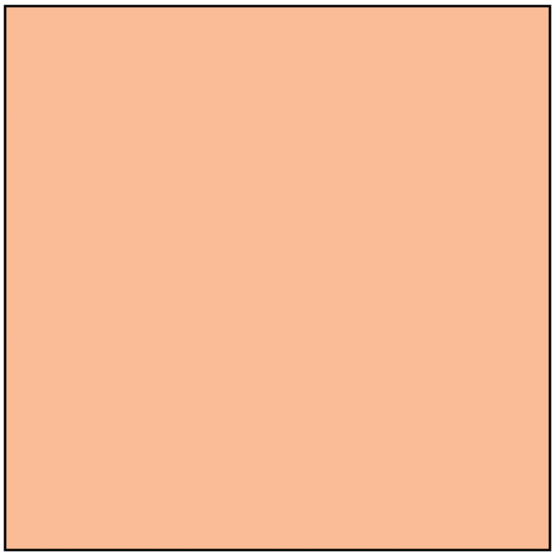
Panjang dua garis singgung yang ditarik dari sebuah titik di luar lingkaran adalah ☐



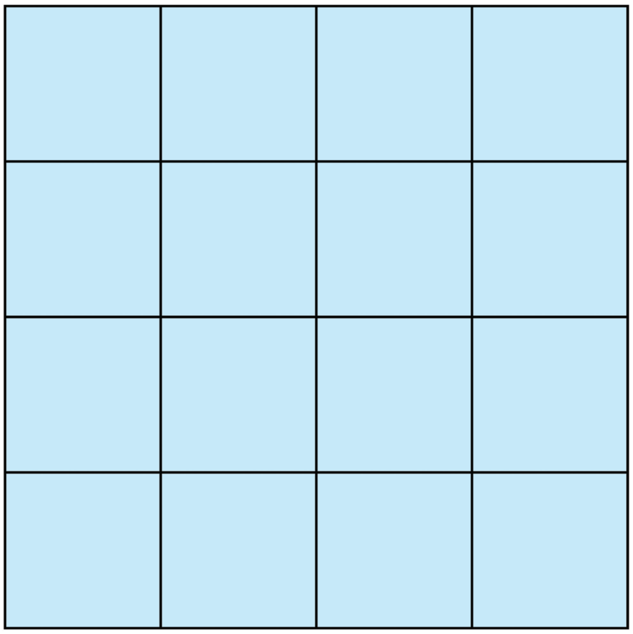
Lampiran 2

Gunakan untuk halaman 17

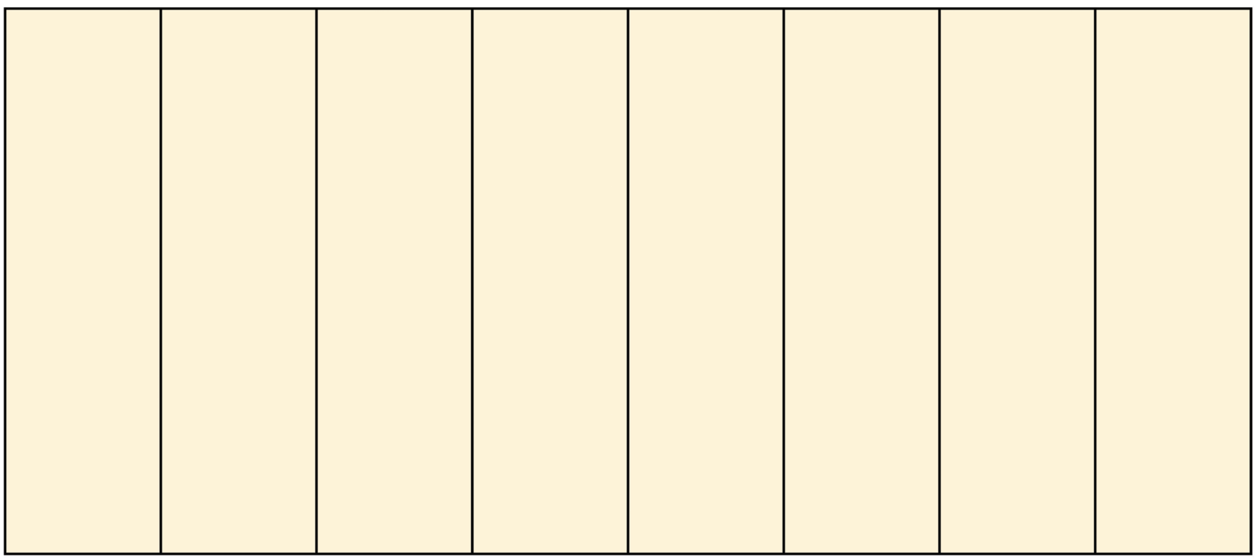
a



c

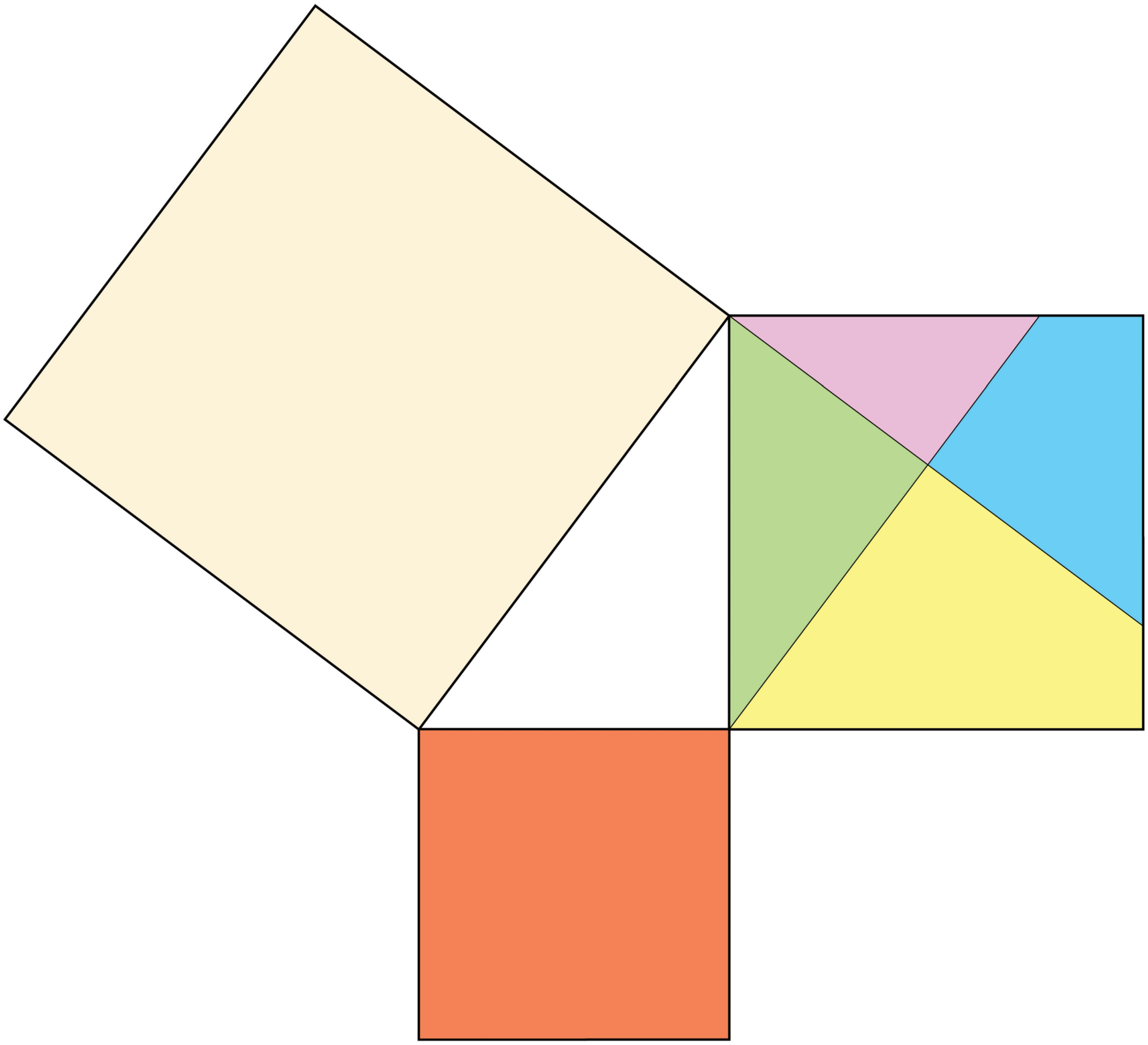


b



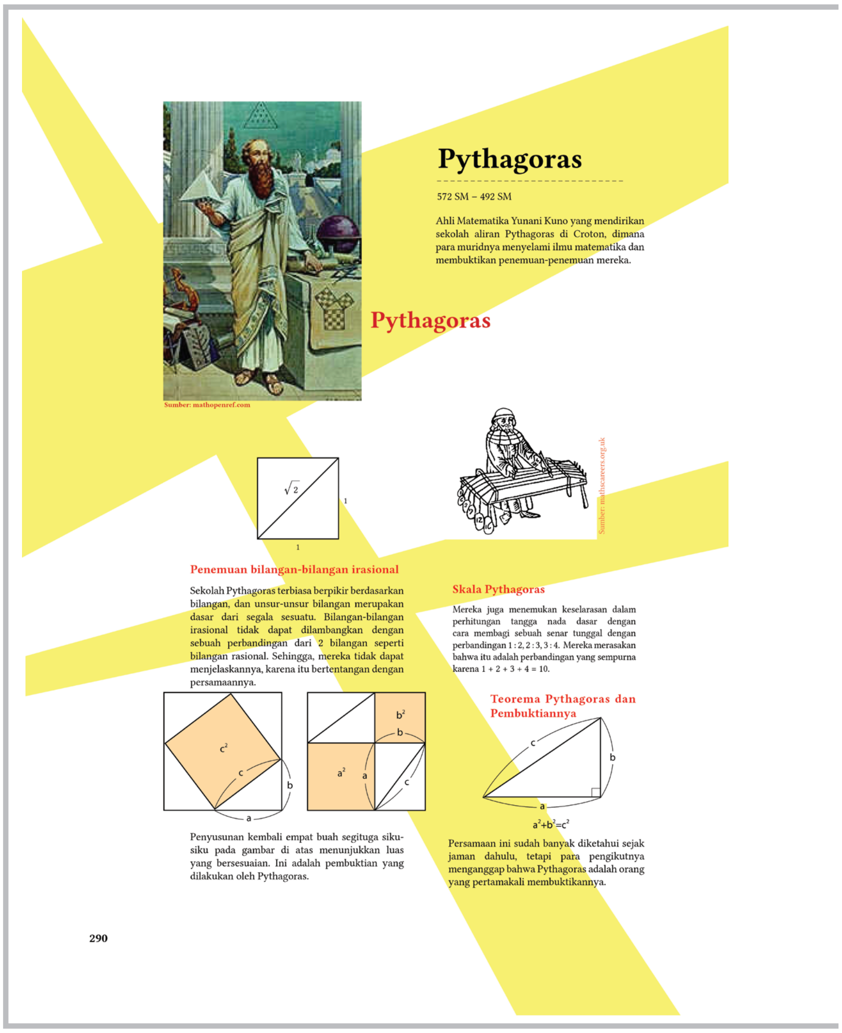
Lampiran 3

Gunakan untuk halaman 122



Pythagoras
(572 SM ~ 492 SM)

Banyak yang tidak diketahui dari Pythagoras. Dikatakan ia lahir di sebuah pulau kolonial Yunani bernama Samos pada tahun 572 SM. Saat muda, belajar berbagai ilmu pengetahuan dari seorang filsuf dan ahli matematika bernama Turles dan informasi ini pun tidak diketahui secara pasti. Ia pergi ke Mesir dan Persia dan akhirnya kembali ke Samos untuk membuka sekolah. Namun sekolahnya tersebut tidak berhasil. Oleh karena itu, Pythagoras bermigrasi ke Croton dan mendirikan Sekolah Pythagoras. Meskipun ia telah membuat berbagai prestasi, tidak jelas siapa yang menemukan penemuan-penemuan penting di sekolahnya. Tidak ada keterangan yang pasti mengenai hal itu, tetapi penemuan utamanya adalah sebagai berikut.


Pythagoras

572 SM – 492 SM

Ahli Matematika Yunani Kuno yang mendirikan sekolah aliran Pythagoras di Croton, dimana para muridnya menyelami ilmu matematika dan membuktikan penemuan-penemuan mereka.

Pythagoras

Sumber: mathopenref.com

Sumber: mathscareers.org.uk

Penemuan bilangan-bilangan irasional

Sekolah Pythagoras terbiasa berpikir berdasarkan bilangan, dan unsur-unsur bilangan merupakan dasar dari segala sesuatu. Bilangan-bilangan irasional tidak dapat dilambangkan dengan sebuah perbandingan dari 2 bilangan seperti bilangan rasional. Sehingga, mereka tidak dapat menjelaskannya, karena itu bertentangan dengan persamaannya.

Penyusunan kembali empat buah segituga siku-siku pada gambar di atas menunjukkan luas yang bersesuaian. Ini adalah pembuktian yang dilakukan oleh Pythagoras.

Skala Pythagoras

Mereka juga menemukan keselarasan dalam perhitungan tangga nada dasar dengan cara membagi sebuah senar tunggal dengan perbandingan 1 : 2, 2 : 3, 3 : 4. Mereka merasakan bahwa itu adalah perbandingan yang sempurna karena 1 + 2 + 3 + 4 = 10.

Teorema Pythagoras dan Pembuktiannya

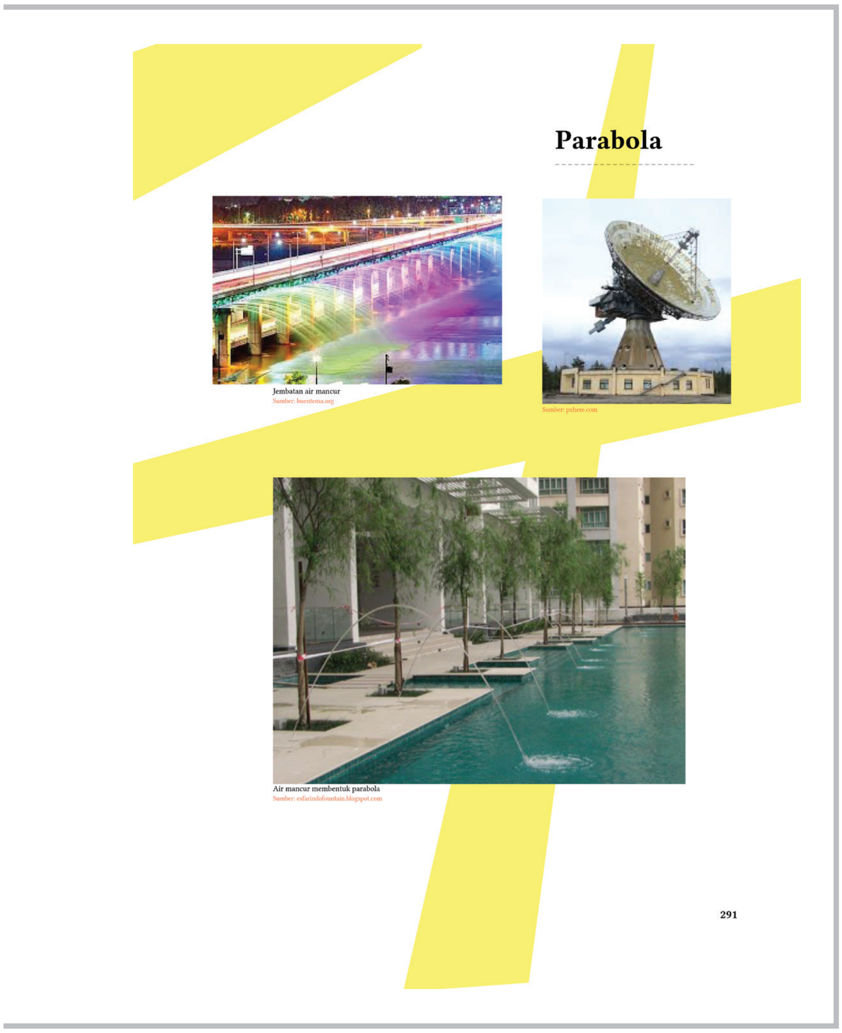
$a^2+b^2=c^2$

Persamaan ini sudah banyak diketahui sejak jaman dahulu, tetapi para pengikutnya menganggap bahwa Pythagoras adalah orang yang pertamakali membuktikannya.

290

<Kontribusi Sekolah Pythagoras>

- Teorema Pythagoras
- Pembuktian jumlah sudut segitiga dalam adalah 180º
- Ada 5 bangun ruang platonic
- Panjang garis diagonal persegi tidak dapat dinyatakan sebagai dalam bilangan bulat (Namun, hal ini disembunyikan, karena aliran Pythagoras percaya bahwa dapat diwakili oleh bilangan rasional)
- Anga segitiga, angka segi empat
- angka sempurna
- konsep bilangan prima
- Skala Pythagoras



Parabola

Bangunan dan fenomena alam yang terkait dengan Bab 4 "Fungsi $y = ax2$" seperti Jembatan Tsujun, antena parabola, air mancur, Jembatan Pelangi, Bendungan Toyoheikyo, dan Jembatan Inshima. Penjelasan tentang parabola dapat dilihat pada "Parabola-Parabola di Sekitar Kita" halaman 110.

1. Jembatan Tsujun (Kota Yamato, Distrik Kamimashiki Provinsi Kumamoto)

Yasunosuke Futa pada tahun 1854 (Kaei 7) membangun jembatan batu menggunakaan teknik pengrajin batu dari Higo untuk menyelamatkan masyarakat yang kekurangan air di Dataran Tinggi Shiraito karena akses mendapatkan air yang buruk. Jembatan ini adalah salah satu saluran air dari lengkung batu terbesar di Jepang dan ditetapkan sebagai warisan budaya penting nasional, panjang 75.6 m, tinggi 20.2 m, dan radius lengkung 27.6 m. Sampai sekarang pun jembatan Tsujun mengairi ladang dan sawah sekitarnya, walaupun untuk pemeliharannya ramai diperbincangkan untuk mengurangi semburan air.

2. Antena 20 m di Pusat Antariksa Uchinoura (Kota Kimotsuki, Distrik Kimotsuki, Provinsi Kagoshima)

Antena berdiameter 20 m dan antena 30 m dipasang di Pusat Antariksa Uchinoura Japan Aerospace Exploration Agency (JAXA) sebagai antena yang memacarkan gelombang radio dari satelit, Antena 34 m juga difungsikan sebagai pendukung antena parabola 64 m (Usuda Deep Space Center) pada halaman 110.

3. Dolphin Port (Kota Kagoshima Provinsi Kagoshima)

Dolphin Port terletak di pelabuhan Kagoshimashima yang merupakan pintu gerbang selatan Jepang dan dirancang dengan mempertimbangkan pemandangan Sakurajima dan Teluk Kinko yang merupakan simbol Kagoshima.

4. Jembatan Pelangi (Rainbow Bridge) (Minatoku, Kota Tokyo)

Jembatan Pelangi merupakan prasarana yang menghubungkan beberapa jalan seperti jalan tol Metropolitan Expressway No. 11, Daiba Line, jalan pantai, dan Yurikamome (sistem transportasi pantai terbarukan).

Berlatar kota tepi pantai yang tersusun sebagai garis lurus, pada jembatan gantung ini digunakan garis lurus dan parabola yang lentur untuk memanfaatkakan karakteristiknya sebaik mungkin sehingga mengesankan penampilannya yang elegan dengan kelapangan dan keelastisiannya.

5. Bendungan Houheikyo (Kota Sapporo Hokkaido)

Bendungan ini dibangun sebagai antisipasi terhadap banjir yang terjadi pada tahun 1961 (Showa 36) dan tahun 1962, pembangunan dinulai pada tahun 1967 (Showa 42) untuk melindungi kota Sapporo dari banjir, memenuhi permintaan air dan listrik yang terus meningkat dan silesaikan pada tahun 1972 Showa 47).

Bendungan ini digunakan sebagai bendungan multiguna yang mengatur aliran air ke sungai Toyohira dan menghasilkan tenaga air untuk pembangkit listrik Toyohira. Bendungan beton lengkung parabola ini memiliki panjang tanggul 305 m dan tinggi tanggul 105.5 m dengan kapasitas penampungan sebanyak 47.100.000 m^3.

6. Jembatan Innoshima (Kota Onomichi Provinsi Hiroshima)

Jembatan sepanjang 1.270 m ini merupakan penghubung Mukaishima

di Kota Onomichi, Provinsi Hiroshima dan Innoshima. Kabel yang menggantung pada girder adalah parabola. Selain itu, bagian jalanpun berupa parabola yang landai dengan bagian tengah jembatan.

Pelaku Perbukuan

Profil Penerjemah

Nama Lengkap : Abigail Indriana Minanga
E-mail : abinga67@gmail.com
Instansi : The Japan Foundation, Jakarta
Alamat Instansi : Jl. Jendral Sudirman Kav.61-62
Bidang Keahlian : Bahasa Jepang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. Program Magister, Fakultas Ilmu Pengetahuan Budaya, Universitas Indonesia (2002 – 2005)
2. Jurusan Sastra Jepang, Fakultas Sastra, Universitas Indonesia (1992 – 1998)
3. Japanese Program, Center of Japanese for International Students, Nanzan University (1996 – 1997)
4. SMUN 37 (1989 – 1992)
5. SMP St. Fransiskus Asisi (1986 – 1989)
6. SD St. Fransiskus Asisi (1980 – 1986)

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Staf tetap bagian Bahasa, The Japan Foundation, Jakarta (2018 – sekarang)
2. Staf kontrak bagian Nihongo Partners, The Japan Foundation, Jakarta (2016 – 2018)
3. Pengajar bahasa Jepang di STBA LIA, Jakarta (1999 – 2016)
4. Pengajar tidak tetap bahasa Jepang di Program JIEPA (2011 – 2013, 2014 – 2016)
5. Penerjemah lepas bahasa Jepang (1998 – sekarang)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

-

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

-

Nama Lengkap : Tatat Haryati
E-mail : tatattite@gmail.com/tatat@stbalia.ac.id
Instansi : STBA LIA Jakarta
Alamat Instansi : Jl. Pengadegan Timur Raya No. 3, Pancoran Jakarta 12770
Bidang Keahlian : Sastra Jepang (Budaya Jepang)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. Program Magister, Kajian Wilayah Jepang, Universitas Indonesia, lulus pada tahun 2008
2. Program sarjana, Fakultas Sastra, Jurusan Asia Timur, Universitas Padjadjaran, lulus pada tahun 1992

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Pengajar Tetap Bahasa Jepang Prodi Bahasa Jepang STBA LIA dari 2001 s.d sekarang
2. Bertugas sebagai Wakil Ketua bidang Kemahasiswaan dan Kerja sama STBA LIA pada 2019 s.d. 2020
3. Bagian dari Tim Penerjemah Buku Poin Pengajaran Marugoto A1 dan A2 di The Japan Foundation pada 2019
4. Pengajar Tidak Tetap Bahasa Jepang dan Sastra Jepang Universitas Pakuan 2012 s.d. 2014 dan 2017 s.d sekarang
5. Instruktur Bahasa Indonesia bagi Presdir (TKA) PT JFE, Sudirman pada 2018 s.d. 2019
6. Instruktur Bahasa Indonesia bagi karyawan PT Cemani Toka Ink pada 2016 s.d. 2017
7. Visiting Teacher of Malay/Indonesian Language di Ritsumeikan Asia Pacific 2014-2016
8. Instruktur Bahasa Jepang bagi karyawan PT Toyota Astra Motor pada tahun 2014
9. One Stop Interpreter untuk Kimono Hijab pada November 2013
10. One day Interpreter untuk Pameran Expo 2012 Kemayoran pada Oktober 2012
11. 3 days Interpreter untuk ACAP (Asia Center for Air Pollution Research) di Kementerian Lingkungan Hidup pada Oktober 2011
12. Pengajar Bahasa Indonesia bagi Penutur Asing STBA LIA dari 2008 s.d sekarang
13. Bertugas sebagai Wakil Ketua Bidang Akademik dan Kerja sama STBA LIA pada tahun 2010 s.d 2014

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Modul Malay/Indonesian Language II, 2016 (untuk kalangan APU)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Model Keluarga Kontemporer Jepang dalam Drama Serial TV Tonari no Kazoku wa Aoku Mieru (tidak diterbitkan, 2018)
2. Parodi Pemberlakukan Sistem Penanggulangan Ledakan Penduduk Lansia dalam Novel Ginrei no Hate Karya Tsutsui Yasutaka (tidak diterbitkan, UI 2007)

Profil Penyadur

Nama Lengkap : Wahyu Setyaningrum
E-mail : wahyu_setyaningrum@uny.ac.id
Instansi : Pendidikan Matematika, FMIPA-UNY
Alamat Instansi : Karangmalang-Yogyakarta
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar
1. S1 Pendidikan Matematika, UNY-Yogyakarta (1999-2003)
2. S2 Mathematics and Science Education, Monash University-Australia (2007-2009)
3. S3 Education, University of Dundee-UK (2011-2015)

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)
1. Dosen Pendidikan Matematika FMIPA UNY (2003-sekarang)
2. Coordinator Seameo- Seateacher-Teaching practicum UNY (2016-2019)
3. Reviewer Buku ajar – Puskurbuk (2016-2018)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)
1. Media Pembelajaran Matematika (in press)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)
1. Analisis Kemampuan Komunikasi Dan Koneksi Matematis Mahasiswa Dalam Statistika (2016)
2. Persepsi Calon Guru Perempuan tentang Pengalaman Mengajar di Masa "induksi" Karir: Analisis Gender (2016)
3. Persepsi Guru dan Siswa terhadap Penggunaan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Teknologi (2017)
4. *Developing an Online System for Diagnosing Mathematics Learning Difficulties Based on A Comparative Study Between Indonesia and Japan* (2017)
5. Efektivitas Pembelajaran Kolaboratif dengan pendekatan *Worked Example* dalam Pengembangan Kemampuan Berifikir Tingkat Tinggi (2017-2018)
6. Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Edutainment Berbasis Android dengan Program Construct 2 (2017-2018)
7. Pengembangan Model *Micro Teaching* Untuk Meningkatkan *Pedagogical Content Knowledge* Mahasiswa Calon Guru Matematika (2018)
8. Pengembangan Buku Panduan *Micro Teaching* Untuk Meningkatkan *Pedagogical Content Knowledge* Mahasiswa Calon Guru Matematika (2019)
9. Pengembangan Media Implementasi STEM Berbasis *Augmented Reality* di Malaysia dan Indonesia (2019)
10. Efektivitas Pembelajaran Kolaboratif dengan pendekatan *Worked Example* dalam Pengembangan Kemampuan Berifikir Tingkat Tinggi (2019)
11. Media Pembelajaran Matematika Berbasis *Augmented Reality* untuk Meningkatkan Literasi Digital di Era Industri 4.0 (2019-2020)

Nama Lengkap : Sukarman, M.Pd
E-mail : Sukarman@labschool.xyz
Instansi : SMP Labschool Jakarta
Alamat Instansi : Jln Pemuda Komplek UNJ Rawamangun Jakarta Timur
Bidang Keahlian : Guru Matematika SMP

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S1 IKIP Jakarta Jurusan Pendidikan Matematika Lulus tahun 1997
2. S2 Universitas Negeri Jakarta, Jurusan Pendidikan Matematika, Lulus 2019

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Guru SMP Labschool Jakarta sejak tahun 2001

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Modul Malay/Indonesian Language II, 2016 (untuk kalangan APU)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Model Keluarga Kontemporer Jepang dalam Drama Serial TV Tonari no Kazoku wa Aoku Mieru (tidak diterbitkan, 2018)
2. Parodi Pemberlakukan Sistem Penanggulangan Ledakan Penduduk Lansia dalam Novel Ginrei no Hate Karya Tsutsui Yasutaka (tidak diterbitkan, UI 2007)

Informasi Lain

Mentor Moda daring untuk Guru Matematika dari P4TK Matematika
Review buku matematika SMP di Erlangga

Profil Penelaah

Nama Lengkap : Budi Poniam, M.Si.
E-mail : budi.poniam@sampoernauniversity.ac.id
Instansi : Universitas Sampoerna
Alamat Instansi : Jalan Raya Pasar Minggu Kav 16 Pancoran, Jakarta Selatan
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. Sarjana Fisika (S1) Universitas Indonesia (lulusan tahun 1994)
2. Magister Matematika (S2) Universitas Indonesia (lulusan tahun 2016)

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Dosen tetap di Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Sampoerna (2011)
2. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika (2019)
3. Anggota Tim Penulis Capaian Pembelajaran-Kemdikbud (2020)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

-

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Prosiding Konferensi Nasional Matematika (KNM XVII) (2014, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya)
   Pelabelan Graceful Super Fibonaci pada Graf Friendship dan Variasinya.
2. Prosiding Seminar Nasional Matematika (SNM 2017) (2017, Universitas Indonesia)
   Polinomial Karakteristik dan Spektrum Matriks Adjacency dan Anti-adjacency dari Graf Friendship Tak Berarah dan Berarah.
3. Jurnal Riset Pembelajaran Matematika Sekolah: Vol 4 No 2 (2020)
   Analysis of mathematical Content Knowledge of Elementary Teachers in Lampung Utara Regency: A Baseline Study
4. Jurnal Riset Pendidikan Matematika 7 (1), 2020, 88-96
   An analysis of place value content in the Curriculum 2013 thematic textbooks for grades 1 and 2 Salsabila Shiellany (1), Budi Poniam (2)

Nama Lengkap : Dr. Iva Sarifah, M.Pd
E-mail : -
Instansi : Universitas Negeri Jakarta
Alamat Instansi : Jl. Rawamangun Muka No. 1 Jakarta Timur
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika
Penelitian dan Evaluasi Pendidikan

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar
1. S1 Pendidikan Matematika Tahun 1984
2. S2 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Tahun 1997
3. S3 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Tahun 2010

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)
1. Dosen Program Studi S1 PGSD FIP UNJ
2. Dosen Program Studi S1 Pendidikan Anak Usia Dini FIP UNJ
3. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Dasar Pascasarjana UNJ
4. Dosen Program Studi S2 Teknologi Pendidikan Pascasarjana UNJ
5. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Anak Usia Dini Pascasarjana UNJ
6. Dosen Program Studi S2 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Pascasarjana UNJ
7. Dosen Program Studi S3 Pendidikan Dasar Pascasarjana UNJ
8. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Dasar Universitas Terbuka
9. Instruktur PLPG
10. Penilai buku teks dan nonteks Puskurbuk.

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)
1. Pengembangan Penilaian Kinerja sebagai Alternatif untuk Mengukur Kemampuan Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2021.
2. Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis *ICT Literacy* pada Pembelajaran Matematika bagi Siswa Sekolah Dasar di Era Pandemi Covid-19 dalam Rangka Mensukseskan Merdeka Belajar. Tahun 2021.
3. Pengembangan Instrumen Kemampuan Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika di SD. Tahun 2020.
4. Pengembangan Buku Cerita Digital Anak Berbasis Penanaman Karakter untuk Anak Usia SD. Tahun 2020.
5. Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Geometri Berbasis Realistik Matematika dalam Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2019.
6. Pengaruh *Self Efficacy Belief*, Kemampuan Matematika, Motivasi Kerja, dan Pengetahuan Mengkonstruksi Tes terhadap Kualitas Instrumen Tes Buatan Guru SD di DKI Jakarta. Tahun 2019.

7. Pengaruh *Self Efficacy* dan *Mathematical Disposition* terhadap hasil Belajar Matematika Siswa SD Kelas V di Jakarta Timur. Tahun 2018.
8. Peningkatan *Self Efficacy* Belief Mahasiswa Program Studi PGSD FIP UNJ melalui Penerapan *Problem Based Learning* pada Perkuliahan Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2017.
9. Pengembangan *Model Brain Based Learning* pada Jenjang Pendidikan Anak Usia Dini untuk Menumbuhkan Kreativitas Manusia Indonesia Sejak Dini. Tahun 2016
10. Kajian Fungsi *Tools* dalam LCMS *e-front* untuk Pengembangan *e-content* bagi Matakuliah Matematika di Jurusan PGSD Fakultas Ilmu Pendidikan UNJ. Tahun 2015.
11. Pengembangan Model Evaluasi Diri Sekolah secara Online. Tahun 2014.
12. Persepsi Civitas Akademika FIP UNJ tentang Penjaminan Mutu FIP UNJ. Tahun 2013.
13. Sikap Mahasiswa terhadap Program Kerjasama di Jurusan PGSD FIP UNJ. Tahun 2012.

Nama Lengkap	:	Dr. Yudi Satria M.T.
E-mail	:	-
Instansi	:	Universitas Indonesia
Alamat Instansi	:	Departemen Matematika, FMIPA UI, Kampus UI Depok
Bidang Keahlian	:	Matematika

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S3 - Ilmu Komputer, Universitas Indonesia, Tahun 2006
2. S2 – Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung, Tahun 1998
3. S1 - Matematika, Universitas Indonesia, Tahun 1991

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Staf Pengajar Departemen Matematika FMIPA UI

Profil Fotografer

Nama Lengkap : Dewi Pratiwi
E-mail : afkan_i@yahoo.com
Instansi : SMPN 1 Gunungputri
Alamat Instansi : Jl. Melati No. 34 Wanaherang Kab. Bogor
Bidang Keahlian : Fotografer

Riwayat Pekerjaan

1. CV Penerbit Regina
2. CV Ricardo Publishing & Printing
3. PT Leuser Cita Pustaka
4. Mengajar di SMPN 1 Gunungputri

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. 2002 Universitas Pendidikan Indonesia FPMIPA jurusan Matematika

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Judul buku: Mari Mengerti Matematika untuk SMP/MTs Kelas VII, VIII, IX
2. Judul buku: Pintar Matematika untuk SD Kelas I, II, III, IV, V, VI
3. Judul buku: Tematik SD Kelas I, II, III, IV, V, VI

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Meningkatkan Penguasaan Konsep Bilangan Bulat melalui Wayang Golek.
2. Berwirausaha Sejak Dini melalui Aritmetika Sosial

Profil Ilustrator

Nama Lengkap : Moch. Isnaeni
E-mail : abah707@gmail.com
Instansi : Nalar studio
Alamat Instansi : Jl. Kopo Gg. Lapang 1 No.479B
Bidang Keahlian : Ilustrator

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. SDN Babakan Ciparay 4 Bandung
2. SMPN 8 Bandung
3. SMAN 18 Bandung
4. UPI Seni Rupa S1 Bandung

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Owner Nalar Studio

Judul Buku yang pernah dibuat Ilustrasi (10 Tahun Terakhir)
1. Sudah mengisi 5 ribu ilustrasi buku anak di dalam dan luar negeri
2. Terlibat di beberapa projek animasi nasional
3. Terlibat dalam pembuatan media edukasi dengan KEMENDIKNAS sampai sekarang

Profil Editor

Nama Lengkap : Drajat, S.Pd. M.M.Pd.
E-mail : saunggeulis2020@gmail.com
Instansi : SMP Negeri 1 Cangkuang, Kab. Bandung

Bidang Keahlian : Guru Matematika, Penulis, Asesor Buku Nonfiksi dan Penyuntingan

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar
1. SD Negeri Pagarsih VIII Bandung
2. SMP Negeri 24 Bandung
3. SMA Negeri 18 Bandung
4. S1 IKIP / UPI Bandung Jurusan Pendidikan Fisika
5. S2 STIE Ganesha Jakarta Jurusan Manajemen Pendidikan

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)
1. Guru SMP Negeri 1 Cangkuang
2. Konsultan Karya Ilmiah
3. Pemimpin Redaksi Majalah Hibar

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)
1. Matematika Bikin Ketawa, Dar Mizan
2. Cara Praktis Jago Matematika untuk SMP & SMA, Dar Mizan
3. Korek Api Ajaib dan Tabungan ke Surga, Dar Mizan
4. Pengantar Metodologi Pembelajaran, Bintang Cerdas
5. Sungai di mana Air Mengalir , Pendidikan Dasar dan Menengah Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
6. Cara Mudah Membuat PTK , Insan Cendekia Mandiri, 2020
7. Darurat Literasi, Insan Cendekia Mandiri 2021

Profil Desainer

Nama Lengkap : Yuda Arliandi
E-mail : yuda.arliandi@gmail.com
Bidang Keahlian : Desain Grafis

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. Politeknik Negeri Media Kreatif, Jakarta (lulusan tahun 2013)

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Desainer grafis di PT ELNUSA (2013)
2. Desainer grafis di PT Tristar International (OZCO) (2015-2016)
3. *Freelance Setter* di Pusat Kurikulum dan Perbukuan (2015-sekarang)
4. Desainer grafis di Euphoria Project (2016-2017)
5. Desainer grafis di Kineto Studio (2017)
6. Desainer grafis di Rococo Group (2017-2019)
7. Desainer Grafis di Wahana Kreator (2019-sekarang)