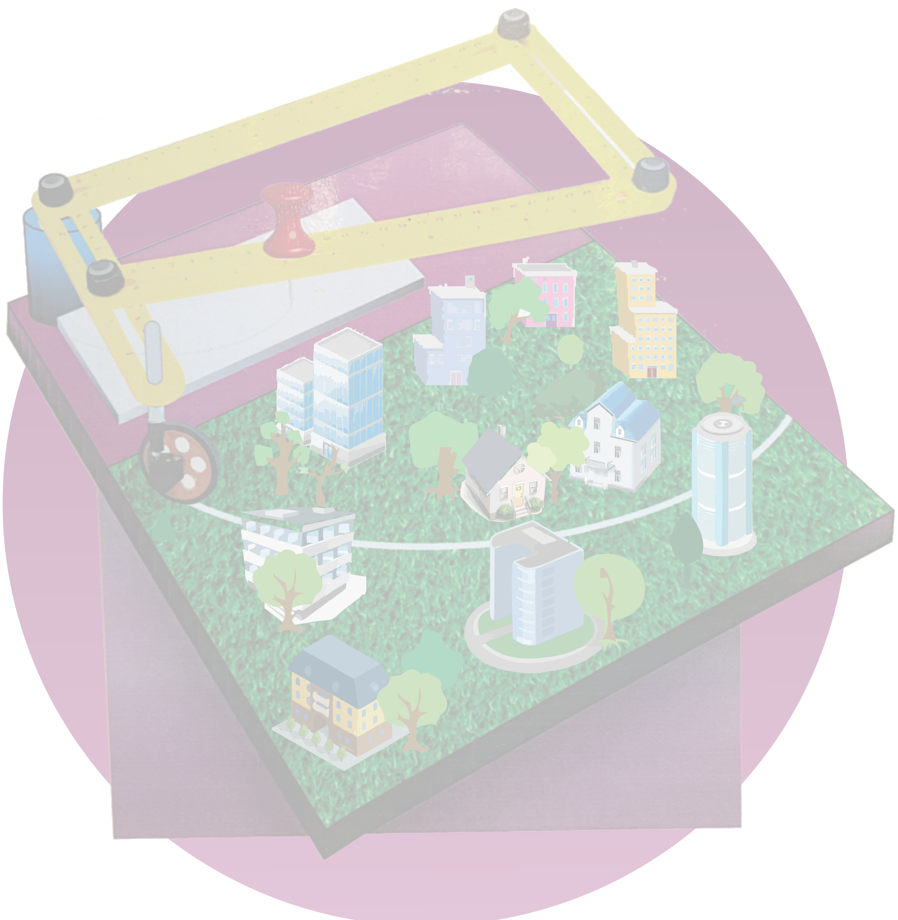
KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
BADAN STANDAR, KURIKULUM, DAN ASESMEN PENDIDIKAN
PUSAT PERBUKUAN

Matematika

Sekolah Menengah Pertama



TIM GAKKO TOSHO
2022

SMP Kelas IX

Disclaimer: Buku ini disiapkan oleh Pemerintah dalam rangka pemenuhan kebutuhan buku pendidikan yang bermutu, murah, dan merata sesuai dengan amanat dalam UU No. 3 Tahun 2017. Buku ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi. Buku ini merupakan dokumen hidup yang senantiasa diperbaiki, diperbarui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan yang dialamatkan kepada penulis atau melalui alamat surel buku@kemdikbud.go.id diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.

Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Judul Asli: "Mathematics for Junior High School : 3"

Penulis
Tim Gakko Tosho

Chief Editor
Masami Isoda

Penerjemah
Kumalasari Onggobawono dan Jane Langking

Penyadur
Wahyu Setyaningrum dan Sukarman

Penelaah
Budi Poniam, Yudi Satria, Iva Syarifah

Penyelia/Penyelaras
Supriyanto
Singgih Prajoga
Erlina Indarti
Eko Budiono
Wuri Prihantini
Berthin Sappang

Ilustrator
Kuncoro Dewojati

Fotografer
Denny Saputra, Dewi Pratiwi

Editor
Drajat

Desainer
M. Panji Musthafa

Penerbit
Pusat Perbukuan
Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan
Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Kompleks Kemdikbudristek Jalan RS. Fatmawati, Cipete, Jakarta Selatan
https://buku.kemdikbud.go.id

Cetakan Pertama, 2022
ISBN: 978-602-244-514-2 (no. jil. lengkap)
ISBN: 978-602-244-803-7 (jil. 3)

Isi buku ini menggunakan huruf Linux Libertine 11/14 pt., Philipp H. Poll.
xviii, 302 hlm.: 21 × 29,7 cm.

KATA PENGANTAR

Pusat Perbukuan; Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan; Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi memiliki tugas dan fungsi mengembangkan buku pendidikan pada satuan Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah. Buku yang dikembangkan saat ini mengacu pada Kurikulum Merdeka, dimana kurikulum ini memberikan keleluasaan bagi satuan/program pendidikan dalam mengembangkan potensi dan karakteristik yang dimiliki oleh peserta didik. Pemerintah dalam hal ini Pusat Perbukuan mendukung implementasi Kurikulum Merdeka di satuan pendidikan Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah dengan mengembangkan Buku Teks Utama.

Buku teks utama merupakan salah satu sumber belajar utama untuk digunakan pada satuan pendidikan. Adapun acuan penyusunan buku teks utama adalah Capaian Pembelajaran PAUD, SD, SMP, SMA, SDLB, SMPLB, dan SMALB pada Program Sekolah Penggerak yang ditetapkan melalui Keputusan Kepala Badan Penelitian dan Pengembangan dan Perbukuan Nomor 028/H/KU/2021 Tanggal 9 Juli 2021. Sajian buku dirancang dalam bentuk berbagai aktivitas pembelajaran untuk mencapai kompetensi dalam Capaian Pembelajaran tersebut. Dalam upaya menyediakan buku-buku teks utama yang berkualitas, selain melakukan penyusunan buku, Pusat Perbukuan juga membeli hak cipta atas buku-buku teks utama dari Penerbit asing maupun buku-buku teks utama dari hasil hibah dalam negeri, untuk disadur disesuaikan dengan Capaian Pembelajaran/Kurikulum yang berlaku. Buku ini digunakan pada satuan pendidikan pelaksana implementasi Kurikulum Merdeka.

Sebagai dokumen hidup, buku ini tentu dapat diperbaiki dan disesuaikan dengan kebutuhan serta perkembangan keilmuan dan teknologi. Oleh karena itu, saran dan masukan dari para guru, peserta didik, orang tua, dan masyarakat sangat dibutuhkan untuk pengembangan buku ini di masa yang akan datang. Pada kesempatan ini, Pusat Perbukuan menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah terlibat dalam penyusunan buku ini, mulai dari penulis, penelaah, editor, ilustrator, desainer, dan kontributor terkait lainnya. Semoga buku ini dapat bermanfaat khususnya bagi peserta didik dan guru dalam meningkatkan mutu pembelajaran.

Jakarta, Juni 2022
Kepala Pusat,

Supriyatno
NIP 19680405 198812 1 001

PRAKATA

Seri "Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama" yang diterbitkan GAKKO TOSHO.Co.LTD, Tokyo-Japan bertujuan untuk mengembangkan siswa belajar matematika oleh dan untuk diri mereka sendiri dengan pemahaman yang komprehensif, apresiasi, dan perluasan lebih lanjut dalam penerapan matematika. Penemuan matematika adalah harta berharga matematikawan dan kadang-kadang aktivitas heuristik seperti itu dianggap bukan masalah belajar siswa di kelas, karena seseorang percaya bahwa hanya orang-orang hebat yang dapat menemukannya. Seri buku teks ini memberikan terobosan untuk kesalahpahaman anggapan ini dengan menunjukkan kepada siswa untuk memahami konten pembelajaran baru dengan menggunakan matematika yang telah dipelajari sebelumnya.

Untuk tujuan ini, buku-buku pelajaran dipersiapkan untuk pembelajaran di masa depan serta merenungkan dan menghargai apa yang dipelajari siswa sebelumnya. Pada buku teks ini, setiap bab memberi dasar yang diperlukan untuk pembelajaran kemudian. Pada setiap kali belajar, jika siswa belajar matematika secara berurutan, mereka dapat membayangkan beberapa ide untuk tugas/masalah baru yang tidak diketahui berdasarkan apa yang telah mereka pelajari. Jika siswa mengikuti urutan buku ini, mereka dapat menyelesaikan tugas/masalah yang tidak diketahui sebelumnya, dan menghargai temuan baru, temuan dengan menggunakan apa yang telah mereka pelajari.

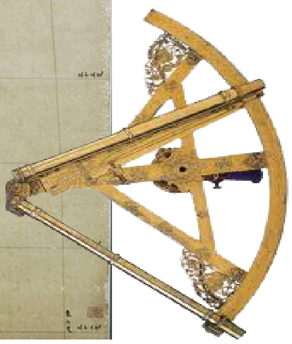
Dalam hal, jika siswa merasa kesulitan untuk memahami konten pembelajaran saat ini di buku teks, itu berarti bahwa mereka kehilangan beberapa ide kunci yang terdapat dalam bab dan/atau kelas sebelumnya. Jika siswa meninjau isi pembelajaran yang ditunjukkan dalam beberapa halaman di buku teks sebelum belajar, itu memberi mereka dasar yang diperlukan untuk membuat belajar lebih mudah. Jika guru hanya membaca halaman atau tugas untuk mempersiapkan pembelajaran besok hari, mungkin akan salah memahami dan menyalahi penggunaan buku teks ini karena tidak menyampaikan sifat dasar buku teks ini yang menyediakan urutan untuk memberi pemahaman di halaman atau kelas sebelumnya.

"Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama" menyediakan komunikasi kelas yang kaya di antara siswa. Memahami orang lain tidak hanya isi pembelajaran matematika dan pemikiran logis, tetapi juga konten yang diperlukan untuk pembentukan karakter manusia. Matematika adalah kompetensi yang diperlukan untuk berbagi gagasan dalam kehidupan kita di Era Digital AI (*Artificial Intelligence*) ini. "Bangun argumen yang layak dan kritik nalar orang lain (CCSS. MP3, 2010)" tidak hanya tujuan di AS, tetapi juga menunjukkan kompetensi yang diperlukan untuk komunikasi matematika di era ini. *Chief Editor* percaya bahwa buku teks yang diurutkan dengan baik ini memberikan kesempatan untuk komunikasi yang kaya di kelas pembelajaran matematika di antara siswa.

November, 2019
Prof. Masami Isoda
Director of Centre for Research on International
Cooperation in Educational Development (CRICED)
University of Tsukuba, Japan

Tadataka Ino

Sumber: findagrave.com



Sumber: pinteres.com, randyfransfela.blogspot.com

Quadrant

Ini adalah alat untuk mengukur ketinggian (derajat) bintang. Ia menggunakannya untuk mengetahui garis lintang di bumi dengan mengukur sudut bintang tetap seperti polaris.

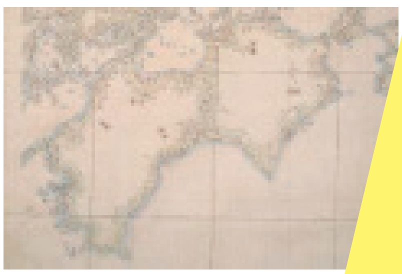
Tadataka Ino

1745 - 1818

Dengan didanai pemerintah untuk megetahui ukuran bumi pada era Edo (1603-1868). Tadataka Ino mengembangkan peta jepang yang akurat. Dalam karirnya, ia bekerja sebagai pedagang dan menjadi kepala desa di Sahara. Setelah pensiun di usia 50 tahun, ia pergi ke Edo (sekarang Tokyo), dan mempelajari teori kalender. Untuk kalender baru, ia dapat mengukur ukuran bumi dan posisi bumi Jepang.

Peta Pantai Jepang yang Bagus

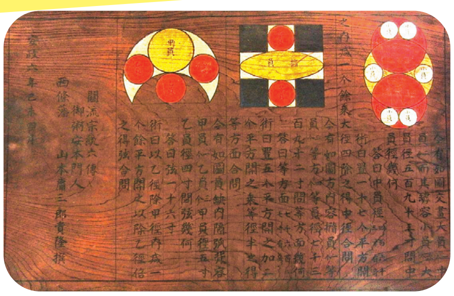
Ia membuat peta Jepang yang akurat pertama.



Bagian dari seluruh topi pantai Jepang

Sangaku

(Papan Buletin matematika)



Sumber: en.wikipedia.org

Kuil Itsukushima (Hatsukaichi, Hiroshima)

Sumber: news.lewatmana.com

Kesebangunan

Gedung Isola (Bumi Siliwangi) Bandung

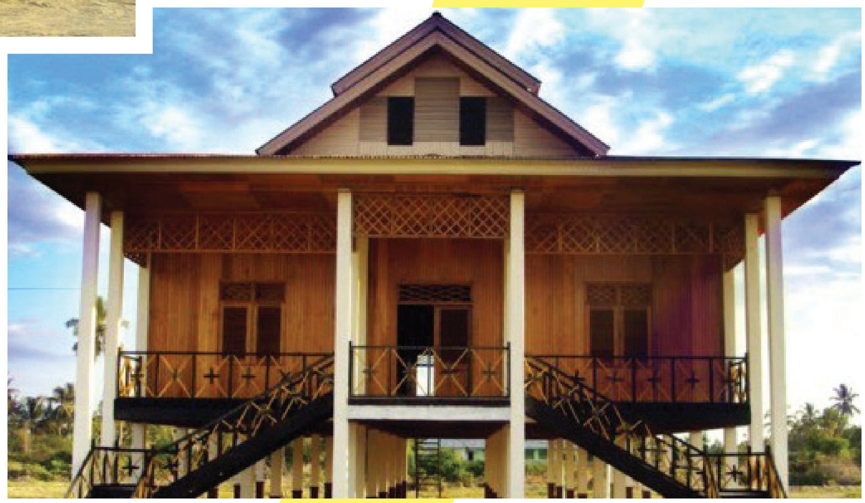
Sumber: abouturban.com

Matryoshka Doll

Sumber: legomenon.com

Rumah Adat Gorontalo

Sumber: gps wisataindonesia.wordpress.com



Kereta Api di Indonesia

Sumber: monitor.co.id

Kepada Siswa SMP Kelas IX

Pengguna Buku Matematika berikut ini petunjuk bagaimana belajar matematika menggunakan buku ini

Sekarang kita akan mempelajari materi Matematika kelas IX, yang merupakan tingkat terakhir dari Sekolah Menengah Pertama. Mari kita ingat kembali tentang apa yang sudah kita pelajari sebagai persiapan.

Di kelas VII, kita mempelajari himpunan bilangan sampai bilangan negatif dan kita dapat melakukan pengurangan 3 − 5. Di kelas IX SMP, kita akan mempelajari lebih jauh, dan mengenal bilangan-bilangan lain dan memikirkan bagaimana mengoperasikannya. Dalam hal ini, kita dapat menciptakan sebuah dunia baru Matematika dengan ide-ide baru dan cara memikirkannya sesuai dengan kondisi yang ada.

Di kelas VIII SMP, kita belajar tentang pembuktian. Ini adalah sebuah metode penjelasan logika berdasarkan kebenaran dasar tentang alasan-alasan deduktif. Ini dilakukan sejak zaman Yunani kuno sebelum Masehi, yang menjadi model teori ilmu Matematika. Cara pembuktian mengalami peningkatan dan kadang-kadang mengalami kemajuan secara inovatif sampai dengan hari ini.

Dalam kehidupan sosial saat ini, metode pembuktian digunakan untuk sebuah pemahaman dalam membuat keputusan tentang sesuatu hal khususnya apabila terjadi perbedaan pendapat. Metode ini dilakukan selama ribuan tahun disajikan untuk menjelaskan sesuatu, bukan hanya secara alami, tetapi juga untuk masyarakat. Sebagai bagian dari masyarakat di masa mendatang, mari kita belajar Matematika kelas IX SMP sebagai alat untuk mengembangkan masa depan.

Petunjuk untuk Orang Tua

Buku ini disusun untuk membantu putra putri Anda belajar matematika dengan cara menyenangkan agar dapat menerapkan kompetensi yang dicapai. Diagram berikut ini dapat membantu siswa belajar mandiri di rumah sesuai dengan kebutuhan dan minat mereka. Diagram tersebut juga bermanfaat bagi guru untuk mengajar di kelas.

Teks utama dalam bab
- Mari Mencoba
- Cermati
- Pengayaan

Akhir bab
- Soal Ringkasan
- Pendalaman Materi

Akhir Buku
- Matematika Lanjut
- Matematika Sekolah Dasar
- Ulasan Topik SMP Kelas IX

Tugas yang ditandai dengan Tingkatkan merupakan tugas yang di luar kurikulum. Artinya, siswa dapat mempelajari sebagai pengayaan untuk lebih memperdalam. Buku ini dirancang untuk menjawab kebutuhan siswa yang memiliki minat tinggi dalam belajar matematika. Diharapkan siswa dapat mengembangkan kemampuan matematika sebagai landasan untuk mencapai keberhasilan dalam hidupnya di kemudian hari.

Petunjuk Bagaimana Menggunakan Buku Ini

Pembukaan Bab

Ulasan Dari Aritmetika ke Matematika.

Ulasan materi yang telah dipelajari, akan dipergunakan pada bab yang sedang dibahas.

1 Pertanyaan mendasar untuk mengenalkan materi baru pada bab yang sedang dibahas.

Hlm.16 Pertanyaan lebih lanjut yang akan dijawab pada halaman yang tertera

Teks Utama pada Bab

•Tujuan• Tujuan pembelajaran pada materi ajar baru

Q Pertanyaan utama untuk memahami materi ajar baru

Contoh 1 Contoh tugas untuk memahami materi ajar

Cara Metode, gagasan, dan cara berpikir untuk menyelesaikan masalah

Penyelesaian Penyelesaian baku untuk tugas yang diberikan

Soal 1 Latihan untuk memahami penyelesaian baku

Mari Mencoba Tugas untuk memperdalam pemahaman

Cermati Soal dan materi lanjut yang terkait

Soal-soal terkait untuk aktivitas matematika

Penemuan Menemukan sifat-sifat bilangan dan bangun berdasarkan materi yang telah dipelajari

Penerapan Menerapkan konten yang telah dipelajari dalam kehidupan sehari-hari

Komunikasi Menjelaskan ide sendiri agar dapat dipahami orang lain, dan memperkaya ide supaya dihasilkan ide baru yang dapat dipahami bersama.

Akhir Bagian

Cermati

Tugas untuk menguji pemahaman materi yang harus dikuasai semua siswa. Apabila belum mampu menyelesaikan dengan baik, disarankan untuk mempelajari lagi materi pada halaman-halaman yang terkait

Pengayaan

Tugas untuk belajar mandiri untuk menambah pengetahuan dan keterampilan

Akhir Bab

Soal Ringkasan

Tugas untuk mengulas dan merangkum apa yang yang telah dipelajari

Gagasan Utama Tugas mendasar untuk mengonfirmasi pemahaman

Penerapan Penerapan pengetahuan dan keterampilan yang telah diperoleh

Penggunaan Praktis Adaptasi pada berbagai situasi sehari-hari

Pendalaman Materi Menjelaskan cara-cara belajar, misalnya dengan menulis laporan tentang apa yang telah dipelajari dan yang memerlukan eksplorasi lebih lanjut

Akhir Buku

Matematika Lanjut

menjelaskan cara-cara belajar, misalnya dengan menulis laporan tentang apa yang telah dipelajari dan yang memerlukan eksplorasi lebih lanjut

Matematika Sekolah Dasar

Mempelajari ulang tugas tentang operasi dan hitungan yang telah dipelajari di Sekolah Dasar

Ulasan: Sekolah Menengah Pertama

Ulasan tugas-tugas yang telah dipelajari dalam buku ini.

Diskusi Tugas yang tepat untuk menyampaikan dan mendiskusikan gagasan dengan orang lain

Tugas tentang penggunaan kalkulator untuk menyelesaikan soal

Pekerjaan Terkait Pekerjaan yang menggunakan jenis-jenis tugas yang dibahas

Tugas yang tepat untuk menggunakan komputer dan internet dalam penyelesaian tugas

Tingkatkan Tugas dan materi yang melampaui cakupan Matematika SMP Kelas IX yang diharapkan dapat dipelajari sesuai dengan minat siswa

Daftar Isi

Petunjuk Bagaimana Menggunakan Buku Catatan

Buku catatan matematika digunakan untuk mencatat kegiatan belajar. Kamu diharapkan menggunakan buku catatan tersebut untuk menuliskan dan merefleksikan pemikiranmu, bagaimana kamu menyelesaikan soal, dan menjelaskan alasannya selama pembelajaran di kelas.

Mari menulis di buku catatanmu.

- Tanggal
- Tugas dan permasalahan
- Gagasan temanku
- Ringkasan
- Tujuan
- Gagasanku
- Hasil pengamatan
- Kesan

Pada bagian 'kesan', mari kita menuliskan rincian berikut ini.

- Apa yang kamu pahami dan bermakna bagimu.
- Apa saja yang kamu pergunakan.
- Apa yang kamu pikirkan dan kamu amati di kelas.
- Apa saja gagasan yang muncul dan bagaimana pendapatmu.
- Apa rencanamu selanjutnya.
- Masalah yang terkait, dugaan, dan masalah yang belum terpecahkan.

○Hari, ○Bulan SMP Kelas IX, hal. 3-4

Tujuan Mempelajari perkalian aljabar dua suku

Q

Pada gambar di samping, terdapat sebuah persegi panjang. Nyatakan luasnya dalam berbagai macam bentuk aljabar

Pergunakan warna dan kotak-kotak secara tepat

Pikirkan tentang cara menghitung $(a + b)(c + d)$

Kita dapat menggunakan sifat-sifat distributif yang sudah kita pelajari di bab sebelumnya.

Tuliskan penemuanmu pada catatan tambahan

Ide ku	Ide Temanku
Bagaimana cara kita menggunakan sifat-sifat distributif?	Cara si A/B (sebutkan nama temanmu) $(c + d)$ dapat dilihat sebagai sebuah nilai.

Tuliskan dengan jelas menggunakan kata-katamu sendiri

Ringkasan

$(a + b)$ $(c + d)$ dapat dihitung menggunakan cara di samping

$$(a + b)(c + d) = \overset{①}{ac} + \overset{②}{ad} + \underset{③}{bc} + \underset{④}{bd}$$

Gambarlah diagram dan tuliskan dalam ekspresi yang jelas

Soal 2

(1) $(a + 3)(b + 5)$
$= ab + 5a + 3b + 15$

(2) $(x - 2)(y + 6)$
$= xy + 6x - 2y - 12$

(3) $(a + b)(c - d)$
$= ac - ad + bc - bd$

(3) $(x - a)(y - b)$
$= xy - bx - ay + ab$

Kesalahan jangan dihapus, tetapi jelaskan letak kesalahanmu

Catatan Penting

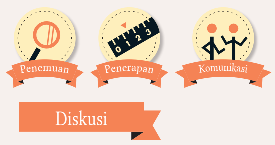
Perkalian aljabar suku dua yang cukup rumit dapat dijabarkan dengan sifat distributif. Untuk menggunakan sifat ini, sebuah suku dua yang ada di dalamnya dianggap sebagai satu huruf suku tunggal.

Mari Mempersiapkan dan Menyajikan Laporan

Untuk menyampaikan pokok-pokok pemikiranmu kepada orang lain, akan lebih bermakna jika tidak hanya dikemukakan secara lisan, tetapi juga dalam bentuk laporan yang tersusun dengan baik. Menyiapkan laporan merupakan kesempatan emas untuk menyusun dan merangkum gagasan-gagasanmu secara sistematis karena sebuah laporan yang baik harus mudah dimengerti oleh orang lain. Mari siapkan dan sajikan laporanmu, dengan mengacu pada contoh di halaman 228-229.

Persiapkan laporanmu pada kesempatan-kesempatan berikut ini.

- Merangkum materi yang telah dipelajari di setiap kelas
- Merangkum kegiatan matematika di setiap kelas
- Merangkum diskusi yang berlangsung pada buku tugas
- Merangkum pertanyaan-pertanyaan dan tugas inkuiri



Petunjuk Bagaimana Menggunakan Satuan Pengukuran

Buku teks ini menggunakan satuan pengukuran secara umum sebagai berikut.

Panjang dan jarak

mm	milimeter
cm	sentimeter
m	meter
km	kilometer

Luas

cm^2	sentimeter persegi
m^2	meter persegi
km^2	kilometer persegi

Isi (Volume)

cm^3	sentimeter kubik
m^3	meter kubik

Berat

g	gram
kg	kilogram
t	ton

Kapasitas

ml	mililiter
l	liter

* Huruf untuk menyajikan liter adalah l. Dianjurkan untuk menggunakan l untuk membedakan dengan angka 1 (satu).

Kecepatan

cm/dtk	sentimeter per detik
m/mnt	meter per menit
km/ jam	kilometer per jam

* Per '/' menyajikan pembagian: 'a/b' artinya nilai a : b. 'cm/dtk' adalah besaran kecepatan yang merupakan hasil bagi besaran dalam cm dengan besaran dalam dtk. Dapat juga disajikan sebagai (cm) : (dtk).

Cara Berpikir Matematis

Berpikir Matematis 1 [Penalaran Analogis]

Menerapkan aturan-aturan yang sudah diketahui dan rumus-rumus serupa, tetapi tidak sama persis situasinya.

Soal Sistem Persamaan (SMP Kelas VIII)

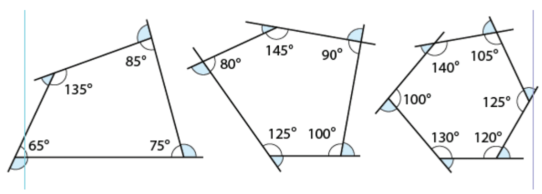
Di suatu toko di Jepang, 3 hamburger dan 1 gelas minuman berharga 750 yen, sedangkan 1 hamburger dan 1 gelas minuman harganya 350 yen. Berapakah harga masing-masing 1 hamburger dan 1 gelas minuman?

Berpikir Matematis 2 [Penalaran Induktif]

Perkirakan aturan umum dan rumus-rumus melalui eksplorasi dari bilangan-bilangan terbatas.

Soal Bagaimana meneliti bangun Geometri (SMP kelas VIII)

Setiap bangun di samping menunjukkan sudut luar segi empat, segi lima, dan segi enam. Berapakah jumlah sudut luarnya? Dari hasil yang didapat, dapatkah kamu perkirakan jumlah sudut luar dari segi banyak?

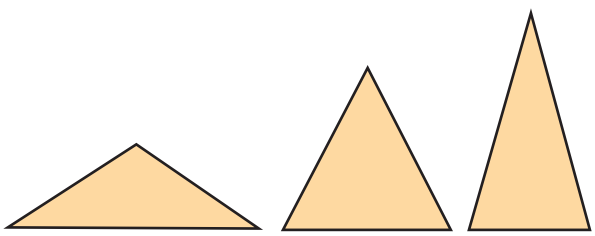


Berpikir Matematis 3 [Penalaran Deduktif]

Berikan argumen berdasarkan rumus dan aturan yang telah diberikan.

Soal Segitiga (SMP kelas VIII)

Mari kita buktikan, bahwa semua segitiga samakaki, dua sudut alasnya sama besar.



Kelas VIII Hlm. 35

Misalkan harga sebuah hamburger adalah x, dan harga segelas air minum y.

$$3x + y = 750 \text{ ----- } (1)$$
$$x + y = 350 \text{ ------- } (2)$$

Di kelas VII, kita menggunakan rumus-rumus persamaan dalam penyelesaian masalah. Dapatkah kita menggunakannya untuk persamaan tersebut?

Dalam sistem persamaan, jika kita kurangkan 1 dari 2 di ruas kiri dan kanan, akan didapatkan:

$$\begin{array}{lrl} (1) & 3x + y = 750 & \\ (2) & x + y = 350 & - \\ \hline & 2x = 400 & \\ & x = 200 & \end{array}$$

Dengan menggantikan $x = 200$ ke persamaan 2, didapat $y = 150$. Jawab: harga sebuah hamburger 200 yen dan harga segelas minuman 150 yen

Kelas VIII Hlm. 113

Jumlah sudut luar segitiga dari setiap segi banyak dapat ditentukan dengan cara berikut.

Segi empat	$(180^\circ - 85^\circ) + (180^\circ - 135^\circ) + (180^\circ - 5^\circ) + (180^\circ - 75^\circ) = 360^\circ$
Segi lima	$(180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 145^\circ) + (180^\circ - 80^\circ) + (180^\circ - 125^\circ) + (180^\circ - 100^\circ) = 360^\circ$
Segi enam	$(180^\circ - 105^\circ) + (180^\circ - 140^\circ) + (180^\circ - 100^\circ) + (180^\circ - 130^\circ) + (180^\circ - 120^\circ) + (180^\circ - 125^\circ) = 360^\circ$

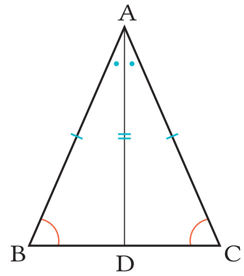
Jumlah sudut luar segi empat, segi lima, dan segi enam adalah 360° . Berdasarkan hal ini, kita dapat menebak jumlah sudut luar semua segi banyak adalah 360°.

Kelas VIII Hlm. 139

Gunakan definisi segitiga samakaki, untuk menunjukkan dua sudut alas yang sama.

Yang sudah diketahui: Dalam segitiga samakaki, dua sisinya sama panjang.

Gambarkan garis bagi sudut A, D sebagai titik potong pada sisi BC. Dalam segitiga ABD dan segitiga ACD,



Tambahkan keterangan (1), (2), dan (3) seperti terlihat di bawah ini

Dari (1), (2), dan (3),

ABC adalah segitiga sama kaki (1)

AD = garis bagi sudut A (2)

Dua sisi sama, (3)

karena sisi-sudut-sisi, maka kedua Δ sama dan sebangun, Δ ABD $\cong$ Δ ACD maka $\angle B = \angle C$

TUT WURI HANDAYANI

Ulasan

Menggunakan bentuk suku tunggal, suku banyak, dan operasi hitung (x, :, +, -) mencoba masalah matematika yang bervariasi.

Bentuk suku tunggal (monom)	$\boxed{2x}$	$\boxed{-7y}$	$\boxed{-3}$	$\boxed{8x^2}$	$\boxed{-4xy}$
Bentuk suku banyak (polinom)	$\boxed{x+5}$	$\boxed{x^2+x-6}$	$\boxed{6x-3y}$		

Sejauh ini kita sudah belajar

【Suku Sejenis】

Dalam sebuah pernyataan, suku-suku yang mempunyai variabel/peubah yang sama disebut suku-suku sejenis.

$$3a + 4b - 2a + b$$

【Perkalian dan Pembagian Pernyataan Suku Tunggal】

[Contoh 1] 3a × 4b
= 3 × a × 4 × b
= 12ab

[Contoh 2] 4y2 : 6xy × 12x

$$= 4y^2 \times \frac{12x}{6xy}$$

$$= \frac{48xy^2}{6xy}$$

$$= 8y$$

【Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Suku Banyak】

[Contoh 3] $(x - 2y) + (-3x + 5y)$

$= x - 2y - 3x + 5y$

$= -2x + 3y$

[Contoh 4] $(5x - 4y) - (3x - 7y)$

$= 5x - 4y - 3x + 7y$

$= 2x + 3y$

【Perkalian dan pembagian Bilangan dan Bentuk Suku Banyak】

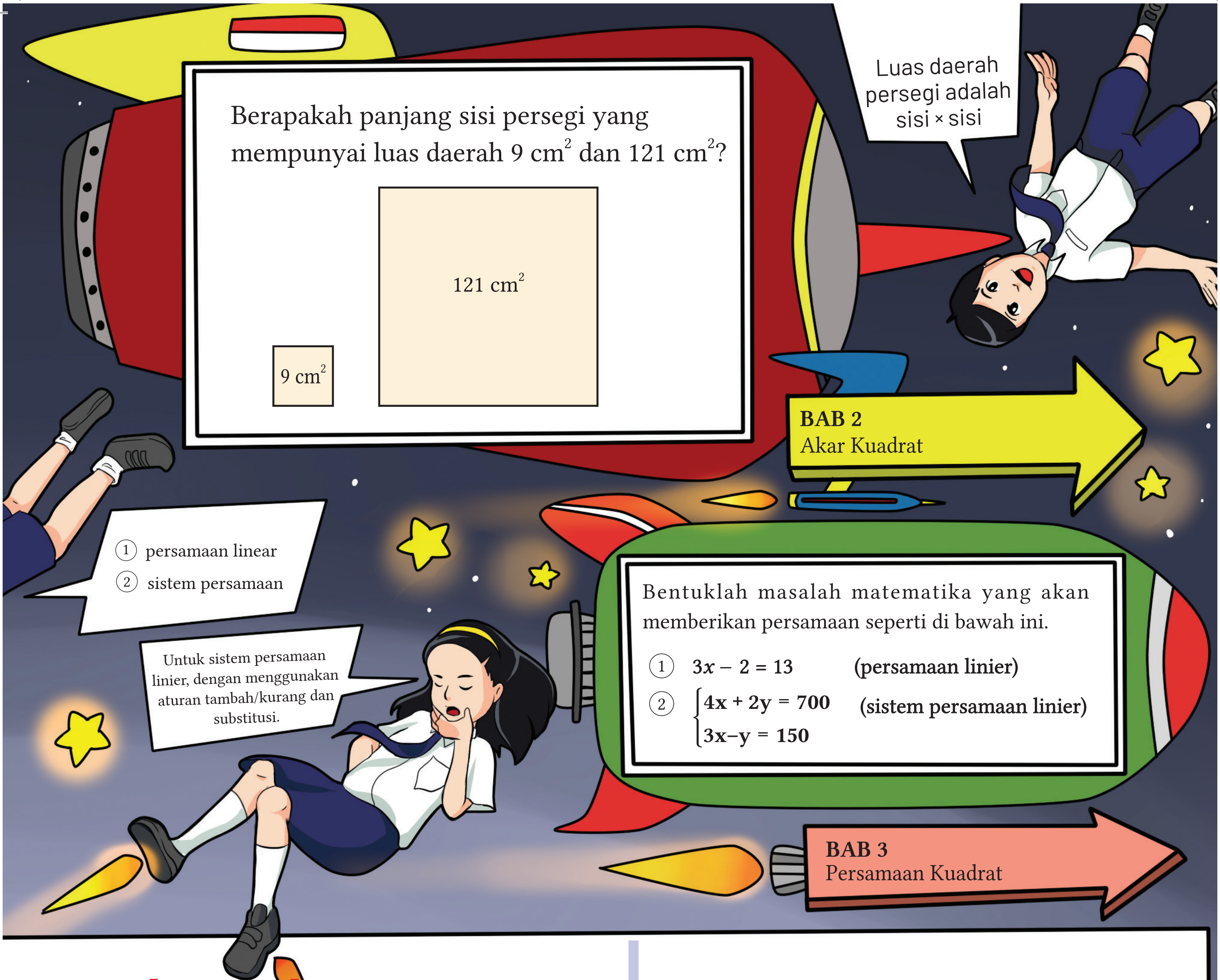
[Contoh 5] $5(3x + 2y)$

$= 15x + 10y$

[Contoh 6] $(9x - 15y) : 3$

$$= (9x - 15y) \times \frac{1}{3}$$

$$= 3x - 5y$$



【Bilangan Prima】

Bilangan asli yang tidak dapat dibagi oleh bilangan apapun, kecuali 1 dan dirinya sendiri disebut bilangan prima.

【Persamaan Linear】

Semua persamaan berbentuk $ax + b = 0$ disebut persamaan linear.

Nilai x yang memenuhi persamaan disebut penyelesaian persamaan. Menentukan jawaban persamaan disebut menyelesaikan persamaan.

【Persamaan Linear dengan Dua Variabel】

Persamaan linear dengan 2 variabel, seperti $2x + y = 11$ adalah persamaan linear dengan 2 variabel. Nilai x dan y yang memenuhi persamaan linear disebut penyelesaian dari persamaan linear dengan 2 variabel.

【Sistem Persamaan Linier】

Pasangan persamaan linear dengan 2 variabel disebut sistem persamaan linear dua variabel. Nilai x dan y yang memenuhi pasangan persamaan tersebut disebut penyelesaian sistem persamaan, dan proses menentukan jawaban persamaan disebut menyelesaikan sistem persamaan.

【Langkah-Langkah Menyelesaikan Masalah-Masalah Situasional menggunakan Persamaan】

① Menentukan hubungan antara setiap masalah, kemudian menyatakannya dengan menggunakan diagram, tabel, atau persamaan kata-kata.

② Menentukan hal-hal yang diketahui dan yang tidak diketahui, kemudian merancang persamaan yang memuat variabel.

③ Menyelesaikan persamaan.

④ Memeriksa apakah jawabannya memenuhi persamaan.

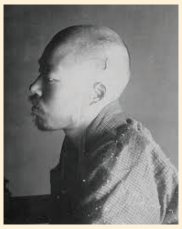
KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Sukarman
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 1 Penjabaran dan Pemfaktoran

1 Menguraikan Bentuk Polinom
2 Memfaktorkan
3 Menggunakan Bentuk Aljabar

Dapatkah kita menggunakan palindrom pada matematika?

Shiki Masaoka adalah seorang penulis sajak pendek Jepang (tanka) dan haiku, dilahirkan di kota yang sekarang bernama Matsuyama, daerah Ehime.


Shiki Masaoka (1867-1902)

Perhatikan kalimat berikut ini.

RUMUS SUMUR
KASUR KAKAK RUSAK
IBU ADA UBI

Kalimat seperti di atas yang jika dibaca dari depan dan dari belakang, akan sama bunyinya, disebut *palindrom*. Demikian pula kata-kata seperti katak, malam, taat, merupakan palindrom.

Begitu juga dengan bilangan berikut ini.

1 5 6 7 8 9 8 7 6 5 1

Bilangan-bilangan yang dapat dibaca sama dari depan maupun belakang disebut bilangan palindrom. Contoh lain adalah 43634, 123321.

1 Tuliskan sebuah bilangan palindrom yang terdiri dari 8 angka.

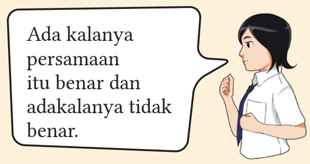
2 Dari bilangan-bilangan palindrom berikut:

(1) 12422421 (2) 23644632 (3) 76544567

sisipkan lambang "=" di bagian tengah dari tiap bilangan palindrom seperti terlihat pada bilangan berikut ini, sisipkan lambang "×" di antara angka kedua dan angka ketiga dari kiri dan kanan. Periksalah apakah pernyataan-pernyataan berikut benar.

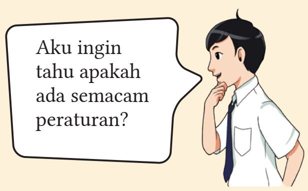
(1) $12 \times 42 = 24 \times 21$ (2) $23 \times 64 = 46 \times 32$ (3) $76 \times 54 = 45 \times 67$

Seperti terlihat di atas, tidak semua pernyataan yang dibangun dengan menggunakan bilangan palindrom dengan membubuhkan tanda × adalah benar. Ketika pernyataan tersebut benar, kita sebut sebagai "hasil kali palindrom" (*palindromic product*).



3 Periksalah apakah bilangan yang kamu buat memenuhi syarat perkalian palindrom?

4 Tentukan syarat-syarat agar bilangan-bilangan palindrom menghasilkan hasil kali palindrom.



Jika kita tentukan bilangan- bilangan Asli, dari suatu hasil kali palindrom adalah a, b, c dan d, dari kiri ke kanan, dan menyatakan hasil kali palindrom dengan menggunakan suatu pernyataan aljabar, maka kita dapatkan:

$$(10a + b)(10c + d) = (10d + c)(10b + a)$$

Angka apa yang dapat mewakili a, b, c, dan d sehingga untuk persamaan $(10a + b)(10c + d) = (10d + c)(10b + a)$ benar?

Aku pikir kita bisa temukan jika mungkin kita dapat lakukan perhitungan bagi beberapa polinom. Tapi kita masih harus lakukan perhitungan untuk suku tunggal dan suku banyak.

Hlm. 3

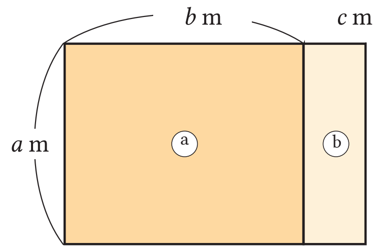
1 Menguraikan Bentuk Polinom

1 Perkalian dan Pembagian Aljabar

Tujuan Memikirkan perkalian dan pembagian bentuk monom dan polinom.

Perkalian Bentuk Monom dan Polinom

Q Sebidang tanah berbentuk persegi panjang, dengan panjang a m dan lebar b m. Jika kita tambahkan lebarnya sebesar c m, berapakah luas totalnya? Nyatakan jawabanmu dengan sebuah pernyataan dalam dua bentuk berikut.



(1) Panjang kali lebar

(2) Jumlah luas ⓐ dan ⓑ

Untuk perkalian bentuk suku tunggal (Monom) dan suku banyak (Polinom), kita dapat gunakan hukum distributif perkalian dengan menghilangkan kurungnya.

Berpikir Matematis

Untuk perkalian bentuk-bentuk monom dan polinom, kita dapat menggunakan cara yang sama seperti dalam perkalian bilangan dan bentuk polinom.

Contoh 1

(1) $3x\,(x+5)$

$= 3x(x) + 3x(5)$

$= 3x^2 + 15x$

(2) $(5a-3)\times(-2a)$

$= 5a(-2a) - 3(-2a)$

$= -10a^2 + 6a$

Ulasan

$a(b+c) = ab + ac$

$(b+c)a = ab + ac$

(1) $3x\,(x+5)$

(2) $(5a-3)\times(-2a)$

Soal 1

Hitunglah.

(1) $a\,(a+3)$

(2) $-4x\,(2x-5)$

(3) $(-3a+1)\times 6a$

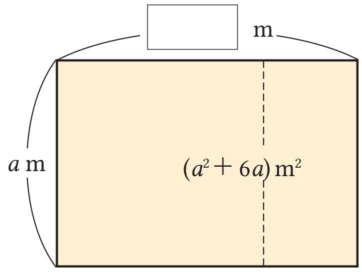
(4) $(2x+4y)\,(-y)$

(5) $2a\,(a^2+2a-3)$

(6) $(6x-9)\times\frac{2}{3}\,x$

Pembagian Bentuk Monom dan Polinom

Sebidang tanah berbentuk persegi panjang dengan lebar a m dan luas $(a^2 + 6a)$ m^2. Hitunglah panjangnya?



Contoh 2

(1) $(a^2 + 6a) : a$

$= (a^2 + 6a) \times \frac{1}{a}$

$= a^2\left(\frac{1}{a}\right) + 6a\left(\frac{1}{a}\right)$

$= a + 6$

$$\frac{\overset{a}{\cancel{a}}}{\underset{1}{\cancel{a}}} \times \frac{6\overset{1}{\cancel{a}}}{\underset{1}{\cancel{a}}} = a + 6$$

INGAT

$\frac{1}{2}y$ dapat di tulis $\frac{y}{2}$

Oleh karena itu, Kebalikan dari $\frac{1}{2}y$ adalah $\frac{2}{y}$.

(2) $(xy - 4y^2) : \frac{1}{2}y$

$= (xy - 4y^2) \times \frac{2}{y}$

$= xy\left(\frac{2}{y}\right) - 4y^2\left(\frac{2}{y}\right)$

$= 2x - 8y$

$$\frac{x\overset{1}{\cancel{y}} \times 2}{\underset{1}{\cancel{y}}} - \frac{4\overset{y}{\cancel{y^2}} \times 2}{\underset{1}{\cancel{y}}} = 2x - 8y$$

Untuk pembagian monom oleh polinom, dapat dilakukan dengan cara sederhana, yaitu mengalikan polinom dengan kebalikan dari monom (pembaginya).

Soal 2

Hitunglah.

(1) $(10x^2 + 7x) : x$

(2) $(8a^2b - 2ab^2) : 2ab$

(3) $(4x^2 - 6xy) : \frac{2}{3}x$

(4) $(-2ab + a) : \left(\frac{a}{4}\right)$

Cobalah

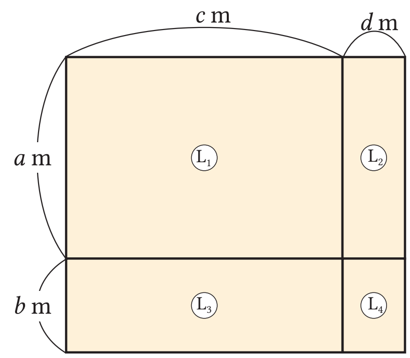
Hlm.13 Pengayaan 1-1

Kita sekarang dapat melakukan perkalian dan pembagian bentuk monom dan polinom.

Dapatkah perkalian polinom dengan polinom dilakukan dengan cara yang sama? Hlm.5

2 Menjabarkan Bentuk Aljabar

Tujuan Siswa memahami perkalian bentuk polinom dengan bentuk polinom.



Q Tentukan luas daerah persegi panjang seperti tampak pada gambar di samping menggunakan berbagai pernyataan Aljabar.

Pada **Q**, luas total dapat dinyatakan dengan perkalian (panjang × lebar) dan bentuk $L_1 + L_2 + L_3 + L_4$. Dengan demikian, pernyataan berikut ini benar

$$(a + b)(c + d) = \underset{L_1}{ac} + \underset{L_2}{ad} + \underset{L_3}{bc} + \underset{L_4}{bd}$$

Contoh 1 Untuk menghitung $(a + b)(c + d)$, jika dimisalkan bahwa $(c + d)$ = M, dengan menggunakan hukum distributif, kita dapat melakukan perkalian dengan cara berikut:

$(a + b)(c + d)$

Misalkan M= c+d

$=(a + b)M$

Hukum distributif

$=aM + bM$

Ubah M kembali ke $c + d$

$=a(c + d) + b(c + d)$

Hukum distributif

$=ac + ad + bc + bd$

Soal 1 Hitunglah $(a + b)(c + d)$, dengan memisalkan $a + b$ = N. Bandingkan hasilnya dengan contoh 1 di atas.

Secara umum, $(a + b)(c + d)$ dapat dihitung seperti yang ditunjukkan berikut ini

$$(a + b)(c + d) = \underset{1}{ac} + \underset{2}{ad} + \underset{3}{bc} + \underset{4}{bd}$$

Meniadakan tanda kurung dari monom, polinom, dan hasil kali beberapa polinom, serta menyatakannya sebagai penjumlahan dari monom, disebut menjabarkan bentuk semula.

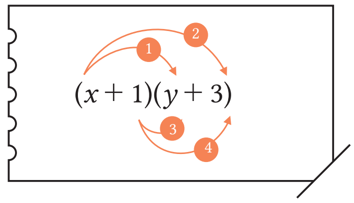
Contoh 2

(1) $(x+1)(y+3)$

$= xy + 3x + y + 3$

(2) $(a-3)(b+2)$

$= ab + 2a - 3b - 6$



Soal 2

Jabarkan

(1) $(a+3)(b+5)$

(2) $(x-2)(y+6)$

(3) $(a+b)(c-d)$

(4) $(x-a)(y-b)$

Contoh 3

(1) $(2x-5)(x+4)$

$= 2x^2 + 8x - 5x - 20$

$= 2x^2 + 3x - 20$

(2) $(3x+2y)(2x-3y)$

$= 6x^2 - 9xy + 4xy - 6y^2$

$= 6x^2 - 5xy - 6y^2$

Jika terdapat suku-suku sejenis, gabungkan suku-suku itu.

Soal 3

Jabarkan

(1) $(x+1)(x+6)$

(2) $(x+2)(x-7)$

(3) $(x+6)(x-6)$

(4) $(3x-1)(x-5)$

(5) $(-a+4)(2a-5)$

(6) $(5x-y)(x+2y)$

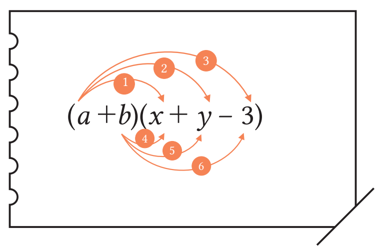
Contoh 4

$(a+b)(x+y-3)$

$= a(x+y-3) + b(x+y-3)$

$= ax + ay - 3a + bx + by - 3b$

Pertimbangkan $x + y - 3$ menjadi 1 nomor



Soal 4

Jabarkan

(1) $(a-b)(x-y+2)$

(2) $(x+y+1)(x-y)$

Cobalah

Hlm.13 Pengayaan 1-2

Kita sekarang dapat menjabarkan polinom.

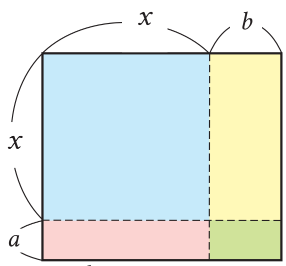
Beberapa di antaranya lebih sering digunakan dalam perluasan polinom. Mari kita meringkasnya menjadi sebuah rumus.

Hlm.7

3 Rumus Penjabaran

Tujuan Peserta didik dapat membuat rangkuman penjabaran rumus polinom yang paling sering digunakan.

Rumus $(x + a)(x + b)$



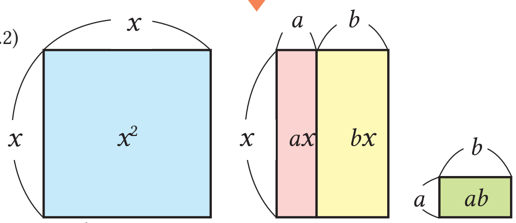
Gambar 8.1

Q Isilah $\square$ dengan bentuk yang sesuai.

$(x + a)(x + b)$ (lihat gambar 8.1)

$= x^2 + \square\, x + \square\, x + ab$ (lihat gambar 8.2)

$= x^2 + (\qquad)\, x + ab$



Gambar 8.2

Berdasarkan perhitungan di atas disimpulkan:

Rumus **1** $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)\, x + ab$

Contoh 1

(1) $(x + 2)(x + 4)$

$= x^2 + (2 + 4)x + 2 \times 4$

$= x^2 + 6x + 8$

$(x + 2)(x + 4) = x^2 + \overset{\text{jumlah}}{6}\, x + \underset{\text{Menjadi}}{8}$

(2) $(x + 3)(x - 5)$

$= x^2 + \{3 + (-5)\}x + 3x(-5)$

$= x^2 - 2x - 15$

$(x + a)(x + b)$

$(x + 3)(x - 5)$

Soal 1

Jabarkan

(1) $(x + 2)(x + 1)$

(2) $(y + 5)(y + 4)$

(3) $(a - 5)(a + 3)$

(4) $(a - 7)(a - 2)$

(5) $(x + 8)(x - 6)$

(6) $(x + 3)(x - 3)$

(7) $(y - 1)(y - 10)$

(8) $(x + 3)^2$

(9) $\left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$

(10) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$

Rumus Kuadrat dari Suatu Polinom

Q

Berdasarkan bentuk Aljabar dari **Q** di halaman sebelumnya, apa yang terjadi jika b diganti dengan a? Isilah $\square$ berikut.

$(x + a)(x + b)$

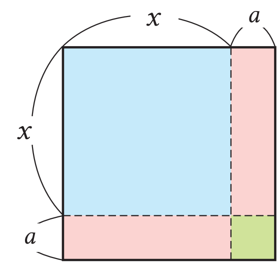
$(x + a)(x + a)$

$(x + a)^2$

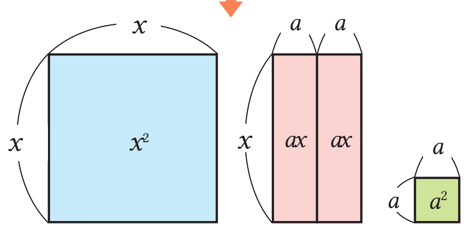
$= (x + a)(x + a)$ (lihat gambar 8.3)

$= x^2 + \square x + \square x + a^2$ (lihat gambar 8.4)

$= x^2 + \boxed{} x + a^2$



Gambar 8.3



Gambar 8.4

$(x - a)^2$ juga dapat diuraikan seperti pada **Q**.

$(x - a)^2$
$= (x - a)(x - a)$
$= x^2 - ax - ax + a^2$
$= x^2 - 2ax + a^2$

Berdasarkan perhitungan di atas disimpulkan:

Rumus 2 $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ (Kuadrat dari suatu penjumlahan)

Rumus 3 $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ (Kuadrat dari suatu pengurangan)

Contoh 2

(1) $(x + 3)^2$
$= x^2 + 2 \times 3x + 3^2$
$= x^2 + 6x + 9$

dikalikan dua

$(x + 3)^2 = x^2 + 6\,x + 9$

dikuadratkan

(2) $(x - 5)^2$
$= x^2 - 2 \times 5 \times x + 5^2$
$= x^2 - 10x + 25$

dikalikan dua

$(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$

dikuadratkan

Soal 2

Jabarkan

(1) $(x + 1)^2$ (2) $(y + 7)^2$ (3) $(x - 2)^2$

(4) $(a - 9)^2$ (5) $(a + b)^2$ (6) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

Rumus untuk Perkalian dari Penjumlahan dan Pengurangan

Q

Dari perkalian $(x + a)(x + b)$, pada halaman 7 apa yang terjadi jika b diganti dengan $-a$? Isilah $\square$ dengan bentuk yang sesuai.

$(x + a)(x + b)$

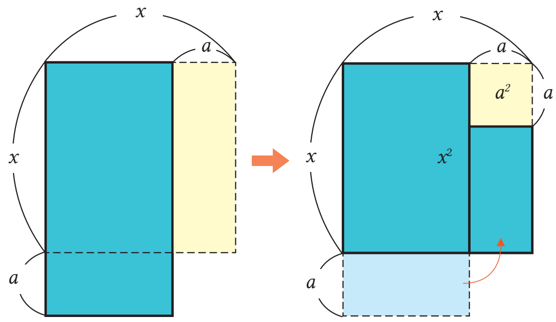
↓

$(x + a)(x - a)$

$(x + a)(x - a)$

$= x^2 - \square x + \square x - a^2$ (lihat di samping)

$= x^2 - a^2$



Berdasarkan perhitungan di atas disimpulkan:

Rumus 4 $\quad (x + a)(x - a) = x^2 - a^2$

Contoh 3

$(x + 3)(x - 3)$
$= x^2 - 3^2$
$= x^2 - 9$

Soal 3

Jabarkan

(1) $(x + 2)(x - 2)$ (2) $(x - 8)(x + 8)$

(3) $(3 + y)(3 - y)$ (4) $(a - b)(a + b)$

(5) $(x - 5)(5 + x)$ (6) $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

Saya Bertanya

Dapatkah kita membagi polinom dengan polinom?

▶ Hlm.12

Cobalah

▶ Hlm.13
Pengayaan 1-3

Rangkuman Rumus 1, 2, 3, 4 disebut rumus penjabaran.

PENTING

Rumus Penjabaran

1. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
2. $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$
3. $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$
4. $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$

Variasi Perhitungan

Menggunakan rumus penjabaran, cobalah melakukan variasi perhitungan berikut:

Q

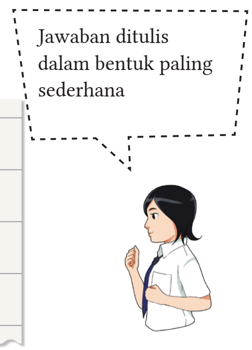
Jabarkanbentuk berikut ini.
$(3x + 1)(3x + 7)$

Ketika koefisien x tidak sama dengan 1, seperti pada $(3x + 1)(3x + 7)$, jika kita misalkan $3x = A$, dimana A adalah sebuah bilangan maka kita dapat menggunakan rumus 1 dan menghitung dengan cara berikut:

$$(3x + 1)(3x + 7)$$
$$= (A + 1)(A + 7) \quad \text{Buat } 3x = A$$
$$= A^2 + 8\ A + 7 \quad \text{Jabarkan}$$
$$= (3x)^2 + 8 \times 3x + 7 \quad \text{Ubah } A \text{ kembali ke } 3x$$
$$= 9x^2 + 24x + 7$$

Contoh 4

Jabarkan$(4x - 3y)^2$.



Penyelesaian

$(4x - 3y)^2$
$= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3y + (3y)^2$
$= 16x^2 - 24xy + 9y^2$

Jawab : $16x^2 - 24xy + 9y^2$

Soal 4

Jabarkan

(1) $(3a + 2)(3a + 5)$

(2) $(5a - 4)(5a + 6)$

(3) $(2x + 5)^2$

(4) $(4x - y)^2$

(5) $(3x - 1)(3x + 1)$

(6) $(6a + 7b)(6a - 7b)$

Soal 5

Dona melakukan penjabaran bentuk berikut. Apakah penjabaran yang dilakukannya benar? Apakah penjabaran yang dilakukannya sudah benar? Jika belum, perbaikilah pekerjaan Dona.

Apakah Ini Benar?

$(5x - 3)^2$
$= (5x)^2 - 2(3)(x) + (3)^2$
$= 25x^2 - 6x + 9$

Contoh 5 Jabarkan $(x + y + 5)(x + y - 2)$.

Cara Misalkan $x + y = M$, jabarkan dengan menggunakan rumus (1).

$$(x + y + 5)(x + y - 2) = (x + y)^2 + 3(x + y) - 10$$

$$(M + 5)(M - 2) = M^2 + 3M - 10$$

Penyelesaian

Misalkan, $x + y = M$,

$(x + y + 5)(x + y - 2)$

$= (M + 5)(M - 2)$

$= M^2 + 3M - 10$ Ubah M kembali ke $x + y$

$= (x + y)^2 + 3(x + y) - 10$

$= x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y - 10$ Jawab $x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y - 10$

Ketika menjabarkan sebuah bentuk, kamu dapat menggunakan rumus penjabaran dengan mengelompokkan satu bagian dari bentuk itu, dan menggantikannya dengan sebuah huruf, seperti terlihat pada contoh 5.

Soal 6 Jabarkan

(1) $(x + y + 4)(x + y + 1)$ (2) $(x - y - 3)(x - y - 6)$

(3) $(a - b + 3)^2$ (4) $(a + b - 7)(a + b + 7)$

Contoh 6

$(x - 3)^2 - (x - 5)(x + 4)$

$= (x^2 - 6x + 9) - (x^2 - x - 20)$

$= x^2 - 6x + 9 - x^2 + x + 20$

$= -5x + 29$

Soal 7 Jabarkan

(1) $x^2 + (x + 5)(x + 1)$ (2) $(a + 4)^2 - (a - 2)(a + 2)$

(3) $(+ 2)(y - 7) - y(y - 4)$ (4) $2(x - 1)^2 - (2x - 1)^2$

Cobalah

Hlm.13
Pengayaan 1-4

Apakah kita dapat mengubah polinom menjadi monom atau kebalikannya?

Sebelum kita mempertimbangkan polinom, mari kita pertimbangkan angka. Hlm.14

Mari Kita Periksa

1 Menguraikan Bentuk Polinom

1
Perkalian dan Pembagian Pernyataan Aljabar
[Hlm. 3] Cth. 1
[Hlm. 4] Cth. 2

Jabarkan

(1) $x(2x + 5y)$ (2) $2x(3x - 4y)$

(3) $(6a^2 - 7a) : a$ (4) $(12a^2 + 9a) : 3a$

2
Penjabaran Bentuk
[Hlm. 6] Cth. 2
Cth. 3

Jabarkan

(1) $(x + 2)(y + 5)$ (2) $(2x + 1)(x - 4)$

3
Rumus Penjabaran
[Hlm. 7] Cth. 1
[Hlm. 8] Cth. 2
[Hlm. 9] Cth. 3

Jabarkan

(1) $(a + 5)(a + 9)$ (2) $(x - 7)(x + 7)$ (3) $(y - 1)(y - 8)$

(4) $(a + 8)^2$ (5) $(x - 3)^2$ (6) $(y - 4)(y + 4)$

4
Berbagai Perhitungan
[Hlm. 11] Cth. 6

Jabarkan

$(x + 1)^2 + (2 + x)(2 - x)$

Cermati

Tingkatkan

Membagi Polinom oleh Polinom

Kita dapat mempertimbangkan pembagian polinom oleh polinom dengan menerapkan apa yang telah kita pelajari tentang pembagian bilangan bulat dan desimal. Misalnya, dengan membuat $(x^2 + 3x - 10) : (x - 2)$ ke kanan, kita bisa melihat hasil bagi adalah $x + 5$.

$$
\begin{array}{r l}
 & x \\
x - 2 \,\big) & x^2 + 3x - 10 \\
 & \underline{x^2 - 2x} \quad - \\
 & \phantom{x^2 + {}} 5x - 10
\end{array}
$$

① $x^2 : x = x$, maka tulis x

② $(x - 2) \times x$

③ $(x^2 + 3x) - (x^2 - 2x)$

④ Turunkan -10

$$
\begin{array}{r l}
 & x + 5 \\
x - 2 \,\big) & x^2 + 3x - 10 \\
 & \underline{x^2 - 2x} \quad - \\
 & \phantom{x^2 + {}} 5x - 10 \\
 & \phantom{x^2 + {}} \underline{5x - 10} \quad - \\
 & 0
\end{array}
$$

⑤ Tulis +5

⑥ Turunkan -10

⑦ $(x - 2) \times 5$

⑧ $(5x - 10) - (5x - 10)$

Coba dan hitung $(3x^2 + 5x - 12) : (x + 3)$

Pengayaan 1

→ Menguraikan Bentuk Polinom

Mari kita gunakan apa yang telah kita pelajari di rumah dan praktik perhitungan.

1 Perkalian dan Pembagian

(1) $2x(x+4)$

(2) $-x(6-3x)$

(3) $(-5a+8)\times 2a$

(4) $(7x-2)\times(-4x)$

(5) $-3a(a-5b+1)$

(6) $(12a+8)\times\frac{3}{4}a$

(7) $(2x^2-9x):x$

(8) $(15a^2+3ab):3a$

(9) $(4a^2b-ab^2):ab$

(10) $(8x^2+6xy):(-2x)$

(11) $(3xy+2x):\left(-\frac{x}{3}\right)$

2 Pendalaman tentang Penjabaran

(1) $(a+8)(b+2)$

(2) $(x-7)(y+6)$

(3) $(2a-1)(a-8)$

(4) $(4+2x)(3x+1)$

(5) $(2a-5b)(-a+6b)$

(6) $(7x+2y)(-7x+3y)$

(7) $(a+b)(x-y+5)$

(8) $(a-2b)(x+2y-3)$

(9) $(+y-3)(x-y)$

(10) $(2a-b-4)(a+3b)$

3 Penjabaran

(1) $(x+3)(x+7)$

(2) $(x-4)(x-5)$

(3) $(x+9)(x-10)$

(4) $(x-1)(x+6)$

(5) $(x+4)^2$

(6) $(x-10)^2$

(7) $(a-b)^2$

(8) $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$

(9) $(x+1)(x-1)$

(10) $(a-9)(a+9)$

(11) $(6+x)(6-x)$

(12) $\left(x+\frac{5}{4}\right)\left(x-\frac{5}{4}\right)$

4 Penjabaran

(1) $(2x-7)(2x+7)$

(2) $(3a+5)^2$

(3) $(4x-3y)^2$

(4) $(2a+6)(2a+3)$

(5) $(x-y+8)(x-y-8)$

(6) $(a+b-2)(a+b-5)$

(7) $(a+b-4)(a-b+4)$

(8) $(x+3)^2-x(x-4)$

(9) $b^2+(a+\mathrm{b})(a-b)$

(10) $(x+3)(x+4)-(x-2)(x+2)$

(11) $(2a+b)^2-(2a-b)^2$

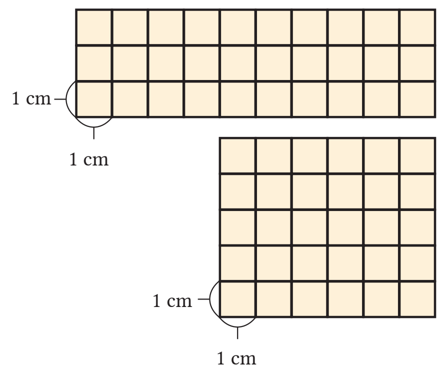
Jawaban pada Hlm .274, 275

2 Memfaktorkan

1 Faktorisasi Prima

Tujuan Menyatakan bilangan asli sebagai perkalian dari beberapa bilangan asli lainnya.

Q Buatlah sebuah persegi panjang dengan cara menyusun 30 persegi yang panjang sisinya 1 cm. Pikirkan tentang kemungkinan ukuran panjang dan lebarnya.



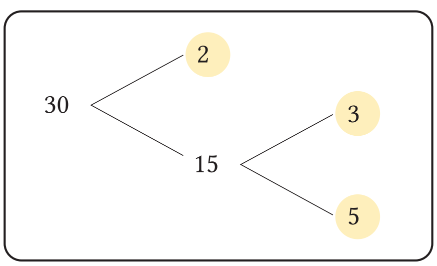
Ketika kita nyatakan sebuah bilangan asli sebagai perkalian beberapa bilangan asli, maka tiap bilangan asli itu disebut faktor dari bilangan asli semula. Sebagai contoh, kita dapat nyatakan $30 = 3 \times 10$. Jadi, 3 dan 10 adalah faktor dari 30. Untuk bilangan-bilangan asli, tidak termasuk 1 dan bilangan-bilangan prima, kita dapat nyatakan bilangan-bilangan itu sebagai perkalian bilangan-bilangan prima, seperti pada

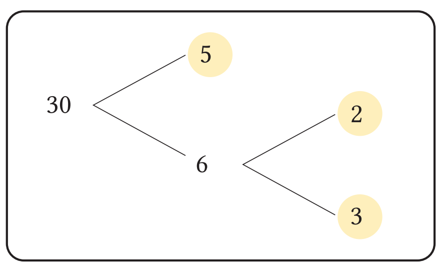
$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

Faktor-faktor yang merupakan bilangan prima disebut faktor-faktor prima dari bilangan asli semula, dan menyatakan sebuah bilangan asli dalam bentuk perkalian bilangan prima disebut faktorisasi prima.
Hasil dari faktorisasi prima selalu sama walaupun tidak dibuat secara berurutan.

> **Ulasan**
>
> Bilangan asli yang hanya dapat dibagi oleh 1 dan dirinya sendiri disebut bilangan prima, kecuali bilangan 1 itu sendiri
>
> SD Kelas VI

*Perhitungan dengan pohon faktor





Contoh 1 Tentukan faktor-faktor prima dari 150.

Cara Bagilah dengan bilangan-bilangan prima secara berurutan, sampai hasil baginya merupakan sebuah bilangan prima seperti di samping kanan.

Penyelesaian

$$150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$
$$= 2 \times 3 \times 5^2$$

Jawab: $2 \times 3 \times 5^2$

* Perhitungan dengan tabel faktor

2	150
3	75
5	25
	5

Soal 1 Tentukan faktor-faktor prima dari bilangan-bilangan berikut:

(1) 24 (2) 32 (3) 75 (4) 132

Soal 2 Kuadrat sebuah bilangan asli adalah 1.764. Gunakan faktorisasi prima untuk menentukan bilangan asli itu.

Hlm.16

Cermati

Cara Menemukan Pembagi

Kita dapat menemukan pembagi bilangan besar dengan menggunakan faktorisasi. Misalnya, pembagi dari 135 dapat ditemukan dengan faktorisasi dimana $135 = 3^3 \times 5$. Dengan menggunakan diagram pohon berikut, kita dapat menemukan semua pembagi dari 135.

Pembagi 3^3	Pembagi 5		Pembagi 135
1	1	1×1 =	1
	5	1×5 =	5
3	1	3×1 =	3
	5	3×5 =	15
3^2	1	$3^2 \times 1$ =	9
	5	$3^2 \times 5$ =	45
3^3	1	$3^3 \times 1$ =	27
	5	$3^3 \times 5$ =	135

Gunakan faktorisasi prima, tentukanlah semua pembagi dari 200.

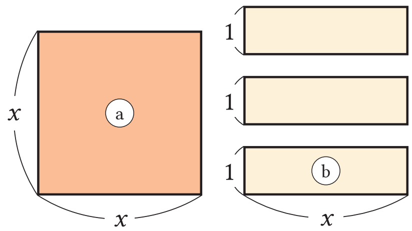
2 Memfaktorkan

Tujuan Siswa dapat menyatakan bentuk suku banyak sebagai perkalian beberapa bentuk lain.

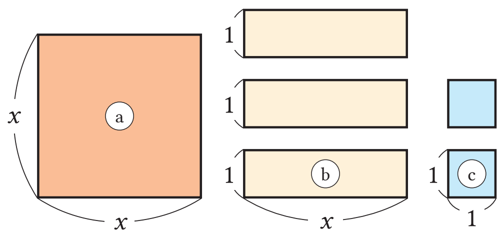
Q

Susun kembali potongan-potongan kertas persegi dan persegi panjang untuk membuat 1 persegi panjang. Potonglah dan gunakan gambar dari Lampiran 2.

(1) Susun kembali potongan kertas berbentuk persegi dan persegi panjang untuk membuat sebuah persegi panjang.



(2) Susun kembali potongan kertas berbentuk persegi dan persegi panjang untuk membuat sebuah persegi panjang.

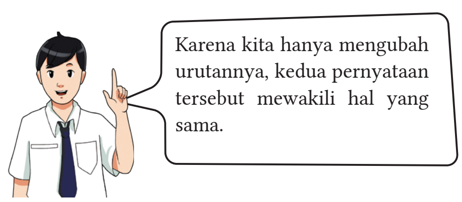


(3) Dengan menggunakan 1 potongan a dan beberapa potongan b dan c buatlah sebuah persegi panjang.

(4) Untuk Setiap (1) – (3) di atas, nyatakan $\boxed{1}$ dan $\boxed{2}$ dalam sebuah bentuk aljabar.

$\boxed{1}$ adalah jumlah luas persegi dan persegi panjang sebelum disusun ulang

$\boxed{2}$ adalah luas persegi panjang yang terbentuk setelah penyusunan ulang.



Di antara suku banyak, ada beberapa suku banyak yang bisa dinyatakan sebagai perkalian beberapa suku banyak. Sebagai contoh dari pernyataan (1) dan (2) pada halaman sebelumnya, pernyataan berikut ini benar:

$x^2 + 3x = x(x + 3)$ ①

$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$ ②

Ketika sebuah suku banyak yang disajikan sebagai jumlah atau hasil kali beberapa suku tunggal, maka setiap bentuk suku banyak itu disebut faktor dari suku banyak semula.

Contoh:

Pada persamaan ①, x dan $x + 3$ merupakan faktor dari suku banyak $x^2 + 3x$ dan pada persamaan ②, $x + 1$ dan $x + 2$ merupakan faktor-faktor dari $x^2 + 3x + 2$.

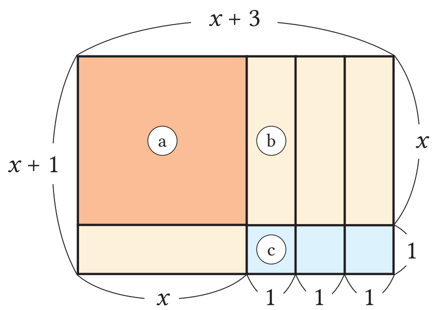
Contoh 1

Dalam (3) pada pertanyaan Q di halaman sebelumnya, jika kita menggunakan 1 potong ⓐ dan 4 potong ⓑ dan 3 potong ⓒ untuk membuat persegi panjang seperti yang nampak pada gambar di samping, maka pernyataan berikut ini adalah benar:

$x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3)$.

Dalam hal ini, $x + 1$ dan $x + 3$ adalah faktor-faktor dari $x^2 + 4x + 3$.

Menyatakan bentuk suku banyak sebagai hasil kali faktor-faktornya disebut faktorisasi suku banyak.



$x^2 + 3x + 2$	Memfaktorkan → / ← Menjabarkan	$(x + 1)(x + 2)$
Penjumlahan suku banyak		Bentuk faktor sebagai perkalian

Soal 1

Dari pernyataan berikut ini, manakah yang merupakan pemfaktoran?

ⓐ $x^2 - 5x = x(x - 5)$

ⓑ $x^2 + 7x + 12 = x(x + 7) + 12$

ⓒ $x^2 + 6x + 8 = (x + 3)^2 - 1$

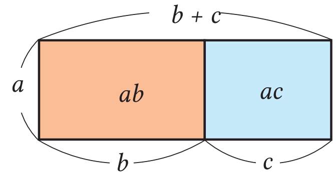
ⓓ $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$

Faktor-Faktor Persekutuan

Perhatikan bentuk-bentuk pemfaktoran dari ①, pada halaman sebelumnya.

Ketika terdapat satu faktor persekutuan di antara suku-suku pada suatu suku banyak, kita dapat menggunakan distributif untuk menyederhanakan bentuk aljabar menjadi faktor persekutuan dengan cara pembagian dan menempatkan diluar kurung.

$$ab + ac = a(b + c)$$



Contoh 2

(1) $mx - my$
$= m(x - y)$

(2) $ax^2 + 2ax + 7a$
$= a(x^2 + 2x + 7)$

Soal 2

Faktorkan.

(1) $ax + bx$ (2) $ax - a$ (3) $px^2 - 5px + 3p$

Contoh 3

Faktorkan suku banyak $2a^2 + 4ab$.

Cara

$2a^2 = 2a \times a$,
$4ab = 2a \times 2b$

Karena itu $2a$ adalah faktor sekutu dari kedua suku pada suku banyak tersebut maka 2a disebut faktor sekutu.

$$2a^2 + 4ab$$
$$= 2a\ a + 2a \times 2b$$

Penyelesaian

$2a^2 + 4ab$

$= 2a \times a + 2a \times 2b$

$= 2a(a + 2b)$

Jawab : $2a(a + 2b)$

Catatan Ketika memfaktorkan $2a^2 \times 4ab$, kita dapat menyederhanakan dalam bentuk $2(a^2 + 2ab)$ atau $a(2a + 4b)$, keluarkan faktor persekutuan dan letakkan di luar kurung.

Soal 3

Faktorkan.

(1) $4ax + 8ay$ (2) $3x^2 + 7x$

(3) $x^2 - x$ (4) $x^2y + xy^2$

(5) $a^2 + 6ab - 8a$ (6) $9x^2 - 3xy + 6x$

Cobalah
Hlm.24
Pengayaan 2-1

Sekarang kita dapat memfaktorkan bentuk suku banyak dengan menentukan faktor sekutu

Pikirkan tentang memfaktorkan bentuk ② di halaman sebelumnya.
Hlm.19

3 Memfaktorkan dengan Menggunakan Rumus

Tujuan Memfaktorkan suku banyak menggunakan rumus penjabaran.

1 $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

Contoh 1 Faktor $x^2 + 6x + 8$.

$$\begin{array}{ccccc} x^2 & + & (a+b)x & + & ab \\ & & \vdots & & \vdots \\ x^2 & + & 6x & + & 8 \end{array}$$

Cara Tentukan dua buah bilangan yang hasil kalinya 8 dan jumlahnya 6.

① Terdapat 4 pasang bilangan bulat yang hasil kalinya adalah 8, seperti terlihat pada tabel di kanan

② Di antara pasangan tersebut, 2 dan 4 berjumlah 6.

Faktor dari 8	Jumlah = 6
1 dan 8	×
−1 dan −8	×
2 dan 4	✓
−2 dan −4	×

Penyelesaian

$x^2 + 6x + 8$

$= x^2 + (2 + 4)x + (2 \times 4)$

$= (x + 2)(x + 4)$

Jawab : $(x + 2)(x + 4)$

Catatan Jawaban dapat dituliskan dalam bentuk $(x + 2)(x + 4)$ atau $(x + 4)(x + 2)$.

Soal 1 Faktor.

(1) $x^2 + 5x + 6$

(2) $x^2 + 9x + 8$

(3) $x^2 - 7x + 10$

(4) $x^2 - 5x + 4$

Contoh 2 Untuk memfaktorkan $x^2 + 3x - 4$, diantara pasangan bilangan yang memberikan hasil kali −4, tentukan dua buah bilangan yang berjumlah 3.

$x^2 + 3x - 4$

$= (x - 1)(x + 4)$

Faktor dari -4	Jumlah = 3
1 dan -4	×
-1 and 4	✓
-2 dan 2	×

Soal 2 Faktorkan.

(1) $x^2 + x - 12$

(2) $x^2 + 2x - 3$

(3) $x^2 - 2x - 15$

(4) $x^2 - 4x - 5$

Rumus: ② $x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$ ③ $x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$

Contoh 3 Faktor $x^2 + 6x + 9$.

$$\begin{aligned} x^2 + 2 \times a \times x + a^2 &= (x + a)^2 \\ x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 &= (x + 3)^2 \end{aligned}$$

Cara $9 = 3^2$ dan $6 = 2 \times 3$, kita akan memfaktorkan dengan menggunakan rumus untuk kuadrat dari sebuah suku banyak.

Penyelesaian

$x^2 + 6x + 9$

$= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$

$= (x + 3)^2$

Jawab : $(x + 3)^2$

Soal 3 Faktorkan.

(1) $x^2 + 2x + 1$

(2) $x^2 - 2x + 1$

(3) $x^2 + 4x + 4$

(4) $x^2 - 8x + 16$

(5) $a^2 + 12a + 36$

(6) $y^2 - 14y + 49$

④ $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$

Contoh 4

$x^2 - 16$

$= x^2 - 4^2$

$= (x + 4)(x - 4)$

$$\begin{aligned} x^2 - a^2 &= (x + a)(x - a) \\ x^2 - 4^2 &= (x + 4)(x - 4) \end{aligned}$$

Soal 4 Faktorkan.

(1) $x^2 - 9$

(2) $x^2 - 36$

(3) $1 - x^2$

(4) $a^2 - b^2$

Soal 5 Dengan menggunakan rumus (1) sampai (4) yang sudah kamu pelajari sejauh ini, faktorkan bentuk-bentuk berikut ini:

(1) $x^2 + 8x + 12$

(2) $x^2 - 4x + 4$

(3) $x^2 - x - 20$

(4) $x^2 - 100$

(5) $x^2 + 18x + 81$

(6) $x^2 + 3x - 28$

Cobalah
▶ Hlm.24
Pengayaan 2-2

Macam-Macam Faktorisasi

Contoh 5

(1) $4x^2 - 12x + 9$
$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$
$= (2x - 3)^2$

$$(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (2x - 3)^2$$
$$A^2 - 2\,A\,B + B^2 = (A - B)^2$$

(2) $9x^2 - 4y^2$
$= (3x)^2 - (2y)^2$
$= (3x + 2y)(3x - 2y)$

$$(3x)^2 - (2y)^2 = (3x + 2y)(3x - 2y)$$
$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

Soal 6

Faktorkanlah.

(1) $4x^2 + 4x + 1$

(2) $9x^2 - 12x + 4$

(3) $x^2 + 2xy + y^2$

(4) $x^2 - 6xy + 9y^2$

(5) $25b^2 - 9a^2$

(6) $x^2 - \dfrac{y^2}{4}$

Contoh 6

Faktorkan $ax^2 - 2ax - 8a$.

Cara

Pertama, letakkan faktor persekutuan di luar kurung, kemudian pikirkan apakah ada faktor yang masih bisa difaktorkan.

Penyelesaian

$ax^2 - 2ax - 8a$

$= a(x^2 - 2x - 8)$ — Letakkan faktor sekutu di luar tanda kurung.

$= a(x + 2)(x - 4)$ — Faktor lain letakkan dalam kurung.

Tuliskan penjelasan perhitunganmu.

Jawab : $a(x + 2)(x - 4)$

Soal 7

Faktorkan.

(1) $ax^2 - ax - 2a$

(2) $xy^2 - x$

(3) $2x^2 + 16x + 32$

(4) $-3x^2 + 12xy - 12y^2$

Contoh 7 Faktorkan $(x + 5)^2 - (x + 5)$.

Cara Gantikan $(x + 5)$ dengan M.

Penyelesaian

Misalkan, $x + 5 = M$

$(x + 5)^2 - (x + 5)$

$= M^2 - M$ keluarkan faktor sekutu M di luar kurung

$= M(M - 1)$

$= (x + 5)(x + 5 - 1)$ Ubah M kembali ke $x + 5$

$= (x + 5)(x + 4)$

Jawab : $(x + 5)(x + 4)$

Ketika kita memfaktorkan bentuk suku banyak seperti dalam contoh 7, ada kalanya kita dapat menggunakan sifat distributif atau rumus, dengan mengelompokkan suatu bagian dari bentuk itu dan menggantikannya dengan sebuah huruf.

Soal 8 Faktorkan.

(1) $(x - 1)^2 - (x - 1)$

(2) $(a + b)x + (a + b)y$

(3) $(x + 7)^2 + 6(x + 7) - 16$

(4) $(x + y)^2 - 81$

Contoh 8 Faktorkan $xy + x + y + 1$.

Cara Pikirkan suku-suku yang memuat x dan pisahkan dari suku-suku yang tidak memuat x.

Periksa apakah kamu mendapatkan hasil yang sama dengan cara lain selain cara di samping.

Penyelesaian

$xy + x + y + 1$

$= (xy + x) + (y + 1)$

$= x(y + 1) + (y + 1)$ keluarkan faktor persekutuan $y + 1$ di luar kurung

$= (y + 1)(x + 1)$

Jawab : $(y + 1)(x + 1)$

Soal 9

(1) $xy - x + y - 1$

(2) $ax + 3x - a - 3$

Cobalah

Hlm.24
Pengayaan 2-3

Dengan menggunakan rumus penjabaran, sekarang kita dapat memvariasikan berbagai bentuk suku banyak.

Di mana kita dapat menerapkan materi bentuk aljabar sudah kita pelajari sejauh ini? Hlm.25

Mari Kita Periksa

2 Memfaktorkan

1
Berdasarkan faktorisasi halaman 15, contoh 1

Tentukan Faktor dari 90.

2
Berdasarkan faktor persekutuan halaman 18, contoh 2 dan 3

Faktorkan.

(1) $7 + 2ay - 9a$ (2) $12x^2 - 8xy$

3
Berdasarkan Rumus Faktorisasi [Hlm.19] [Hlm.20]

Faktorkan.

(1) $x^2 + 7x + 6$ (2) $x^2 - x - 12$ (3) $x^2 + 10x + 25$

(4) $x^2 - 16x + 64$ (5) $x^2 - 81$ (6) $9 - a^2$

4
Berdasarkan Beragam Faktorisasi [Hlm.21] Cth. 5 Cth. 6 [Hlm.22] Cth. 7

Faktorkan.

(1) $x^2 - 4xy + 4y^2$ (2) $36 - 9a^2$

(3) $ax^2 + 4ax - 12a$ (4) $(a + b)x - (a + b)y$

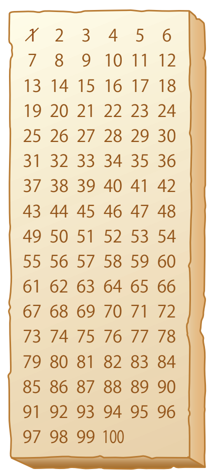
Cermati

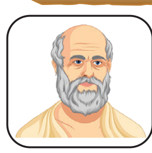
Cerita tentang Faktor-Faktor Prima

Tentukan faktor prima sampai dengan 100 melalui cara berikut:

> Coret bilangan 1, selanjutnya, lewati 2 dan silanglah semua kelipatan 2. Kemudian, lewati 3 dan silang semua bilangan kelipatan 3. Lakukan hal yang sama untuk semua bilangan. Pada akhirnya, kita akan menyisakan bilangan 2, 3, 5, 7, 11, ..., terdapat total 25 bilangan prima, bilangan yang tersisa, lewatkan bilangan pertama dan semua kelipatan.

Metode ini berasal dari Yunani kuno, oleh seorang pria bernama Eratosthenes (lahir 275 - 194 SM), yang dikenal dengan nama Saringan Eratosthenes.





sumber: https://www.twinkl.com.br/illustration/eratosthenes-maths-mathematician-portrait-secondary

Pengayaan 2

→ Memfaktorkan

Mari kita terapkan materi yang telah kita pelajari untuk latihan dan belajar mandiri.

Faktorkan bentuk-bentuk aljabar berikut.

1 Faktor-Faktor Sekutu

(1) $xy + 4x$

(2) $5ax - 8ay + 2a$

(3) $x^2 + 7x$

(4) $2x^2y - 3xy^2$

(5) $6a^2 + 9ab$

(6) $10x^2 - 25xy + 5x$

2 Bentuk Kuadrat

(1) $x^2 + 6x + 5$

(2) $x^2 + 10x + 21$

(3) $x^2 - 7x + 6$

(4) $x^2 - 12x + 27$

(5) $x^2 + 2x - 8$

(6) $x^2 - 3x - 10$

(7) $x^2 - x - 2$

(8) $x^2 + 4x - 45$

(9) $x^2 + 14x + 49$

(10) $x^2 + 16x + 64$

(11) $x^2 - 10x + 25$

(12) $x^2 - 20x + 100$

(13) $x^2 - 1$

(14) $x^2 - 64$

3 Bentuk Aljabar

(1) $4x^2 + 12x + 9$

(2) $9x^2 - 6x + 1$

(3) $x^2 - 2xy + y^2$

(4) $x^2 + 8xy + 16y^2$

(5) $100x^2 - 49$

(6) $16 - 25x^2$

(7) $4x^2 - 49y^2$

(8) $x^2 - \frac{y^2}{9}$

(9) $ax^2 - ay^2$

(10) $ax^2 + 2ax + a$

(11) $3x^2 - 18xy + 27y^2$

(12) $2x^2y + 4xy - 30y$

(13) $x(x + 3) - 18$

(14) $(x - 5)(x - 2) + 2$

(15) $(x + 5)(x + 1) + 4$

(16) $(x + 1)(x - 4) - 14$

(17) $(x + 3)^2 - 2(x + 3)$

(18) $(a - b)x + (a - b)y$

(19) $(x + 2)^2 + (x + 2) - 12$

(20) $(x - 5)^2 - 25$

(21) $xy - 5x + y - 5$

(22) $2xy - 3x + 2y - 3$

Jawaban pada Hlm.275

3 Menggunakan Bentuk Aljabar

1 Menggunakan Bentuk Aljabar

Tujuan Menyelidiki rumus-rumus bilangan bulat dan membuktikannya dengan menggunakan bentuk aljabar.

[Aktivitas Matematika]

Penemuan

Q Jika kita tambahkan bilangan 1 ke hasil kali dua bilangan genap berurutan seperti 2 dan 4, atau 6 dan 8, apa yang akan kita dapatkan? Selidiki bermacam-macam kasus dan perkirakan apa yang dapat kita katakan tentang hasilnya.

	2, 4	$2 \times 4 + 1$	=	$\boxed{}$
	4, 6	$4 \times 6 + 1$	=	$\boxed{}$
	6, 8	$6 \times 8 + 1$	=	$\boxed{}$
$\boxed{}$	8, 10	$\boxed{}$	=	$\boxed{}$
	⋮	⋮		⋮
	$\boxed{}$ $\boxed{}$	$\boxed{}$	=	$\boxed{}$
	$\boxed{}$ $\boxed{}$	$\boxed{}$	=	$\boxed{}$

Perkiraan:

Ketika kita tambahkan 1 ke dalam hasil kali dua buah bilangan genap berurutan, maka hasilnya adalah $\boxed{}$.

Berpikir Matematis

Dengan menggunakan hasil yang kita dapatkan dari perhitungan bilangan tertentu, temukan apa yang terjadi dengan jumlah 1 dan perkalian 2 bilangan genap berurutan.

1 Buktikan apa yang kamu perkirakan dalam **Q** dengan menggunakan bentuk Aljabar.

2 Dina memperkirakan bahwa "Hasil kali dua buah bilangan genap berurutan dan ditambahkan 1 adalah kuadrat dari sebuah bilangan ganjil". Dari Q di halaman sebelumnya, dan pembuktian seperti terlihat berikut ini. Isilah $\boxed{}$ dan lengkapi apa yang sudah dibuktikan oleh Dina.

[Bukti]
Untuk 2 bilangan berurutan, jika kita membiarkan n menjadi bilangan bulat, kita dapat menyatakannya sebagai $2n$ dan $2n + 2$.

$2n\,(2n + 2) + 1$

$=$

Oleh karena itu, jumlah produk dari 2 bilangan bulat berturut-turut dan 1 adalah kuadrat bilangan ganjil.

Berpikir Matematis

Dengan menggunakan fakta bahwa 2 bilangan berurutan dapat dinyatakan sebagai $2n$ dan $2n + 2$, buktikan bahwa penambahan 1 akan membuatnya menjadi kuadrat bilangan ganjil.

3 Seperti terlihat dalam bukti di 2 di atas, Dina memperkirakan bahwa "Jumlah dari hasil kali dua bilangan genap berurutan dengan bilangan 1 adalah kuadrat dari sebuah bilangan ganjil" telah dikonfirmasikan dengan menggunakan perubahan dari bentuk aljabar.
$2n\,(2n + 2) + 1 = (2n + 1)^2$
Dari bukti tersebut, selain dari fakta bahwa hasilnya adalah "kuadrat dari bilangan ganjil" apa lagi yang bisa kita katakan?

4 Sejauh ini, kita sudah menggunakan syarat "jumlahkan 1 kepada hasil kali dua bilangan genap berurutan", untuk memperkirakan hasil dan membuktikannya. Jika kita ubah kondisi masalah matematika ini, apa yang bisa kamu perkirakan? Berikan bukti untuk jawabanmu.

Soal 1

Dari tiga bilangan asli berurutan, kuadrat dari bilangan yang terletak di tengah yang dikurangi 1 adalah sama dengan hasil kali dua bilangan lainnya. Misalkan, n adalah bilangan yang terletak di tengah, buktikan pernyataan tersebut.

6, 7, 8

↓

$7^2 - 1 = 48$

$6 \times 8 = 48$

Soal 2

Dari dua bilangan ganjil berurutan, perkirakan apa yang terjadi pada pengurangan antara kuadrat bilangan yang lebih besar dengan kuadrat dari bilangan yang lebih kecil. Buktikan jawabanmu.

$3^2 - 1^2 = \boxed{}$

$5^2 - 3^2 = \boxed{}$

$7^2 - 5^2 = \boxed{}$

$\boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

Soal 3

Dalam soal 2 di atas, perkirakan hasilnya bila kita ubah kondisi dari masalah menjadi "dua bilangan genap berurutan" Buktikan jawabanmu.

Soal 4 Diskusi

Dari halaman 2, jika kita misalkan bilangan asli palindrom adalah a, b, c, dan d, persamaannya menjadi:

$(10a + b)(10c + d) = (10d + c)(10b + a)$

Agar pernyataan tersebut benar, nyatakanlah hubungan diantara a, b, c, dan d. Sederhanakan pernyataan tersebut dan jelaskan dengan kata-kata.

Strategi perhitungan:

Coba gunakan rumus-rumus penjabaran dan faktorisasi dalam perhitungan bilangan-bilangan.

Contoh 1

(1) $55^2 - 45^2$
$= (55 + 45) \times (55 - 45)$
$= 100 \times 10$
$= 1000$

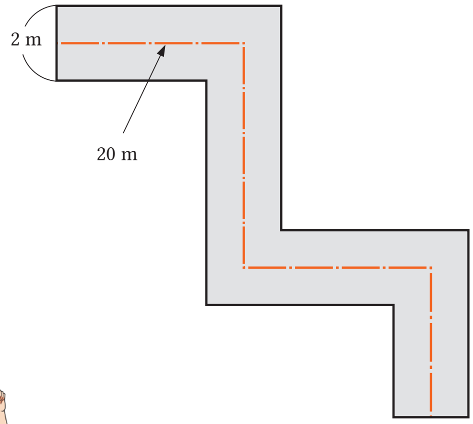
(2) 99^2
$= (100 - 1)^2$
$= 100^2 - 2\,(1)\,(100) + 1^2$
$= 9801$

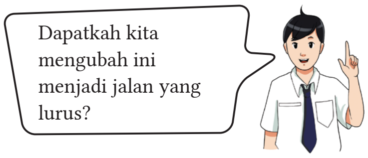
Soal 5

Hitunglah bentuk berikut menggunakan penjabaran dan faktorisasi.

(1) $28^2 - 22^2$ (2) 103×97 (3) 102^2

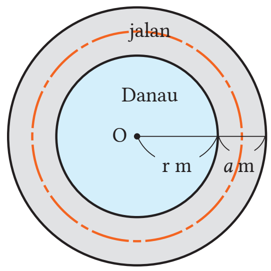
Berdasarkan gambar di samping, terlihat suatu lintasan jalan dengan lebar 2 m dengan belokan-belokan yang membentuk sudut siku-siku. Jika terdapat sebuah garis melalui tengah-tengahnya dengan panjang 20 m, berapakah luas jalan tersebut?





Contoh 2

Di sekeliling danau berbentuk lingkaran berpusat di O dengan jari-jari r m terdapat sebuah jalan setapak dengan lebar a m. Apabila Luas jalan setapak adalah S m^2 dan panjang dari garis yang melalui tengahnya adalah ℓ m. Buktikan bahwa $S = a\ell$

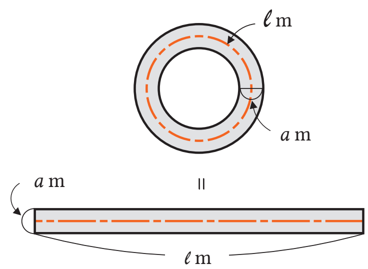


Cara

Diketahui:

Lingkaran dengan pusat = O
jari-jari taman = r
lebar jalan setapak = a
luas jalan = S
panjang garis tengah = ℓ

Buktikan bahwa $S = a\ell$



Jawab:

$$S = \pi(r + a)^2 - \pi r^2$$
$$= \pi(r^2 + 2ar + a^2) - \pi r^3 \quad (1)$$
$$= 2\pi ar + \pi a^2$$
$$= \pi a(2r + a)$$

Jari-jari lingkaran yang melalui tengah-tengah jalan adalah $\left(r + \frac{a}{2}\right)m$ Keliling K adalah

$$K = 2\pi\left(r + \frac{a}{2}\right)$$
$$= \pi(2r + a) \quad (2)$$

Oleh karena itu,
Dari (1) dan (2), maka $S = a\ell$

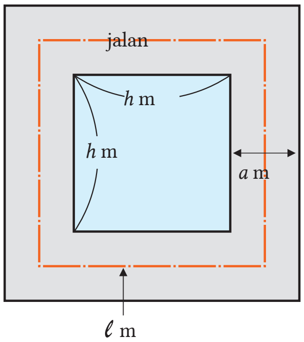
Ulasan

Jika kita membiarkan r menjadi jari-jari lingkaran, maka
Keliling lingkaran = $2\pi r$
Luas lingkaran = πr^2

Kelas VII Hlm. 215

Soal 6

Sebuah danau berbentuk persegi seperti tampak pada gambar berikut, mempunyai sisi h m dan lebar jalan di sekelilingnya adalah a m. Misalkan luas jalan setapak adalah S m^2 dan panjang garis yang melalui tengah-tengah jalan setapak tersebut adalah ℓ m. Jawablah pertanyaan berikut.

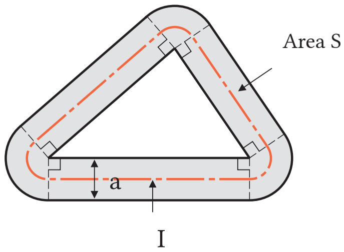


(1) Nyatakan ℓ dengan menggunakan a dan h

(2) Buktikan bahwa S = $a\ell$

Mari Mencoba

Selidiki apakah benar bahwa $S = a\ell$ pada gambar di samping.



Mari Kita Periksa

3 Menggunakan Bentuk Aljabar

1
Dengan menggunakan bentuk Aljabar [Hlm.27]
S 1

Untuk dua buah bilangan berurutan, buktikan bahwa selisih kuadrat bilangan yang lebih besar dengan kuadrat bilangan yang lebih kecil sama dengan jumlah dari dua bilangan asli.

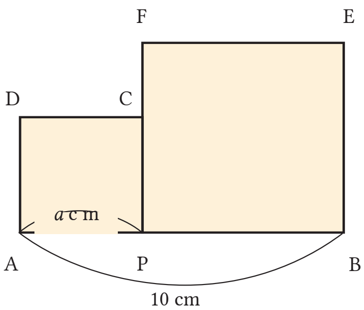
2
Dengan menggunakan strategi perhitungan [Hlm.27]
Cth. 1

Nyatakan strategi yang digunakan untuk menghitung soal berikut:

(1) $65 - 15^2$ (2) $4{,}8 \times 5{,}2$

3
Dengan menggunakan Rumus-Rumus Bangun [Hlm.28]
Cth. 2

Pada garis lurus AB dengan panjang 10 cm, letakkan titik P sedemikian sehingga AP = a cm, dan buatlah dua buah persegi dengan sisi AP dan PB seperti tampak pada gambar di samping. Jika AB > PB, berapakah selisih luas persegi PBEF dengan luas persegi APCD?



BAB 1 Soal Ringkasan

Jawaban pada Hlm.276

Latihan

1 Hitunglah.

(1) $6a(a - 2)$

(2) $(2x - 5y) \times (-y)$

(3) $(12x^2 - 9xy) : (-3x)$

(4) $(3ab + 4a) : \frac{1}{2}a$

2 Jabarkanbentuk-bentuk berikut ini.

(1) $(a - b)(x + y)$

(2) $(x + 1)(3x + 2)$

(3) $(x + 2)(x - 3)$

(4) $(y - 6)^2$

(5) $(a + 3b)(a - 3b)$

(6) $(2x + 3)^2$

3 Hitunglah.

(1) $2a(a - 2) + (a + 1)^2$

(2) $(x - 4)^2 - (x - 8)(x - 2)$

4 Faktorkanlah.

(1) $4a^2b - 6ab^2$

(2) $x^2 + 7x + 12$

(3) $x^2 - 6x + 9$

(4) $144 - x^2$

(5) $x^2 + 2x - 35$

(6) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

(7) $x^2y - 9xy + 18y$

(8) $(x + 3)^2 - 2(x + 3)$

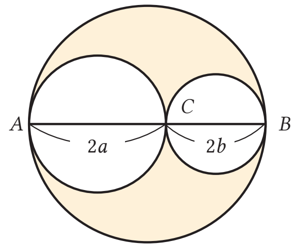
5 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Faktor dari 54.

(2) Kalikanlah 54 dengan bilangan asli terkecil sedemikian sehingga hasil kalinya adalah kuadrat dari sebuah bilangan asli. Berapakah pengalinya itu?

6 Untuk tiga bilangan berurutan, buktikan bahwa perbedaan antara kuadrat bilangan terbesar dan kuadrat bilangan terkecil adalah 4 kali bilangan yang terletak di tengah.

7 Pada garis lurus AB, letakkan titik C dan gambarlah dua buah lingkaran dengan diameter AC dan CB. Misalkan $AC = 2a$, $CB = 2b$, dan nyatakan luas daerah berbayang dalam a dan b.



Penerapan

1 Jabarkan

(1) $\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-2)$

(2) $(7b + a)(a - 7b)$

(3) $(x + 2y - 9)^2$

(4) $(a - b + 1)(a + b - 1)$

2 Faktorkan.

(1) $x(x + 2) - 15$

(2) $(x + 5)^2 - 9(x + 5) + 20$

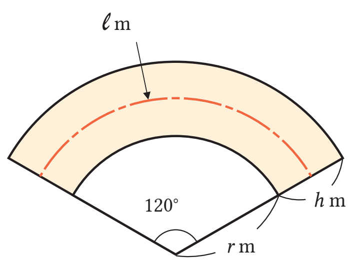
(3) $x^2 - x + ax - a$

(4) $xy - 3x - 2y + 6$

3 Sebidang tanah dengan panjang $2a$ m dan lebar a m. Jika kita tambahkan panjangnya 5 m dan memperpendek lebarnya sebanyak 3 m, berapa kelebihan luasnya dibandingkan dengan luas tanah semula? Jika pertambahan luas adalah 55 m^2, berapakah panjang tanah tersebut mula-mula?

4 Buktikan bahwa hasil kali dua buah bilangan ganjil adalah bilangan ganjil

5 Saya merencanakan untuk menanam rumput di bagian luar dari sebidang tanah untuk tanaman bunga berbentuk kipas dengan lebar h m dan jari-jari r m dan sudut pusat 120° seperti tampak pada gambar di samping, sedangkan di bagian dalamnya terdapat hamparan bunga. Apabila panjang busur yang melalui tengah-tengah halaman berumput adalah ℓ m.
Jawablah pertanyaan berikut:

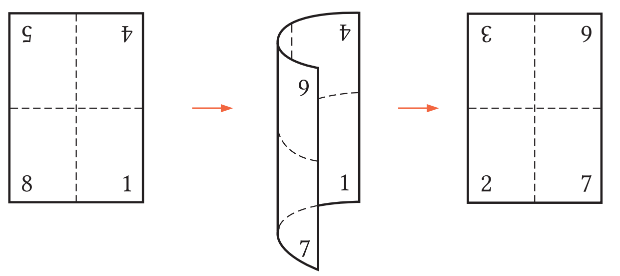


(1) Nyatakan ℓ dalam r dan h

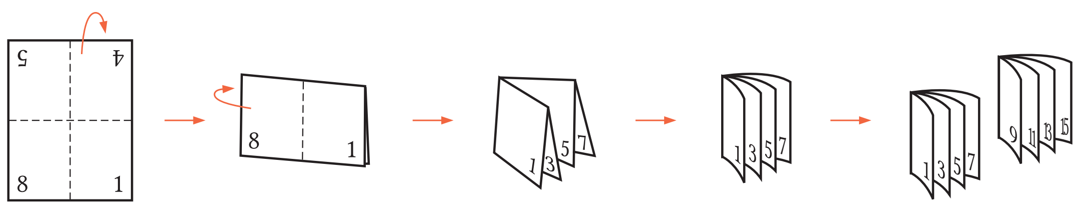
(2) Buktikan bahwa luas tanah yang ditanami rumput adalah ℓ m^2

Penggunaan Praktis

Buku-buku dibuat dengan melipat lembaran-lembaran kertas yang luas, dengan 8 sampai 16 halaman dari tulisan yang tercetak di setiap halamannya, dan mengikatnya menjadi satu. Misalkan, 8 halaman tulisan tersebut dicetak pada setiap lembar kertas dengan nomor-nomor halaman disisipkan seperti gambar berikut.



Jika kita melipat lembar-lembar kertas dengan nomor halaman seperti tertera dalam gambar di bawah dan memotong bagian atasnya, maka akan diperoleh 8 halaman dari sebuah buku. Dengan mengikat bersama beberapa lembar kertas akan diperoleh sebuah buku,



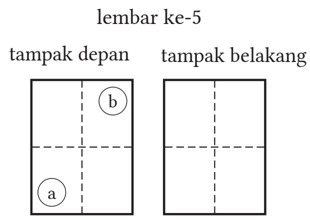
1 Di SMP, para siswa kelas 9 membuat buku tahunan. Sebuah buku dibuat dengan mencetak 8 halaman dalam selembar kertas, kemudian mereka mengikatnya. Pada sisi depan kertas, misalkan halaman kanan bawah adalah halaman pertama. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Pada gambar 1, tentukan nomor halaman untuk *a* dan *b*.

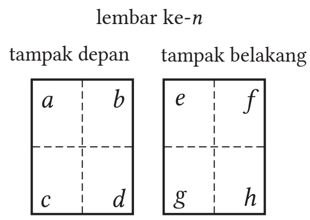
(2) Pada lembar ke-15 dari kertas besar tersebut, tentukan nomor halaman yang terkecil.

(3) Pada gambar 2, gunakan *n* untuk menyatakan nomor halaman c pada lembar kertas besar yang ke-*n*.

(4) Untuk nomor-nomor halaman pada kertas besar ke-*n*, buktikan bahwa hubungan antara $ab - cd = 12$ adalah benar.



Gambar 1



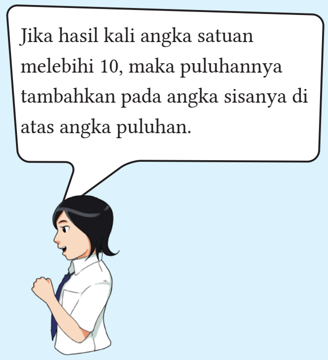
Gambar 2

Pendalaman Materi

Mengulang Perkalian Bentuk Vertikal

Untuk perkalian seperti 34 × 56, di sekolah dasar, kamu menghitung seperti berikut.

$$\begin{array}{rrrrl} & & 3 & 4 & \\ & & 5 & 6 & \times \\ \hline & 2 & 0 & 4 & \\ 1 & 7 & 0 & & \\ \hline 1 & 9 & 0 & 4 & \end{array}$$



Kita juga dapat menghitungnya dengan cara sebagai berikut.

Kalikan angka di puluhan.

$$\begin{array}{lrrrrll} & & & 3 & 4 & & \\ & & & 5 & 6 & \times & \\ \hline 3\times 5 \rightarrow & 1 & 5 & 2 & 4 & \leftarrow & 4\times 6 \\ & & 1 & 8 & & \leftarrow & 3\times 6 \\ & & 2 & 0 & & \leftarrow & 4\times 5 \\ \hline & 1 & 9 & 0 & 4 & + & \end{array}$$

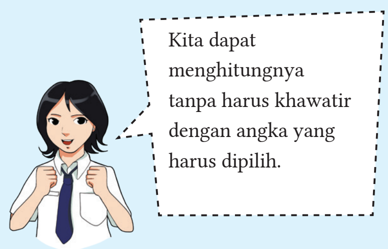
Kalikan angka satuan.

Kalikan angka puluhan dengan angka satuan secara diagonal.

$$\begin{array}{ccc} 3 & & 4 \\ & \times & \\ 5 & & 6 \end{array}$$

Untuk perhitungan ini, jika kita nyatakan bilangan-bilangan asli 2 angka sebagai $10a + b$, dan $10c + d$, dan menghitungnya seperti berikut, maka kita dapat memahami bahwa hal ini benar.

$$\begin{aligned} &(10a + b)(10c + d) \\ &= 100ac + 10ad + 10bc + bd \\ &= 100ac + 10(ad + bc) + \mathrm{bd} \end{aligned}$$



Dengan kata lain, seperti pada perhitungan-perhitungan di atas, kita menyederhanakan penulisan *ac* dari nilai tempat ratusan, *ad* + *bc* dari nilai tempat puluhan, dan *bd* dari nilai tempat satuan, dan tentukan jumlahnya.

1 Dengan menggunakan cara ini, hitunglah.

(1) 67 × 23 (2) 54 × 32 (3) 17 × 18

Dalam mengalikan bilangan asli dua digit seperti 34 × 36, jika bilangan-bilangan dalam nilai tempat puluhan besarnya sama dan jumlah dari bilangan-bilangan satuan adalah sepuluh, maka kita dapat dengan mudah menggunakan cara berikut.

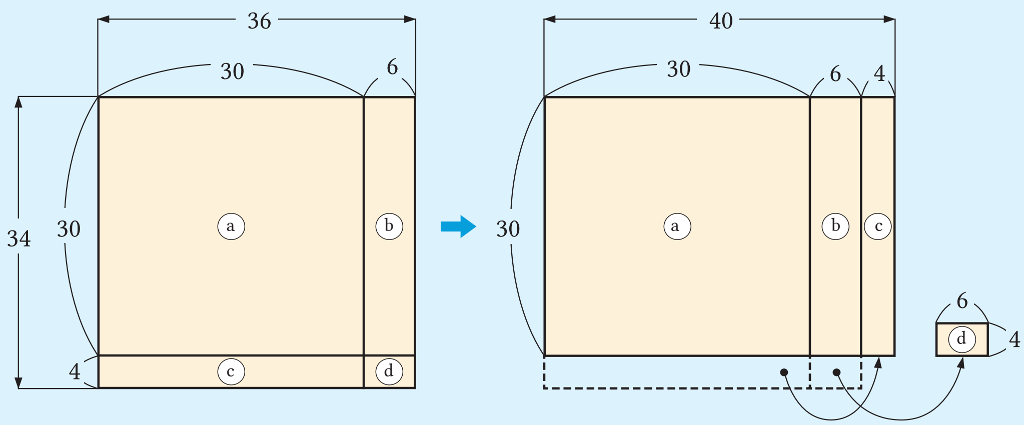
$$\begin{array}{r} 3\ 4 \\ 3\ 6 \\ \hline 1\ 2\ |\ 2\ 4 \end{array} \times$$

$3 \times (3 + 1)$ $\quad$ 4×6

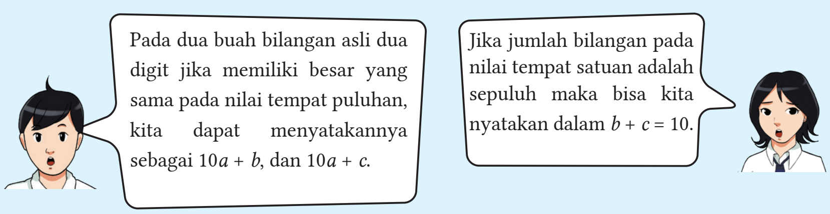
2 Dengan menggunakan cara tersebut, hitunglah 63 × 67 dan 78 × 72

$$\begin{array}{r} 6\ 3 \\ 6\ 7 \\ \hline \end{array} \times \qquad \begin{array}{r} 7\ 8 \\ 7\ 2 \\ \hline \end{array} \times$$

3 Buktikan bahwa 34 × 36 dapat dihitung dengan menggunakan cara di atas dengan menggunakan bangun berikut.



4 Buktikan bahwa perhitungan yang kamu lakukan dari soal nomor 2 adalah benar menggunakan pernyataan Aljabar.

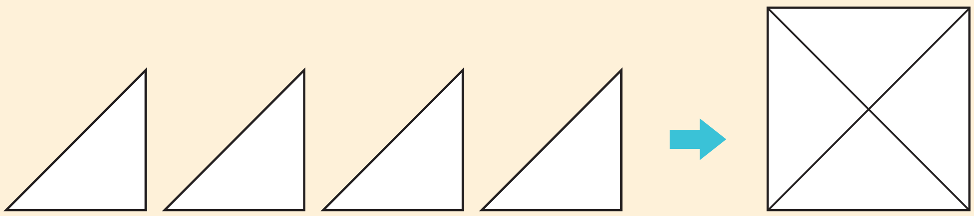


KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Sukarman
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 2 Akar Kuadrat

Berapakah panjang satu sisi dari suatu persegi?

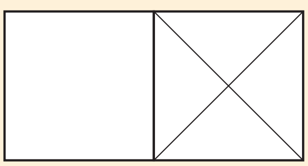
Ketika kita belajar bagaimana membuat bentuk-bentuk bangun datar di Sekolah Dasar, kita menyusun 4 buah segitiga sama kaki untuk membuat sebuah persegi.



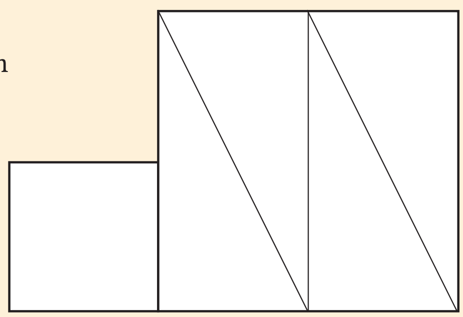
Catatan Sebuah segitiga sama kaki yang salah satu sudutnya siku-siku disebut segitiga siku-siku sama kaki

Kita akan membuat sebuah persegi yang besar dengan menggabungkan dua buah persegi. Bagilah salah satu dari persegi itu menjadi 4 segitiga, seperti tampak pada gambar (1) dan (2) berikut. Cobalah untuk membuat sebuah persegi yang luas dengan menyusun potongan-potongan tersebut.

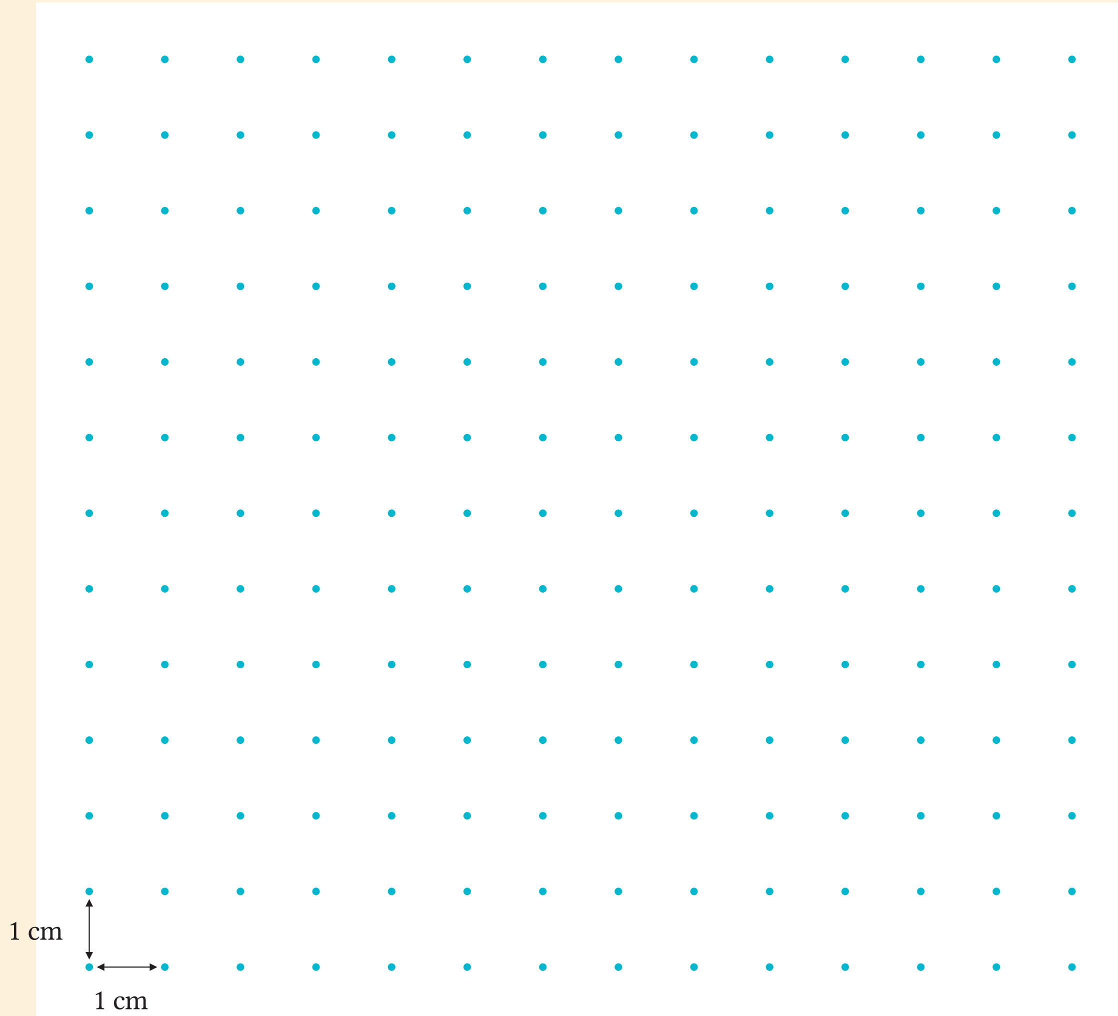
(1) Dua buah persegi dengan ukuran yang sama.



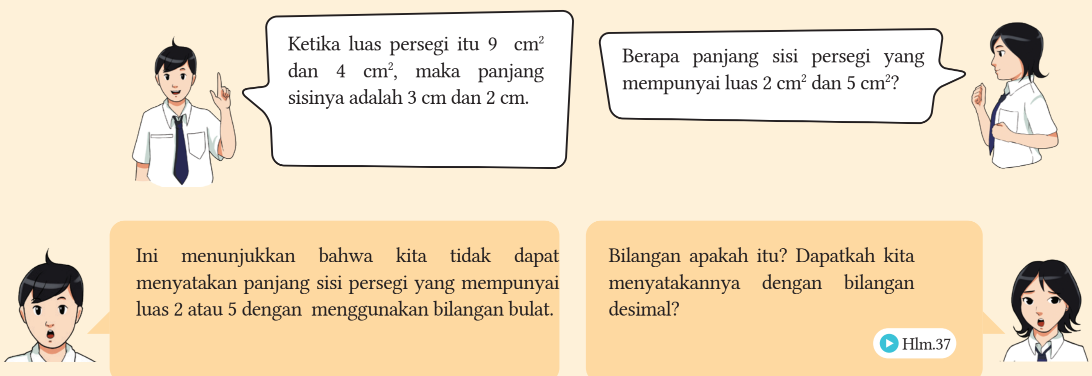
(2) Dua buah persegi dengan ukuran berbeda.



1 Dengan menggunakan pertimbangan dari gambar ① dan ② di halaman sebelumnya, gunakan kisi-kisi berikut untuk menggambar sebuah persegi dengan luas 1 cm^2, 2 cm^2, 4 cm^2, 5 cm^2, 8 cm^2, 9 cm^2, and 10 cm^2.



2 Ukurlah panjang salah satu sisi dari masing-masing persegi yang kamu gambar di atas 1.

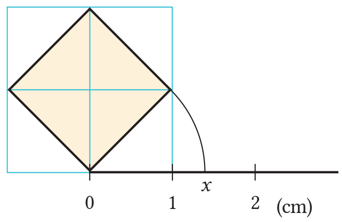


1 Bentuk Akar Kuadrat

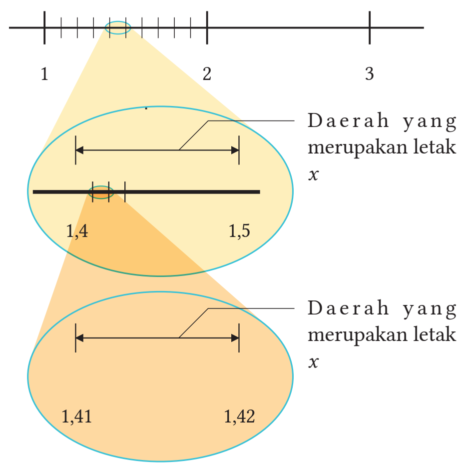
1 Bentuk Akar Kuadrat

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelidiki bilangan-bilangan yang apabila dikuadratkan menjadi 2 atau 5.

Q Apabila kita misalkan x adalah panjang sisi persegi yang luasnya 2 cm², maka diperoleh persamaan $x^2 = 2$. Bilangan yang bersesuaian dengan x adalah "bilangan positif yang kalau dikuadratkan sama dengan 2". Mari kita pertimbangkan ukurannya.



Jika secara detail kita amati nilai x dari **Q** dan karena $1{,}4^2 = 1{,}96$, dan $1{,}5^2 = 2{,}25$, maka $1{,}4 < x < 1{,}5$.
Oleh karena $1{,}41^2 = 1{,}9881$, dan $1{,}42^2 = 2{,}0164$, maka $1{,}41 < x < 1{,}42$.
Jadi, kita tahu bahwa nilai dari tempat desimal pertama dari x adalah 4 dan tempat desimal kedua adalah 1.



Soal 1

Berdasarkan penjelasan di atas, tentukan nilai tempat desimal ke-3 dari permasalahan di atas.

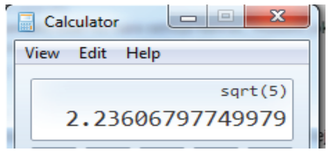
Melanjutkan perhitungan di atas, pendekatan nilai x dari **Q** adalah 1,4142135623730950488016887242209 …

dan banyaknya angka tersebut adalah tak berhingga.
Kita nyatakan "bilangan yang kalau dikuadratkan sama dengan 2" dengan lambang $\sqrt{\ }$, $\sqrt{2}$
Lambang $\sqrt{\ }$ disebut lambang akar atau *akar kuadrat*, dan $\sqrt{2}$ dibaca "akar kuadrat dari 2". Kita dapat menyatakan panjang sisi sebuah persegi dengan luas 2 cm², dengan $\sqrt{2}$.

Soal 2

Dengan menggunakan cara di halaman sebelumnya, tentukan nilai pendekatan dari $\sqrt{5}$ sampai dua tempat desimal.

Pendekatan dari $\sqrt{5}$ dapat juga ditentukan dengan tombol $\sqrt{\ }$ pada kalkulator. Dengan menekan tombol 5 diikuti dengan tombol $\sqrt{\ }$ kita akan mendapatkan tampilan seperti di samping.
Kita juga dapat menentukan pendekatan 3 tempat desimal dengan membulatkan tempat desimal yang ke-4.



Soal 3

Dengan menggunakan tombol $\sqrt{\ }$ pada kalkulator, tentukan pendekatan sampai 3 tempat desimal dari bilangan-bilangan berikut ini.

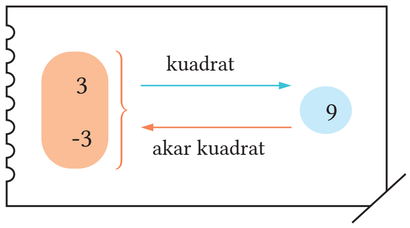
(1) $\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{7}$ (3) $\sqrt{10}$ (4) $\sqrt{30}$

Bilangan yang jika Dikuadratkan Sama Dengan *a*

Contoh 1

"Bilangan yang kalau dikuadratkan hasilnya 9" adalah x,
sedemikian sehingga memenuhi $x^2 = 9$.
$3^2 = 9$, $(-3)^2 = 9$.
Oleh karena itu, terdapat dua bilangan yang jika dikuadratkan hasilnya adalah 9, yaitu bilangan positif 3 dan bilangan negatif 3.

Jika kuadrat dari suatu bilangan x adalah a, atau jika $x^2 = a$, maka akar kuadrat dari a adalah x.
Oleh karena itu, 3 dan −3 adalah akar-akar kuadrat dari 9.



Soal 4

Tentukan akar-akar kuadrat bilangan berikut.

(1) 1 (2) 16 (3) 81 (4) $\frac{9}{100}$ (5) 0,25

Ketika a adalah sebuah bilangan positif, kita dapat menyatakan akar kuadrat dari a menggunakan lambang akar, akar positif adalah $\sqrt{a}$, dan akar negatif adalah $-\sqrt{a}$.

Contoh 2

Akar kuadrat dari 2 adalah $\sqrt{2}$ dan $-\sqrt{2}$.

Catatan Kita dapat menuliskan $\sqrt{2}$ dan $-\sqrt{2}$ sekaligus dengan menuliskannya $\pm\sqrt{\ }$ (dibaca: "plus minus akar 2")

Soal 5

Nyatakan akar-akar kuadrat dari bilangan berikut menggunakan lambang akar.

(1) 3 (2) 7 (3) 0,8 (4) $\frac{5}{3}$

Bilangan apapun yang kita kuadratkan tidak akan pernah menghasilkan bilangan negatif. Oleh karena itu, tidak terdapat akar kuadrat dari bilangan negatif. Satu-satunya bilangan yang kalau dikuadratkan hasilnya nol adalah nol itu sendiri.

PENTING

Akar Kuadrat

1. Terdapat dua bilangan akar kuadrat dari sebuah bilangan positif, yang satu positif dan yang lain adalah negatif.
2. Akar kuadrat dari 0 adalah 0.

Akar kuadrat dari 9, jika kita gunakan lambang akar, dapat kita tuliskan $\sqrt{9}$ dan $-\sqrt{9}$ dan hasilnya adalah 3 dan –3. Dalam hal ini, di antara bilangan-bilangan yang dinyatakan dengan menggunakan tanda akar, ada bilangan-bilangan yang dapat dinyatakan tanpa lambang akar. Selain itu, karena akar kuadrat 0 adalah 0, $\sqrt{0}$ maka $= 0$.

Contoh 3

(1) $\sqrt{16} = 4$

$-\sqrt{16} = -4$

(2) $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49}$

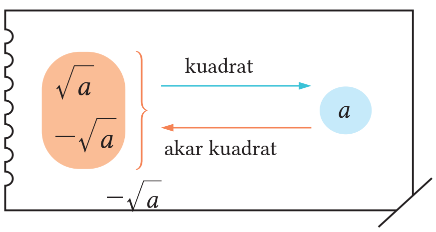
$= 7$

Soal 6

Nyatakan bilangan berikut ini tanpa menggunakan tanda akar.

(1) $(\sqrt{7})^2$ (2) $-(\sqrt{7})^2$ (3) $(\sqrt{0,5})^2$ (4) $\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2$

Bila a adalah sebuah bilangan positif, $\sqrt{a}$ dan $-\sqrt{a}$ adalah akar-akar kuadrat dari a. Jadi, yang manapun yang dikuadratkan akan sama dengan a.



$$(\sqrt{a})^2 = a \text{ dan } (-\sqrt{a})^2 = a$$

Soal 7

Temukan bilangan-bilangan berikut.

(1) $(\sqrt{7})$ (2) $-(\sqrt{10})^2$ (3) $(\sqrt{0,5})^2$ (4) $\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2$

Sebagai sebuah bilangan baru, yang bertanda $\sqrt{\ }$. Juga untuk bilangan yang memiliki $\sqrt{\ }$. Saya berharap, kita dapat membandingkan bilangan-bilangan yang telah kita pelajari.

Hlm.40

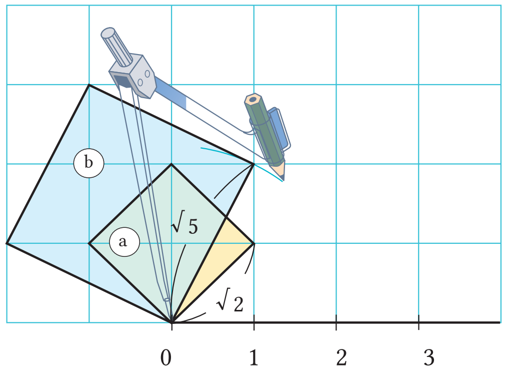
Apakah bedanya dengan bilangan-bilangan yang sudah kita pelajari sejauh ini?

Hlm.41

2 Membandingkan Akar Kuadrat

•Tujuan• Mari kita bandingkan akar-akar kuadrat

Dari dua buah persegi ⓐ dan ⓑ pada gambar di samping, gunakan sebuah jangka untuk mendapatkan panjang sisi sebesar $\sqrt{2}$ dan $\sqrt{5}$. Tempatkanlah panjang kedua sisi itu pada garis bilangan dan bandingkan panjangnya.



Jika kita misalkan x adalah luas persegi dan apabila x bertambah besar, maka panjang sisi persegi $\sqrt{x}$ juga akan bertambah besar. Secara umum, pernyataan berikut berlaku ini untuk membandingkan akar kuadrat.

Berpikir Matematis

Ketika membandingkan $\sqrt{2}$ dan $\sqrt{5}$, kita dapat menyajikan mereka pada suatu garis bilangan seperti bilangan yang telah kita pelajari sejauh ini.

PENTING

Membandingkan Akar Kuadrat

Ketika a dan b bilangan positif, jika $a < b$, maka $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

Contoh 1

(1) $\sqrt{13}, \sqrt{15}$

karena $13 < 15$,

$\sqrt{13} < \sqrt{15}$

(2) $5, \sqrt{24}$

$5 = \sqrt{5^2} = \sqrt{25}$

karena $25 > 24$,

$\sqrt{25} > \sqrt{24}$

karena itu $5 > \sqrt{24}$

(3) $-\sqrt{2}, -\sqrt{5}$

karena $\sqrt{2} < \sqrt{5}$

$-\sqrt{2} > -\sqrt{5}$

Soal 1

Gunakan lambang ketidaksamaan untuk membandingkan pasangan bilangan berikut.

(1) $\sqrt{17}, \sqrt{12}$ (2) $6, \sqrt{32}$ (3) $\sqrt{120}, 11$

(4) $-\sqrt{6}, -\sqrt{17}$ (5) $-3, -\sqrt{8}$ (6) $4, \sqrt{14}, \sqrt{19}$

Dapatkah kita menggunakan empat macam operasi hitung untuk bilangan-bilangan di bawah tanda $\sqrt{\ }$ seperti yang sudah kita lakukan dengan bilangan-bilangan lain? Hlm.44, 49, 51

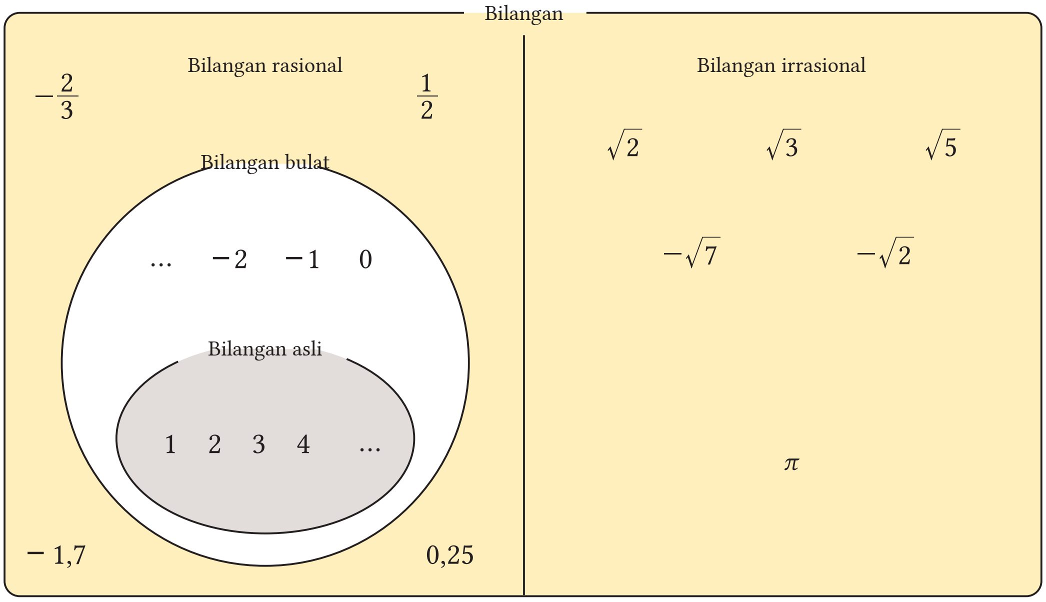
3 Bilangan Rasional dan Bilangan Irrasional

Tujuan Menentukan rentangan bilangan-bilangan bentuk akar kuadrat.

Nyatakan bilangan-bilangan berikut menggunakan bentuk pecahan.

(1) 3 (2) -5 (3) 0,25 (4) $-1{,}7$

Misalkan m dan n adalah bilangan bulat dan $n \neq 0$, maka bilangan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{m}{n}$ disebut bilangan rasional.
Sebagai contoh, kita dapat menyatakan 3 sebagai $\frac{3}{1}$, dan 0,25 sebagai $\frac{1}{4}$. Jadi, 3 dan 0,25 adalah bilangan rasional.
Di sisi lain, kita tahu bahwa $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, dan $\sqrt{5}$ tidak dapat dinyatakan sebagai bentuk pecahan. Bilangan-bilangan ini disebut bilangan-bilangan irasional. π juga adalah suatu bilangan irasional.

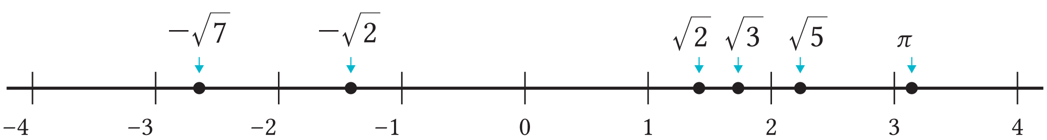


Soal 1

tentukan mana sajakah yang merupakan bilangan rasional atau bilangan irasional dari bilangan di bawah ini!

$\frac{12}{7}$ -0,09 $\sqrt{6}$ $\sqrt{25}$ $-\sqrt{3}$ $\frac{9}{4}$

Bilangan irrasional dapat dinyatakan pada garis bilangan, seperti pada bilangan rasional, berikut ini.



Mari kita pikirkan bagaimana menyatakan bilangan rasional dan bilangan irrasional dalam bentuk desimal.

Q Nyatakan bilangan berikut ini sebagai pecahan desimal.

(1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{7}{8}$ (3) $\frac{5}{11}$ (4) $\frac{4}{7}$

Bentuk desimal yang hasilnya di belakang tanda koma terbatas disebut desimal terbatas atau desimal berhingga. Sedangkan bentuk desimal yang di belakang koma tak terbatas disebut desimal tak terbatas atau desimal tak berhingga. Di luar desimal yang tak berhingga, yang mempunyai bilangan berulang disebut desimal berulang. Jika kita menyatakan bilangan rasional lain selain bilangan bulat sebagai desimal, mereka akan merupakan desimal berhingga atau desimal berulang.

Di sisi lain, kita dapat menyatakan bilangan irrasional sebagai desimal, sebagai berikut.

Desimal Berhingga

$\frac{2}{5} = 0,4$

$\frac{7}{8} = 0,875$

Desimal Berulang

$\frac{5}{11} = 0,454545454545 \ldots$

$\frac{4}{7} = 0,571428571428571428 \ldots$

Lihat halaman Hlm.43

$\sqrt{3}$ = 1,7320508075688772 9352…
$\sqrt{5}$ = 2,2360679774997896 9640…

Semuanya berbentuk desimal tidak berulang dan tidak berakhir.

- Bilangan real
  - Bilangan rasional
    - Bilangan bulat
      - Bilangan bulat positif (Bilangan positif)
      - 0
      - Bilangan bulat negatif
    - Pecahan (Bilangan rasional selain bilangan bulat) .... Desimal berhingga / Desimal berulang
  - Bilangan irrasional .... Desimal tidak berulang dan tidak berhingga

Cermati

Bagaimana Mengingat Pendekatan Nilai Akar Kuadrat di Jepang?

$\sqrt{2} = \overset{hito}{1}, \overset{yo}{4}\ \overset{hito}{1}\ \overset{yo}{4}\ \overset{ni}{2}\ \overset{hito}{1}\ \overset{mi}{3}\ \overset{go}{5}\ \overset{ro}{6} \ldots$(*hitoyo hitoyo ni hito migoro*)

$\sqrt{3} = \overset{hito}{1}, \overset{na}{7}\ \overset{mi}{3}\ \overset{ni}{2}\ \overset{o}{0}\ \overset{go}{5}\ \overset{re}{0}\ \overset{ya}{8} \ldots$(*hitonami ni ogoreya*)

$\sqrt{5} = \overset{fu}{2}, \overset{ji}{2}\ \overset{san}{3}\ \overset{roku}{6}\ \overset{ou}{0}\ \overset{mu}{6}\ \overset{na}{7}\ \overset{ku}{9} \ldots$(*fujisan rokuoumu naku*)

Mari Kita Periksa

1 Bentuk Akar Kuadrat

1
Akar Kuadrat
[Hlm. 38] Cth. 1 Cth. 2

Tentukan akar kuadrat dari bilangan-bilangan berikut.

(1) 36 (2) 17 (3) $\frac{9}{25}$ (4) 0,6

2
Akar Kuadrat
[Hlm. 39] Cth. 3 S 7

Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk akar.

$\sqrt{81}$ (2) $-\sqrt{4}$ (3) $(\sqrt{5})^2$ (4) $-(\sqrt{2.4})^2$

3
Membandingkan Akar Kuadrat
[Hlm. 40] Cth. 1

Bandingkan setiap pasangan bilangan berikut menggunakan tanda ketidaksamaan.

(1) $\sqrt{15}, \sqrt{14}$ (2) $-\sqrt{12}, -\sqrt{10}$ (3) $\sqrt{35}, \sqrt{37}, 6$

4
Bilangan Rasional dan Irasional
[Hlm. 41] S 1

Kelompokkan bilangan-bilangan berikut ke dalam bilangan rasional atau irrasional.

$\sqrt{5}$, $-\sqrt{9}$, $\frac{3}{2}$, $-0,7$, $-\sqrt{30}$

Cermati

Desimal Berulang

Berdasarkan pembelajaran sebelumnya, jika kita nyatakan bilangan rasional menggunakan desimal, maka akan berbentuk desimal berhingga atau desimal berulang. Contoh: $\frac{1}{3}$ dan $\frac{4}{7}$ menjadi desimal berulang. Kita dapat menyatakan desimal berulang dengan meletakkan sebuah tanda • di atas angka pertama atau angka terakhir dari urutan berulangnya, seperti berikut.

$$\frac{1}{3} = 0,333333... = 0,\dot{3} \qquad \frac{4}{7} = 0,571428571428571428... = 0,\dot{5}7142\dot{8}$$

Selanjutnya, perhatikan bagaimana kita mengubah desimal berulang ke bentuk pecahan, kita gunakan 0,27 sebagai contoh.

jika kita misalkan 0,27 adalah x, maka $x = 0,272727...$ ①

jika kedua ruas dikali 100, kita dapatkan $100x = 27,272727...$ ②

Kurangkan kedua ruas dari 1 dan 2, kita dapatkan $99x = 27$

$$x = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$$

$$\begin{array}{rcl} 100x &=& 27,272727... \\ x &=& 0,272727... \\ \hline 99x &=& 27 \end{array} \quad -$$

Gunakan cara di atas, untuk mengubah desimal berulang 0,14 dan 0,729 ke dalam bentuk pecahan.

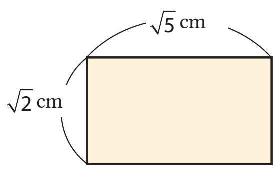
2 Perhitungan Akar Kuadrat

1 Perkalian dan Pembagian Akar Kuadrat

Tujuan Menentukan hasil perkalian dan pembagian dari akar kuadrat.

Menentukan Hasil Perkalian dan Pembagian dari Akar Kuadrat

Q Gambar di samping adalah sebuah persegi panjang dengan panjang $\sqrt{5}$ dan $\sqrt{2}$ lebar. Dengan menggunakan nilai-nilai pendekatan $\sqrt{5}$ dan $\sqrt{2}$, tentukan hasil pendekatan luas persegi panjang itu. Bandingkan nilai itu dengan pendekatan nilai $\sqrt{10}$.



Mari kita cek, jika kita nyatakan bahwa $\sqrt{2 \times 5} = \sqrt{2} \times \sqrt{5}$

$\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ adalah sebuah bilangan positif, dan apabila kita kuadratkan maka akan kita dapatkan berikut ini:

$$\begin{aligned}
(\sqrt{2} \times \sqrt{5})^2 &= (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) \\
&= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \\
&= (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{5})^2 \\
&= 2 \times 5
\end{aligned}$$

$$(\sqrt{2} \times \sqrt{5})^2 = 2 \times 5$$

Akar kuadrat positif

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$$

Oleh karena itu, $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ adalah akar kuadrat dari 2 × 5, dengan kata lain, $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$

Soal 1

Periksa apakah $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$ dengan cara sama seperti di atas.

Secara umum, berikut ini adalah pernyataan yang berlaku untuk hasil kali dan hasil bagi dari bilangan-bilangan yang memuat bentuk-bentuk akar.

PENTING **Hasil Kali dan Hasil Bagi dari bilangan-bilangan yang memuat bentuk-bentuk akar.**

Jika a dan b adalah bilangan-bilangan positif, maka berlaku pernyataan berikut:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \quad ; \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Catatan Kita juga dapat menuliskan : $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ menjadi $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$

Contoh 1

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7}$
$= \sqrt{21}$

(2) $\sqrt{45} : \sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{3}}$
$= \sqrt{\dfrac{45}{3}}$
$= \sqrt{15}$

Soal 2

Hitung.

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$ (2) $\sqrt{13} \times \sqrt{7}$ (3) $\sqrt{6} \times \sqrt{11}$

(4) $\sqrt{6} : \sqrt{3}$ (5) $\sqrt{35} : \sqrt{5}$ (6) $\sqrt{150} : \sqrt{30}$

Pengubahan Bilangan-Bilangan yang Memuat Bentuk Akar Kuadrat

$a \times \sqrt{b}$ dan $\sqrt{b} \times a$ biasanya ditulis dalam bentuk $a\sqrt{b}$.

Contoh 2

$2\sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2}$
$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{2}$
$= \sqrt{2^2 \times 2}$
$= \sqrt{8}$

Ketika a dan b adalah bilangan-bilangan positif, maka berlaku pernyataan berikut:

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \times b}$$

Soal 3

Ubahlah bilangan-bilangan berikut dalam bentuk $\sqrt{a}$

(1) $2\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{2}$ (3) $4\sqrt{5}$ (4) $3\sqrt{7}$

Contoh 3

(1) $\sqrt{24}$
$= \sqrt{2^2 \times 6}$
$= \sqrt{2^2} \times 6$
$= 2\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{180}$
$= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5}$
$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5}$
$= 2 \times 3 \times \sqrt{5}$
$= 6\sqrt{5}$

Ulasan

2) 180
2) 90
3) 45
3) 15
5

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

Hlm.15

Ketika bilangan-bilangan di bawah tanda akar kuadrat memuat sebuah kuadrat dari suatu bilangan a sebagai salah satu faktornya, kita dapat mengubah bilangan itu ke dalam bentuk $a\sqrt{b}$ dengan menyederhanakan bilangan di bawah tanda akar kuadrat.

Belajar dari contoh 3, ubahlah bilangan berikut ini ke dalam bentuk $a\sqrt{b}$.

Soal 4

(1) $\sqrt{28}$ (2) $\sqrt{54}$ (3) $\sqrt{48}$ (4) $\sqrt{300}$

Contoh 4

(1) $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\sqrt{0,07} = \sqrt{\frac{7}{100}}$
$= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{100}}$
$= \frac{\sqrt{7}}{10}$

Soal 5

Belajar dari contoh 4, sederhanakan bentuk dari bilangan-bilangan berikut:

(1) $\sqrt{\frac{2}{9}}$ (2) $\sqrt{\frac{13}{25}}$ (3) $\sqrt{0,02}$ (4) $\sqrt{0,37}$

Merasionalkan Penyebut

Misalkan 1, 444, tentukan nilai pendekatan dari $\frac{1}{\sqrt{2}}$ dan $\frac{\sqrt{2}}{2}$ bandingkan kedua hasilnya.

Untuk bilangan-bilangan dengan penyebut berbentuk akar kuadrat seperti $\frac{1}{\sqrt{2}}$ jika kita kalikan pembilang dan penyebutnya dengan bilangan yang sama dan kita ubah bentuk penyebutnya ke dalam bentuk tanpa akar kuadrat, maka akan menjadi lebih mudah untuk menentukan nilai pendekatannya.

Contoh 5

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
$= \frac{\sqrt{6}}{2}$

(2) $\frac{2}{2\sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{6}}{2\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$
$= \frac{2 \times \sqrt{6}}{2 \times 6}$
$= \frac{\sqrt{6}}{6}$

Soal 6

Rasionalkan penyebutnya:

(1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$ (3) $\frac{6}{5\sqrt{3}}$ (4) $\frac{12}{\sqrt{45}}$

Soal 7

Misalkan $\sqrt{3} = 1,732$, tentukan nilai dari $\frac{6}{\sqrt{3}}$.

Perkalian Akar Kuadrat

Contoh 6

$3\sqrt{2} \times \sqrt{6}$

$= 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{6}$

$= 3 \times \sqrt{12}$

$= 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3}$

$= 3 \times 2\sqrt{3}$

$= 6\sqrt{3}$

Kalikan keduanya dengan bentuk akar kuadrat

Sederhanakan bilangan di bawah tanda akar kuadrat

Kalikan kedua bilangan bulat sekaligus

Catatan Pada hasil perhitunganmu, usahakan agar di bawah tanda akar kuadrat itu diperoleh bilangan asli yang paling kecil

Soal 8 Diskusi

Dina menghitung perkalian: $3\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ dari contoh 6 seperti terlihat di samping. Jelaskan cara yang gunakan oleh Dina.

$3\sqrt{2} \times \sqrt{6}$

$3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{6}$

$3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$

$3 \times 2 \times \sqrt{3}$

$6\sqrt{3}$

Soal 9

Hitunglah.

(1) $5\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

(2) $4\sqrt{2} \times 6\sqrt{7}$

(3) $\sqrt{6} \times 4\sqrt{3}$

(4) $2\sqrt{2} \times (-3\sqrt{10})$

Pembagian Bentuk Akar Kuadrat

Contoh 7

(1) $6\sqrt{15} : 2\sqrt{3} = \dfrac{6\sqrt{15}}{2\sqrt{3}}$

$= 3 \times \sqrt{\dfrac{15}{3}}$

$= 3\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{3} : \sqrt{5} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

$= \dfrac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$

$= \dfrac{\sqrt{15}}{5}$

Catatan Ketika hasilnya berbentuk pecahan, rasionalkan penyebutnya.

Soal 10

Hitunglah.

(1) $8\sqrt{14} : \sqrt{7}$

(2) $-(12\sqrt{6}) : 3\sqrt{2}$

(3) $2\sqrt{10} : \sqrt{6}$

(4) $\dfrac{3\sqrt{2}}{8} : \dfrac{\sqrt{5}}{4}$

Cobalah

Hlm.56
Pengayaan 3-1

Pendekatan Nilai Akar Kuadrat

Tentukan nilai pendekatan bilangan berikut ini sampai empat tempat desimal. Sebutkan apa yang kamu cermati dari hasil-hasil ini.

$\sqrt{0,03}$		$\sqrt{0,3}$	
$\sqrt{3}$		$\sqrt{30}$	
$\sqrt{300}$		$\sqrt{3000}$....	

Berpikir Matematis

Gunakan hasil yang kita peroleh dari pendekatan nilai spesifik, tentukan hubungan di antara bilangan di bawah tanda akar dan posisi titik desimalnya.

Jika kita amati hasil berikut ini, terlihat bahwa ketika titik desimal pada bilangan di bawah tanda akar kuadrat bergeser dua tempat, posisi titik desimal pada akar kuadrat bilangan baru bergeser satu tempat ke arah yang sama dengan pergeseran tadi.

$$\begin{aligned}&\sqrt{300}\\&= \sqrt{3} \times \sqrt{100}\\&= 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\sqrt{0,03}\\&= \sqrt{3} \times \sqrt{\frac{1}{100}}\\&= \frac{\sqrt{3}}{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{0,03} &= 0,17321\\ \sqrt{3} &= 1,7321\\ \sqrt{300} &= 17,32\end{aligned}$$

Soal 11

Misalkan $\sqrt{5} = 2,236$ dan $\sqrt{50} = 7,071$ tentukan nilai pendekatan dari bilangan berikut.

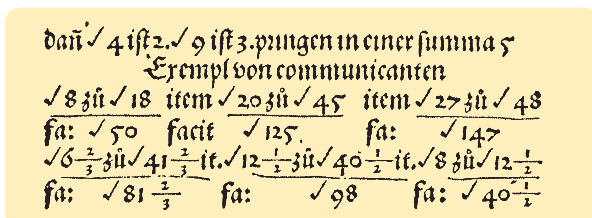
(1) $\sqrt{500}$ (2) $\sqrt{5000}$ (3) $\sqrt{0,5}$ (4) $\sqrt{0,05}$

Cermati

Asal Mula Istilah "Akar Kuadrat"

Akar Kuadrat dalam bahasa Inggris berasal dari kata *square* yang artinya "akar" dan *root* yang artinya "kuadrat". Secara harfiah, ini berarti "Akar yang membuat bilangan kuadrat, kembali ke bilangan asalnya". Awal mula kata *akar* berasal dari Bahasa Latin, yaitu *radix* (tanaman akar /*plant root*), yang adalah sebuah terjemahan dari Bahasa Arab al-jidr. Penelitian Matematika yang dikembangkan di Arab menyebar ke Eropa. Lambang akar kuadrat digunakan pertama kali dalam buku Aljabar oleh ahli Matematika Jerman, yaitu Rudolf, yaitu "*Die Coss*" pada tahun 1525. Ini dipercaya bahwa hal ini berdasarkan huruf pertama dari kata *radix*, yaitu *r*.

Pada mulanya, garis mendatar di bagian atas tidak digunakan. Lambang akar kuadrat yang kita gunakan sekarang ini dipakai sejak abad ke-17.

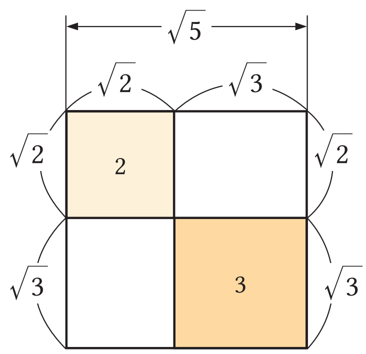


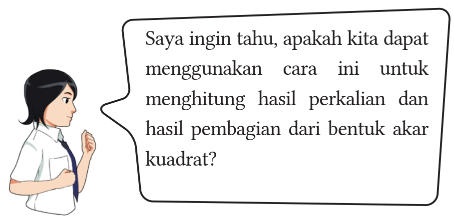
Rudolf's Die Coss:
Digunakan sebagai simbol akar atau akar kuadrat.

2 Penjumlahan dan Pengurangan yang Memuat Akar Kuadrat

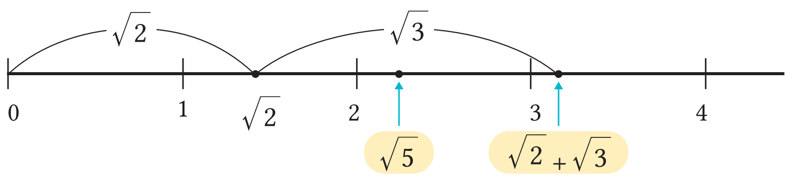
Tujuan Melakukan penjumlahan dan pengurangan yang memuat akar kuadrat.

Q Dapatkah kita katakan bahwa jumlah dari $\sqrt{2}$ dan $\sqrt{3}$ adalah $\sqrt{5}$?
Pikirkanlah hal ini dengan menyusun persegi-persegi dengan luas 2 dan 3, seperti tampak pada gambar.





$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ adalah sebuah bilangan yang tidak dapat disederhanakan lagi.



Sebaliknya, ketika bilangan di bawah tanda akar kuadrat adalah sama, seperti pada $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$, kita dapat menyederhanakannya dengan menggunakan sifat distributif sebagai berikut.

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$$
$$(3 + 4)\sqrt{2}$$
$$7\sqrt{2}$$

$$3a + 4a = (3+4)a$$
$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (3+4)\sqrt{2}$$

Contoh 1

(1) $4\sqrt{2}-7\sqrt{2}$

$=(4-7)\sqrt{2}$

$=-3\sqrt{2}$

(2) $5\sqrt{2}+\sqrt{3}-2\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

$=(5-2)\sqrt{2}+(1+4)\sqrt{3}$

$=3\sqrt{2}+5\sqrt{3}$

Soal 1

Hitung.

(1) $5\sqrt{3}+2\sqrt{3}$

(2) $6\sqrt{5}-9\sqrt{5}+2\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{2}+\sqrt{7}=3\sqrt{2}+\sqrt{7}$

(4) $-2\sqrt{3}+7\sqrt{6}-6\sqrt{6}+4\sqrt{3}$

Contoh 2

(1) $2\sqrt{3}+\sqrt{27}$

$=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}$

$=5\sqrt{3}$

Sederhanakan bilangan di bawah tanda akar kuadrat.

Ulasan

$\sqrt{27}=\sqrt{3^2\times 3}$

$3\sqrt{3}$

Hlm.45

(2) $\sqrt{50}-\sqrt{18}$

$=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$

Soal 2

Hitung.

(1) $\sqrt{7}+\sqrt{28}$

(2) $\sqrt{20}-\sqrt{45}$

15 (3) $\sqrt{27}-\sqrt{12}+2\sqrt{3}$

(4) $4\sqrt{6}-\sqrt{32}+\sqrt{2}-\sqrt{24}$

Contoh 3

$5\sqrt{3}+\dfrac{3}{\sqrt{3}}$

$=5\sqrt{3}+\dfrac{3\sqrt{3}}{3}$

$=5\sqrt{3}+1\sqrt{3}$

$=(5+1)\sqrt{3}$

$=6\sqrt{3}$

Rasionalkan penyebutnya

Ulasan

$\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{3\sqrt{3}}{3}$

$=\sqrt{3}$

Hlm.46

Soal 3

Hitung.

(1) $7\sqrt{2}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}$

(2) $\sqrt{27}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}$

(3) $2\sqrt{5}-\dfrac{5}{\sqrt{5}}+\sqrt{45}$

(4) $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}-\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

Cobalah

Hlm.56
Pengayaan 3-2

Berbagai Perhitungan

Tujuan Menghitung bentuk akar kuadrat menggunakan hukum distributif dan rumus penjabaran.

Contoh 4

$$\begin{aligned}&\sqrt{3}(\sqrt{6}+2\sqrt{3})\\ &=(\sqrt{3}\times\sqrt{6})+(\sqrt{3}\times 2\sqrt{3})\\ &=(\sqrt{3}\times\sqrt{6})+2\sqrt{9}\\ &=\sqrt{18}+2\times 3\\ &=\sqrt{18}+6\\ &=3\sqrt{2}+6\end{aligned}$$

Ulasan

$a(b+c)=ab+ac$

Buku Kelas VII

Soal 4

Hitung.

(1) $\sqrt{2}(\sqrt{7}-\sqrt{3})$ (2) $\sqrt{5}(3+2\sqrt{5})$

(3) $(\sqrt{12}-\sqrt{3})\times\sqrt{3}$ (4) $(\sqrt{18}+\sqrt{8}):\sqrt{2}$

Contoh 5

$$\begin{aligned}&(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+3)\\ &=(\sqrt{5})^2+(2+3)\sqrt{5}+2\times 3\\ &=5+5\sqrt{5}+6\\ &=11+5\sqrt{5}\end{aligned}$$

Ulasan

Kita dapat menggunakan rumus penjabaran (1).

Hlm. 7

Soal 5

Hitung.

(1) $(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}+4)$

(2) $(\sqrt{3}+1)^2$

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2$

(4) $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$

(5) $(2\sqrt{3}-5)(2\sqrt{3}+4)$

Ulasan:

$(x+a)^2$
$=x^2+2ax+a^2$

$(x-a)^2$
$=x^2-2ax+a^2$

$(x+a)(x-a)$
$=x^2-a^2$

Hlm. 8, 9

Soal 6

Selesaikan perhitungan berikut, perhatikan baik-baik urutan pengerjaannya.

(1) $\sqrt{54}-\sqrt{30}:\sqrt{5}$ (2) $5\sqrt{7}+\sqrt{7}(\sqrt{14}-1)$

Cobalah

Hlm. 56
Pengayaan 3-3

Contoh 6 Jika $x = \sqrt{7} - 2$, tentukan nilai dari $x^2 - 4$

Penyelesaian

Cara 1

$$\begin{aligned} & x^2 - 4 \\ &= (\sqrt{7} - 2)^2 - 4 \\ &= 7 - 4\sqrt{7} + 4 - 4 \\ &= 7 - 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

Jawab: $7 - 4\sqrt{7}$

Cara 2

$$\begin{aligned} & x^2 - 4 \\ &= (x + 2)(x - 2) \\ &= (\sqrt{7} - 2 + 2)(\sqrt{7} - 2 - 2) \\ &= \sqrt{7}(\sqrt{7} - 4) \\ &= 7 - 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

Jawab: $7 - 4\sqrt{7}$

Soal 7 Jika $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ dan $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$, tentukan nilai dari bentuk berikut.

(1) xy (2) $x^2 - y^2$ (3) $x^2 + 2xy + y^2$

Di mana kita dapat menggunakan akar kuadrat? Hlm. 53

Cermati

Merasionalisasi Penyebut Menggunakan Penjabaran

Tingkatkan

Tampak pada (1) dari soal 7, perkalian $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ dengan $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ menghasilkan sebuah bilangan yang tidak mengandung bentuk akar. Menggunakan cara ini, kita dapat merasionalkan penyebut dari bilangan berikut.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{1 \times (\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \times (\sqrt{5} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Kita kalikan pembilang dan penyebut dengan $\sqrt{5} - \sqrt{3}$

Coba rasionalkan penyebut dari bilangan-bilangan berikut ini.

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ (2) $\dfrac{2}{\sqrt{7} + 1}$

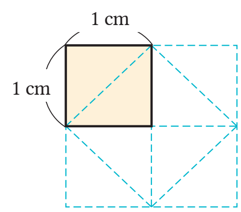
3 Menggunakan Akar Kuadrat

Tujuan Menerapkan perhitungan menggunakan bentuk akar dalam kehidupan sehari-hari.

[Aktivitas Matematika]

Penerapan

Q Berapakah panjang diagonal persegi yang panjang sisinya 1 cm? Jelaskan menggunakan gambar di samping. Selidiki juga persegi yang mempunyai panjang sisi 2 cm.

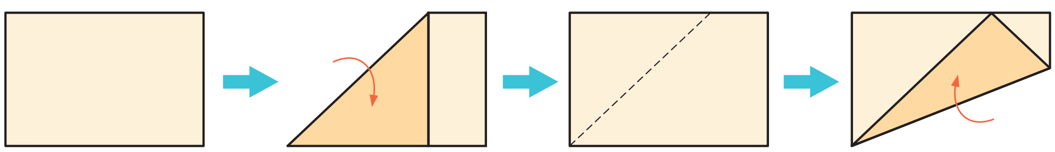


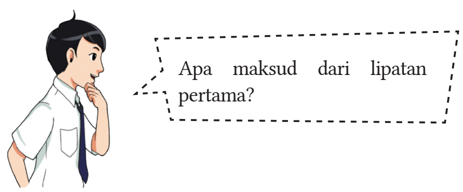
Kita dapat melihat bahwa perbandingan panjang sisi dengan panjang diagonal adalah 1 : $\sqrt{2}$. Dengan menggunakan hal ini, selidiki sifat-sifat dari ukuran kertas yang biasa kita gunakan.

1 Ukurlah panjang dan lebar buku ini, lalu tentukan perbandingan kedua sisinya. Apa yang dapat kamu perkirakan?

Sumber: Dokumen Puskurbuk

2 Buku pelajaran ini menggunakan kertas ukuran B5. Dina memeriksa yang kita selidiki pada 1 tadi dengan melipat kertas B5 tersebut dengan cara seperti berikut. Coba lipatlah sendiri secarik kertas. Jelaskan mengapa kita dapat memeriksa dengan cara tersebut.



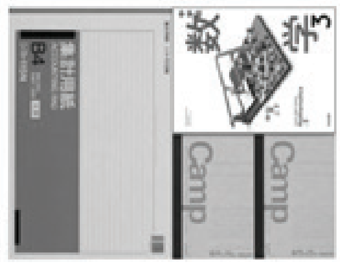


3

Selain ukuran B5, ada ukuran kertas lainnya yang biasa kita gunakan, misalnya ukuran B4, A4, A3, dan seterusnya. Mari kita cek perbandingan kedua sisi dari berbagai macam kertas tersebut.

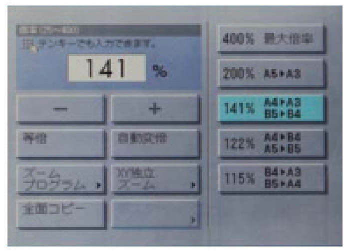
Dari hasil pengecekan pada 1 dan 2 di halaman sebelumnya, dan juga 3 di atas, kita dapat melihat perbandingan dua sisi dari kertas seri A dan seri B, yang biasanya masing-masing mempunyai perbandingan $1 : \sqrt{2}$.

Seperti kita lihat dari gambar di samping, dua buah kertas ukuran B5 bersama-sama dengan kertas berukuran B4. Begitu juga sebaliknya, jika kertas B5 dilipat di tengah-tengah, maka akan diperoleh kertas berukuran B6. Hal yang sama kita terapkan pada kertas seri A.



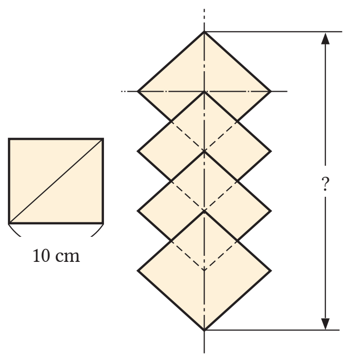
4

Ketika kita menggunakan foto kopi dengan perbesaran 141%, kita dapat memperluas B5 ke B4, dan A4 ke A3, dan seterusnya. Dari hal ini, apa yang dapat kita ketahui tentang ukuran kedua kertas tersebut? Jelaskan hal ini dengan menggunakan gambar di atas.



Soal 1

Buatlah sebuah dekorasi dengan menggabungkan 4 lembar kertas origami berukuran 10 cm sedemikian sehingga pojok dari lembar yang satu menimpa lembar lain seperti tampak pada gambar di samping. Tentukan panjang dekorasi itu seluruhnya.



Soal 2

Sebuah persegi mempunyai ukuran panjang sisi 3 cm dan persegi lain berukuran 7 cm. Untuk membuat sebuah persegi dengan luas sama dengan jumlah dari kedua persegi itu, berapa panjang sisi persegi yang baru? Tentukan jawabanmu teliti sampai mm terdekat.

Mari Kita Periksa

2 Perhitungan Akar kuadrat

1
Mengubah Bilangan yang Memuat Akar Kuadrat
[Hlm. 45] Cth. 2

Ubahlah bilangan berikut dalam bentuk $\sqrt{a}$.

(1) $2\sqrt{5}$ (2) $3\sqrt{6}$ (3) $5\sqrt{3}$

2
Mengubah Bilangan yang Memuat Akar Kuadrat
[Hlm. 45] Cth. 3

Ubahlah bilangan di bawah tanda akar kuadrat ke dalam bentuk bilangan asli yang paling mungkin.

(1) $\sqrt{12}$ (2) $\sqrt{72}$ (3) $2\sqrt{50}$

3
Merasionalkan Penyebut
[Hlm. 46] Cth. 5

Rasionalkan penyebut dari bilangan berikut.

(1) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ (3) $\frac{3}{\sqrt{6}}$

4
Perkalian Bilangan yang Memuat Akar Kuadrat
[Hlm. 47] Cth. 6 Cth. 7

Hitung.

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$ (2) $3\sqrt{2} \times (-4\sqrt{5})$

(3) $\sqrt{42} : \sqrt{7}$ (4) $6\sqrt{18} : \sqrt{6}$

5
Nilai Pendekatan Akar Kuadrat
[Hlm. 48] S 11

Misalkan $\sqrt{6} = 2,449$ dan $\sqrt{60} = 7,746$. Tentukan pendekatan nilai dari bilangan berikut.

(1) $\sqrt{600}$ (2) $\sqrt{0,6}$ (3) $\sqrt{24}$

6
(Perkalian dan Pembagian Bilangan Bentuk Akar Kuadrat
[Hlm. 50] Cth. 1 Cth. 2

Hitung.

(1) $3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{5} - 4\sqrt{3} + 7\sqrt{5} + 3\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{50} - \sqrt{8}$ (4) $\sqrt{12} + \sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

7
Variasi Perhitungan
[Hlm. 51] Cth. 4 Cth. 5

Hitunglah.

(1) $\sqrt{2}(\sqrt{32} - \sqrt{2})$ (2) $(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7})$

Pengayaan 3

→ Perhitungan Akar Kuadrat

Mari kita terapkan pengetahuan kita untuk belajar secara mandiri dan berlatih.

1 Perkalian dan pembagian

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{13}$

(2) $\sqrt{42} : \sqrt{7}$

(3) $\sqrt{24} \times \sqrt{6}$

(4) $\sqrt{50} : \sqrt{2}$

(5) $2\sqrt{5} \times 4\sqrt{2}$

(6) $4\sqrt{3} \times (-\sqrt{15})$

(7) $3\sqrt{5} \times \sqrt{\frac{5}{2}}$

(8) $9\sqrt{6} : 3\sqrt{2}$

(9) $8\sqrt{15} : 2\sqrt{10}$

(10) $\frac{\sqrt{21}}{3} : \frac{\sqrt{7}}{6}$

2 Penjumlahan dan Pengurangan

(1) $3\sqrt{5} \times 4\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{7} - 6\sqrt{7}$

(3) $-2\sqrt{2} + 9\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

(4) $5\sqrt{2} + 4\sqrt{6} - 8\sqrt{2} + \sqrt{6}$

(5) $\sqrt{63} + \sqrt{7}$

(6) $\sqrt{50} - \sqrt{18}$

(7) $\sqrt{18} - 7\sqrt{2} + \sqrt{32}$

(8) $\sqrt{45} + 4\sqrt{5} - \sqrt{20}$

(9) $\frac{6}{\sqrt{2}} + \sqrt{8}$

(10) $\sqrt{24} - \frac{18}{\sqrt{6}}$

(11) $\frac{9\sqrt{15}}{5} + \sqrt{\frac{3}{5}}$

(12) $\sqrt{32} - \frac{4}{\sqrt{2}} + \sqrt{50}$

3 Variasi Perhitungan

(1) $\sqrt{24} + \sqrt{2} \times \sqrt{3}$

(2) $\sqrt{8} \times \sqrt{6} - \sqrt{18} : \sqrt{6}$

(3) $\sqrt{2}(5\sqrt{3} - \sqrt{2})$

(4) $(\sqrt{72} - \sqrt{56}) : \sqrt{8}$

(5) $(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

(6) $(8 - \sqrt{3})(7 + \sqrt{3})$

(7) $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} - 6)$

(8) $(\sqrt{10} + 9)(\sqrt{10} - 9)$

(9) $(\sqrt{19} - \sqrt{13})(\sqrt{19} + \sqrt{13})$

(10) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$

(11) $(\sqrt{7} + 3)^2$

(12) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$

(13) $(2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 4)$

(14) $(3\sqrt{2} - 5)^2$

(15) $(2\sqrt{6} + \sqrt{2})(2\sqrt{6} - \sqrt{2})$

(16) $\left(\frac{4}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right)\left(\frac{4}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}\right)$

(17) $(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 1) + 1$

(18) $\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{3}) - \frac{8}{\sqrt{2}}$

(19) $(\sqrt{5} - 1)^2 + \frac{10}{\sqrt{5}}$

Jawaban pada Hlm.275

BAB 2 Soal Latihan

Jawaban pada Hlm.277

Latihan

1 Tentukan akar kuadrat dari bilangan-bilangan berikut.

(1) 25 (2) 19 (3) 0 (4) 0,16

2 Apakah pernyataan berikut ini benar? Apabila salah, perbaikilah.

(1) $\sqrt{49} = \pm 7$

(2) $(-\sqrt{49})^2 = 6$

(3) $\sqrt{(-2)^2} = -2$

(4) $-\sqrt{14}$ Lebih kecil dari $-\sqrt{15}$

3 Bandingkan pasangan bilangan berikut dan berikan tanda pertidaksamaan.

(1) $4\sqrt{3}$ ... 7

(2) $-\sqrt{17}$ ... $-3\sqrt{2}$

4 Hitunglah.

(1) $3\sqrt{2} \times \sqrt{4}$

(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{3} : \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

(3) $7\sqrt{3} - \sqrt{27}$

(4) $5\sqrt{3} + \sqrt{18} + 2\sqrt{2} - \sqrt{48}$

(5) $\dfrac{10}{\sqrt{5}} + 4\sqrt{5}$

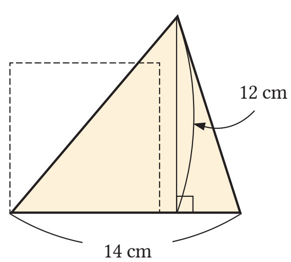
(6) $\sqrt{24} + \sqrt{42} : \sqrt{7}$

(7) $(3 + \sqrt{11})^2$

(8) $(2\sqrt{2} + 5)(5 - 2\sqrt{2})$

5 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Sebuah segitiga mempunyai alas 14 cm dan tinggi 12 cm. Tentukan panjang sisi persegi yang luasnya sama dengan luas segitiga.



(2) Tentukan bilangan asli x sedemikian sehingga $4 < \sqrt{x} < 5$.

(3) Jika $x = 2 + \sqrt{3}$, dan $y = 2 - \sqrt{3}$, tentukan nilai $x^2 + y^2$

Penerapan

1 Bandingkan 4 pasangan bilangan ini dengan menggunakan tanda pertidaksamaan.

$\frac{3}{7}$, $\frac{\sqrt{3}}{7}$, $\frac{3}{\sqrt{7}}$, $\sqrt{\frac{3}{7}}$

2 Rasionalkan penyebutnya.

(1) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$ (2) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

3 Hitunglah.

(1) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ (2) $(\sqrt{2}-\sqrt{6})(\sqrt{2}+\sqrt{6})+(\sqrt{3}+1)^2$

(3) $8\sqrt{3}-\frac{6}{\sqrt{3}}+\sqrt{48}$ (4) $6\sqrt{15} : \sqrt{3}\times\sqrt{5}$

(5) $3\sqrt{6}\times\sqrt{2}-\frac{15}{\sqrt{3}}$

4 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

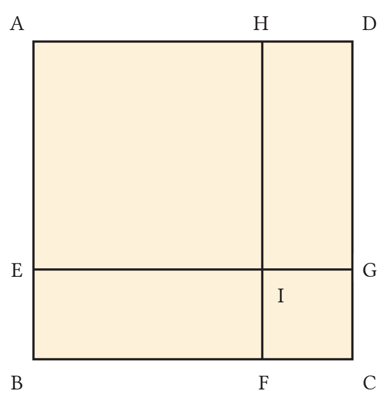
(1) Tentukan n sebagai bilangan asli terkecil sedemikian sehingga $\sqrt{24n}$ menjadi sebuah bilangan asli.

(2) Tentukan bagian bulat dari bilangan $\sqrt{180}$ jika dinyatakan dalam bentuk desimal

(3) Tentukan nilai dari $9x^2 - 6x + 1$ jika $x = \frac{\sqrt{5}+1}{3}$

(4) Tentukan nilai dari $\frac{a-3}{a+2}$, jika kita andaikan a adalah bagian bulat dari bentuk desimal dari $\sqrt{5}$

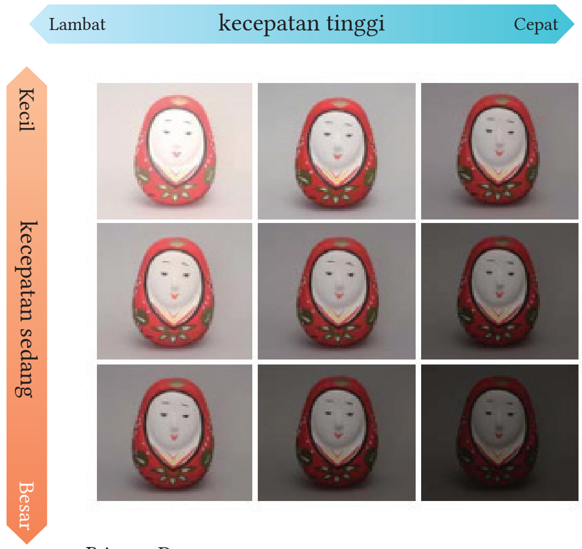
5 Dari gambar di samping, segi empat ABCD dan AEIH adalah persegi dengan luas masing-masing adalah 12 cm^2 dan 6 cm^2. Tentukan luas persegi IFCG.



BAB 2 Soal Ringkasan

Penggunaan Praktis

Ketika kita memotret menggunakan kamera, terdapat gradasi pencahayaan, yang disebut membidik dengan tajam. Bidikan ini ditentukan oleh 2 hal, yaitu bidikan dengan kecepatan tinggi (*shutter speed*) dan dengan kecepatan sedang (*aperture*). Tampak pada gambar di samping, jika *shutter speed* nya sangat tinggi, maka hasil foto tampak lebih cerah. Sedangkan, jika *aperture*, maka luas jumlah cahaya yang masuk menjadi sangat sedikit dan hasil fotonya tampak lebih gelap. Berikut adalah daftar dari gradasi pencahayaan.



Princess Daruma
(Taketa City, Oita Prefecture)

lambat → cepat

Bidikan dengan Kecepatan Tinggi (detik)	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{2000}$

kecil → besar

Bidikan dengan Kecepatan Sedang	F 1	F 1.4	F 2	F 2.8	F 4	F 5.6	F 8	F 11	F 16

1 f-berhenti

Speed, merupakan lamanya rana tetap terbuka. Semakin pendek kecepatan rana semakin cepat kecepatan rana. Dengan mengubah kecepatan rana dari $\frac{1}{15}$ ke $\frac{1}{30}$, lamanya rana tetap terbuka menjadi setengah, sehingga jumlah cahaya yang masuk juga setengah.
Bukaan (*Aperture*) adalah ukuran lubang masuknya cahaya. Dengan membuat ukuran dari bukaan lebih kecil, maka ukuran dari lubang membesar. Jika kita anggap bahwa lubangnya berbentuk lingkaran, dengan mengubah *aperture* 1 langkah dari F16 ke F11, diameter dari lubang menjadi $\sqrt{2}$ kali lebih luas dan jumlah cahaya yang masuk adalah dua kalinya.

1. Berapa kalikah (sebesar apakah) jumlah cahaya yang masuk ke dalam lubang akan bertambah ketika *aperture* berkurang 3 langkah dari F4 ke F1,4 ?

2. Pembukaan yang benar adalah bukaan (*aperture*) F4 dan kecepatan rana $\frac{1}{250}$. Jika kecepatan rana berubah ke $\frac{1}{1000}$, bagaimana yang seharusnya bukaan agar *eksposur* tetap sama?

Pekerjaan Terkait
Juru Kamera

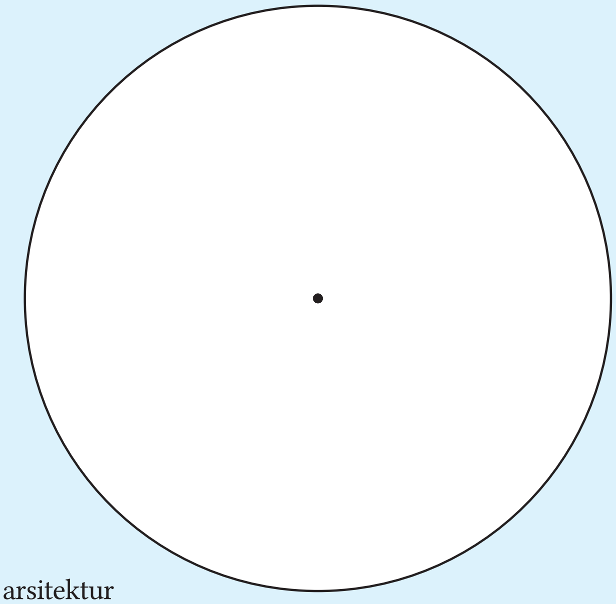
Pendalaman Materi

Seberapa Besar Balok Kayu yang dapat Kita Ambil dari Kayu Bulat?

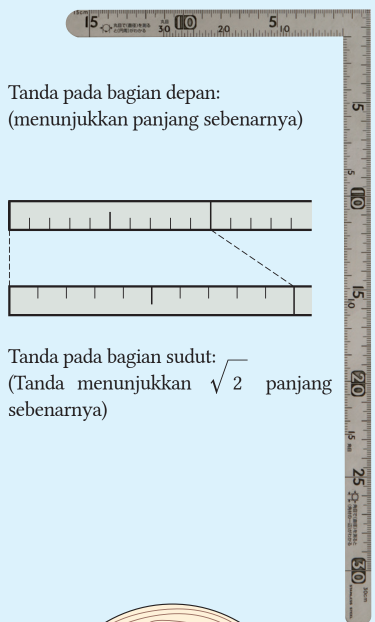
1

Sebuah potongan melintang kayu bulat seperti tampak pada gambar. Dari kayu bulat tersebut, kita akan membuat balok kayu dengan membuat potongan persegi.

Berapa panjang sisi dari balok kayu yang terluas yang bisa dilakukan? Tentukan jawabanmu sampai ke mm terdekat.

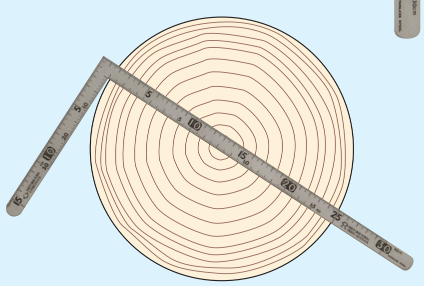


Sebatang penggaris yang biasa dipakai dalam arsitektur seperti tampak pada gambar disebut persegi baja. Sisi depannya diberi tanda yang mewakili panjang sesungguhnya. Pada bagian sudut tanda diletakkan di bagian belakang mewakili $\sqrt{2}$ kali panjang sebenarnya. Sebagai contoh, Jika terdapat 10 pada tanda bagian sudut, maka panjang sebenarnya adalah $\sqrt{2}$ kali panjang sebenarnya yang akan mendekati 14,1 cm.



2

Jika kita mengukur diameter dari batang kayu menggunakan bagian sudut dari persegi baja dan membaca tandanya, kita dapat langsung menentukan panjang dari satu sisi dari balok kayu persegi. Jelaskan mengapa kita perlu melihat kembali nomor 1.



Pekerjaan Terkait

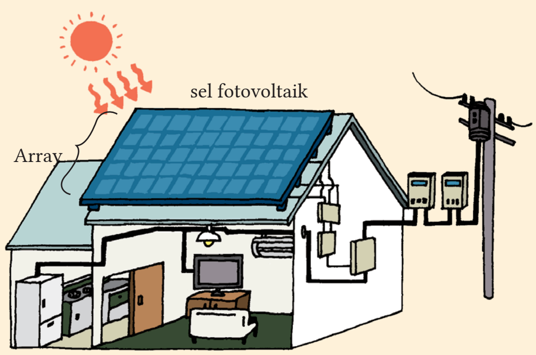
Arsitek dan Tukang Kayu

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Sukarman
ISBN: 978-602-244-205-9

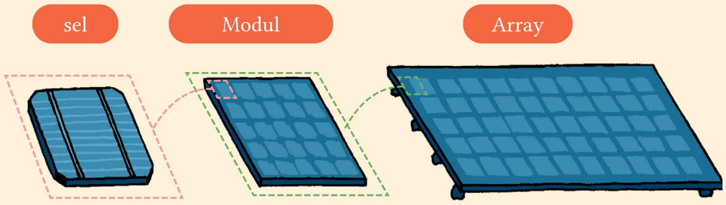
BAB 3 Persamaan Kuadrat

Berapa banyak pembangkit listrik yang ada di sana?

Pembangkit tenaga surya adalah sebuah cara pembangkit tenaga yang langsung mengubah energi cahaya menjadi energi listrik, menggunakan alat yang disebut "*photovoltaic cell*". Selama menghasilkan listrik, tidak ada karbondioksida yang dipancarkan, oleh karena itu kebersihan lingkungan menjadi karakteristik utama dari pembangkit listrik ini. Tenaga listrik yang dihasilkan dapat dijual ke perusahaan-perusahaan tenaga listrik, dan juga sebagai usaha untuk menghemat biaya.



Kita gunakan unit terkecil untuk membuat sel. *Photovoltaic*, yaitu sebuah susunan yang terdiri dari beberapa sel modul, dan sebuah susunan beberapa modul. Terdapat macam-macam jenis modul, dan jumlah listrik yang dapat dihasilkan oleh 1 modul juga bervariasi. Di sini kita misalkan lisrik yang dihasilkan dari 1 modul adalah 150 Watt.

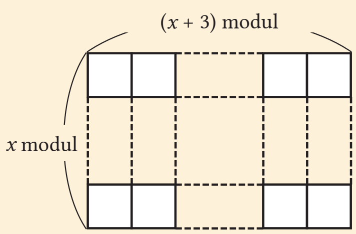


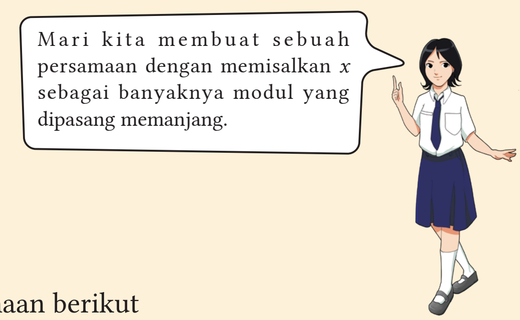
Sebuah array terpasang di atas atap rumah Dina. Listrik yang dihasilkan sebesar 4.200 watt, dan panjang array adalah 3 modul lebihnya daripada lebarnya. Berapa banyak modul yang diletakkan membujur searah dengan panjangnya?

Sumber: triknews.net

1 Berapa banyak modul seluruhnya?

2 Perhatikan pada banyaknya modul. Persamaan seperti apakah yang dapat kita susun?





Untuk soal di atas, kita dapat menyusun persamaan berikut

$$x(x+3) = 28$$

Dengan menjabarkan ruas kiri, menjadi

$$x^2 + 3x = 28$$

Untuk persamaan linear, kita dapat menyelesaikannya dengan menggantikan x dengan sebuah bilangan dan menggunakan rumus kesamaan.

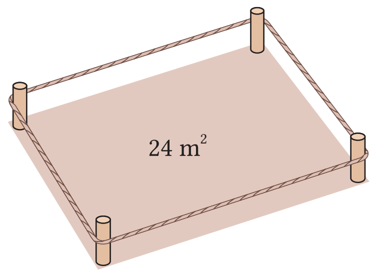
Untuk sebuah persamaan yang memuat sebuah suku kuadrat, dapatkah kita menentukan jawaban dengan melakukan hal yang sama seperti menyelesaikan persamaan linear? Hlm.63

1 Bagaimana Menyelesaikan Persamaan Kuadrat?

1 Persamaan Kuadrat dan Penyelesaiannya

•Tujuan • Peserta didik dapat menyelidiki persamaan kuadrat.

Q Tampak pada gambar di samping, seutas tali sepanjang 20 m dilingkarkan sepanjang sisi paparan bunga berbentuk persegi panjang berukuran luas 24 m^2. Berapa panjang hamparan bunga tersebut? Misalkan x adalah panjangnya, dan susunlah persamaan yang dapat dibentuk.

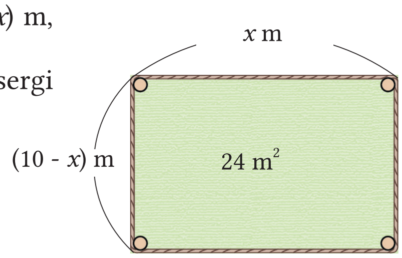


Q Jika kita dapat menyatakan lebarnya dengan $(10 - x)$ m, maka kita dapat menentukan persamaan luas pesergi panjang tersebut.

$x(10 - x) = 24$

Dengan menyederhanakan persamaan tersebut menjadi

$x^2 - 10x + 24 = 0$



Secara umum, ketika kita lakukan pemindahan semua sukunya ke ruas kiri, kita misalkan ruas kiri adalah persamaan kuadrat dalam x. Dengan kata lain, ketika kita misalkan a, b, c adalah konstanta dan a tidak boleh sama dngan 0, maka kita dapat menuliskan persamaannya sebagai berikut:

$ax^2 + bx + c = 0$ (persamaan kuadrat dalam x).

$ax^2 + bx + c = 0$

Soal 1

Di antara bentuk ⓐ sampai dengan ⓓ, manakah yang merupakan persamaan kuadrat?

ⓐ $x^2 + 2x + 1 = 0$ ⓑ $x^2 - 6x = 0$

ⓒ $x^2 + 4x - 8 = x^2$ ⓓ $2x^2 - 3x - 5 = -3x + 2$

Penyelesaian Persamaan Kuadrat

Mengganti bilangan bulat dari 1 sampai 9 untuk nilai x dalam sebuah persamaan pada halaman sebelumnya $x^2 - 10x + 24 = 0$, selidiki apakah persamaan tersebut benar.

Berpikir Matematis

Pandang persamaan kuadrat seperti persamaan linear, dan periksalah jawabannya dengan menggantikan x dengan suatu bilangan.

Nilai x	Nilai dari $x^2 - 10x + 24$	Hubungan	Nilai dari ruas kanan
1	$1^2 - 10 \times 1 + 24 = 15$	>	0
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

Nilai dari variabel yang menyebabkan persamaan bernilai benar disebut penyelesaian atau solusi dari persamaan kuadrat tersebut. Mencari semua penyelesaiannya disebut sebagai menyelesaikan persamaan kuadrat. Nomor 4 dan 6 yang kita selidiki dalam pertanyaan Q keduanya merupakan jawaban dari persamaan kuadrat $x^2 - 10x + 24 = 0$

Terdapat sebuah jawaban dari persamaan linear.

Soal 2

Di antara -2, -1, 0, 1, dan 2 yang manakah yang merupakan penyelesaian dari.
$x^2 + 2x = 0$?

Soal 3

Di antara persamaan (a) sampai dengan (d) berikut ini, manakah yang mempunyai penyelesaian -1 dan 3?

(a) $x^2 + 2x - 3 = 0$ (b) $x^2 - 9 = 0$

(c) $x^2 + 6x + 5 = 0$ (d) $x^2 - 2x - 3 = 0$

Untuk persamaan kuadrat, kita dapat menyelesaikannya dengan menggantikan x dengan sebuah bilangan yang memenuhi persamaannya.

Bagaimana cara menyelesaikan persamaan kuadrat? Hlm.65

•Tujuan• Bagaimana menyelesaikan persamaan-persamaan kuadrat.

[Kegiatan Matematika]

Penemuan

Dina dan Dani menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara berikut.

a $x^2+2x-15=0$	b $x^2=4$	c $x^2-25=0$
d $x^2+6x-5=0$	e $x(x-8)=0$	f $x-3^2=5$

Cara Dani

Untuk e, $x(x-8)=0$, $x=0$ atau $x-8=0$, maka persamaan kuadrat itu benar. Dari sini, jika ruas kanan sama dengan nol, dan ruas kiri dapat difaktorkan, maka kita dapat selesaikan persamaan tersebut.

Cara Dina

Untuk b, jika kita memakai cara akar kuadrat

$$x^2=4$$
$$x=\pm 2$$

Jika ruas kiri merupakan bentuk pangkat dua, kita dapat menyelesaikan persamaannya.

1 Perhatikan penyelesaian soal e yang dilakukan Dani. Apakah terdapat persamaan kuadrat lain yang dapat diselesaikan menggunakan cara ini?

2 Apakah terdapat persamaan kuadrat lain yang dapat diselesaikan dengan menggunakan cara Dina?

3 Diskusikan apakah kita dapat menyelesaikan semua persamaan dari a sampai dengan f dengan menggunakan cara Dani dan Dina.

Dalam persamaan kuadrat, nampaknya kita dapat menyelesaikannya dengan menggunakan cara faktorisasi atau akar kuadrat.

Jika kita menggunakan cara memfaktorkan dan akar kuadrat, dapatkah kita menyelesaikan persamaan dari a sampai dengan f .

Hlm. 66, 69

2 Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Cara Memfaktorkan

• Tujuan • Meneliti bagaimana menyelesaikan persamaan kuadrat menggunakan cara faktor

Q

Apabila ruas kiri dari persamaan kuadrat dari halaman 64 berikut ini kita faktorkan, $x^2 - 10x + 24 = 0$, maka akan didapatkan $(x-4)(x-6) = 0$

> **Berpikir Matematis**
> Dengan menggunakan hasil yang kita gantikan dengan bilangan khusus x, tentukan bagaimana menentukan penyelesaian persamaan kuadrat.

Berdasarkan persamaan tersebut, selidiki hal berikut ini.

(1) Jika $x = 4$, berapakah nilai dari $(x - 4)(x - 6)$?

(2) Jika $x = 6$, berapakah nilai dari $(x - 4)(x - 6)$?

(3) Jika x sebuah nilai yang terletak antara 4 atau 6, apakah nilai tersebut bisa menyebabkan $(x - 4)(x - 6)$ bernilai nol?

Dari Q, kita dapat melihat bahwa hanya 4 dan 6 dapat menggantikan x untuk persamaan $(x - 4)(x - 6) = 0$, dan tidak ada nilai lain yang dapat memenuhinya. Secara umum, berdasarkan bilangan-bilangan dan bentuk-bentuk, kita dapat nyatakan hal berikut ini.

> Jika $a.b = 0$, maka $a = 0$ atau $b = 0$.

Dengan menggunakan rumus di atas, selesaikan persamaan kuadrat berikut ini:

Contoh 1 Selesaikan persamaan berikut $(x + 2)(x - 7) = 0$.

Penyelesaian

Persamaan $(x + 2)(x - 7) = 0$

$x + 2 = 0$ atau $x - 7 = 0$

$x = -2$ atau $x = 7$

Jawab : $x = -2$, $x = 7$

$A \quad B = 0$

$(x + 2) \quad (x - 7) = 0$

$x + 2 = 0$ atau $x - 7 = 0$

Soal 1 Selesaikanlah.

(1) $(x - 2)(x - 6) = 0$

(2) $(x + 1)(x + 9) = 0$

(3) $(x - 7)(x + 3) = 0$

(4) $x(x - 5) = 0$

Contoh 2 Selesaikan persamaan kuadrat berikut $x^2+2x-15=0$

Penyelesaian

$$x^2+2x-15=0$$

Memfaktorkan ruas kiri

$$(x+5)(x-3)=0$$

$$x+5=0 \text{ atau } x-3=0$$

$$x=-5, x=3$$

Jawab : $x=-5$ atau $x=3$

Ulasan

$x^2+(a+b)x+ab$
$=(x+a)(x+b)$

x^2-a^2
$=(x+a)(x-a)$

Hlm.19, 20

Soal 2

Selesaikanlah.

(1) $x^2+5x+6=0$

(2) $x^2-7x+10=0$

(3) $x^2+x-6=0$

(4) $x^2-3x-4=0$

(5) $x^2+6x+8=0$

(6) $x^2-16=0$

Contoh 3 Selesaikan persamaan $x^2-6x+9=0$.

Penyelesaian

$$x^2-6x+9=0$$

Memfaktorkan ruas kiri:

$$(x-3)^2=0$$

$$x-3=0$$

$$x=3$$

Jawab : $x=3$

Untuk memudahkan memeriksa pekerjaanmu, berikan tanda "=".

Ulasan

$x^2+2ax+a^2$
$=(x+a)^2$

$x^2-2ax+a^2$
$=(x-a)^2$

Hlm.20

$(x-3)^2=0$ sama artinya dengan $(x-3)(x-3)=0$.

Secara umum, terdapat dua penyelesaian untuk suatu persamaan kuadrat, tetapi seperti pada contoh 3 ini adalah kasus dimana dua penyelesaiannya memiliki nilai yang sama, sehingga dianggap memiliki satu penyelesaian saja.

Soal 3

Selesaikanlah.

(1) $x^2+2x+1=0$

(2) $x^2-14x+49=0$

Contoh 4 Selesaikan persamaan berikut $(x-4)(x+2)=x-8$

Cara Uraikan ruas kiri, pindahkan semua suku ke ruas kiri, kemudian faktorkan.

Penyelesaian

$$(x-4)(x+2)=x-8$$

Uraikan ruas kiri, $x^2-2x-8=x-8$

Pindahkan ruas kanan ke ruas kiri, diperoleh $x^2-3x=0$

Faktorkan ruas kiri, $x(x-3)=0$

$x=0$ atau $x-3=0$

$x=0,\ x=3$

Jawab : $x=0,\ x=3$

Soal 4

Selesaikanlah.

(1) $x^2-8x=-16$

(2) $x^2-8=-x+4$

(3) $(x-1)^2=3x-5$

(4) $2x^2+8=(x-3)(x-6)$

Soal 5

Selesaikanlah.

(1) $2x^2+18x+40=0$

(2) $-x^2+10x-24=0$

Bagaimana kita dapat membuat koefisien dari $x^2=1$?

Cobalah

Hlm.78

Pengayaan 4-1

Soal 6

Dina menyelesaikan persamaan $x^2=5x$ seperti tampak di samping. Apakah cara ini benar?

Tentukan penyelesaiannya dengan pemfaktoran, dan bandingkan hasilnya dengan pekerjaan Dina.

Apakah berikut ini benar?

$x^2=5x$
Kedua ruas dibagi x, maka $x=5$
Jawab : $x=5$

Soal 7 **Diskusikan**

Apakah persamaan $x^2+6x-5=0$ dapat difaktorkan.

Kita dapat menyelesaikan persamaan kuadrat jika dapat difaktorkan.

Ketika persamaan kuadrat itu tidak dapat difaktorkan, apa yang harus kita lakukan? Hlm.71

3 Menyelesaikan Persamaan Kuadrat Menggunakan Metode Akar Kuadrat

•Tujuan• Menyelidiki penyelesaian persamaan kuadrat menggunakan metode akar kuadrat.

Selidiki persamaan berikut ini $x^2 - 25 = 0$.

(1) Faktorkan ruas kiri dan selesaikan.

(2) Ubahlah ke bentuk $x^2 = 25$, lalu selesaikan.

Untuk persamaan kuadrat dalam bentuk $ax^2 + c = 0$, jika kita ubah dalam bentuk $x^2 = k$, maka kita dapat menggunakan cara akar kuadrat.

$$x^2 - 25 = 0$$
$$x^2 = 25$$
$$x = \pm 5$$

Catatan $x = \pm 5$ mewakili $x = 5$ dan $x = -5$.

Soal 1 Dengan menggunakan metode akar kuadrat, selesaikan persamaan berikut.

(1) $x^2 = 49$ (2) $x^2 - 36 = 0$ (3) $x^2 - 17 = 0$

Contoh 1 Selesaikan persamaan kuadrat $3x^2 - 6 = 0$.

Penyelesaian

$$3x^2 - 6 = 0$$

Pindahkan -6, $3x^2 = 6$

Kedua ruas dibagi dengan 3, $x^2 = 2$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

Jawab : $\pm\sqrt{2}$

Soal 2 Selesaikanlah.

(1) $2x^2 = 18$ (2) $9x^2 = 4$

(3) $5x^2 - 40 = 0$ (4) $4x^2 - 3 = 0$

Persamaan Berbentuk $(x + p)^2 = q$

Contoh 2 Selesaikan persamaan $(x - 3)^2 = 5$.

Cara Jika kita andaikan $x - 3 = M$, maka $M^2 = 5$, dan kita dapat menggunakan metode akar kuadrat.

Penyelesaian

$$(x - 3)^2 = 5$$

Jika misalkan $x - 3 = M$, $M^2 = 5$

$$M = \pm\sqrt{5}$$

Jika kita ubah M kembali ke persamaan mula-mula,

maka akan didapat, $x - 3 = \pm\sqrt{5}$

$$x = 3 \pm\sqrt{5}$$

Jawab : $x = 3 \pm\sqrt{5}$

$$(x - 3)^2 = 5$$
$$\downarrow$$
$$M^2 = 5$$

Catatan $x = 3 \pm \sqrt{5}$ mewakili $x = 3 + \sqrt{5}$ dan $x = 3 - \sqrt{5}$

Contoh 3 Selesaikan persamaan $(x + 1)^2 = 4$

Penyelesaian

$$(x + 1)^2 = 4$$

$$x + 1 = \pm 2$$

$$x = -1 \pm 2$$

dari $x = -1 + 2$, $x = 1$

dari $x = -1 - 2$, $x = -3$

Jawab : $x = 1$, $x = -3$

Untuk persamaan ini, jika kita uraikan dan sederhanakan ruas kiri maka kita dapat menyelesaikannya dengan menggunakan faktorisasi.

Soal 3 Selesaikanlah.

(1) $(x + 2)^2 = 7$ (2) $(x - 5)^2 = 8$

(3) $(x - 4)^2 = 9$ (4) $(x + 3)^2 = 49$

(5) $(x - 7)^2 - 12 = 0$ (6) $(2x - 1)^2 = 4$

Jika persamaan kuadrat berbentuk $(x + p)^2 = q$, kita dapat menyelesaikannya dengan menggunakan metode akar.

Dapatkah kita mengubah persamaan kuadrat ke dalam bentuk $(x + p)^2 = q$?

Hlm.71

•Tujuan• Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan mengubah ke dalam bentuk $(x + p)^2 = q$

Q

Isilah $\square$ dengan bilangan yang memenuhinya.

(1) $x^2 + 8x + \square = (x + \square)^2$ (2) $x^2 - 6x + \square = (x - \square)^2$

Contoh 4

Penyelesaian dari persamaan $x^2 + 6x - 5 = 0$.

Penyelesaian

$$x^2 + 6x - 5 = 0$$

pindahkan -5 ke ruas kanan menjadi

$$x^2 + 6x = 5$$

untuk memfaktorkan ruas kiri menjadi bentuk $(x + p)^2$, tambahkan kedua ruas dengan $\frac{1}{2}$ dari koefisien x, yaitu $\frac{1}{2}$ dari 6 kemudian kuadratkan, sehingga didapatkan

$$x^2 + 6x + 3^2 = 5 + 3^2$$

Faktorkan ruas kiri

$$(x+3)^2 = 14$$

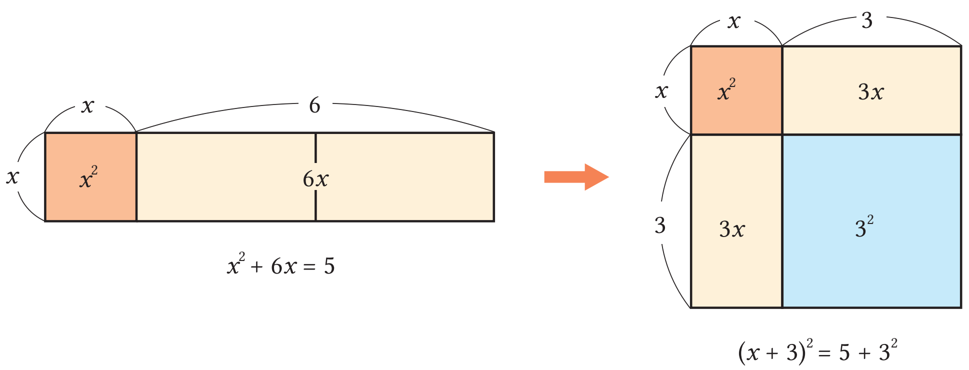
$$x+3 = \pm\sqrt{14}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{14}$$

$x^2 + 6x = 5$

tambahkan $\frac{1}{2}$ dari setengah koefisien x

$x^2 + 6x + 3^2 = 5 + 3^2$



Meskipun kita tidak dapat memfaktorkan ruas kiri, seperti halnya pada contoh 4, kita dapat menyelesaikannya dengan mengubah ke dalam bentuk $(x + p)^2 = q$.

Soal 4

Selesaikanlah.

(1) $x^2 - 4x = 3$ (2) $x^2 + 8x = -14$

(3) $x^2 + 2x - 5 = 0$ (4) $x^2 - 6x - 3 = 0$

Cobalah
Hlm.78
Pengayaan 4-2

Untuk contoh 4 dan soal 4 dari halaman sebelumnya, kita menyelesaikan persamaan dengan koefisien bilangan genap. Kita juga dapat menyelesaikan, jika koefisien x adalah bilangan ganjil. Contoh, kita dapat menyelesaikan $x^2 + 3x + 1 = 0$ sebagai berikut.

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

Faktorkan ruas kiri, $$x^2 + 3x = -1$$

Tambahkah kedua ruas dengan kuadrat dari $\frac{1}{2}$ koefisien x, yaitu $\frac{1}{2} \times 3 = \left(\frac{3}{2}\right)$ sehingga didapat.

$$x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

Faktorkan ruas kiri,

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{5}{4} \\ x + \frac{3}{2} &= \pm\sqrt{\frac{5}{4}} \\ x &= -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

Oleh karena itu, penyelesaian dari persamaan $x^2 + 3x + 1 = 0$ adalah

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Untuk persamaan kuadrat, dimana koefisien x^2 tidak sama dengan 1, seperti misalnya $2x^2 + 10x - 4 = 0$, kita selesaikan setelah membagi kedua ruas dengan koefisien x^2 sedemikian sehingga koefisien x^2 sama dengan 1.

$2x^2 + 10x - 4 = 0$

$\downarrow$ bagi kedua ruas persamaan dengan koefisien x^2 yaitu 2 sehingga menjadi $x^2 + 5x - 2 = 0$

Mari Mencoba

Ubahlah persamaan $x^2 + 5x - 2 = 0$ ke dalam bentuk $(x + p)^2 = q$ dan selesaikan.

Kita dapat menyelesaikan persamaan dengan mengubahnya ke dalam bentuk $(x + p)^2 = q$.

Terdapat rumus untuk menyelesaikan persamaan kuadrat. Mari kita pikirkan rumus tersebut. Lihat halaman 73.

Hlm.73

4 Rumus untuk Menyelesaikan Persamaan Kuadrat

Tujuan Menentukan rumus penyelesaian persamaan kuadrat.

$3x^2 + 5x + 1 = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$

Bagilah kedua ruas dengan koefisien x^2

$x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{3} = 0$	$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

Kedua ruas ditambah dengan lawan dari konstanta

$x^2 + \frac{5}{3}x = -\frac{1}{3}$	$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$

Tambahkan kedua ruasnya dengan kuadrat dari setengah koefisien x

$x^2 + \frac{5}{3}x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 = -\frac{1}{3} + \left(\frac{5}{6}\right)^2$	$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

Faktorkan ruas kiri, dan ubah ke bentuk

$\left(x + \frac{5}{6}\right)^2 = -\frac{12}{36} + \frac{25}{36}$	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$
$\left(x + \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{13}{36}$	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

Gunakan metode akar kuadrat

$x + \frac{5}{6} = \pm\frac{\sqrt{13}}{6}$	$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Penyelesaian dari persamaan

$x = -\frac{5}{6} \pm \frac{\sqrt{13}}{6}$	$x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Kita dapat merangkum apa yang telah kita selidiki pada halaman sebelumnya dengan menyelesaikan persamaan kuadrat.

PENTING

Rumus Kuadrat

Solusi untuk persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ adalah

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Jika kita gunakan rumus kuadrat, meskipun kita tidak mengubah persamaan kuadratnya ke bentuk $(x + p)^2 = q$, kita dapat menemukan penyelesaiannya dengan mengganti nilai-nilai a, b, dan c dari bentuk $ax^2 + bx + c = 0$ ke dalam rumus.

Contoh 1

Selesaikan persamaan berikut $x^2 + 3x - 2 = 0$

Cara

$a = 1$, $b = 3$, dan $c = -2$, kita dapat menyelesaikan persamaan dengan menggantikan nilai-nilai tersebut ke dalam rumus kuadrat.

Penyelesaian

Gantikan $a = 1$, $b = 3$, dan $c = -2$ ke rumus kuadrat,

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Jawab : $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

Soal 1

Selesaikan persamaan berikut ini menggunakan rumus kuadrat.

(1) $x^2 + x - 3 = 0$

(2) $x^2 - 3x - 2 = 0$

(3) $2x^2 - 7x + 1 = 0$

(4) $3x^2 - 5x - 1 = 0$

Contoh 2

Selesaikan persamaan berikut: a = 1, b = -4, dan c = -2

Penyelesaian

Gantikan a = 1, b = -4, dan c = 2 ke dalam rumus kuadrat sehingga didapat

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$= 2 \pm 2\sqrt{2}$$

Jawab : $x = 2 \pm 2\sqrt{2}$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{2}}(2 \pm \sqrt{2})}{\cancel{2}}$$

$$= 2 \pm 2\sqrt{2}$$

Soal 2

Selesaikan persamaan berikut menggunakan rumus kuadrat.

(1) $x^2 + 2x - 2 = 0$ (2) $2x^2 - 8x - 3 = 0$

Contoh 3

Selesaikan persamaan berikut $2x^2 + 5x - 3 = 0$.

Penyelesaian

Gantikan $a = 2$, $b = 5$, dan $c = -3$ ke dalam rumus kuadrat, sehingga didapat

$$x = \frac{(-5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$= \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$x = \frac{-5+7}{4},\ x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{-5-7}{4},\quad x = -3$$

Jawab : $x = \frac{1}{2}$, x = -3

Soal 3

Selesaikan persamaan kuadrat berikut menggunakan rumus kuadrat.

Hlm.78
Pengayaan 4-3

(1) $3x^2 + 4x + 1 = 0$ (2) $2x^2 = 7x + 4$

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Soal 4

Selesaikan persamaan-persamaan berikut dengan cara memfaktorkan ruas kiri. Selesaikan juga dengan menggunakan rumus kuadrat.

(1) $x^2 + 3x - 4 = 0$ (2) $x^2 - 10x + 25 = 0$

Mari Mencoba

Dalam penyelesaian persamaan kuadrat, terdapat 1 jawaban seperti pada (2) dalam soal 4. Jelaskan kapan kita mendapatkan hanya 1 jawaban.

Kita mengerti bagaimana menyelesaikan persamaan kuadrat.

Di mana kita dapat menggunakan persamaan kuadrat?

Hlm.79

Mari Kita Periksa

1 Bagaimana Menyelesaikan Persamaan Kuadrat?

1 Penyelesaian Persamaan Kuadrat [Hlm.64] Soal 3

Dari persamaan ⓐ–ⓓ berikut, mana yang penyelesaiannya sama dengan 3?

ⓐ $x^2 + 2x = 16$ ⓑ $x^2 = 5x - 6$

ⓒ $(x+1)(x-3) = 5$ ⓓ $\frac{1}{3}x^2 = x$

2 Penyelesaian Menggunakan Pemfaktoran [Hlm.66] Cth. 1 [Hlm.67] Cth. 2 Cth. 3 [Hlm.68] Cth. 4

Selesaikanlah.

(1) $(x+5)(x-8) = 0$ (2) $x^2 + 11x + 30 = 0$

(3) $x^2 + 4x - 12 = 0$ (4) $x^2 - 2x + 1 = 0$

(5) $x^2 - 9x = 0$ (6) $x^2 + 9x = -18$

3 Penyelesaian Menggunakan Metode Akar Kuadrat Cth. 1 [Hlm.69] Cth. 2 [Hlm.70] Cth. 3

Selesaikanlah.

(1) $2x^2 = 14$ (2) $4x^2 - 15 = 0$

(3) $(x+6)^2 = 2$ (4) $(x-1)^2 = 49$

4 Rumus Persamaan Kuadrat [Hlm.74] Cth. 1 [Hlm.75] Cth. 2 Cth. 3

Selesaikan persamaan berikut menggunakan rumus kuadrat.

(1) $x^2 + 5x + 3 = 0$ (2) $x^2 - 6x + 4 = 0$

(3) $4x^2 + 8x + 1 = 0$ (4) $3x^2 + 2x - 1 = 0$

Cermati

Sejarah Rumus Penyelesaian Persamaan

Pada abad ke 9, seorang matematikawan bernama Al-Khawarizmi (tahun 780 - tahun 850) adalah seorang penulis pertama tentang penyelesaian umum dari persamaan kuadrat dan persamaan linear.

Pada tahun 1545, matematikawan Italia bernama Gerolamo Cardano (1501-1557) adalah yang pertama mempublikasikan rumus penyelesaian persamaan pangkat tiga dalam bukunya berjudul Ars Magnae. Bagaimanapun, orang yang menemukan rumus tersebut adalah seorang matematikawan Italia bernama Niccolo Fontana Tartaglia (1500-1557), dimana Cardano dijanjikan untuk tidak memberitahukan kepada siapapun.


Gerolamo Cardano
Sumber: reddit.com

Orang yang menemukan rumus penyelesaian persamaan pangkat empat adalah murid Cardano bernama Lodovico Ferrari (1522-1265) seperti yang dipublikasikan dalam buku Ars Magnae. Saat ini, persamaan pangkat tiga disebut "Rumus Cardano" dan persamaan pangkat empat disebut "Rumus Ferrari". Sampai dengan ditemukannya rumus penyelesaian persamaan pangkat enam, kira2 setelah hampir 300 tahun.


Niels Henrik Abel
Sumber: en.wikipedia.org

Dua orang muda Norwegia yang menemukan adalah Niels Henrik Abel (1802-1829) dan matematikawan Perancis bernama Evariste Galois (1811-1832). Keduanya membuktikan dalam waktu bersamaan, bahwa tidak ada rumus untuk menyelesaikan persamaan pangkat enam. Abel meninggal karena sakit, sementara Galois meninggal karena perkelahian, dan bakat mereka tidak diketahui selama masa hidup mereka.


Évariste Galois
Sumber: en.wikipedia.org

BAB 3 | Persamaan Kuadrat

Pengayaan 4

→ Bagaimana Menyelesaikan Persamaan Kuadrat?

Mari kita terapkan materi yang telah kita pelajari untuk latihan dan belajar mandiri.

Selesaikan.

1 Persamaan Kuadrat dengan Cara Pemfaktoran

(1) $(x + 9)(x - 3) = 0$

(2) $(x + 5)(x + 1) = 0$

(3) $x^2 + 5x - 24 = 0$

(4) $x^2 + 11x + 24 = 0$

(5) $x^2 - 8x + 15 = 0$

(6) $x^2 + 8x + 16 = 0$

(7) $x^2 - 12x + 36 = 0$

(8) $x^2 - x - 42 = 0$

(9) $x^2 + x = 0$

(10) $x^2 - 36 = 0$

(11) $x^2 - 18 = 2x + 17$

(12) $2x^2 - 20x + 50 = 0$

(13) $-3x^2 + 15x - 18 = 0$

(14) $(x - 2)(x + 2) = 3x$

(15) $(x - 3)^2 = -x + 15$

(16) $x(x - 4) = 7(x - 4)$

(17) $(x + 1)(x + 4) - 5x - 5 = 0$

(18) $\frac{1}{2}x(x + 1) = 21$

2 Persamaan Kuadrat dengan Cara Akar Kuadrat

(1) $3x^2 = 36$

(2) $4x^2 = 81$

(3) $x^2 - 7 = 0$

(4) $3x^2 - 27 = 0$

(5) $\frac{1}{4}x^2 = 5$

(6) $(x + 6)^2 = 11$

(7) $(x - 9)^2 = 16$

(8) $(x - 3)^2 - 18 = 0$

(9) $(2x + 5)^2 = 9$

(10) $(6 - 3x)^2 = 81$

3 Persamaan Kuadrat dengan Cara Rumus Kuadrat

(1) $x^2 + 7x + 2 = 0$

(2) $2x^2 - 5x + 1 = 0$

(3) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

(4) $4x^2 + 8x - 5 = 0$

(5) $x^2 + 2x - 4 = 0$

(6) $x^2 + 6x + 1 = 0$

(7) $x^2 + x = 1$

(8) $3x^2 + 2 = 8x$

(9) $6x^2 = x + 4$

(10) $x(6x - 1) = 1$

(11) $5x^2 - 4 = 6x$

(12) $\frac{x^2}{5} + \frac{x}{10} = 1$

Jawaban di Hlm. 275-276

2 Menggunakan Persamaan Kuadrat

1 Menggunakan Persamaan Kuadrat

• Tujuan • Peserta didik dapat memikirkan di mana persamaan kuadrat dapat digunakan.

Contoh 1

Terdapat dua bilangan bulat berurutan. Tentukan dua buah bilangan bulat yang jumlah kuadratnya adalah 85.

Cara

Kita selesaikan masalah matematika dengan cara berikut.

1. Pahami dengan baik, hubungan di antara jumlah pada masalah tersebut.
2. Identifikasi segala sesuatu yang diketahui dan yang tidak diketahui, kemudian buat persamaan menggunakan variabel-variabel.
3. Selesaikan persamaan tersebut.
4. Periksalah apakah jawaban dari persamaan itu valid/benar.

Penyelesaian

Jika kita misalkan x adalah bilangan bulat yang lebih kecil, kita dapat menentukan bilangan yang lebih besar adalah $x + 1$.

$$x^2 + (x + 1)^2 = 85$$

diselesaikan,
$$2x^2 + 2x - 84 = 0$$
$$x^2 + x - 42 = 0$$
$$(x - 6)(x + 7) = 0$$
$$x = 6, x = -7$$

Jika $x = 6$, maka kedua bilangan itu adalah 6 dan 7.

Jika $x = -7$, maka kedua bilangan bulat itu adalah -7 dan -6.

Kedua jawaban tersebut benar memenuhi persamaan tersebut.

Jawab : 6 dan 7 atau -7 dan -6

Soal 1

Dalam contoh 1, dengan memisalkan x adalah bilangan bulat, buatlah persamaan dan tentukan jawabannya.

Soal 2

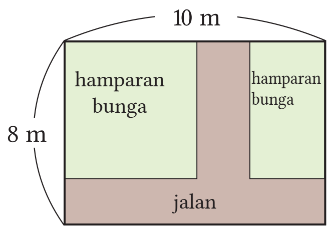
Dalam contoh 1 di halaman sebelumnya, jika kita ubah "dua bilangan bulat berurutan" ke "dua bilangan asli berurutan".

Soal 3

Terdapat dua bilangan asli berurutan. Selisih antara kuadrat bilangan yang lebih besar dengan dua kali bilangin lebih kecil adalah 26. Tentukan dua bilangan asli tersebut.

Contoh 2

Seperti tampak pada gambar di samping, panjang 10 m dan lebar 8 m, terdiri dari sepetak jalan dan hamparan bunga. Agar luas hamparan bunga 48 m², berapa lebar jalan setapak tersebut?



Penyelesaian

Misalkan x adalah lebar dari jalan setapak,

$$(8 - x)(10 - x) = 48$$

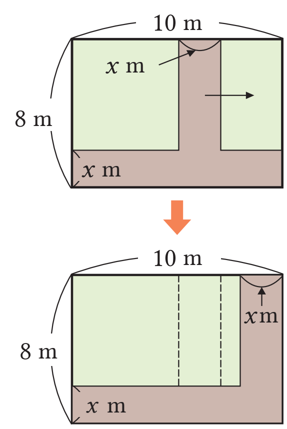
Diselesaikan, $x^2 - 18x + 32 = 0$

$$(x - 2)(x - 16) = 0$$

$$x = 2,\ x = 16$$

Karena $0 < x < 8$, $x = 2$ memenuhi persamaan, sedangkan $x = 16$ bukanlah penyelesaiannya.

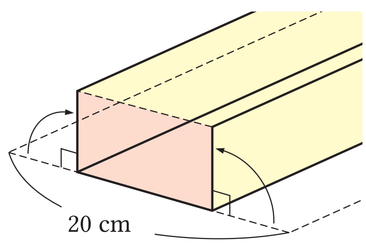
Jawab : $x = 2$ m



Terdapat masalah dalam menyelesaikan persamaan, dimana hasilnya tidak memenuhi persamaan seperti soal 3 dan contoh 2.

Soal 4

Berdasarkan gambar di samping, kiri dan kanan sebuah kardus mempunyai panjang yang sama sebesar 20 cm yang dilipat berbentuk persegi panjang, yang apabila dibuka memiliki luas 42 cm². Berapa cm di sisi kiri dan sisi kanan karton/kardus harus dilipat?

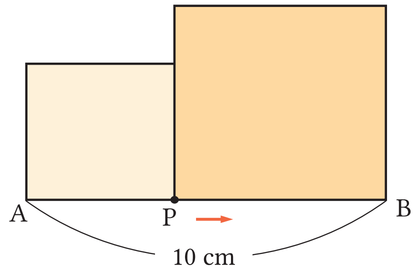


Soal 5

Pada masalah matematika halaman 62, berapa banyak modul yang diletakkan memanjang?

Contoh 3

Panjang garis AB = 10 cm. Titik P bergerak dari A ke B. Sejauh mana titik P bergerak, dengan AP dan PB sebagai salah satu sisi masing-masing persegi, sedemikian sehingga jumlah luas kedua persegi sebesar 52 cm² ?



Cara

Luas kedua persegi sebesar 52 cm², misalkan x adalah jarak yang di ditempuh oleh titik P dari posisi awal di titik A.

Penyelesaian

Misalkan AP = x, PB = $(10 - x)$, jumlah luas kedua persegi adalah 52 cm²

Selesaikan,

$$\begin{aligned} x^2 + (10 - x)^2 &= 52 \\ 2x^2 - 20x + 48 &= 0 \\ x^2 - 10x + 24 &= 0 \\ (x - 4)(x - 6) &= 0 \end{aligned}$$

$$x = 4,\ x = 6$$

Karena $0 \le x \le 10$, kedua jawabannya benar.

Jawab : 4 cm, 6 cm

Soal 6

Dalam contoh 3, berapa jauh titik P bergerak sehingga jumlah luas dari kedua persegi sebesar 70 cm² ?

Mari Kita Periksa

2 Menggunakan Persamaan Kuadrat

1

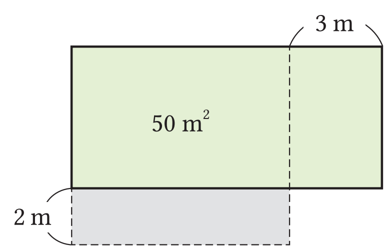
Menggunakan Persamaan Kuadrat [Hlm. 79] Cth. 1

Kuadrat sebuah bilangan bulat adalah 27 lebihnya dari enam kali bilangan tersebut. Tentukan bilangan yang dimaksud.

2

Menggunakan Persamaan Kuadrat [Hlm. 80] Cth. 2

Tampak pada gambar di samping, ketika sisi persegi dari sebidang tanah diperpendek 2 m dan diperpanjang 3 m di sisi yang lainnya, maka luasnya menjadi 50 m². Tentukan panjang sisi dari bidang tanah semula.



BAB 3 Soal Ringkasan

Jawaban di halaman 277

Gagasan Utama

1 Di antara persamaan ⓐ sampai dengan ⓓ berikut, manakah persamaan yang menghasilkan jawaban -2 dan 1?

ⓐ $x^2 - 2 = 0$ ⓑ $x^2 - x = 6$

ⓒ $(x - 5)(x + 2) = 0$ ⓓ $(x - 2)^2 = 0$

2 Selesaikan.

(1) $4x^2 = 25$ (2) $(x - 5)^2 = 6$

(3) $(2x - 1)^2 = 64$ (4) $x^2 + 8x + 12 = 0$

(5) $x^2 - x - 30 = 0$ (6) $x^2 - 7x + 1 = 0$

(7) $4x^2 - 28x + 24 = 0$ (8) $2x^2 - 6x + 3 = 0$

(9) $x^2 + 5 = 10x - 20$ (10) $21x = 3x^2$

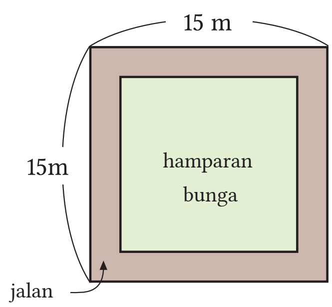
3 Jika salah satu jawaban dari persamaan kuadrat $x^2 + ax - 15 = 0$ adalah 3, tentukan nilai dari a. Tentukan pula jawaban lainnya.

4 Sebuah bilangan asli tertentu dikuadratkan dan hasilnya lebih kecil dari 35.

(1) Misalkan x adalah bilangan asli, buatlah persamaannya.

(2) Selesaikan persamaan yang terbentuk dari (1) dan tentukan bilangan asli yang lain.

5 Tampak pada gambar, terdapat hamparan bunga yang dikelilingi oleh sepetak jalan dengan panjang sisi 15 m. Berapa lebar jalan setapak, sehingga luas hamparan bunga sebesar 144 m^2 ?



Penerapan

1 Selesaikan.

(1) $x^2 + 3x = 4(x + 3)$

(2) $(x - 4)^2 = 2(x - 5) + 2$

(3) $\frac{1}{3}x(x - 2) = 2$

(4) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0$

2 Persamaan kuadrat berikut memiliki sebuah penyelesaian, yaitu 2. Jawablah pertanyaan berikut.

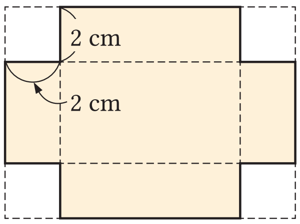
ⓐ $x^2 - 4ax + 3b = 0$ ⓑ $x^2 + ax - 2b = 0$

(1) Tentukan nilai a dan b.

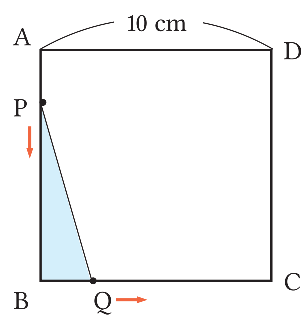
(2) Tentukan penyelesaian lain dari soal ⓐ dan ⓑ.

3 Terdapat tiga bilangan asli berurutan. Selisih dari hasil kali bilangan terbesar dan terkecil dengan dua kali bilangan yang terletak ditengah adalah 47. Tentukan ketiga bilangan asli tersebut.

4 Sepotong karton berbentuk persegi, panjangnya 3 cm lebihnya dari ukuran lebarnya. Di setiap pojoknya dipotong seukuran persegi dengan panjang sisi 2 cm, kemudian dibuat sebuah kotak terbuka. Volumenya 80 cm^3. Hitung ukuran panjang dari potongan karton mula-mula.



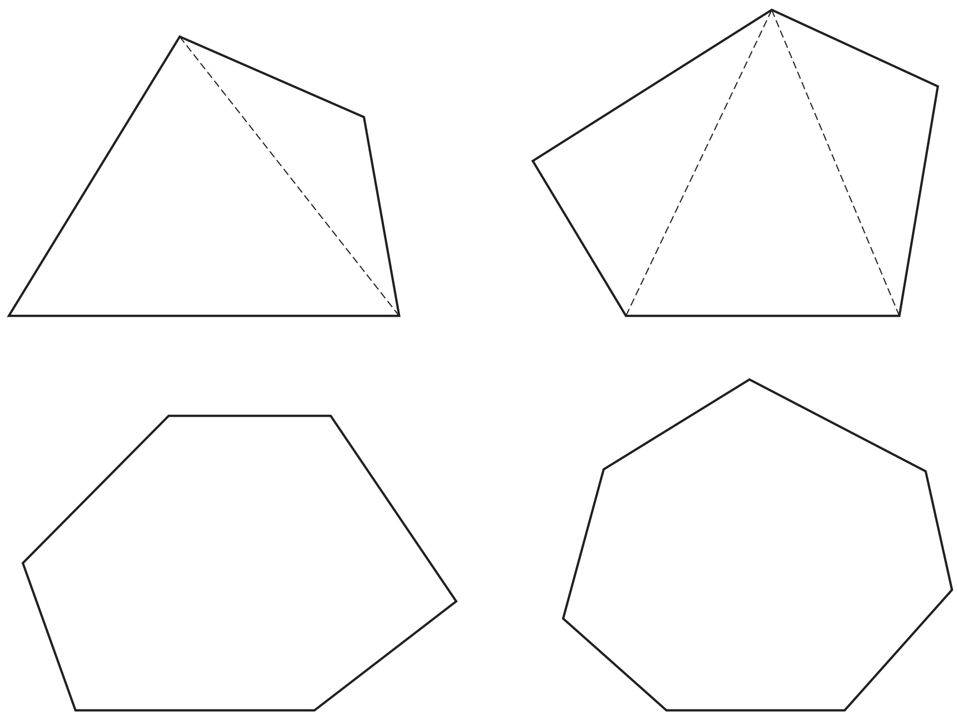
5 Persegi ABCD dengan panjang sisi 10 cm. Titik P bergerak dari A ke B sepanjang sisi AB dengan kecepatan 1 cm/detik. Titik Q bergerak dari B ke C pada saat yang sama dengan gerakan titik P. Berapa detik waktu yang ditempuh oleh titik P dan titik Q di sepanjang AB dan BC, sedemikian sehingga luas PBQ menjadi 8 cm^2?



Penggunaan Praktis

1 Kita akan menyelidiki berapa banyak diagonal dapat dibuat dalam sebuah poligon. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan banyaknya diagonal dapat dibuat di dalam segi empat, segi lima, segi enam, dan segi tujuh. Gunakan gambar-gambar berikut.



(2) Untuk segi-n, kita dapat menggambar $\frac{1}{2}n(n-3)$ garis. Pikirkan berapa banyak diagonal dapat digambar dari satu titik sudut, jelaskan arti dari pernyataan $\frac{1}{2}n(n-3)$.

(3) Dari sebuah segi-8, berapa banyak diagonal dapat digambar? Berapa sisi segi-n dapat ditentukan jika memiliki 35 buah diagonal? Berikan jawabanmu dengan menggunakan pernyataan nomor (2).

Pendalaman Materi

Berapa Banyak Pertandingan dalam Sebuah Putaran Robin (*Round Robin*)?

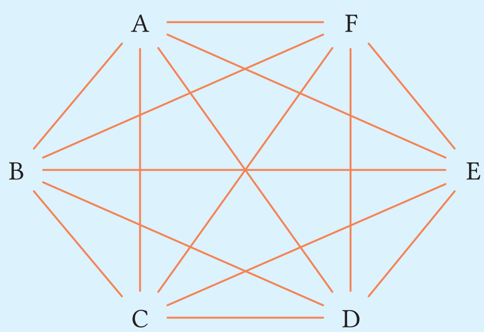
Tingkatkan

Round Robin adalah sebuah cara ketika sebuah tim memainkan pertandingan melawan tim yang lain hingga dapat ditentukan siapa pemenang dalam pertandingan tersebut. Mari kita pikirkan banyaknya pertandingan dalam sebuah *round Robin*.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

1 Jika terdapat 6 tim partisipan A – F, berapa banyak pertandingan akan terbentuk seluruhnya? Lihat tabel berikut, dan jelaskan.

	A	B	C	D	E	F
A		●	●	●	●	●
B			●	●	●	●
C				●	●	●
D					●	●
E						●
F						



2 Jika terdapat n tim partisipan dalam sebuah pertandingan, berapa banyak pertandingan terjadi? Nyatakanlah dengan menggunakan n.

3 Dalam sebuah turnamen, terdapat 45 pertandingan. Berapa banyak tim yang berpartisipasi dalam turnamen tersebut.

Ulasan

Untuk setiap fungsi, pilihlah persamaan yang tepat, grafik, dan ubah nilainya berdasarkan di bawah ini, dan isilah kotak kosongnya $\square$.

Perbandingan Senilai (Proporsi)

Persamaan	Grafik	Perubahan Nilai

Fungsi Linear

Persamaan	Grafik	Perubahan Nilai

Perbandingan Berbalik Nilai (Proporsi Lawan)

Persamaan	Grafik	Perubahan Nilai

Persamaan

① $y = ax$ ② $y = ax + b$ ③ $y = \frac{a}{x}$

Grafik

ⓐ sebuah garis ⓑ sebuah garis melalui titik O (0, 0) ⓒ sebuah parabola

Perubahan Nilai

Ⓐ Tingkat perubahan konstan.

Ⓑ Tingkat perubahan tidak konstan.

Ⓒ Ketika nilai x menjadi 2 kali, 3 kali, ..., nilai dari y juga berubah menjadi 2 kali, 3 kali, ..., berkorespondensi.

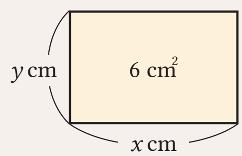
Ⓓ Ketika nilai x menjadi 2 kali, 3 kali, ..., nilai dari y juga berubah menjadi $\frac{1}{2}$ kali, $\frac{1}{3}$ kali, ... berkorespondensi.

Bab 4
Fungsi $y = ax^2$

Apa yang telah kita pelajari sejauh ini?

【Perbandingan Senilai/Proporsi】

Contoh: Ketika kita menuangkan air ke dalam sebuah tangki kosong dengan kecepatan yang tetap, misalkan tinggi air y cm, x menit setelah air dituangkan, y proposional terhadap x



【Perbandingan Berbalik Nilai/Proporsi Lawan】

Contoh: Jika luas daerah persegi panjang adalah 6 cm^2, misalkan panjang sisi alas (sisi mendatar) x cm dan panjang vertikal (sisi tegak) sebesar y, maka y adalah proporsi lawan

【Fungsi Linear】

Contoh: Ketika sebatang lilin dengan panjang 14 cm menyala, misalkan panjang lilin tersebut y cm setelah dinyalakan selama x menit, maka y adalah fungsi linear dari x

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Sukarman
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 4 Fungsi $y = ax^2$

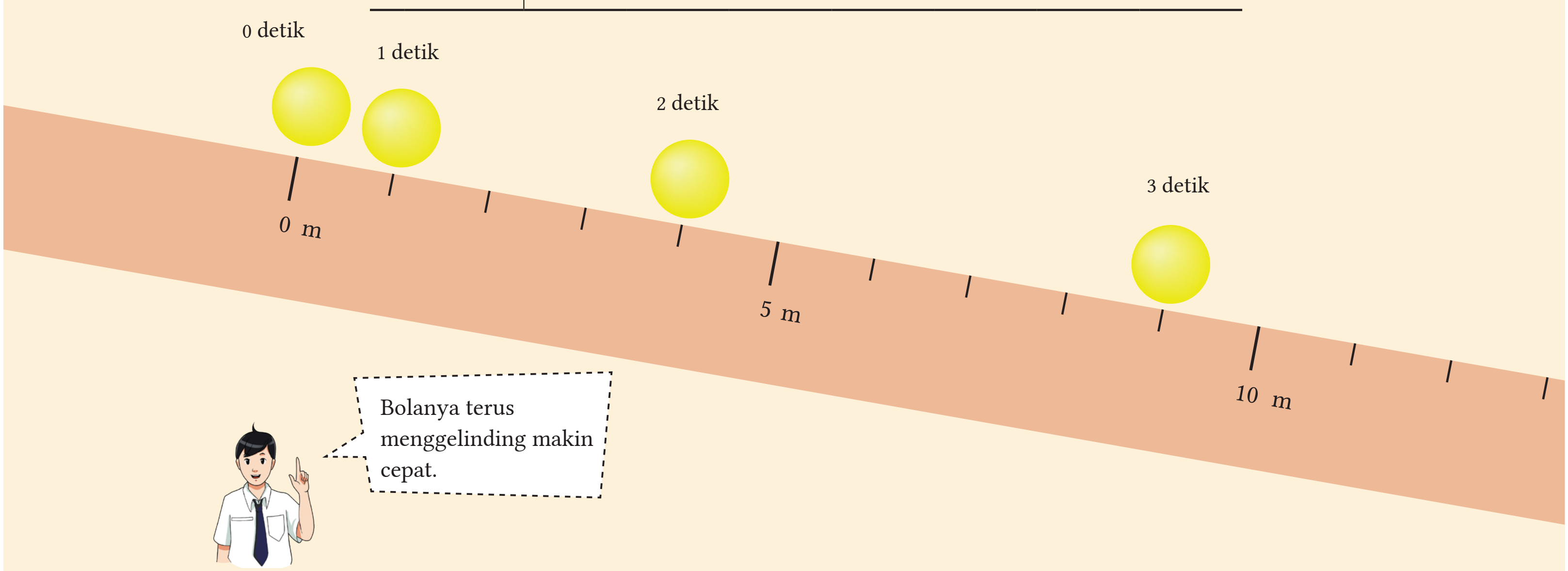
Jenis hubungan apakah antara jarak dan waktu?

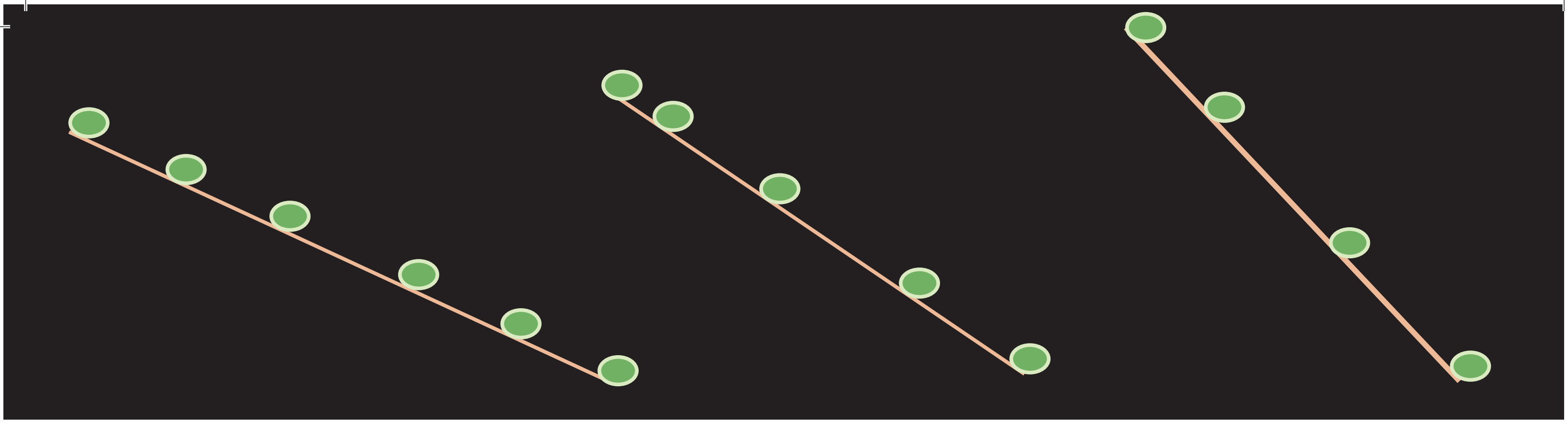
Pada situasi bola menggelinding menuruni bidang miring, selidiki hubungan yang terdapat antara waktu setelah bola digelindingkan dengan jarak yang ditempuhnya.

1 Kita akan melakukan percobaan menggelindingkan sebuah bola menuruni bidang miring. Gambar berikut menunjukkan posisi bola setiap 1 detik setelah bola digelindingkan.

(1) Dari gambar di bawah ini, perhatikan jarak yang ditempuh bola dan lengkapi tabel berikut. Misalkan jarak yang ditempuh bola adalah y (m) dan waktu tempuh adalah x (detik).

x (detik)	0	1	2	3	4	5	...
y (meter)	0	1					...

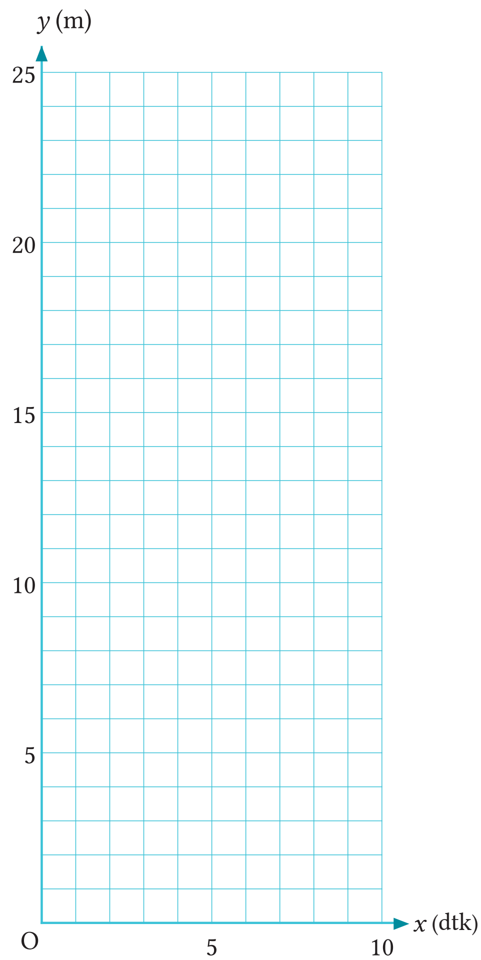


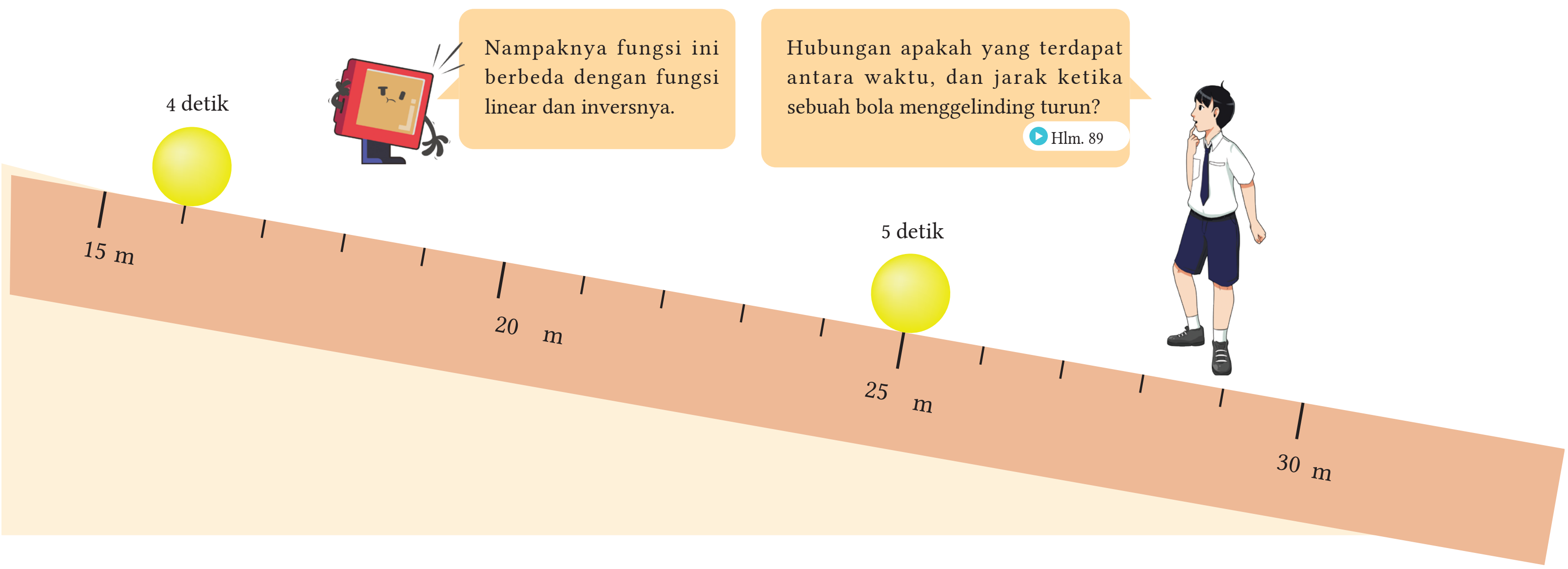


(2) Dapatkah kita nyatakan bahwa y adalah fungsi dari x?

(3) Di kanan ini, buatlah titik-titik yang mempunyai koordinat-koordinat untuk pasangan-pasangan nilai x dan y yang sesuai.

(4) Dapatkah kita katakan bahwa y sebanding dengan x? Dapatkah kita katakan bahwa y berbanding terbalik dengan x?





1 Fungsi $y = ax^2$

1 Fungsi yang Proporsional terhadap Bentuk Kuadrat

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelidiki hubungan antara waktu sejak sebuah bola mulai digelindingkan menuruni bidang miring dengan jarak yang ditempuh olehnya.

Q

Kita akan ubah tingkat kemiringan dari bidang miring yang terdapat 1 pada halaman 87 dan kita lakukan lagi percobaan yang sama. Jika kita misalkan waktu tempuh adalah x detik, dan bola menggelinding sejauh y m, hubungan diantara keduanya, tampak dalam tabel berikut. Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini.

x (detik)	0	1	2	3	4	5	…
y (meter)	0	0,5	2	4,5	8	12,5	…

(1) Ketika nilai x menjadi 2 kali lebih besar, 3 kali lebih besar, dan seterusnya, sebesar apakah perubahan yang terdapat pada nilai y ?

(2) Tentukan nilai dari x^2 dan lengkapi tabel berikut. Selidiki juga hubungan yang terdapat antara x^2 dengan y.

x (detik)	0	1	2	3	4	5	…
x^2							…
y (meter)	0	0,5	2	4,5	8	12,5	…

Berdasarkan tabel di atas, dapat kita nyatakan bahwa nilai y adalah 0,5 kali dari nilai x^2. Dengan kata lain, dapat dinyatakan bahwa x dan y mempunyai relasi

$$y = 0{,}5x^2$$

PENTING

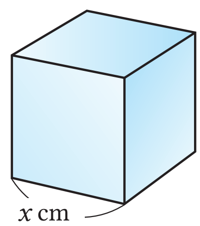
Fungsi yang Berbanding Lurus/Proporsional terhadap Bentuk Kuadrat

Jika y adalah fungsi dalam x dan hubungan diantaranya dapat dinyatakan dalam bentuk
$y = ax^2$, maka y adalah berbanding lurus/proporsional terhadap kuadrat dari x.
Namun, a adalah konstan dan tidak sama dengan nol, a disebut konstanta dari perbandingan/proporsi

Persamaan Fungsi yang Proporsional terhadap Bentuk Kuadrat

Contoh 1

Panjang rusuk dari sebuah kubus adalah x cm. Jika kita misalkan luas permukaan kubus adalah y cm², maka y dapat dinyatakan dalam bentuk $y = 6x^2$, sehingga y disebut kuadrat dari x. Dalam masalah ini, konstanta proporsi adalah 6.

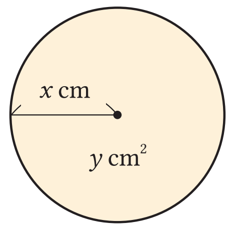


Soal 1

Jika (1) dan (2) dinyatakan dalam sebuah persamaan y dalam x, dapatkah kita mengatakan bahwa y proporsional terhadap kuadrat dari x ?

(1) Misalkan volume kubus dengan rusuk x cm adalah y cm³

(2) Misalkan luas sebuah lingkaran dengan jari-jari x cm adalah y cm².



Contoh 2

y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x, dan jika $x = 2$, maka $y = 12$. Nyatakan y dalam x dengan menggunakan sebuah persamaan, kemudian tentukan pula nilai y, ketika $x = 5$

Penyelesaian

y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x, maka dapat ditulis $y = ax^2$
Jika $x = 2$, $y = 12$, gantikan nilai x dan y dalam persamaan $y = ax^2$

$$12 = a \times 2^2$$
$$a = 3$$

Karena itu, $y = 3x^2$

Gantikan $x = 5$ ke dalam persamaan

$$y = 3 \times 5^2$$
$$= 75$$

Jawab: $y = 3x^2$, $y = 75$

Soal 2

Jika y proporsional terhadap kuadrat x, dalam (1) dan (2), nyatakan y dalam persamaan dengan variabel x. Kemudian tentukan y, jika $x = -2$

(1) Jika $x = -4$, $y = 8$

(2) Jika $x = 3$, $y = -36$

Soal 3

Jawablah pertanyaan berikut tentang nilai x dan y dalam 1 pada halaman 87.

(1) Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan.

(2) Tentukan jarak yang ditempuh oleh bola yang menggelinding selama 10 detik.

Hubungan antara waktu dan jarak tempuh ketika sebuah bola digelindingkan ke bawah menuruni bidang miring adalah proporsional terhadap kuadratnya

Grafik macam apakah yang dimiliki oleh fungsi-fungsi yang proporsional terhadap bentuk kuadrat ?

Hlm.92

Cermati

Matematikawan Kiyoshi Oka

Seorang matematikawan Jepang bernama Kiyoshi Oka (1901-1978). Ia juga disebut sebagai matematikawan terbesar yang lahir di jaman Jepang modern. Oka dapat menyelesaikan persamaan-persamaan yang tidak bisa diselesaikan oleh orang lain pada jaman itu. Artikel penelitian Oka, mengejutkan para matematikawan dunia. Beberapa matematikawan mengira bahwa "Kiyoshi Oka" adalah nama sebuah kelompok yang terdiri dari kaum matematikawan, bukannya nama seseorang. Oka mendedikasikan hidupnya dalam penelitian Matematika, dan beliau memberikan pepatah "Matematika diciptakan oleh semangat yang berapi-api". "Tujuan Matematika adalah keserasian dari kebenaran dan tujuan dari seni adalah keserasian dari keindahan".

Kiyoshi Oka
Sumber: alchetron.com

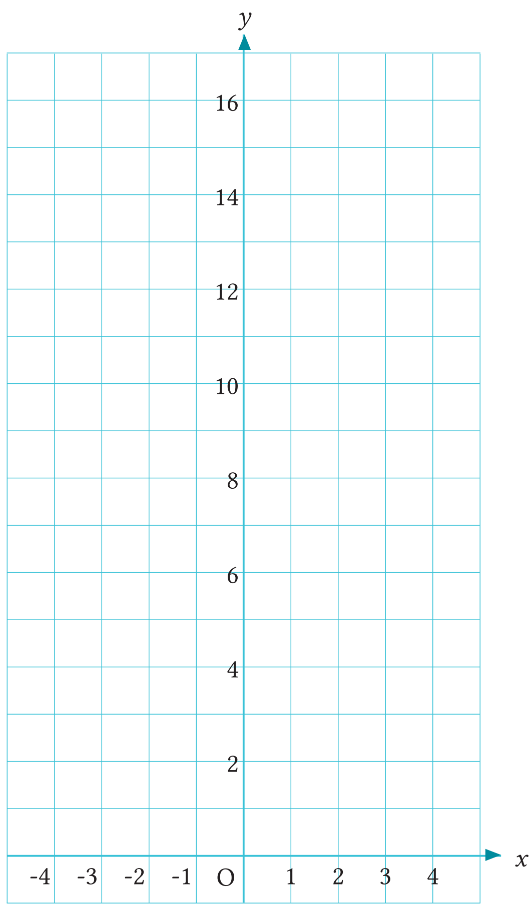
2 Grafik Fungsi $y = ax^2$

Tujuan Menyelidiki karakteristik grafik fungsi $y = ax^2$

Grafik $y = x^2$

Lengkapi tentang fungsi $y = x^2$, kemudian tentukan titik-titik yang koordinat-koordinatnya sesuai dengan pasangan-pasangan x dan y pada gambar berikut.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...										...



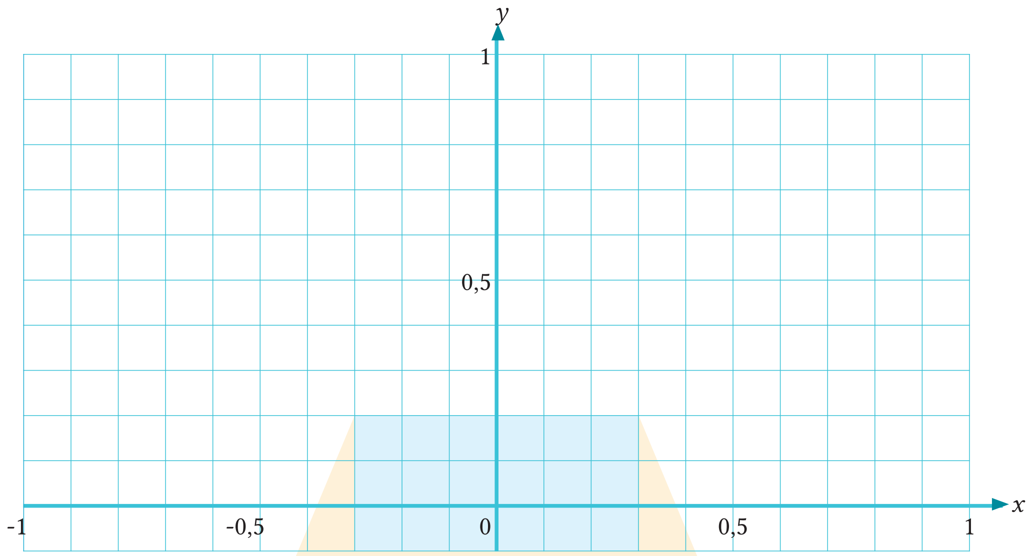
Titik-titik yang kita gambarkan pada grafik **Q** tidak terletak pada 1 garis. Tambahkan beberapa titik lain untuk menyelidiki jenis grafik ini.

Soal 1

Dalam grafik $y = x^2$, tentukan nilai y untuk nilai-nilai x dari -1 sampai 1 dengan interval 0,1, kemudian lengkapi tabelnya. Pada gambar di bawah ini tentukan titik-titik yang koordinatnya adalah pasangan-pasangan x dan y yang bersesuaian.

x	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1
y										

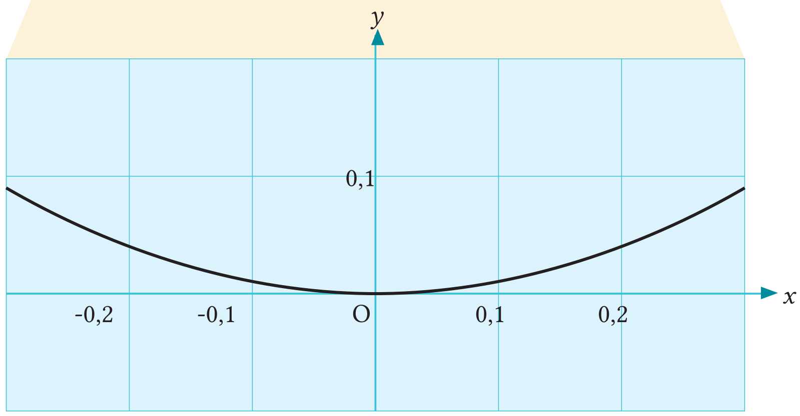
0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1



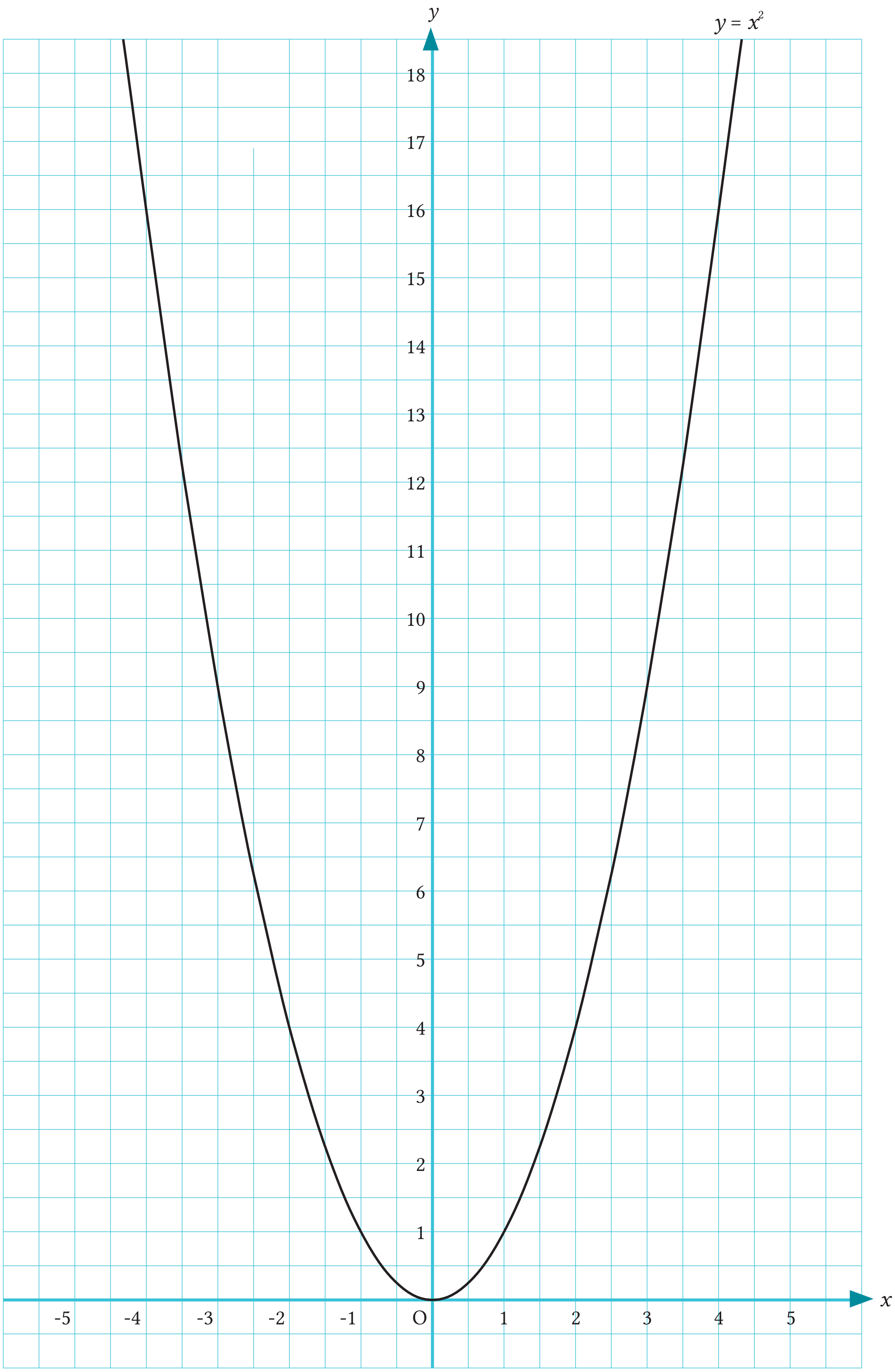
Pada persamaan grafik $y = x^2$, jika kita tambahkan beberapa titik, maka akan terjadi kurva yang mulus, yang kalau kita perbesar akan didapatkan bentuk seperti berikut.

Berpikir Matematis

Temukan jenis grafik yang terbentuk apabila ditentukan titik-titik pada gambar sesuai dengan pasangan x dan y.



Grafik fungsi $y = x^2$, adalah suatu kurva mulus seperti yang disajikan di bawah ini.

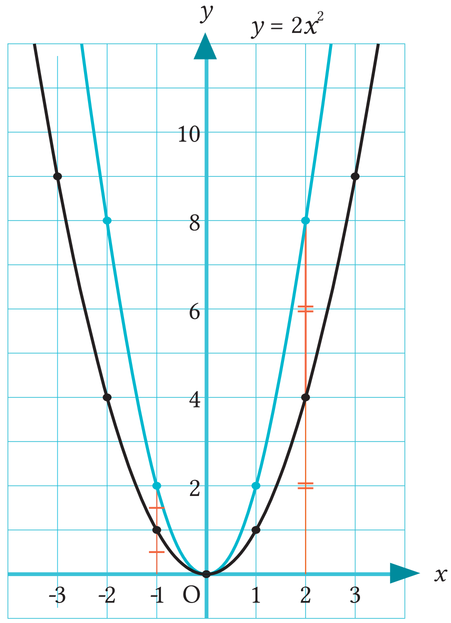


Grafik $y = ax^2$, jika $a > 0$

Lengkapi tabel berikut untuk fungsi $y = 2x^2$. Sesuai dengan tabel di samping, gambarkan grafik $y = 2x^2$ pada tempat yang sama di halaman sebelumnya, kemudian bandingkan hasilnya dengan grafik $y = x^2$.

x	...	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	...
x^2	...										...
y	...										...

Berdasarkan tabel pada Q nilai y bersesuaian dengan nilai x adalah dua kali dari x^2. Grafik $y = 2x^2$ terlihat pada gambar di samping kanan. Dapat kita kemukakan bahwa koordinat-koordinat y dari *titik-titik* pada grafik tersebut adalah dua kali koordinat-koordinat y dari titik-titik dari $y = x^2$



Soal 2

Berdasarkan grafik $y = x^2$, gambarkan grafik dari fungsi-fungsi berikut pada halaman sebelumnya.

(1) $y = 3x^2$

(2) $y = \frac{1}{2}x^2$

Soal 3 Diskusi

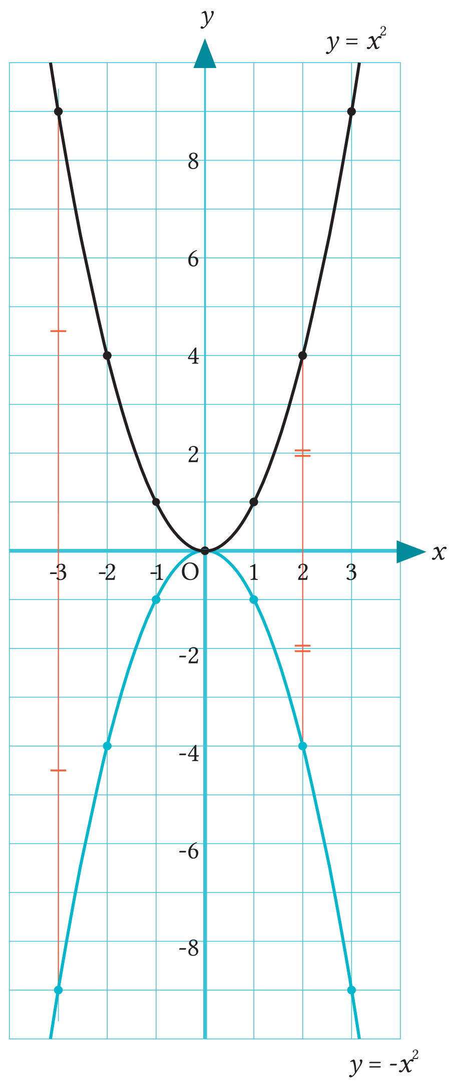
Jika $a > 0$, diskusikan bagaimana karakteristik dari grafik fungsi $y = ax^2$.

Grafik $y = ax^2$, jika $a < 0$

Lengkapi tabel berikut ini dari fungsi $y = -x^2$, kemudian berdasarkan tabel itu gambarlah grafik $y = -x^2$. Pada halaman selanjutnya, dan bandingkan hasilnya dengan grafik $y = x^2$.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
x^2	...										...
y	...										...

Berdasarkan tabel pada Q nilai y berkorespondensi dengan setiap nilai x mempunyai nilai absolut yang sama dengan nilai x^2, dan tandanya berlawanan. Grafik $y = -x^2$ terdapat pada gambar di samping kanan. Titik-titik pada grafik $y = -x^2$ dan titik-titk pada grafik $y = x^2$ adalah simetris terhadap sumbu x. Dengan demikian, grafik $y = x^2$ dan grafik $y = -x^2$ adalah kurva-kurva yang simetris dengan terhadap sumbu x.

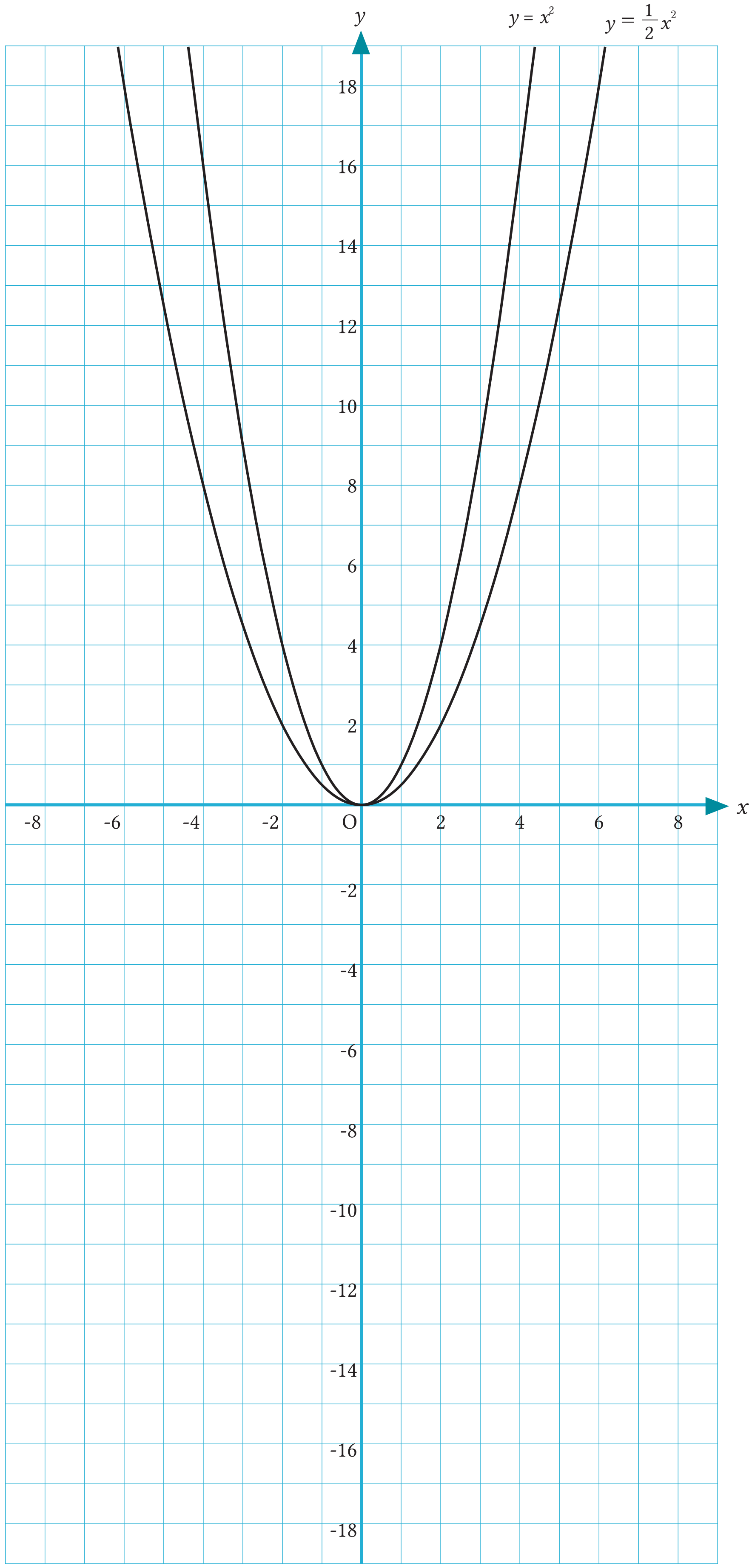


Soal 4

Berdasarkan grafik $y = \frac{1}{2}x^2$,
gambarlah $y = -\frac{1}{2}x^2$ pada halaman berikutnya.

Soal 5 Diskusi

Jika $a < 0$, diskusikan ciri-ciri dari grafik fungsi $y = ax^2$, kemudian bandingkan hasilnya jika $a > 0$.



y
$y = x^2$
$y = \frac{1}{2}x^2$
18
16
14
12
10
8
6
4
2
-8
-6
-4
-2
O
2
4
6
8
x
-2
-4
-6
-8
-10
-12
-14
-16
-18

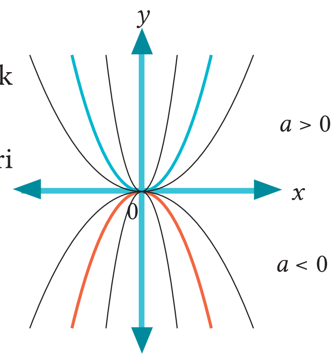
Apa yang telah kita selidiki, dapat kita rangkum sebagai berikut.

PENTING

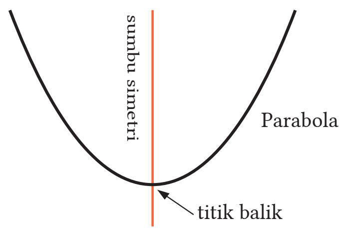
Grafik Fungsi $y = ax^2$

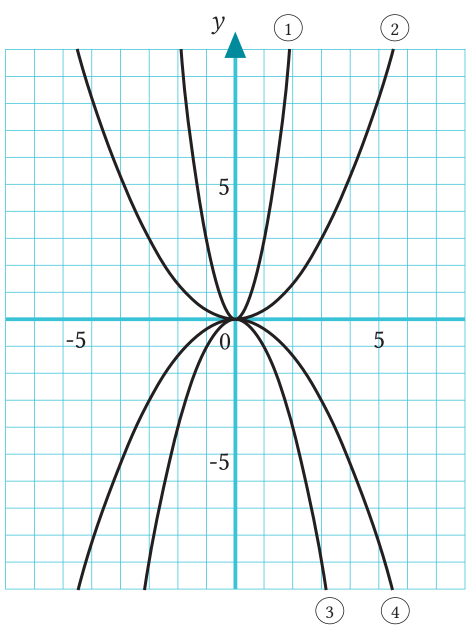
Grafik fungsi $y = ax^2$, mempunyai ciri-ciri sebagai berikut:

1. Kurva ini melalui titik asal O, dan simetri terhadap sumbu y.
2. Jika $a > 0$, kurva terbuka ke atas, Jika $a < 0$, kurva terbuka ke bawah.
3. Jika nilai mutlak a membesar, maka grafik membuka lebih sempit.
4. Grafik $y = ax^2$ dan grafik $y = -ax^2$ saling simetri terhadap sumbu x.



Grafik $y = ax^2$ disebut sebuah parabola. Sebuah parabola mempunyai sebuah sumbu simetri (*axis of symmetry*) dan perpotongan parabola dengan sumbu simetri disebut puncak parabola. Grafik $y = ax^2$ adalah sebuah parabola dengan sumbu y sebagai sumbu simetri dan titik asal O sebagai puncak parabola (*vertex*).





Soal 6

Diskusi

Parabola ① - ④ dari gambar di samping adalah grafik dari persamaan ⓐ - ⓓ. Fungsi manakah yang berkorespondensi dengan masing-masing grafik. Berikan alasan terhadap jawabanmu.

ⓐ $y = \frac{1}{3}x^2$ ⓑ $y = -x^2$

ⓒ $y = 3x^2$ ⓓ $y = -\frac{1}{3}x^2$

Kita sudah menyelidiki karakteristik dari grafik $y = ax^2$.

Berdasarkan grafik, selidiki lebih lanjut bagaimana fungsi $y = ax^2$ berubah?

Hlm.100

Cermati

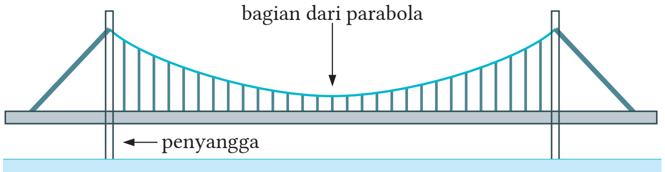
Parabola-Parabola di Sekitar Kita

Kita dapat menemukan bentuk-bentuk parabola di sekitar kita, seperti misalnya gerakan bola yang dilempar ke atas, hidung pesawat terbang.


Sumber: informasi-pendidikan.com


Sumber: news.detik.com

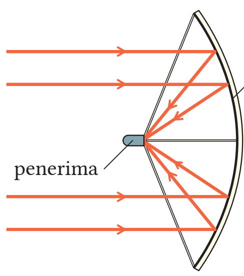
Jembatan Inoshima di prefektur Hiroshima dan jembatan pelangi di Tokyo adalah jembatan suspensi luas yang sangat terkenal. Sebuah jembatan suspensi mempunyai struktur yang dapat meregangkan kabel-kabel di dermaga dan menggunakan kabel untuk menyangga berat jembatan. Jika kita perbaiki semua rantai dan menggantungnya secara alami, bentuk rantai disebut *catenary* yang mirip dengan parabola, tetapi dalam kasus beratnya suspensi jembatan seperti jembatan Inoshima, kabelnya berbentuk seperti parabola.



sebuah *catenary*


Antena Parabola

Bentuk "parabola" dari sebuah antena parabola yang digunakan sebagai satelit penerima *broadcast* disebut sebagai "parabola". Sebuah antena parabola menggunakan luas permukaan parabola yang terbentuk dari perputaran parabola terhadap sumbunya. Penerimaan gelombang radio jarak jauh dicerminkan oleh luas permukaan ini dan difokuskan pada penerima.



Temukan beberapa parabola di sekitar kita.

3 Perubahan pada Nilai dari Fungsi $y = ax^2$

• Tujuan • Menyelidiki perubahan nilai fungsi $y = ax^2$ berdasarkan grafik.

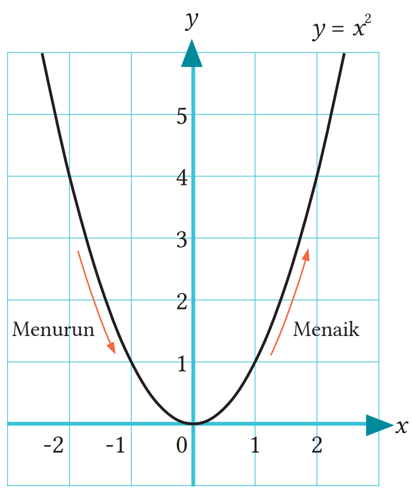
Q Tentukanlah domain untuk fungsi $y = ax^2$ agar grafiknya membuka ke atas. Tentukan pula domainnya agar grafik tersebut membuka ke bawah.

Pada $y = x^2$, seiring dengan pertambahan nilai x diikuti dengan perubahan nilai y, seperti berikut ini.

(1) Jika x mendekati 0 dari arah kiri ($x < 0$), nilai y berkurang

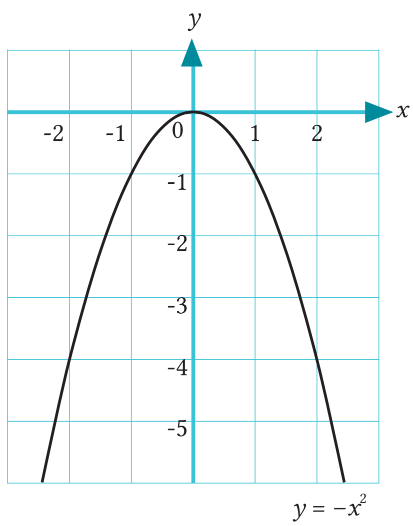
(2) Jika x menjauhi 0 ke arah kanan ($x > 0$), nilai y bertambah

(3) Jika $x = 0$, $y = 0$, dan nilai y berubah dari menurun ke menaik. Di saat inilah y mempunyai nilai minimum, yaitu 0



Soal 1 Pada fungsi $y = \frac{1}{2}x^2$, jika nilai x bertambah, bagaimana dengan perubahan nilai y ? Selidiki hal ini dengan menggunakan grafik pada halaman 94.

Soal 2 Pada fungsi $y = -x^2$, apabila x bertambah, bagaimana dengan perubahan nilai y?



Dalam $y = -x^2$, jika $x = 0$ dan $y = 0$, dan nilai y berubah dari bertambah ke berkurang. Saat itulah y mencapai nilai maksimum.

Tentukan *range* dari $y = ax^2$, jika nilai domain dibatasi.

Contoh 1

Tentukan range dari $y = \frac{1}{4}x^2$, *jika nilai domain* $-2 \le x \le 4$.

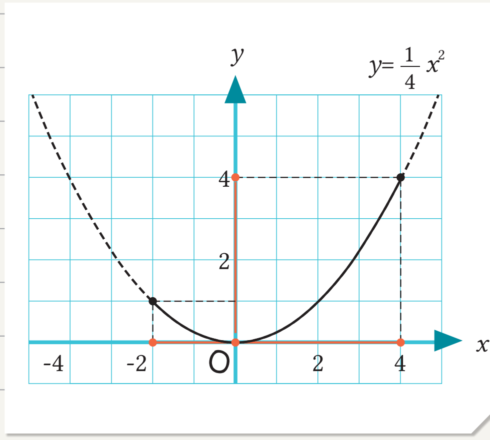
Cara

Dengan menggunakan grafik, selidiki perubahan nilai y yang berkorespondensi dengan nilai domain.

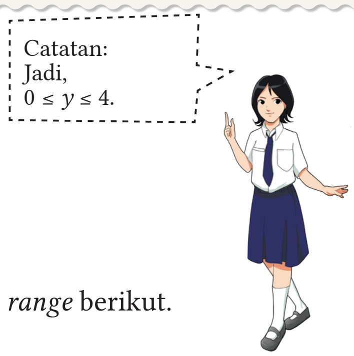
Penyelesaian

grafik $y = \frac{1}{4}x^2$, merupakan grafik yang utuh untuk domain $-2 \le x \le 4$ seperti tampak pada gambar di samping.

Jika $-2 \le x \le 0$, nilai dari y menurun dari 1 ke 0. Jika $0 \le x \le 4$, maka nilai dari y bertambah dari 0 sampai 4. Oleh karena itu range menjadi $0 \le y \le 4$



Jawab : $0 \le y \le 4$



Soal 3

Untuk $y = \frac{1}{4}x^2$, tentukan domain untuk nilai *range* berikut.

$-4 \le x \le 2$

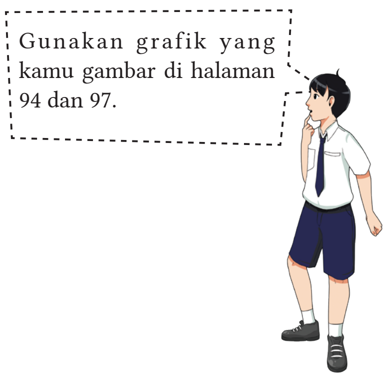
(2) $2 \le x \le 6$

Soal 4

Untuk fungsi berikut ini, tentukan nilai range, jika nilai domainnya adalah $-2 \le x \le 3$

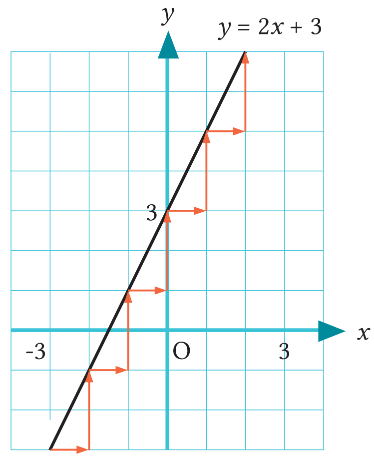
(1) $y = 3x^2$

(2) $y = -\frac{1}{2}x^2$



Laju Perubahan

Untuk fungsi $y = 2x + 3$, laju perubahan sebesar 2 dan perubahan ini tetap. Untuk fungsi $y = x^2$, selidiki besarnya kenaikan nilai y manakala nilai x bertambah sebesar 1, dengan menggunakan gambar pada halaman 94.



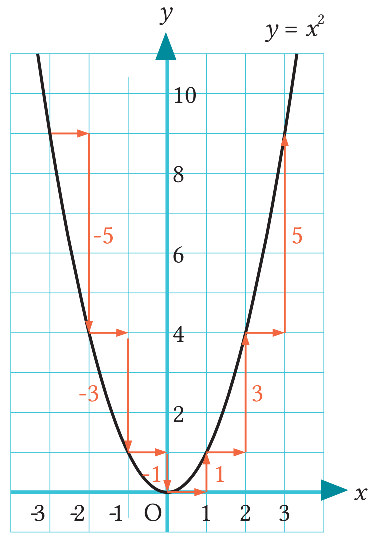
Ulasan

$$(\text{laju perubahan}) = \frac{(\text{kenaikan nilai } y)}{(\text{kenaikan nilai } x)}$$

Kelas VII SMP

Untuk fungsi $y = x^2$, jika nilai x bertambah satu dimulai dari -3 sampai 3, maka kenaikan y adalah -5, -3, -1, 1, 3, 4 seperti terlihat pada tabel berikut:

Kenaikan Nilai x	1	1	1	1	1	1	
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9
Kenaikan Nilai y	-5	-3	-1	1	3	5	



Laju perubahan dari $y = x^2$ tidak konstan.

Soal 5

Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini untuk $y = x^2$.

(1) Jika $x < 0$ dan $x > 0$, bagaimanakah perbedaan antara laju perubahannya?

(2) Apabila nilai mutlak x bertambah, bagaimana perubahan nilai y?

Soal 6

Untuk fungsi $y = -x^2$, buatlah tabel yang bersesuaian dan selidikilah untuk soal yang sama seperti pada soal nomor 5.

Contoh 2 Untuk fungsi $y = \frac{1}{2}x^2$, tentukan laju perubahannya jika x bertambah dari 2 ke 4.

Penyelesaian

Jika $x = 2$, $y = \frac{1}{2} \times 2^2$

$= 2$

Jika $x = 4$, $y = \frac{1}{2} \times 4^2$

$= 8$

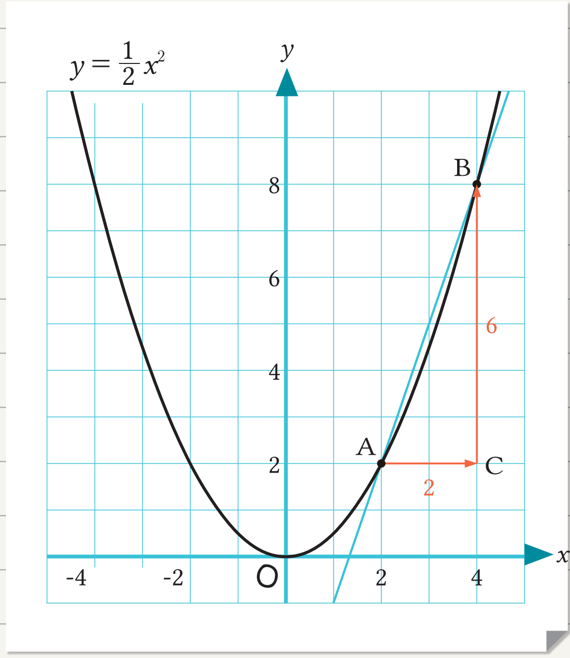
Oleh karena itu,

$\frac{\text{(kenaikan nilai } y)}{\text{(kenaikan nilai } x)} = \frac{8 - 2}{4 - 2}$

$= \frac{6}{2}$

$= 3$

Jawab : 3



Untuk gambar pada contoh 2, kemiringan dari garis yang melalui 2 titik A (2,2) dan B (4,8) adalah $\frac{CB}{AC}$. Dapat dikatakan bahwa laju perubahan ketika nilai x bertambah dari 2 ke 4 menyatakan kemiringan garis itu.

Soal 7 Untuk fungsi $y = \frac{1}{2}x^2$, tentukan tingkat perubahan jika x bertambah sebagai berikut.

(1) dari 4 ke 6 (2) dari −4 ke −2

Soal 8 Untuk fungsi $y = -2x^2$, tentukan laju perubahan jika x bertambah sebagai berikut.

(1) dari 2 ke 5 (2) dari −3 ke 0

Sesuai dengan penyelidikan kita sejauh ini, laju perubahan dari $y = ax^2$ tidak tetap, hal ini berbeda dengan fungsi linear.

Pikirkan tentang arti dari laju perubahan dalam situasi kehidupan sehari-hari.

Jika sebuah benda jatuh dari sebuah ketinggian, jarak yang ditempuh adalah proporsional terhadap kuadrat waktu tempuh. Jika kita misalkan jarak yang ditempuh adalah y m setelah x detik, dan hubungan antara x dan y adalah $y = 5x^2$, maka tentukan nilai y yang bersesuaian, dan lengkapilah tabel berikut.

x (detik)	0	1	2	3	4	5	...
y (meter)	0	5					...

Catatan Secara lebih teliti, hubungan antara jarak yang ditempuh dengan waktu yang dibutuhkan oleh sebuah benda jatuh ke bawah menggunakan persamaan $y = 4,9x^2$

Kita dapat menggunakan persamaan berikut untuk menemukan kecepatan rata-rata dari sebuah benda yang jatuh ke bawah.

$$\text{(Kecepatan rata-rata)} = \frac{\text{(Jarak yang ditempuh)}}{\text{(Waktu yang ditempuh)}} = \frac{(\text{penambahan nilai } y)}{(\text{penambahan nilai } x)}$$

Oleh karena itu, laju perubahan $y = 5x^2$ adalah kecepatan rata-rata. Jika kita ingin menentukan kecepatan rata-rata, maka kita dapat ikuti petunjuk berikut.

interval 0 detik ~ 1 detik, $\frac{5-0}{1-0} = 5 \longrightarrow$ 5 m/dtk

interval 1 detik ~ 2 detik, $\frac{20-5}{2-1} = 15 \longrightarrow$ 15 m/dtk

Soal 9

Tentukan kecepatan rata-rata dalam soal Q.

(1) interval 2 detik ~ 3 detik

(2) interval 3 detik ~ 4 detik

(3) interval 4 detik ~ 5 detik

Mari Mencoba

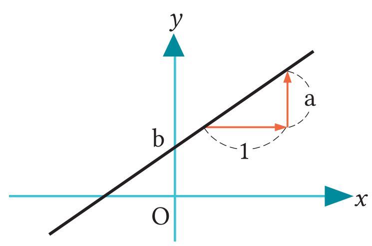
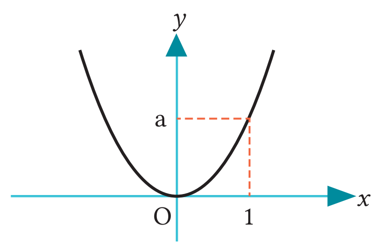
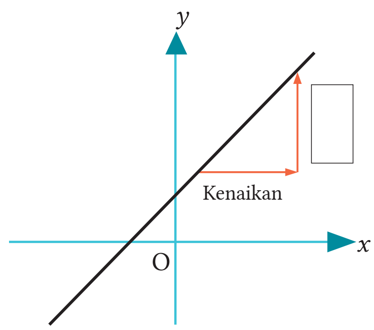
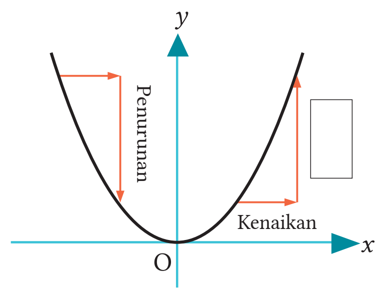
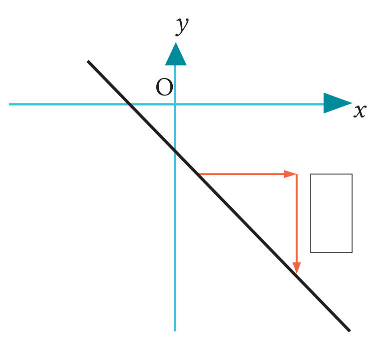
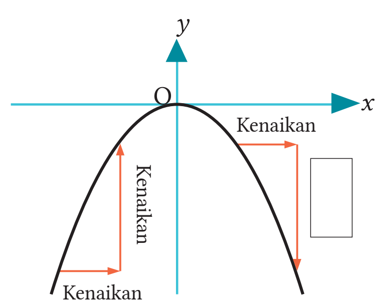
Dalam masalah di atas, kecepatan rata-rata dari sebuah benda jatuh bebas pada interval 1 dtk ~ 2 dtk adalah 15 m/dtk. Selidiki perubahan kecepatan rata-rata, jika interval waktu diperpendek menjadi: interval 1 dtk ~ 1,1 dtk, interval 1 dtk ~ 1,01 dtk, ...

Tentukan pula prediksi dari kecepatan sesaat pada saat t = 1 detik berdasarkan hasil itu.

Membandingkan Ciri-Ciri Garis dan Parabola

Soal 10

Isilah $\square$ dan lengkapi tabel di bawah ini.

		Fungsi $y = ax + b$	Fungsi $y = ax^2$
Bentuk Grafik		 Garis dengan kemiringan $\square$ dan memotong sumbu x di $\square$.	 Ini adalah $\square$ dimana simetri dengan sumbu $\square$.
Perubahan Nilai	Jika a > 0	 Pertambahan nilai x, maka nilai y $\square$.	 Jika nilai x bertambah, maka nilai y berubah menurun menjadi $\square$ di x = 0 sebagai batas.
	Jika a < 0	 Dengan penambahan nilai x, maka nilai y $\square$.	 Jika terdapat penambahan nilai x, maka nilai y meningkat menjadi $\square$ di x = 0 sebagai batas.
Laju Perubahan		Ini adalah tetap dan sama dengan $\square$.	$\square$

Adakah contoh-contoh lain di sekitar kita yang mempunyai hubungan seperti fungsi $y = x^2$?

Hlm.106

4 Penerapan Fungsi $y = ax^2$

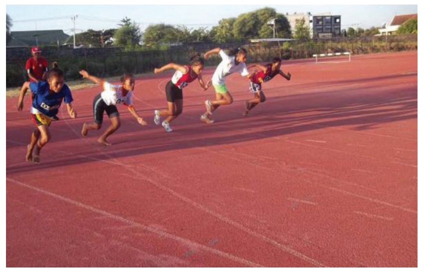
• Tujuan • Mari kita selidiki di sekitar kita yang menggunakan fungsi $y = ax^2$.

[Aktivitas Matematika]

Penerapan

Q

Dalam sebuah kompetisi lari jarak dekat, kita mengukur jarak tempuh Dani setiap 0,5 detik mulai dari awal sampai 3 detik kemudian. Tabel berikut adalah ringkasan hasil kompetisi. Misalkan Dani menempuh jarak y m dalam waktu x detik. Apakah jenis hubungan antara x dan y ?

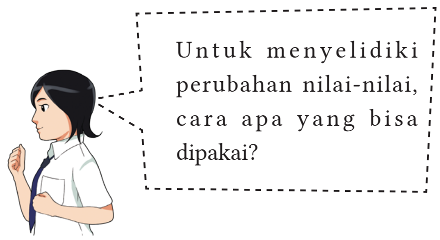


Sumber: kupang.tribunnews.com

x (detik)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
y (meter)	0	0,5	1,9	4,6	8,0	12,7	17,7

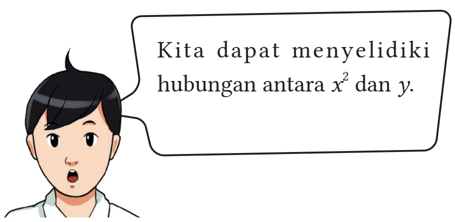
1

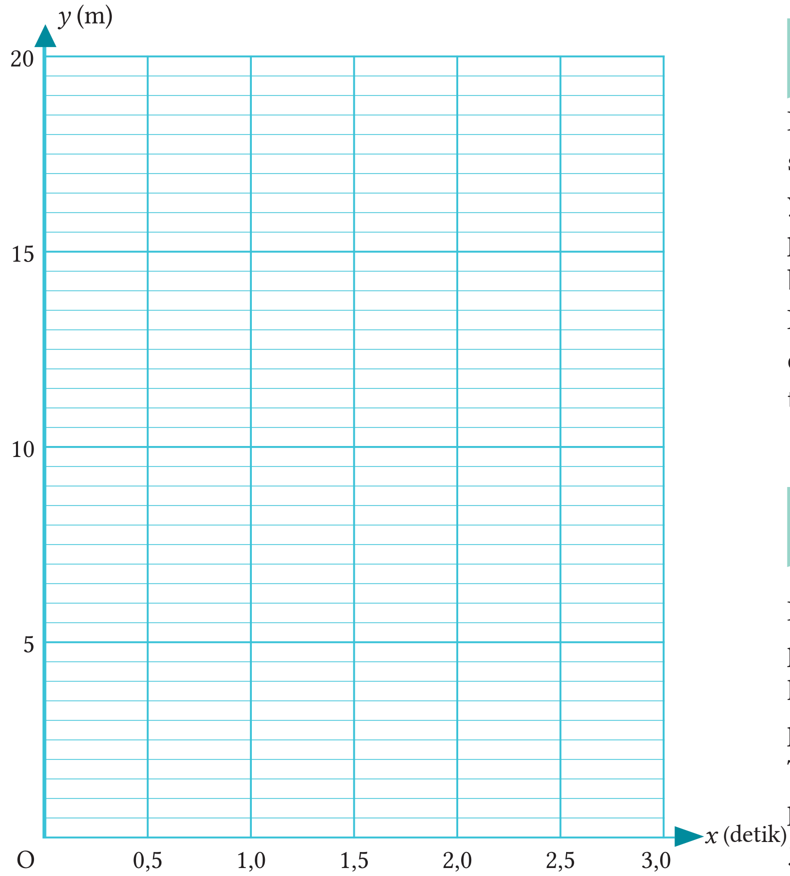
Berdasarkan tabel pada Q, apa yang dapat kamu katakan tentang perubahan nilai-nilai x dan y?



2

Dapatkah kita pikirkan bahwa y proporsional terhadap kuadrat dari x? Metode apa yang dapat kita gunakan untuk pembenarannya?





3

Berdasarkan tabel di halaman sebelumnya, letakkan titik-titik yang koordinat-kordinatnya adalah pasangan-pasangan x dan y yang bersesuaian pada diagram di samping. Prediksikan juga jenis grafik yang didapat dengan melihat posisi titik-titik tersebut.

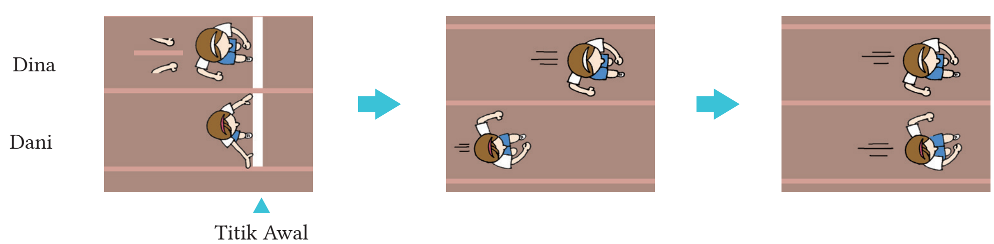
4

Berdasarkan yang sudah kita selidiki pada 1 ~ 3,
kita dapat memikirkan bahwa y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x. Tentukan konstanta proporsi seperti pada grafik di titik (2, 8) dan nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan. Kemudian gambarkan grafiknya di sebelah kiri.

Secara umum, dalam kompetisi jarak pendek, pelari meningkatkan kecepatannya beberapa detik setelah dia memulai, jarak yang dia tempuh hampir proporsional terhadap kuadrat waktu tempuh.

5

Dina berlari dengan kecepatan yang tetap yaitu 4 m/dtk. Ketika Dani mulai lari, Dina melewati titik awal. Berapa meter jaraknya dari titik awal, ketika Dani melewati Dina? Gambarkan grafik yang menunjukkan pergerakan Dina dalam gambar di atas dan tentukan jawabnya.

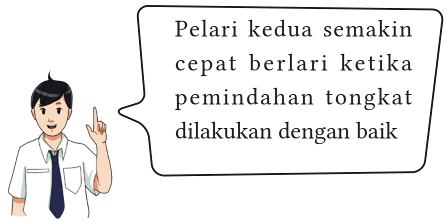


Cermati

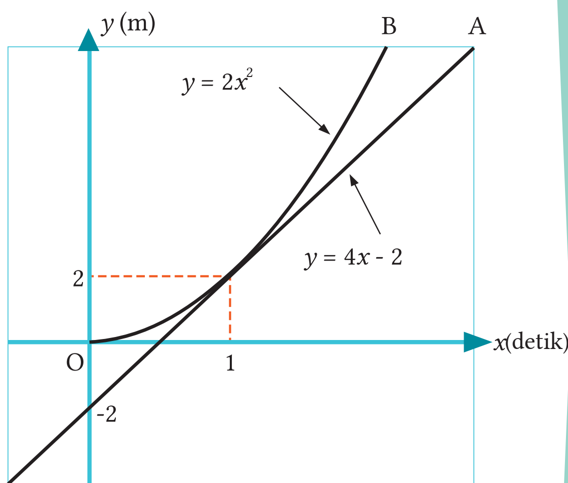
Perpindahan Tongkat pada Lomba Lari Estafet

Untuk mempersingkat waktu pada lomba lari estafet, amatlah penting untuk melakukan perpindahan tongkat secara efisien. Dapat dikatakan, bahwa fokusnya terletak pada “dimana posisi pelari pertama saat pelari kedua mulai berlari”. Jika kita selidiki terlebih dahulu, kecepatan dan percepatan dari kedua pelari yang akan melakukan lari estafet, maka kita dapat menggunakan grafik fungsi untuk menemukan waktu mulai yang sesuai.

Sumber: asiangames.tempo.co



Misalkan A adalah pelari pertama yang berlari dengan kecepatan tetap dan pelari kedua adalah B mulai berlari dan makin kencang. Jika kita misalkan jarak tempuh pelari B dari titik awal adalah y m, yaitu x detik sesudah memulai lomba. Jika pelari A dan B dapat diwakilkan dengan grafik pada sisi kanan, kita dapat perhatikan informasi berikut.



1. Ketika B mulai, A sudah berlari sejauh 2m dari titik awal.
2. Setelah 1 detik, sejak B mulai menerima tongkat dari A sejauh 2 meter ke depan.

Jika A berlari sejauh 3 meter dari titik dimana B mulai menerima tongkat estafet?

Fungsi $y = ax^2$ dapat dilihat pada situasi berikut.

Contoh 1

Ketika sopir mobil yang bergerak dengan kecepatan x km/jam menginjak rem, dan jika jarak yang ditempuh dari saat rem diinjak sampai mobil benar-benar berhenti telah menempuh jarak y m. y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x.

Halaman Terkait Hlm.118

Soal 1

Jika dalam contoh 1, sebuah mobil bergerak dengan kecepatan 40 km/jam menempuh jarak 10m dari saat diinjak rem sampai berhenti. Jawablah pertanyaan berikut ini:

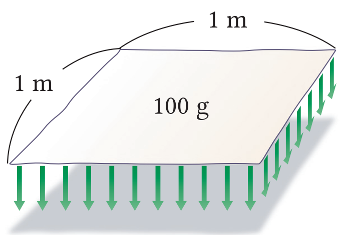
(1) Nyatakan y dalam x menggunakan persamaan.

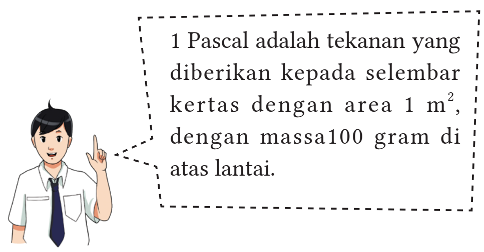
(2) Jika mobil bergerak dengan kecepatan 80 km/jam berapa meter jarak yang ditempuh oleh mobil dari saat direm sampai berhenti?

(3) Jika mobil menempuh jarak sejauh 5m dari saat rem ditekan sampai berhenti, berapakah kecepatannya? Lakukan pembulatan sampai 1 angka desimal.

Contoh 2

Ketika kecepatan angin adalah x m/detik, dan misalkan y Pascal adalah tekanan angin yang berlawanan dan mengarah ke dinding tembok, y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x.





Soal 2

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut tentang contoh 2.

(1) Jika kecepatan angin sebesar 5 m/detik, tekanan angin menghempas dinding sebesar 12,5 Pascal. Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan.

(2) Tentukan tekanan angin yang menghempas ke dinding jika kecepatan angin sebesar:

① 10 m/dtk ② 20 m/dtk ③ 30 m/dtk

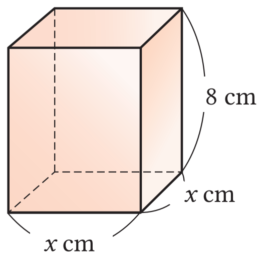
Walaupun kita sudah mempelajari bermacam fungsi yang berbeda, apakah di sekitar kita ada hubungan-hubungan lain yang dapat disebut fungsi? Hlm.111

Mari Kita Periksa

1 Fungsi $y = ax^2$

1
Persamaan dari sebuah fungsi yang proporsional terhadap kuadratnya
[Hlm.90] Cth. 1

Sebuah prisma segi empat beraturan mempunyai panjang rusuk alas x cm, dan tinggi 8 cm. Jika misalkan volumenya y cm^3, nyatakan y dalam x menggunakan persamaan. Dapatkah kita katakan bahwa y proporsional terhadap kuadrat dari x?



2
Persamaan dari sebuah fungsi yang proporsional terhadap kuadratnya
[Hml.90] Cth. 2

y proporsional terhadap kuadrat dari x, jika x = -3 dan y = 18. Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan. Tentukan nilai y, jika x = - 4.

3
Grafik fungsi $y = ax^2$
[Hlm.96] S 4
[Hlm.98] S 6

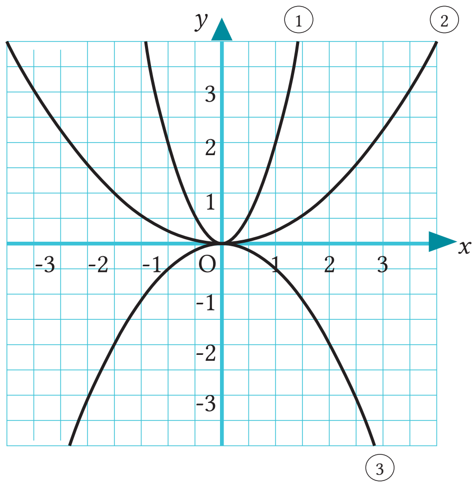
Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Parabola 1 ~ 3 pada gambar di samping a ~ c. Grafik 1 ~ 3 bersesuaian dengan fungsi yang mana?

a $y = -\frac{1}{2}x^2$

b $y = \frac{1}{4}x^2$

c $y = 2x^2$



(2) Gambarkan grafik fungsi $y = -\frac{1}{4}x^2$ pada sebelah kanan.

4
Laju perubahan nilai fungsi $y = ax^2$
[Hlm.101] Cth. 1

Untuk fungsi $y = \frac{1}{3}x^2$, tentukan rangenya jika domain terletak antara $-3 \leq x \leq 6$.

5
Tingkat Perubahan
[Hlm.103] Cth. 2

Untuk fungsi $y = 2x^2$, tentukan laju perubahan ketika nilai x bertambah sebagai berikut:

(1) dari 1 sampai 4

(2) dari -5 sampai -3

2 Macam-Macam Fungsi

1 Berbagai Fungsi di Sekitar Kita

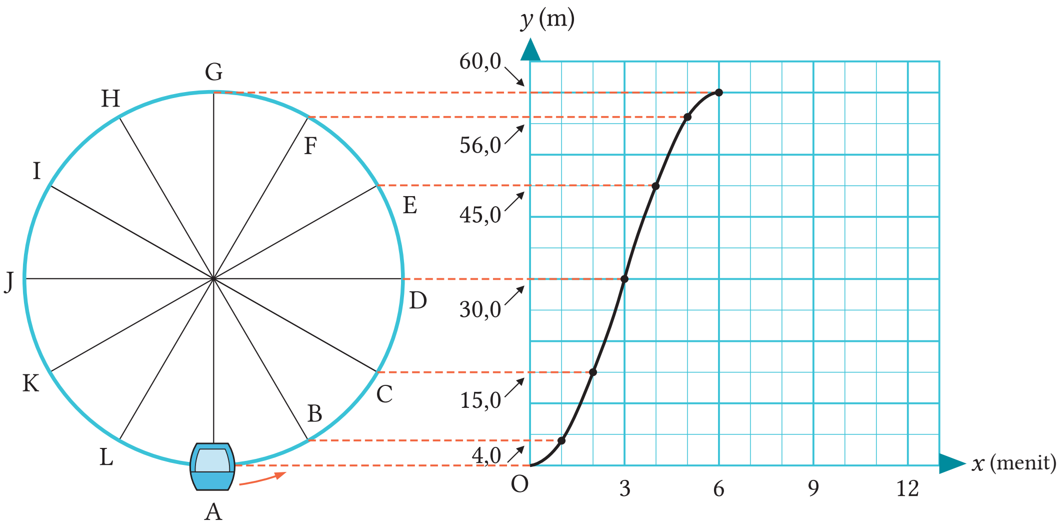
• Tujuan • Menemukan bermacam-macam fungsi di sekitar kita dan menyelidiki bagaimana mereka berubah sesuai dengan rumusnya.

Q Umumnya, kincir air berputar dengan kecepatan tetap. Misalkan diameternya sebesar 60 m, dan waktu yang dibutuhkan untuk 1 putaran adalah 12 menit.

Tentukan beberapa besaran yang berubah saat dimana gondola akan terlepas dari pelatarannya.

Sumber: rappler.com

Seperti tampak pada gambar berikut, dalam **Q**, misalkan ketinggian gondola adalah y m ketika sudah berputar dalam waktu x menit. Dalam hal ini, jika nilai x ditentukan dan hanya ada 1 nilai y yang bersesuaian seperti misalnya " setelah 2 menit, ketinggiannya adalah 15,0 m", y adalah fungsi dari x. Jika $0 \le x \le 6$ kita gambarkan grafik fungsi, maka kita dapatkan gambar berikut:



Soal 1 Dalam **Q**, gambarkan grafik fungsi di atas untuk $6 \le x \le 12$.

Soal 2 Komunikasi

Dalam **Q** pada halaman sebelumnya, ketika kincir air berputar 1 putaran, apa yang dapat kita katakan tentang perubahan ketinggian gondola? Jelaskan penemuanmu berdasarkan grafik.

Contoh 1

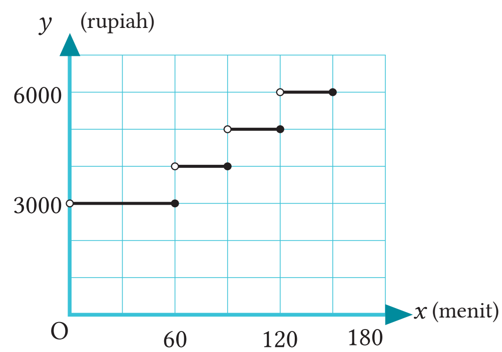
Biaya parkir adalah 3.000 rupiah dalam 1 jam pertama, dan 1.000 rupiah untuk penambahan waktu 30 menit berikutnya. Misalkan, biaya parkir y rupiah, ketika parkir selama x menit. Jika kita misalkan domain dari x adalah $0 \leq x \leq 150$, akan terbentuk grafik seperti di bawah ini.

Ulasan

● artinya bilangan tersebut termasuk, dan ○ artinya bilangan tersebut tidak termasuk.

Kelas VII

Waktu x (menit)	Biaya y (Rupiah)
$0 < x \leqq 60$	3000
$60 < x \leqq 90$	4000
$90 < x \leqq 120$	5000
$120 < x \leqq 150$	6000
⋮	⋮



Soal 3 Komunikasi

Jawablah soal berikut tentang contoh 1.

(1) Tentukan besar biaya ketika parkir selama 170 menit.

(2) Dengan uang 10.000 menit, berapa lama waktu maksimum kita dapat parkir?

(3) Dapatkah kita katakan bahwa y adalah fungsi dari x? Jelaskan jawabanmu.

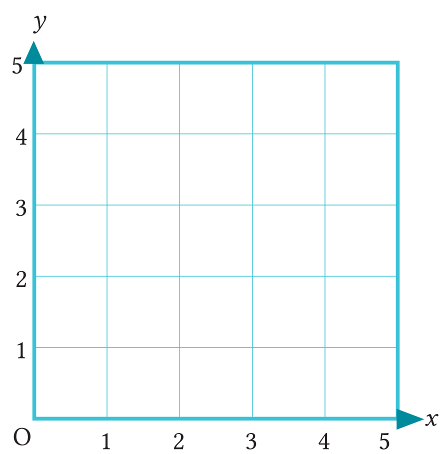
Soal 4

Misalkan domain adalah $0 \leq x \leq 5$ dan jika nilai x dibulatkan ke bawah ke bilangan cacah menjadi y.

Dalam masalah ini, jawablah pertanyaan berikut:

(1) Tentukan nilai y jika $x = 2{,}4$

(2) Tentukan hubungan antara x dan y dengan menggambarkannya pada grafik

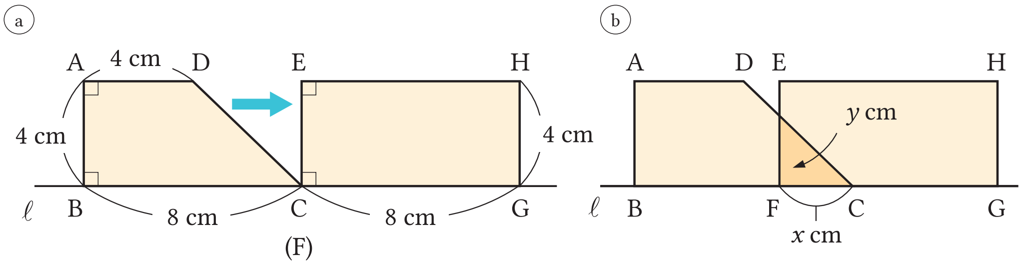


Seperti terlihat dalam contoh 1 dan soal 4, untuk beberapa fungsi, nilai-nilai interval y, pada grafik terlihat seperti tangga-tangga.

Fungsi-Fungsi Muncul dalam Gambar

Contoh 2

Tampak pada gambar berikut, gambar ⓐ, adalah trapesium ABCD dan persegi panjang EFGH terletak berdampingan pada garis ℓ.



Ketika persegi panjang dalam keadaan diam, geserkan trapezium ABCD sepanjang garis l, sedemikian sehingga sisi AB dan sisi EF saling menindih. Jika kita misalkan luas daerah yang saling menindih adalah y cm^2, jika FC = x cm. Tentukan hubungan x dan y menggunakan persamaan.

Cara

Kita dapat pisahkan domain menjadi: $0 \le x \le 4$ dan $4 \le x \le 8$. Pada setiap domain itu, sebuah persamaan y dalam x.

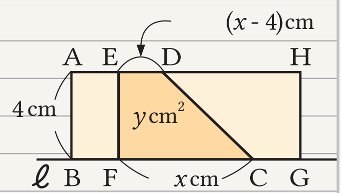
Penyelesaian

Jika $0 \le x \le 4$ maka daerah yang saling menindih berbentuk segitiga sama kaki, jika kita nyatakan dalam sebuah persamaan yang memuat x dan y, maka dapat dituliskan

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

Jika $4 \le x \le 8$, maka daerah yang saling menindih berbentuk trapesium, dengan sisi alas ($x - 4$) cm, dan sisi alas yang lain adalah x cm, dengan tinggi 4 cm.

Jika kita nyatakan y dalam x dengan menggunakan sebuah persamaan yang memuat x dan y,

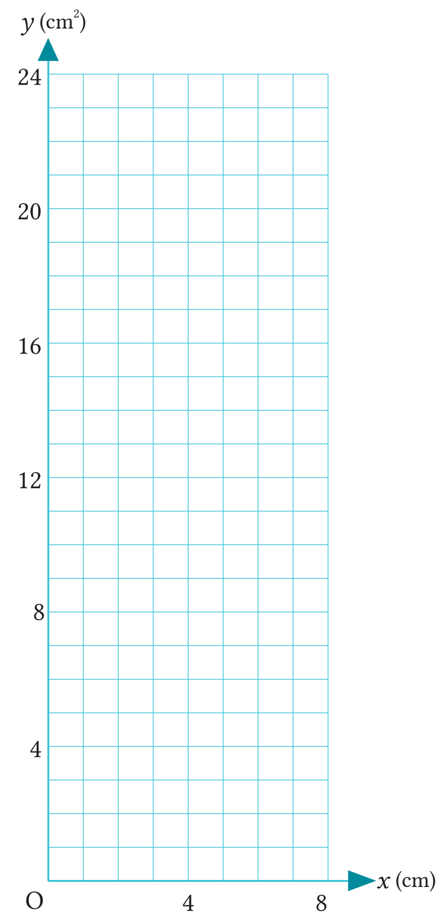


maka dapat dituliskan sebagai

$$y = \frac{1}{2}\{(x-4)+x\} \times 4 = 4x - 8$$

Jawab: untuk $0 \le x \le 4$, maka $y = \frac{1}{2}x^2$

untuk $4 \le x \le 8$, maka $y = 4x - 8$



Soal 5

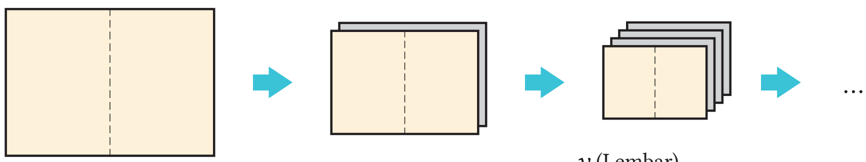
Buatlah grafik untuk contoh 2, pada gambar di atas.

Soal 6

Dalam contoh 2 di halaman sebelumnya, tentukan nilai x jika luas daerah yang saling beririsan adalah setengah dari luas trapesium ABCD.

Mari Mencoba

Jika kita potong selembar kertas menjadi dua bagian, maka kita akan mendapatkan dua potongan kertas. Tumpuklah kedua bagian itu dan potong lagi menjadi dua bagian yang sama, sehingga didapatkan 4 potongan. Misalkan, banyaknya potongan kertas adalah y lembar selama x kali pemotongan. Dalam hal ini, jika nilai x ditentukan, maka hanya terdapat 1 nilai y yang bersesuaian, y adalah fungsi dari x. Selidiki pertanyaan berikut tentang fungsi tersebut.

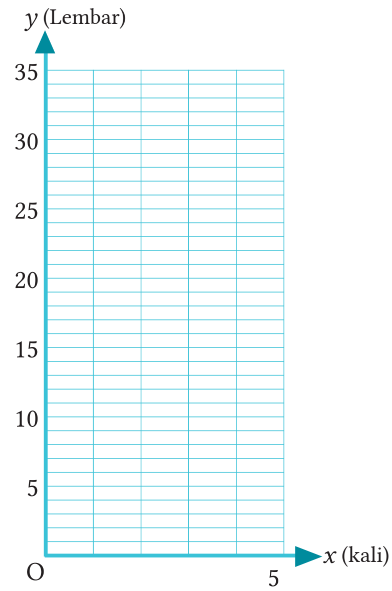


(1) Lengkapi tabel berikut.

x (kali)	0	1	2	3	4	5
y (lembar)	1					

(2) Tentukan titik-titik yang koordinat-koordinatnya adalah pasangan-pasangan x dan y yang bersesuaian pada grafik, berdasarkan tabel (1).

(3) Tentukan berapa lembar kertas yang didapatkan setelah 10 kali pemotongan.



Mari Kita Periksa

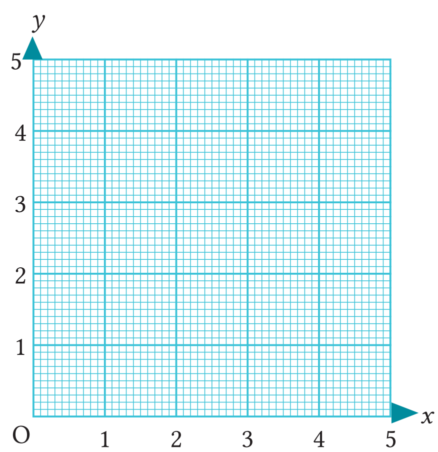
2 Macam-Macam Fungsi

1
Fungsi-fungsi di sekitar kita
[Hlm.112 Cth. 1

Jika terdapat domain $0 \leq x \leq 5$ dan nilai-nilai pembulatan x adalah y. Dalam masalah ini, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Tentukan nilai dari y jika $x = 3{,}4$

(2) Nyatakan hubungan antara x dan y pada grafik di samping.



BAB 4

Soal Ringkasan

Jawaban di Hal.278

Gagasan Utama

1 Pilihlah fungsi yang mewakili (1) - (3) dari persamaan fungsi berikut ⓐ - ⓕ.

ⓐ $y = x^2$	ⓑ $y = -x^2$	ⓒ $y = 2x + 1$
ⓓ $y = -2x$	ⓔ $y = 2x^2$	ⓕ $y = -2x^2$

(1) y proporsional terhadap kuadrat dari x

(2) Ketika $x < 0$, jika nilai x bertambah, maka nilai y berkurang

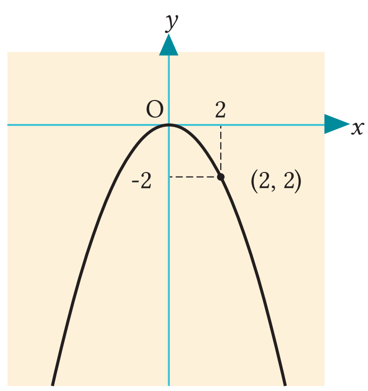
(3) Ketika $x = 0$, maka nilai y maksimum adalah 0.

2 Gambar di samping adalah grafik $y = ax^2$. Jawablah pertanyaan berikut:

(1) Tentukan sebuah nilai konstanta proporsional a

(2) Tentukan laju perubahan jika nilai x bertambah dari 2 ke 4

(3) Bila domain $-4 \le x \le 2$, tentukan nilai y maksimum



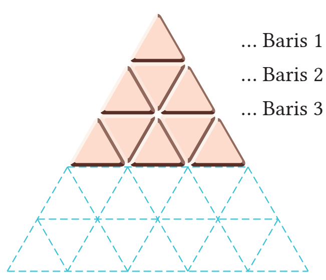
$y = ax^2$

3 Gunakan ubin berbentuk segitiga sama sisi untuk membuat segitiga sama sisi yang besar seperti terlihat pada gambar di samping. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Misalkan banyaknya ubin dalam baris x adalah y. Nyatakan y dalam x menggunakan persamaan

(2) Misalkan banyaknya ubin sampai baris x adalah y, dengan menggunakan persamaan nyatakan y dalam x.

(3) Tentukan total ubin sampai dengan baris ke-10



Penerapan

1 Untuk fungsi $y = ax^2$, tentukan nilai a untuk kasus-kasus berikut.

(1) Jika $x = -4$, $y = 4$

(2) Jika nilai x bertambah dari 1 ke 4, tingkat perubahan -5

(3) Jika domain $-3 \le x \le 2$, nilai y maksimum adalah 3

2 Gunakan kalkulator :

Sebuah kerucut mempunyai tinggi 30 cm, dan jari-jari alas sebesar x cm. Jika volume kerucut adalah y cm^3, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Dengan menggunakan persamaan nyatakan dalam x

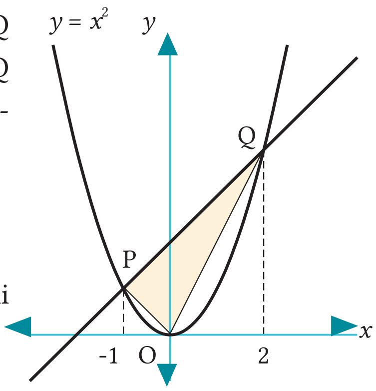
(2) Jika volume kerucut adalah 1.000 cm^3, berapa cm jari-jari alasnya? Misalkan π = 3,14, bulatkan hasilnya sampai ke dua desimal

3 Tampak pada gambar di samping, titik P dan Q terletak pada kurva $y = x^2$. Jika absis titik P dan Q masing-masing adalah -1 dan 2, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

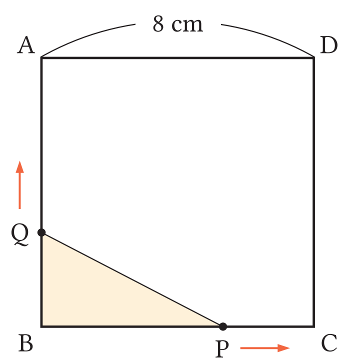
(1) Tentukan koordinat P dan Q

(2) Tentukan persamaan garis melalui P dan Q

(3) Tentukan luas daerah ΔPOQ, jika 1 unit mewakili 1 cm.



4 Persegi ABCD dengan panjang sisi 8 cm, terlihat seperti tampak pada gambar di samping. Titik P bergerak sepanjang sisi dengan kecepatan 2 cm/detik dari titik B ke titik D, melalui titik C. Titik Q mulai bergerak pada saat yang sama dengan titik P dengan kecepatan 1 cm/detik dari titik B ke titik A. Misalkan luas daerah BPD sesudah x detik dari titik P dan Q bergerak adalah y cm^2, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:



(1) Jika $0 \le x \le 4$, nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan

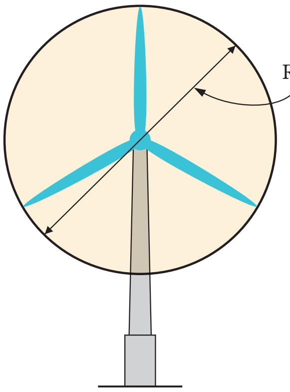
(2) Jika $4 \le x \le 8$, nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan

Soal Ringkasan

Penggunaan Praktis

Alat-alat pembangkit listrik bertenaga angin menggunakan kekuatan angin untuk memutar roda baling-baling dan mengubahnya menjadi tenaga untuk membangkitkan energi listrik. Umumnya, roda berbaling-baling ini berputar untuk pembangkit tenaga angin dengan menggunakan 3 bilah. Lingkaran terbentuk dengan adanya rotasi dari ke 3 bilah yang disebut rotor. Semakin panjang diameter rotor, semakin besar energi yang dihasilkan oleh roda. Karena alasan inilah, maka roda baling-baling diperbesar secara bertahap.

Sumber: news.okezone.com



1 Misalkan diameter dari rotor roda berbaling-baling menggunakan kekuatan angin adalah x m dan tingkat kekuatan rotor yang dipandang 'aman' sebesar y kilowatt. Ketika menyatakan hubungan antara x dan y, maka akan terbentuk tabel berikut.

Diameter rotor x cm	40	57	70	80	100
Tingkat kekuatan rotor y (kilowatt)	500	1000	1500	2000	3000

(1) Hubungan apa diantara diameter rotor x dan tingkat kekuatan rotor roda berbaling y? Pilihlah dari (1) ~ (3) dan nyatakan y dalam x menggunakan persamaan. Tentukan konstanta proporsi dalam bentuk pecahan berdasarkan nilai dari diameter yang sama dengan 80 m.

① y proporsional terhadap x

② y adalah porporsi lawan dari x

③ y adalah proporsional terhadap kuadrat dari x

(2) Jika diameter rotor diperbesar dua kali, menjadi berapa kali tingkat kekuatannya?

(3) Jika kekuatan rotor dibutuhkan 4000 kW, jelaskan bagaimana menentukan diameter rotor. Tentukan jawabanmu.

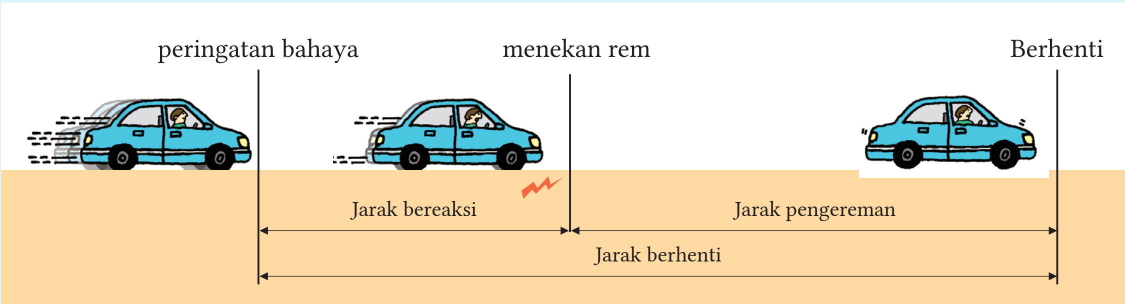
Pekerjaan Terkait

[Insinyur]

Pendalaman Materi

Apa Hubungan antara Kecepatan dan Jarak Berhenti?

Jika sebuah mobil bergerak dengan kecepatan 100 km/jam, berapa meter jarak tempuhnya jika sopir mulai menyadari bahaya sampai waktu mobil berhenti?
Jarak yang ditempuh oleh sebuah mobil sampai dia berhenti disebut jarak berhenti (*stopping distance*) adalah jumlah dari jarak ketika sopir menyadari bahaya ke waktu dia mulai menginjak pedal rem (jarak bereaksi → *reaction distance*), dan jarak yang ditempuh saat menginjak rem sampai mobil benar-benar berhenti.



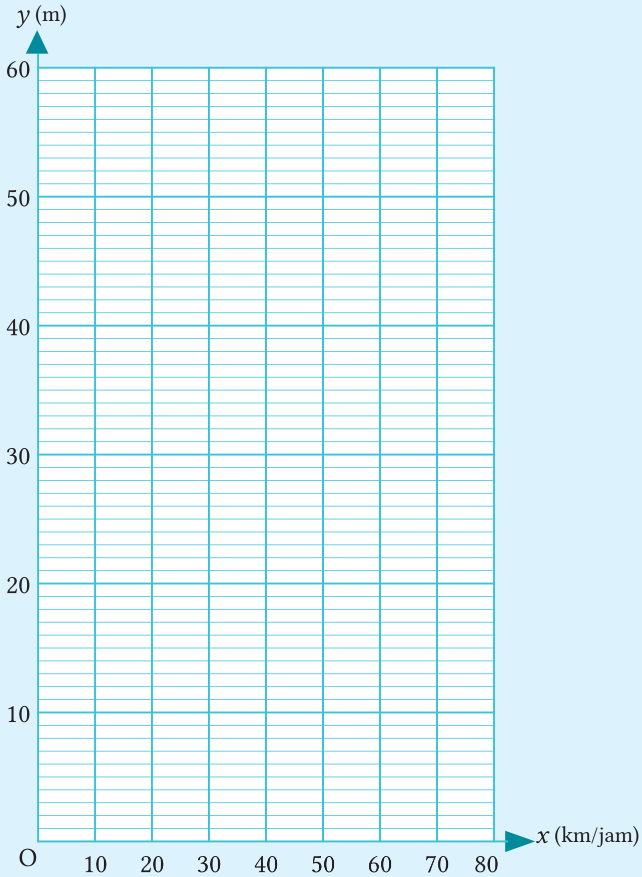
Tabel berikut menunjukkan hasil-hasil dari sejumlah percobaan yang menyatakan hubungan antara kecepatan sebuah mobil dengan jarak henti.

Kecepatan (km/jam)	Jarak bereaksi (m)	Jarak pengereman (m)	Jarak Henti (m)
20	6	3	9
30	8	6	14
40	11	11	22
50	14	18	32
60	17	27	44
70	19	39	58
80	22	54	76

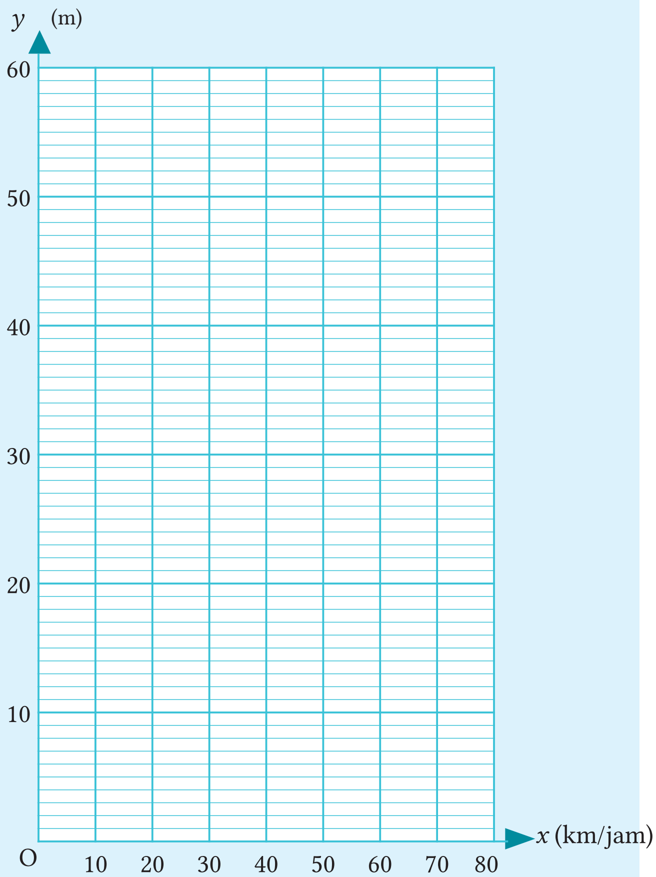
1 Pada awalnya, silahkan selidiki hubungan antara kecepatan dengan jarak reaksi.

(1) Berdasarkan nilai pada tabel, prediksi apa yang kamu berikan?
(2) Andaikan jarak reaksi y m ketika kecepatan x km/jam. Tentukan titik-titik pada gambar 1 di halaman berikut berdasarkan tabel di atas dan selidikilah grafik macam apakah itu?

2 Selidiki hubungan antara kecepatan dengan jarak pengereman menggunakan metode yang sama dalam soal 1 di atas. Gambarkan grafik dalam gambar 2 pada halaman selanjutnya.



Gambar 1 Kecepatan dan jarak bereaksi



Gambar 2 Kecepatan dan Jarak berhenti

3 Bandingkan kedua grafik di atas dan tentukan penemuanmu.

4 Dengan menggunakan kalkulator, pertimbangkan bahwa jarak bereaksi adalah proporsional terhadap kecepatan, dan dengan menggunakan persamaan nyatakan y dalam x. Tentukan konstanta proporsi menggunakan grafik yang melalui titik (50,14) dan bulatkan menjadi 2 tempat desimal.

5 Dengan menggunakan kalkulator, pertimbangkan bahwa jarak bereaksi adalah proporsional kepada kuadrat kecepatan, dengan menggunakan persamaan nyatakan y dalam x. Tentukan konstanta proporsi menggunakan grafik yang melalui titik (60, 27) dan bulatkanlah menjadi 4 tempat desimal.

6 Dengan menggunakan persamaan yang kita temukan di nomor 4 dan 5, tentukan jarak bereaksi, jarak pengereman, dan jarak henti ketika mobil bergerak pada kecepatan 100 km/jam.

7 Berdasarkan apa yang sudah kita selidiki di halaman 129 dan 130, selidikilah pertanyaan-pertanyaan berikut ini:

(1) Dapat dinyatakan bahwa ketika hari hujan dan jalanan basah maka jarak pengereman menjadi 1,5 ~ 2 kali dibandingkan bila jalanan kering. Berdasarkan grafik yang kita gambarkan pada 2 di halaman 129, gambarkan grafik ketika jarak pengereman bertambah ke 1,5 kali dalam gambar 2 di halaman sebelumnya.

(2) Apa yang dapat kamu baca dari dua buah grafik yang kamu buat dalam Gambar 2 pada halaman sebelumnya?

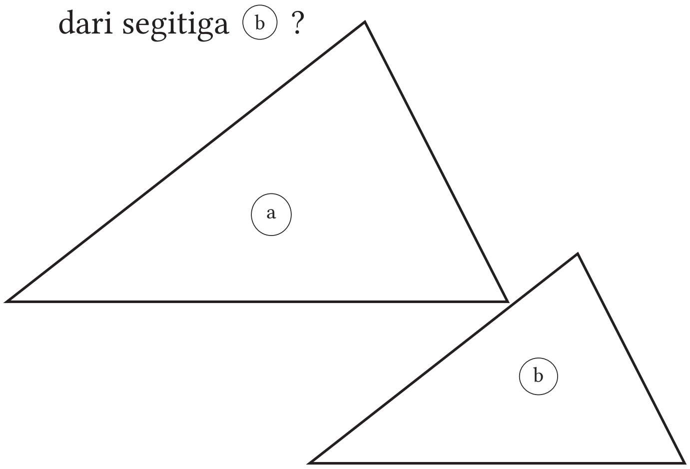
Walaupun di bawah kecepatan yang sama, jarak pengereman sebuah mobil berubah banyak tergantung dari gesekan antara jalanan dan roda. Tidak diragukan lagi bahwa kondisi jalanan akibat adanya salju atau hujan akan mempengaruhi jarak pengereman. Termasuk ban roda yang sudah lama (tua) dan aus akan berakibat terhadap makin bertambah panjangnya jarak pengereman.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

Ketika mengendarai sepeda, dapat dinyatakan bahwa ketika kecepatannya 14 km/jam, jarak pengeremannya adalah 5,4 m. Masalah jarak henti dan kecepatan juga merupakan hal yang sering dijumpai oleh para siswa SMP.

Ulasan

Apakah segitiga ⓐ merupakan perbesaran dari segitiga ⓑ ?

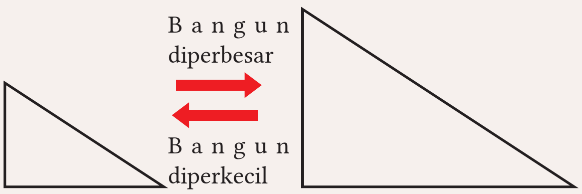


Apa saja yang perlu kita ketahui?

Apa saja yang sudah kita pelajari sebelumnya?

【Bangun-bangun yang diperbesar/diperkecil】

Pada bangun-bangun yang diperbesar/diperkecil, besar sudut-sudut yang bersesuaian tetap sama dan perbandingan sisi-sisinya senilai.



Bab 5 Kesebangunan

【Sifat-sifat perbandingan】

Persamaan perbandingan,

Jika a : b = c : d, maka ad = bc.

【Syarat-syarat Segitiga-segitiga yang kongruen】

Dua segitiga dikatakan kongruen jika memenuhi salah satu dari syarat-syarat berikut ini.

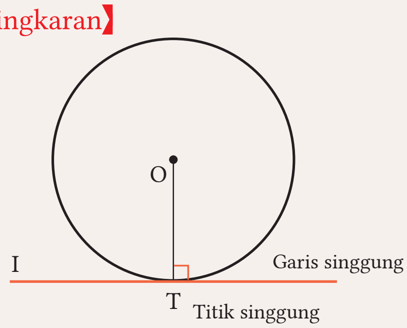
1. 3 pasang sisi yang bersesuaian sama panjang (sisi-sisi-sisi).
2. 2 pasang sisi yang bersesuaian sama panjang, dan sudut yang diapitnya sama, (sisi-sudut-sisi).
3. Sepasang sisi yang bersesuaian sama panjang, dan diapit oleh 2 pasang sudut yang besarnya sama (sudut-sisi-sudut).

【Juring lingkaran dan sudut pusat】

Juring adalah daerah di dalam lingkaran yang dibatasi oleh dua buah jari-jari dan sebuah busur. Sudut yang diapit oleh kedua jari-jari itu disebut sudut pusat.

【Garing singgung Lingkaran】

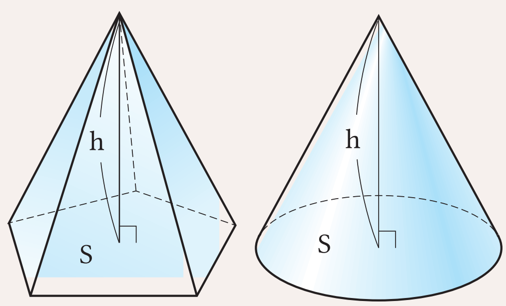
Garis singgung pada sebuah lingkaran tegak lurus terhadap jari-jari lingkaran itu dan melalui sebuah titik singgung.



【Volume Limas dan Kerucut】

Jika luas alas dari limas dan kerucut adalah S m^2 dan tinggi limas adalah h cm , maka rumus volume limas dan kerucut adalah

$$V = \frac{1}{3}Sh$$



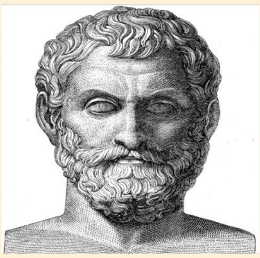
KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Sukarman
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 5

Kesebangunan

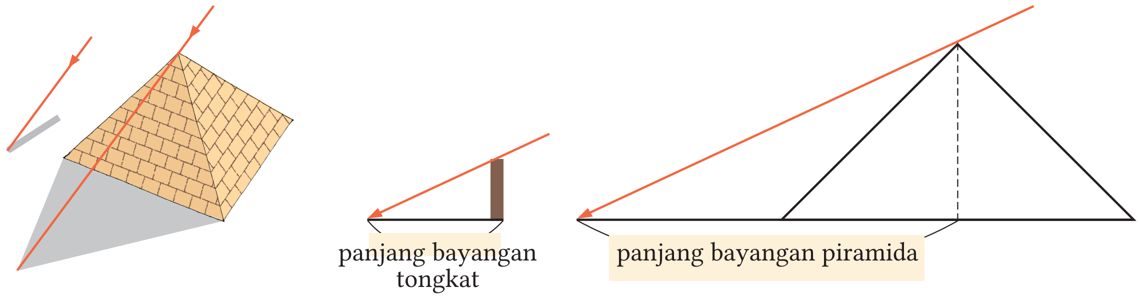
Berapakah tinggi piramida-piramida pada gambar berikut ini?

Thales adalah salah satu dari tujuh filsuf Yunani Kuno, merupakan filsuf tertua yang tercatat menyumbangkan pemikiran-pemikiran hebatnya dalam berbagai bidang. Ia juga banyak berkarya dalam bidang Matematika, salah satu karyanya adalah Teorema Thales.

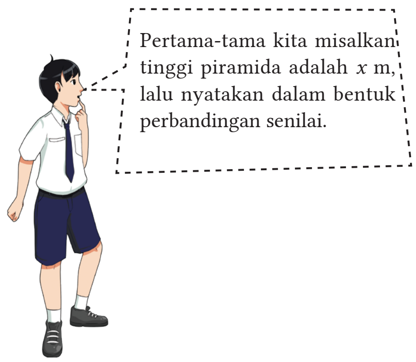


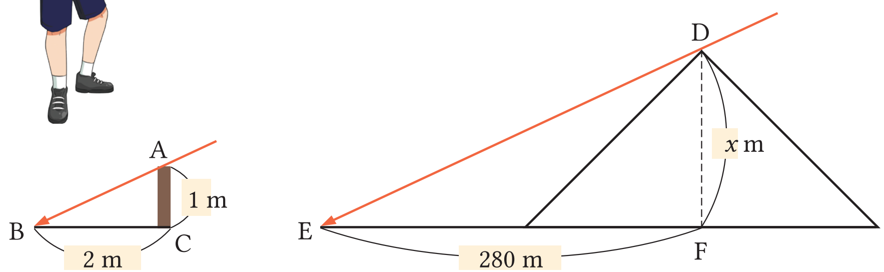
Thales
(624 SM - 546 SM)

1 Menurut cerita, ketika Thales pergi ke Mesir, ia mengukur tinggi sebuah piramida dengan cara menancapkan sebuah tongkat di atas tanah pada siang hari kemudian membandingkan panjang bayangan tongkat dengan panjang bayangan piramida. Mari kita lihat gambar-gambar berikut ini.



2 Misalkan panjang tongkat 1 m dan panjang bayangan tongkat 2 m. Jika panjang bayangan piramida 280 m, berapa meter tinggi piramida tersebut?





3 Perhatikan panjang bayangan tongkat dengan panjang bayangan piramida pada gambar di atas. Apa yang dapat kita simpulkan tentang hubungan antara ΔABC dan ΔDEF?

Kedua segitiga di atas ukurannya terlihat bangun-bangun yang diperbesar dan diperkecil. Bagaimana cara mengetahuinya?

Hlm.125

Dapatkah kita menggunakan cara seperti ini untuk mendapatkan tinggi pohon atau gedung sekolah?

Hlm.135

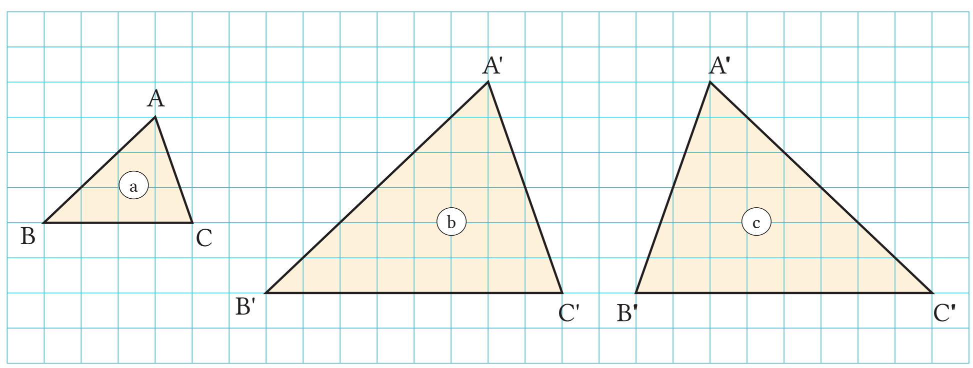
1 Kesebangunan

1 Dua Bangun Datar yang Sebangun

Tujuan Peserta didik dapat menyelidiki hubungan di antara dua bangun datar yang memiliki bentuk yang sama.

Perbesaran/Pengecilan dan Kesebangunan

Pada bangun-bangun di bawah ini, berapa kali harus kita perbesar segitiga ⓐ agar ukurannya tepat sama dengan segitiga ⓑ ? Dan berapa kali segitiga b harus kita perkecil agar ukurannya tepat sama dengan segitiga ⓐ?



Pada gambar segitiga a dan segitiga b di atas, kedua bangun datar dinyatakan sebangun apabila salah satu bangun merupakan hasil perbesaran atau pengecilan dari bangun lainnya.

Perhatikan juga gambar segitiga c yang merupakan hasil pencerminan dari segitiga b sehingga keduanya memiliki ukuran yang sama atau kongruen, keduanya juga dapat dikatakan sebangun.

Pada segitiga-segitiga yang sebangun, seperti ΔABC dan ΔA'B'C'. Titik A dan titik A' disebut titik-titik yang bersesuaian. Sisi AB dan sisi A'B' disebut sisi-sisi yang bersesuaian. ∠A dan ∠A' disebut sudut-sudut yang bersesuaian.

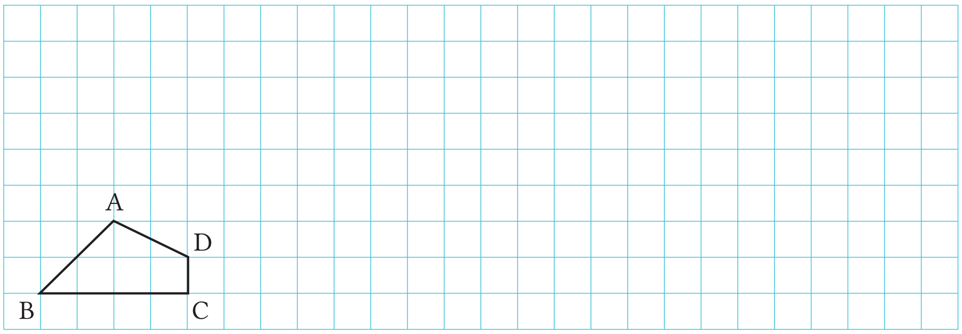
Kesebangunan dilambangkan dengan ~ . Jika ada tertulis ΔABC ~ ΔA'B'C' cara membacanya adalah ΔABC sebangun dengan ΔA'B'C'.

Catatan Saat menggunakan lambang ~ untuk menyatakan kesebangunan dua bangun datar, urutkanlah huruf-huruf agar sesuai dengan titik-titik yang bersesuaian.

Syarat-Syarat Kesebangunan

Q

Gambarlah segi empat A'B'C'D' yang merupakan hasil perbesaran 3 kali dari segi empat ABCD.



Berdasarkan gambar di atas, hubungan antara sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian adalah sebagai berikut.

A'B' = 3 AB, B'C' = 3 BC, C'D' = 3CD,

∠A' dan ∠A, ∠B' dan ∠B , ∠C dan ∠C' dan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah sebagai berikut.

A'B' : AB = B'C' : BC = C'D' : CD = D'A' : DA = 3 : 1

Soal 1

Pada kedua segi empat di atas, coba amati hubungan antara panjang diagonal A'C' dengan AC, serta B'D' dengan BD.

Soal 2

Berdasarkan ΔA'B'C' dan ΔABC pada halaman sebelumnya, nyatakan hubungan antara panjang sisi-sisi yang bersesuaian dan sudut-sudut yang bersesuaian.

Secara umum dapat kita simpulkan.

PENTING

Sifat-sifat Kesebangunan

1. Panjang sisi-sisi yang bersesuaian memiliki perbandingan yang senilai.
2. Sudut-sudut yang bersesuaian ukurannya sama besar.

Soal 3

Apakah dua bangun datar berikut akan selalu sebangun?

(1) Dua buah belah ketupat (2) Dua buah segi lima beraturan

Pada bangun datar yang sebangun, perbandingan panjang ruas-ruas garis yang bersesuaian disebut perbandingan kesebangunan. Perbandingan kesebangunan dari segi empat A'B'C'D' dan segi empat ABCD pada halaman sebelumnya adalah 3 : 1.

Contoh 1

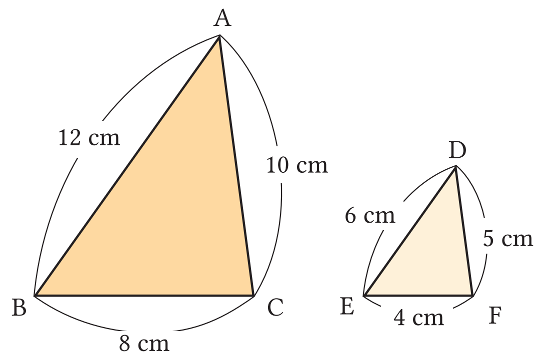
Pada gambar di samping, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah sebagai berikut :

AB : DE = 12 : 6

BC : EF = 8 : 4

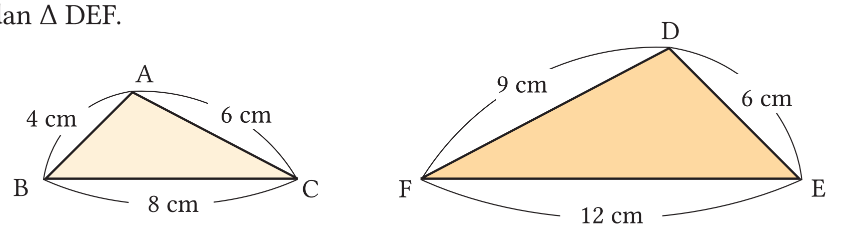
CA : FD = 10 : 5

Karena itu, perbandingan kesebangunan dari ΔABC dan ΔDEF adalah 2 : 1



Soal 4

Pada gambar di bawah ini, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Tentukan perbandingan kesebangunan dari Δ ABC dan Δ DEF.



Soal 5

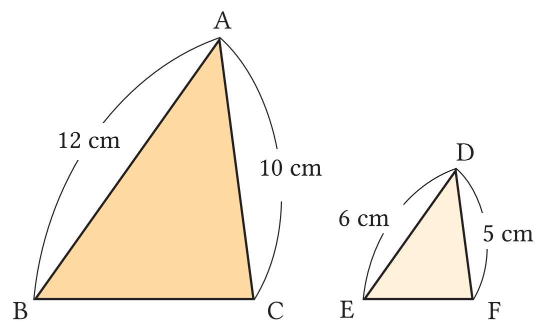
Pada dua bangun datar yang sebangun, apa syaratnya agar perbandingan kesebangunan sama dengan 1 : 1?

Pada contoh 1, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah 12 : 6 = 10 : 5.

Sementara, perbandingan panjang sisi-sisi yang berdekatan adalah

12 : 10 = 6 : 5.

Oleh karena itu, pada bangun-bangun datar yang sebangun, perbandingan panjang sisi-sisi yang membentuk masing-masing bangun datar tersebut adalah sama.



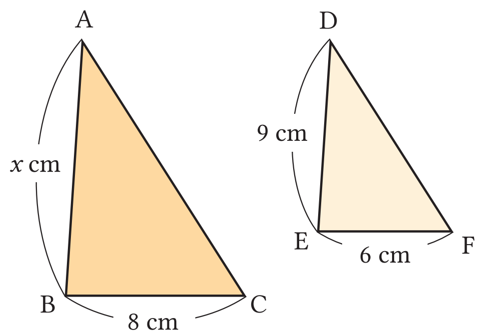
12 : 6 = 10 : 5

12 : 10 = 6 : 5

Penggunaan Sifat-Sifat Kesebangunan

Contoh 2

Pada gambar di samping, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Tentukan panjang sisi AB.



Cara

Karena perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah sama, kita misalkan saja AB = x cm, lalu nyatakan dalam persamaan berikut ini.

Penyelesaian

Misalkan AB = x,

$$x : 9 = 8 : 6$$

$$6x = 72$$

$$x = 12$$

maka panjang, AB = 12 cm

Jawab: 12 cm

Ulasan

$a : b = c : d$

$ad = bc$

Kelas VII

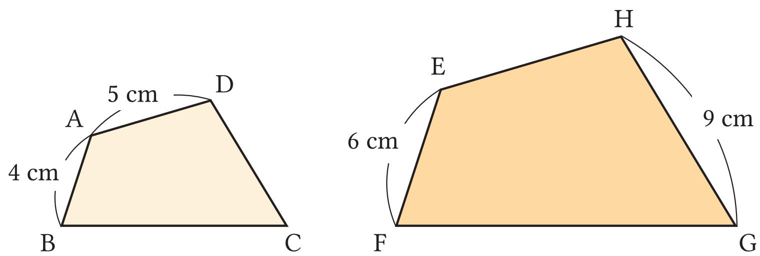
kita juga dapat menggunakan persamaan $x : 8 = 9 : 6$

Soal 6

Pada contoh 2, jika panjang AC = 14 cm, tentukan panjang DF.

Soal 7

Pada gambar di bawah ini, ABCD ~ EFGH. Tentukan panjang DC dan EH.



Seperti saat kamu mencari tahu syarat-syarat dua segitiga yang kongruen. Adakah cara lain untuk mengetahui apakah dua buah segitiga itu sebangun atau tidak?

Hlm.129

Jika perbandingan kesebangunan dua buah segitiga sama dengan 2 : 1, apakah perbandingan luas kedua segitiga tersebut juga 2 : 1?

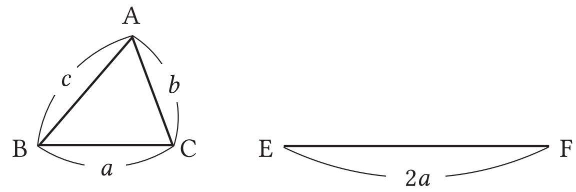
Hlm.150

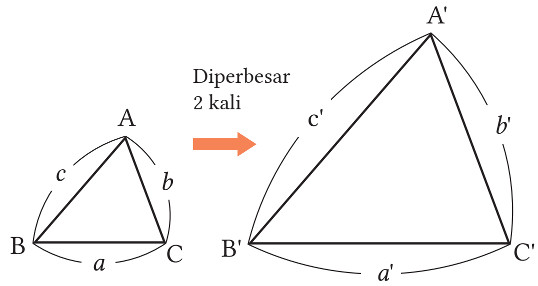
2 Syarat-Syarat Dua Segitiga yang Sebangun

• Tujuan • Mari kita mencari tahu apa saja syarat-syarat dua segitiga yang sebangun.

Q

Pada gambar di samping sudah ada ΔABC. Coba gambar ΔDEF yang memenuhi ketentuan berikut
$EF = 2a$, $FD = 2b$, $DE = 2c$
$\Delta A'B'C'$ pada gambar di samping merupakan hasil perbesaran dua kali dari ΔABC. $\Delta A'B'C'$ kongruen dengan ΔDEF di Q di atas, karena panjang ketiga sisinya sama. Maka, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.





Soal 1 Diskusi

Pusatkan perhatian pada panjang sisi-sisi atau sudut-sudut, dan diskusikan bagaimana cara menggambar sebuah bangun datar yang diperbesar dua kali, selain menggunakan cara di atas. Berikut ini ada 3 cara untuk menggambar $\Delta A'B'C'$ yang ukurannya dua kali ΔABC.

Pertimbangkanlah berdasarkan syarat-syarat segitiga-segitiga yang kongruen.

1. Panjang ketiga sisinya dikalikan dua. (sisi, sisi, sisi).
   $a' = 2a$, $b' = 2b$, $c' = 2c$
2. Panjang kedua sisinya dikalikan dua, ukuran sudut yang diapit kedua sisi tetap sama.
   Contoh: $a' = 2a$, $c' = 2c$, $\angle B' = \angle B$
3. Panjang salah satu sisi dikalikan dua, ukuran kedua sudut yang mengapitnya tetap sama.
   Contoh: $a' = 2a$, $\angle B' = \angle B$, $\angle C' = \angle C$

Soal 2

Gambarlah $\Delta A'B'C'$ dengan menggunakan cara ② dan ③.

Situasi untuk persamaan segitiga dapat disimpulkan sebagai berikut.

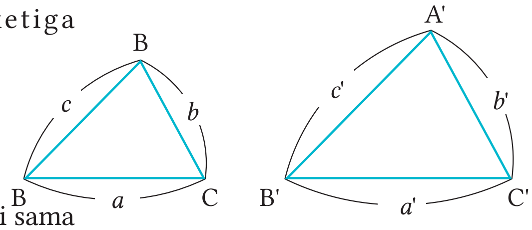
PENTING

Syarat-Syarat Dua Segitiga Sebangun

Dua buah segitiga sebangun jika keduanya memenuhi syarat sebagai berikut.

1. Perbandingan panjang ketiga sisinya sama. (sisi, sisi, sisi).

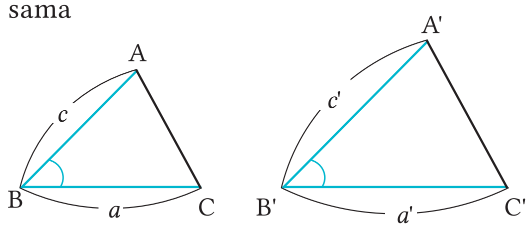
   $a : a' = b : b' = c : c'$



2. Perbandingan panjang dua sisi sama dan besar sudut yang diapit sama (sisi, sudut, sisi).

   $a : a' = c : c'$

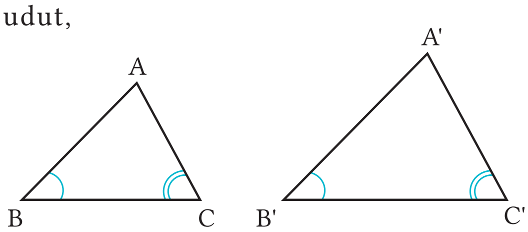
   $\angle B = \angle B'$



3. Ukuran 2 pasang sudut yang bersesuaian sama besar. (sudut, sudut).

   $\angle B = \angle B'$

   $\angle C = \angle C'$



Coba bandingkan dengan syarat-syarat dua segitiga kongruen nomor 3. Kita tidak perlu memperhatikan perbandingan panjang sisi-sisinya.

Ulasan

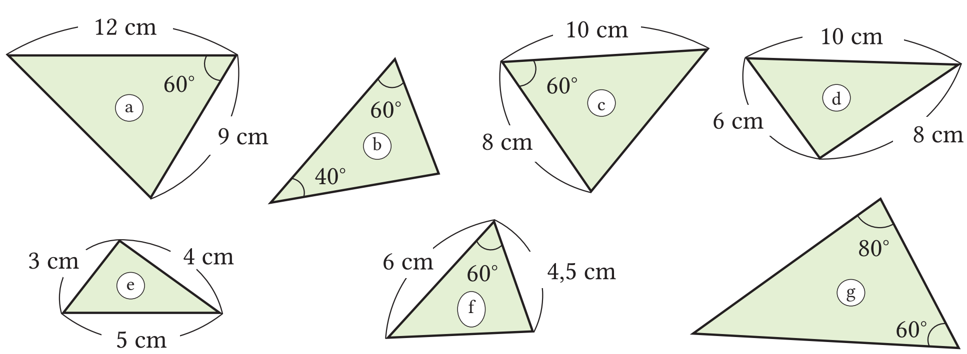
Syarat-syarat dua segitiga kongruen memiliki:

1. 3 pasang sisi sama panjang.
2. 2 pasang sisi sama panjang, dan sudut yang diapit sama besar.
3. Sepasang sisi sama panjang dan diapit oleh 2 pasang sudut yang sama besar.

Kelas VIII

Soal 3

Pada bangun-bangun di bawah ini, manakah pasangan segitiga-segitiga yang sebangun? Berikan alasannya dengan menyebutkan syarat-syarat kesebangunannya.



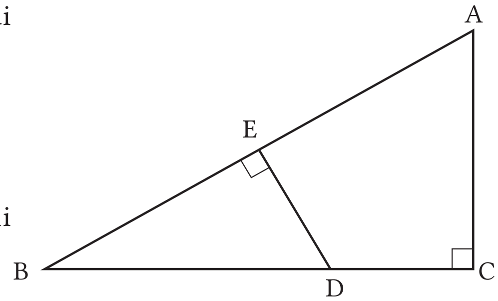
Contoh 1

Perhatikan gambar Δ ABC dan Δ DBE di samping,

$\angle ABC = \angle DBE$

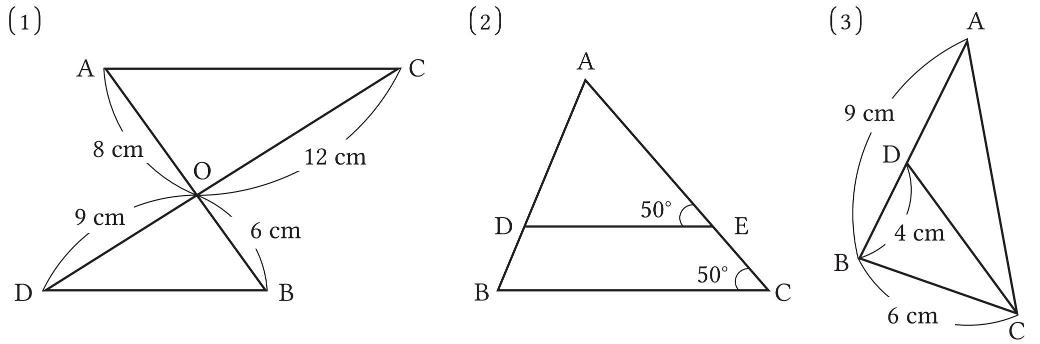
$\angle ACB = \angle DEB = 90°$

Maka ΔABC ~ ΔDBE karena memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut).



Soal 4

Pada gambar-gambar berikut ini, tuliskan pasangan segitiga-segitiga yang sebangun dan buktikan juga dengan cara menyebutkan syarat-syarat kesebangunannya.



Pembuktian dengan Menggunakan Syarat-syarat Kesebangunan

Mulai sekarang, kita akan selalu menggunakan syarat-syarat kesebangunan untuk membuktikan bahwa kedua segitiga itu sebangun.

Soal 5

Pada gambar (1) di soal 4, terbukti bahwa ΔAOC ~ ΔBOD. Lengkapi ☐ yang kosong.

[Bukti]

pada Δ AOC dan Δ BOD , perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian

AO : BO = 8 : 6= ☐ : ☐ ①

CO : DO = 12 : 9= ☐ : ☐ ②

Dari peryataan ① dan ② , AO : BO = CO : DO ③

Besar sudut yang saling bertolak belakang adalah sama,

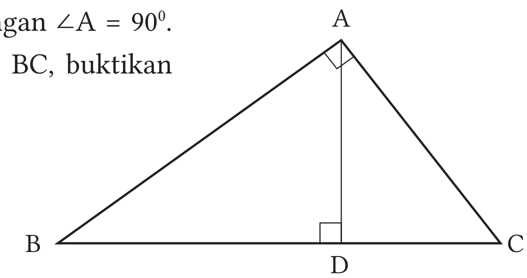
☐ = ☐ ④

Dari pernyataan ③ dan ④ , terbukti Δ AOC ~ Δ BOD karena memenuhi syarat

☐

Contoh 2

Gambar di samping menunjukkan ΔABC dengan $\angle A = 90^0$. Kemudian dibuat garis AD yang tegak lurus BC, buktikan bahwa $\Delta ABC \sim \Delta DBA$.



Bukti

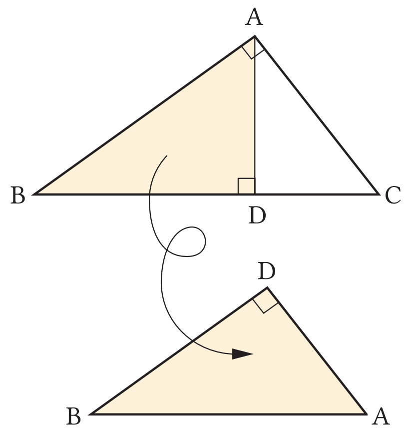
Pada segitiga $\Delta ABC \sim \Delta DBA$,

pasangan sudut-sudut yang bersesuaian adalah,

$\angle BAC = \angle BDA = 90°$ ①

dan $\angle ABC = \angle DBA$ ②

persamaan ①dan ②, memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut), terbukti $\Delta ABC \sim \Delta DAC$



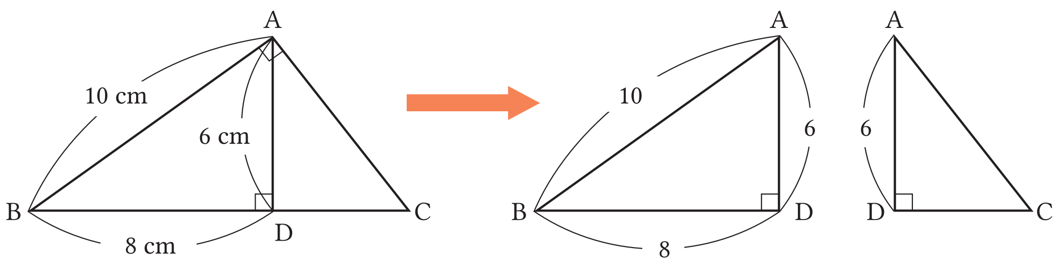
Soal 6

Pada gambar contoh 2 di atas, buktikan bahwa $\Delta ABC \sim \Delta DAC$.

Dari Contoh 2 dan Soal 6 dapat disimpulkan bahwa $\Delta DBA \sim \Delta DAC$. maka ΔABC, ΔDBA dan ΔDAC saling sebangun.

Soal 7

Pada gambar di bawah ini, tentukan panjang ruas garis AC dan DC.

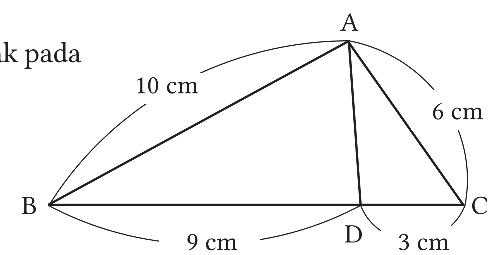


Soal 8

Pada gambar ΔABC di samping, titik D terletak pada sisi BC.

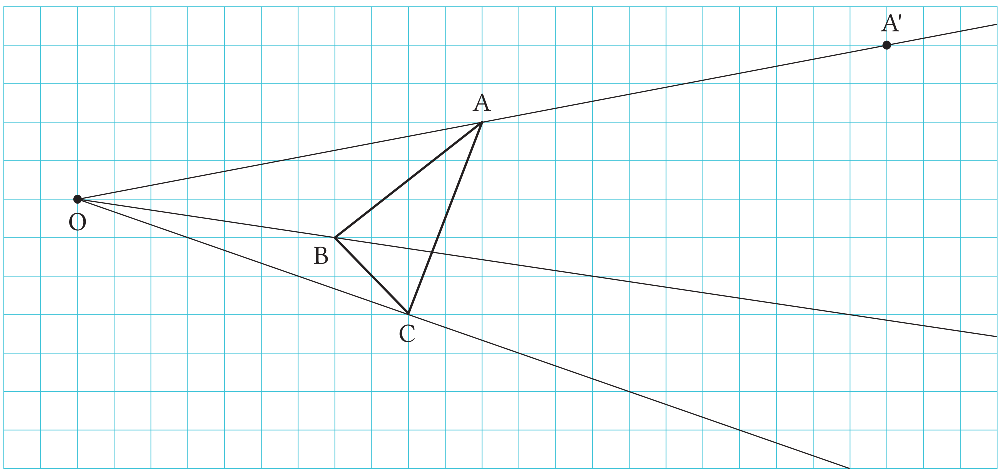
(1) Buktikan bahwa $\Delta ABC \sim \Delta DAC$

(2) Tentukan panjang sisi AD



Kesebangunan yang Seletak (Homotetik)

Gambarlah pada kotak di bawah ini ΔA’B’C’ yang merupakan perbesaran dua kali dari ΔABC. Buatlah titik O, kemudian buatlah garis yang melalui titik O dan titik A. Lalu tentukan letak titik A’ pada garis tersebut sehingga OA’ = 2OA. Dengan cara yang sama, tentukan juga letak titik B’ dan titik C’ sedemikian sehingga OB’ = 2OB dan OC’ = 2OC. Kemudian gambarlah ΔA’B’C’.



Soal 9

Diskusi

Berdasarkan gambar di atas, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa , Δ OA’B’ ~ Δ OAB.

(2) Jelaskan mengapa A'B' : AB=2 : 1.

(3) Apa yang dapat kita simpulkan tentang letak A'B' dan AB?

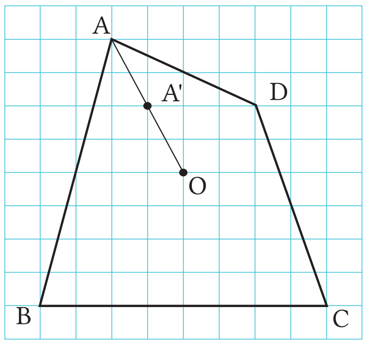
Pada gambar Q dan Soal 8, kita tahu bahwa A’B’ = B’C’ = C’A’ = 2 : 1. Artinya ΔA’B’C’ merupakan hasil dari ΔABC yang diperbesar dua kali.

Pada gambar di atas, ΔA’B’C’ dan ΔABC dikatakan saling homotetik atau seletak. Karena garis-garis yang melewati titik-titik yang bersesuaian pada kedua segitiga berkumpul di titik O. Dan perbandingan jarak titik O ke titik-titik yang bersesuaian sama. Titik O disebut pusat tarikan. Dalam hal ini, perbandingan jarak titik O ke titik-titik yang bersesuaian adalah sama dengan perbandingan kesebangunan dari kedua segitiga tersebut. Pada dua bangun yang saling homotetik (seletak), sisi-sisi yang bersesuaian saling sejajar.

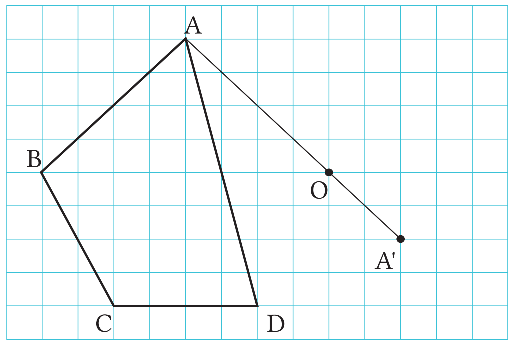
Soal 9

Gunakan titik O sebagai pusat tarikan, kemudian gambarlah segi empat A'B'C'D' berikut ini, yang ukurannya $\frac{1}{2}$ kali ukuran segi empat ABCD.

(1)



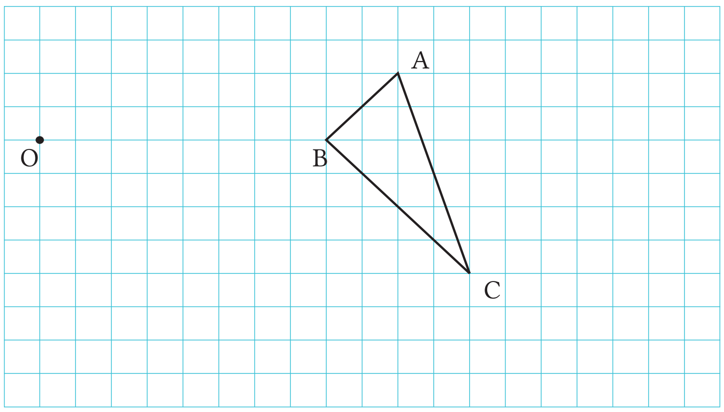
(2)



Soal 10

Pada kotak di bawah ini gambarlah ΔA'B'C', dengan titik O sebagai pusat tarikan dan ΔABC diperbesar $\frac{3}{2}$ kali.

Pada soal 9 (nomor 2), letak segi empat saling berkebalikan.



Mari Mencoba

Menggambar benda yang diperbesar dua kali dengan menggunakan karet gelang. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

1. Tempelkan gambar kesukaanmu di tengah-tengah kertas.
2. Sambungkan dua karet gelang yang sama panjang.
3. Tempelkan salah satu ujung karet gelang di kertas dengan menggunakan paku payung, lalu ujung lainnya diikatkan pada mata pensil. Usahakan agar pada saat pensil ditarik, sambungan karet terletak tepat di atas gambar yang akan diperbesar.
4. Gerakkan pensil sehingga karet meregang dan sambungannya bergerak mengikuti gambar yang di tengah. Maka akan dihasilkan gambar dengan ukuran diperbesar dua kali.

Sekarang kita telah memahami syarat-syarat segitiga-segitiga yang sebangun.

Dapatkah kita menggunakan konsep kesebangunan ini untuk memecahkan masalah lainnya?

Hlm.135

3 Penerapan Konsep Kesebangunan

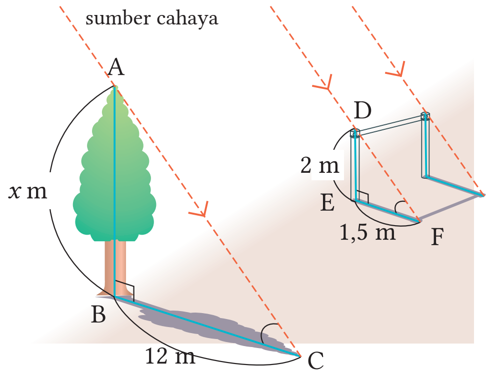
Tujuan Menggunakan konsep kesebangunan untuk menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.

Contoh 1

Pada suatu waktu dilakukan pengukuran, panjang bayangan sebuah pohon 12 m dan panjang bayangan tiang gawang 1,5 m. Jika tinggi gawang 2 m, hitunglah tinggi pohon.

Cara

Pada gambar di samping, $\angle B = \angle E = 90^\circ$ dan $\angle C = \angle F$, maka $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Misalkan tinggi pohon adalah x m, kemudian nyatakan dalam persamaan perbandingan.



Penyelesaian

Misalkan tinggi pohon sama dengan x m, maka

$$x : 2 = 12 : 1{,}5$$

$$1{,}5x = 24$$

$$x = 16$$

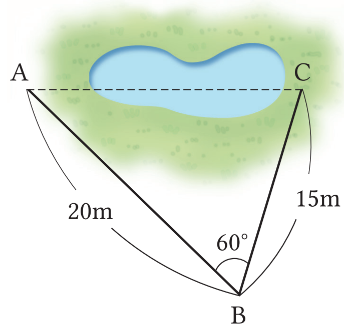
Jawab: 16 m

Soal 1

Pada 3 halaman 135, buktikan bahwa $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Kemudian hitunglah tinggi piramida.

Contoh 2

Titik A dan titik B saling bersebrangan di tepi danau. Tentukan titik C di luar danau, kemudian ukurlah jarak AC dan BC yang sebenarnya. Kemudian buatlah gambar sketsa yang memiliki skala, seperti pada gambar di samping. Hitunglah jarak AB yang sebenarnya.



Cara

Buatlah gambar sketsa yang memiliki skala, kemudian ukur jarak pada sketsa dan jarak sebenarnya.

Penyelesaian

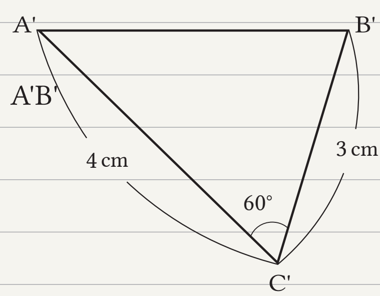
Gambar $\Delta A'B'C'$ di samping merupakan sketsa dari ΔABC dengan skala 1 : 500.

Ketika diukur dengan penggaris, ternyata panjang A'B' kira-kira sekitar 3,6 cm.

maka,

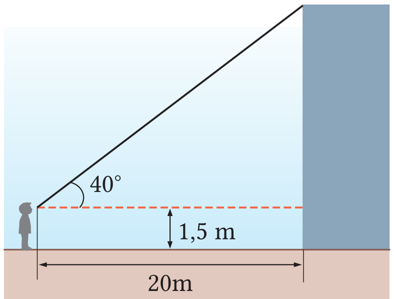
$$3{,}6 \times 500 = 1.800 \text{ cm}$$

Jawab: kira-kira 18 m



Soal 2

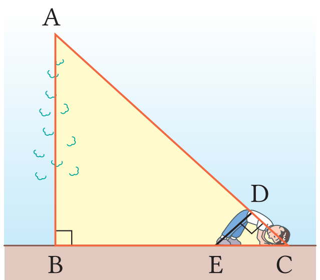
Seorang anak berdiri 20 m dari gedung sekolah, menatap ke puncak gedung dengan sudut elevasi 40°. Jika tinggi mata anak itu 1,5 m dari atas tanah, gambarkan sketsanya dengan skala kemudian hitunglah tinggi gedung sekolah.



Cermati

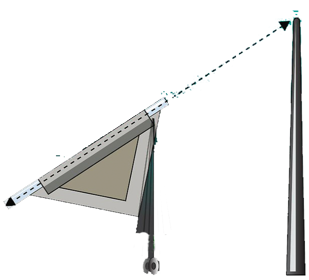
Bagaimana Orang Zaman Dulu Memperkirakan Tinggi Sebuah Pohon?

Dalam kitab Jinkouki yang ditulis pada zaman Edo diceritakan bagaimana cara tukang kayu memperkirakan tinggi sebuah pohon.



Gambar di atas memperlihatkan cara yang digunakan orang-orang pada masa itu untuk memperkirakan tinggi sebuah pohon, yaitu dengan cara membungkuk ke tanah, kaki dan badan membentuk sudut siku-siku, sehingga bagian kaki, badan, serta tanah berbentuk seperti segitiga sama kaki yang siku-siku di pinggang. Kemudian orang tersebut akan bergerak maju sampai ujung pohon terlihat persis di ujung titik sudut pertemuan antara kedua kakinya. Karena ΔCDE dan ΔABC merupakan segitiga siku-siku sama kaki, maka panjang BC sama dengan AB, yang merupakan tinggi pohon.

Gambar di samping menunjukkan cara lain untuk mengukur tinggi pohon dengan menggunakan karton berbentuk persegi yang dilipat sepanjang diagonalnya sehingga menjadi segitiga siku-siku sama kaki. Lalu diberi pemberat batu yang diikat pada sudut siku-sikunya. Angkat dan posisikan karton tersebut sehingga ujung pohon dapat terlihat tepat di sepanjang lipatan diagonalnya.



Bagaimana cara menghitung tinggi pohon dengan menggunakan cara seperti pada gambar di samping?

Mari Kita Periksa

1 Kesebangunan

1

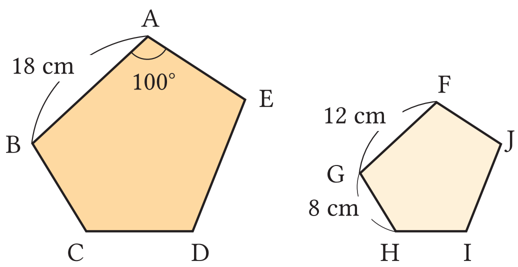
Sifat-sifat kesebangunan [Hlm.127] Cth. 1
Penggunaan sifat-sifat kesebangunan [Hlm.128] Cth. 2

Pada gambar di bawah diketahui segilima ABCDE ~ FGHIJ. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan perbandingan kesebangunan segilima ABCDE dengan segilima FGHIJ.

(2) Tentukan panjang sisi BC.

(3) Tentukan besar ∠F.

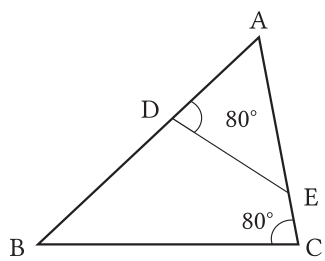


2

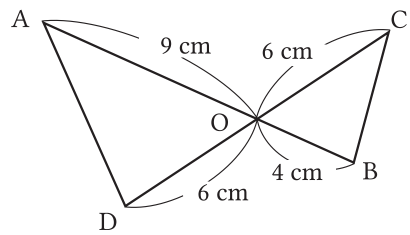
Syarat-syarat Dua Segitiga yang Sebangun [Hlm.131] Cth. 1

Pada gambar berikut, tuliskan segitiga mana yang sama. Nyatakan kondisi tersebut untuk kesamaannya.

(1)



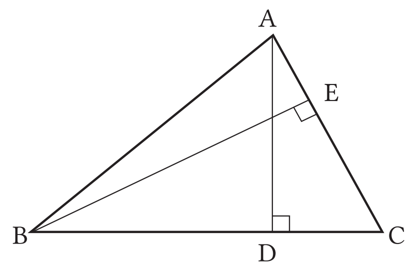
(2)



3

Menggunakan syarat-syarat kesebangunan untuk pembuktian [Hlm.131] Cth. 2

Nyatakan pasangan segitiga-segitiga yang sebangun pada gambar berikut, kemudian buktikan juga dengan menggunakan syarat-syarat kesebangunannya.



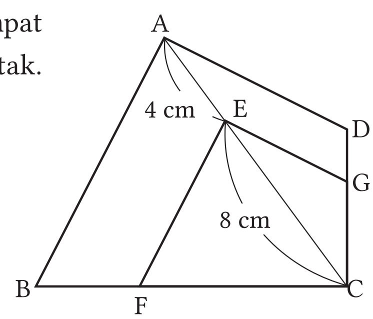
4

Kesebangunan yang seletak [Hlm.134] S 10 S 11

Pada gambarΔ ABC di samping, garis AD tegak lurus BC dan BE tegak lurus CA. Buktikan bahwa bahwa ΔABC ~ ΔBEC. Pada gambar di samping, segi empat ABCD dan segi empat EFCG sebangun dan seletak. Tentukan:

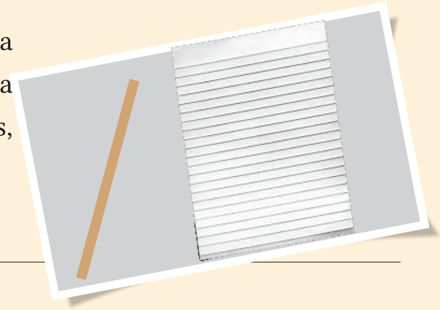
(1) Pusat tarikan.

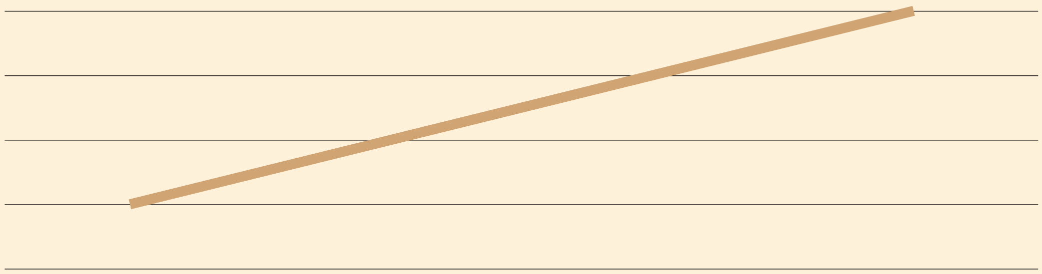
(2) Perbandingan kesebangunan antara segi empat ABCD dan segi empat EFCG.



2 Garis-Garis Sejajar dan Kesebangunan

Di buku matematika SD, Chia pernah mempelajari cara membagi sebuah tali menjadi tiga bagian yang sama panjang dengan menggunakan buku tulis bergaris, seperti terlihat pada gambar di bawah ini.





1 Diketahui panjang garis AB adalah 10 cm. Dengan menggunakan garis-garis vertikal yang jaraknya sama, bagilah garis AB menjadi 7 bagian yang sama panjang.

A B

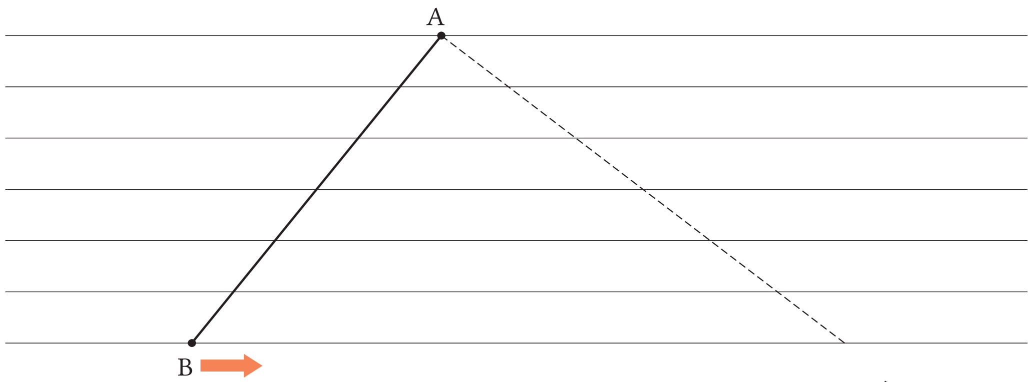
Mengapa kita dapat menggunakan garis-garis pada buku tulis untuk membagi sebuah garis menjadi beberapa bagian yang sama?

Hlm.139

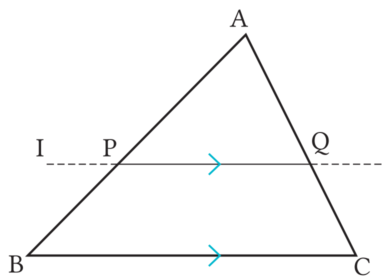
1 Garis Sejajar dan Rasio Segmen Garis

• Tujuan • Peserta didik dapat mengamati perbandingan panjang ruas garis yang dibagi oleh garis-garis sejajar.

Q Pada gambar di bawah ini, terdapat garis-garis sejajar yang berjarak sama. Buatlah titik A pada garis sejajar paling atas dan titik B pada garis sejajar paling bawah, kemudian hubungkan keduanya menjadi sebuah garis. Bagaimana pembagian ruas garis AB oleh garis-garis sejajar tersebut? dan bagaimana pembagiannya jika titik B digeser ke kanan sepanjang garis sejajar yang paling bawah?



Pada gambar di samping, garis ℓ yang sejajar dengan sisi BC memotong ΔABC di titik P dan Q. Mari kita amati hubungan apa saja yang terdapat antara ΔAPQ dengan ΔABC.

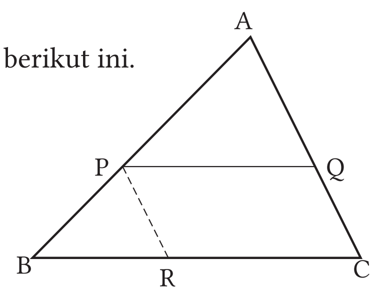


Soal 1 Berdasarkan gambar di atas, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa ΔAPQ ~ ΔABC.

(2) Nyatakan pasangan sisi-sisi yang perbandingannya sama dengan AP : AB.

Soal 2 Pada gambar di samping, PQ // BC. Buktikan bahwa AP : PB = AQ : QC. Dengan mengikuti langkah-langkah berikut ini.



① Gambarlah garis yang sejajar dengan AC dan melalui titik P dan memotong sisi BC di titik R. Kemudian Buktikan bahwa ΔAPQ ~ ΔPBR

② Pada segi empat PRQC buktikan bahwa PR = QC.

③ Dari jawaban (1) dan (2) terbukti bahwa AP : PB =AQ : QC.

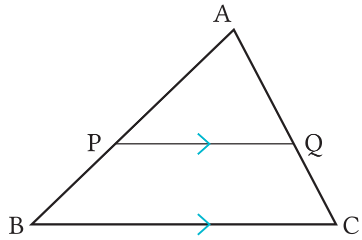
Dari pembahasan Soal 1 dan Soal 2 di halaman sebelumnya, kita dapat menyimpulkan sebagai berikut.

PENTING

Teorema Garis-Garis Sejajar dan Perbandingan Ruang Garis

Pada ΔABC titik P terletak pada sisi AB dan titik Q terletak pada sisi AC. Jika $PQ \parallel BC$, maka:

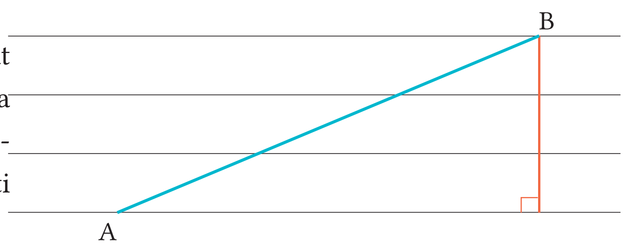
1. $AP : AB = AQ : AC = PQ : BC$.
2. $AP : PB = AQ : QC$.



Soal 3

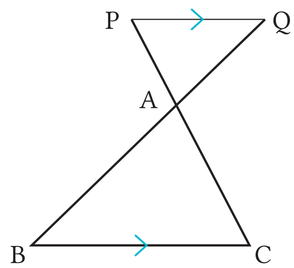
Diskusi

Jelaskan mengapa ruas garis AB dapat dibagi menjadi 3 bagian yang sama panjang dengan menggunakan garis-garis sejajar pada buku tulis, seperti pada gambar di samping.

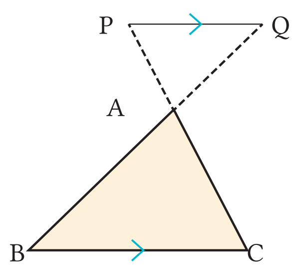


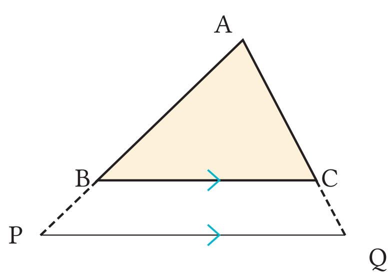
Soal 4

Pada gambar di samping, Sisi BA dan CA diteruskan ke atas, lalu memotong garis QP yang sejajar dengan BC. Maka, $AP : AB = AQ : AC = PQ : CB$



Teorema di atas berlaku untuk ΔABC yang sisi-sisinya diperpanjang, dan memotong PQ yang sejajar dengan BC, seperti gambar segitiga-segitiga di bawah ini.





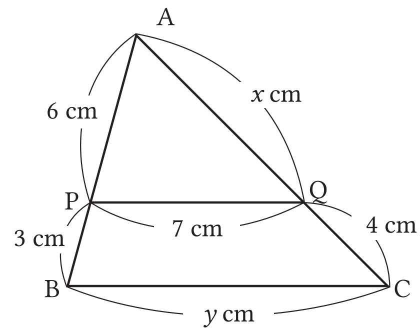
Contoh 1

Pada gambar ΔABC di samping, garis PQ // BC. Tentukan nilai x.

Penyelesaian

Karena PQ // BC,

$$AP : PB = AQ : QC$$
$$6 : 3 = x : 4$$
$$3x = 24$$
$$x = 8 \qquad \text{Jawab: } x = 8$$



Soal 5

Yuni mencoba mencari nilai y, periksalah hasil pekerjaan Yuni di samping. Apakah sudah benar? Jika belum, coba perbaiki.

Benarkah?

Karena PQ // BC,

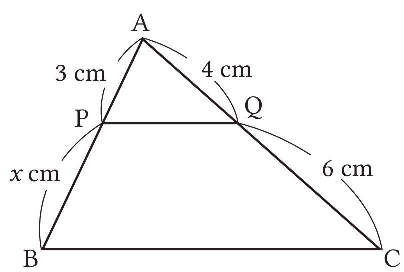
$$AP : PB = PQ : BC$$
$$6 : 9 = 7 : y$$
$$6y = 63$$
$$y = 10,5$$

Jawab $y = 10,5$

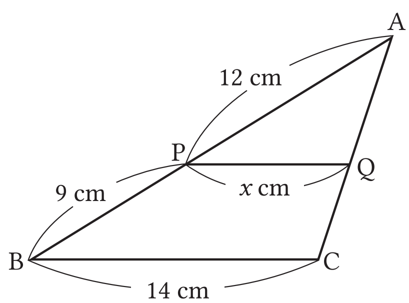
Soal 6

Tentukan nilai x dan y pada segitiga-segitiga di bawah ini, jika PQ // BC.

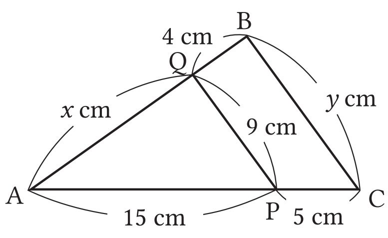
(1)



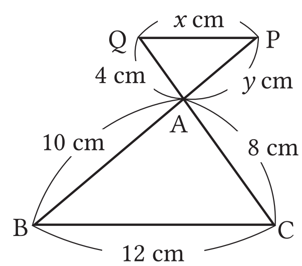
(2)



(3)

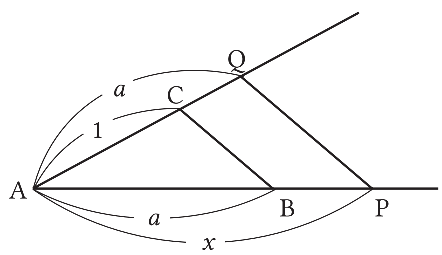


(4)



Mari Mencoba

Pada gambar di samping PQ // BC. Nyatakan x dalam a.



Contoh 2

Pada trapesium ABCD di bawah ini, AD // BC dan PQ // BC. Buktikan bahwa AP : PB = DQ : QC.

Bukti

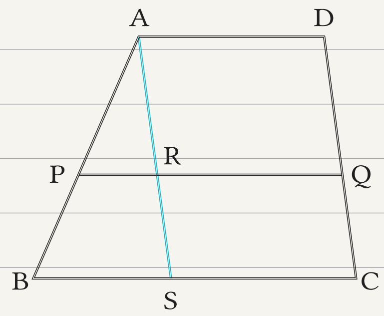
Gambarlah garis yang sejajar DC dan melalui titik A, memotong PQ di titik R, dan memotong BC di titik S.
dengan sisi masing-masing PQ dan BC

AP : PB = AR : RS ①

Karena segi empat ARQD dan RSCQ merupakan jajaran genjang, maka

AR=DQ dan RS=QC ②

Berdasarkan ① dan ②, AP : PB = DQ : QC



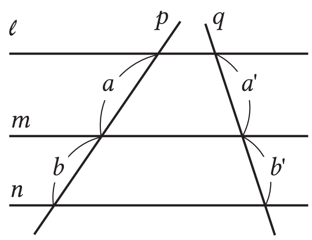
Berdasarkan contoh 2, kita dapat menyimpulkan sebagai berikut.

PENTING

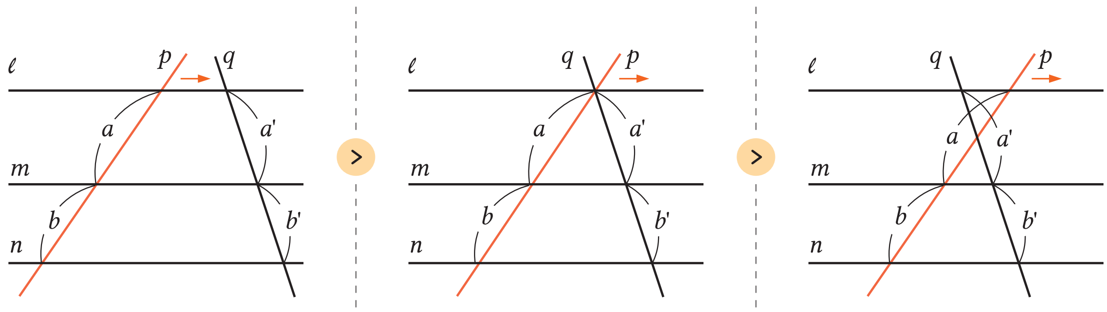
Teorema Perbandingan Panjang Ruas Garis yang Dibagi oleh Gari-garis Sejajar

Jika dua garis sembarang dipotong oleh tiga buah garis yang sejajar, maka

$a : b = a' : b'$



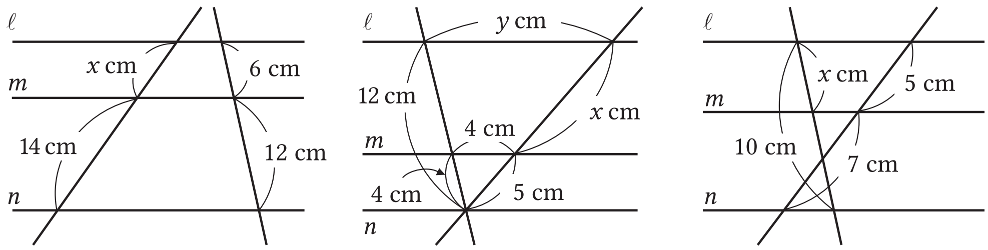
Teorema di atas tetap berlaku, meskipun garis p digeser seperti ditunjukkan oleh gambar-gambar di bawah ini.



Soal 7

Tentukan nilai x dan y pada gambar di bawah ini, jika diketahui ℓ // m // n.

(1) (2) (3)

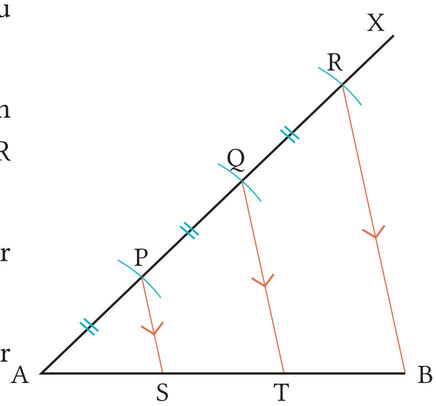


Catatan ℓ // m // n, artinya ketiga garis ℓ, m dan n saling sejajar.

Soal 8 Diskusi

Gambarlah garis AB, kemudian bagi garis tersebut menjadi 3 ruas yang sama panjang dengan mengikuti langkah-langkah berikut ini.

1. Gambarlah garis sembarang dari titik A, yaitu garis AX.
2. Buat titik P, Q, R pada garis AX sedemikian sehingga AP = PQ = QR. Hubungkan titik R dengan titik B.
3. Gambarlah garis yang melalui titik Q dan sejajar dengan garis RB memotong AB di titik T.
4. Gambarlah garis yang melalui titik P dan sejajar dengan garis RB memotong AB di titik S.



Soal 9

Pada gambar di samping, tentukan letak titik P pada garis AB, sehingga AP : PB = 3 : 2.

Berapa banyak ruas garis yang sama yang harus dibuat pada garis AB?

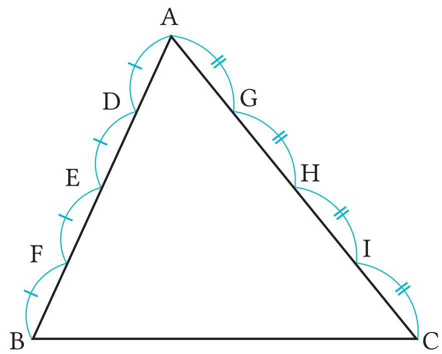
Sekarang kita sudah mengetahui hubungan antara garis-garis sejajar dengan perbandingan ruas garis.

Apakah teorema garis-garis sejajar dengan perbandingan ruas garis ini berlaku kebalikan? Hlm.144

2 Perbandingan Ruas Garis dengan Garis-Garis Sejajar

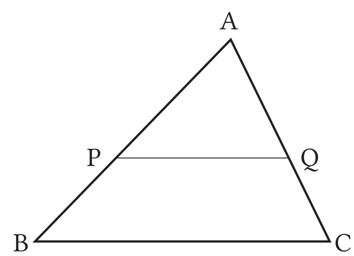
• Tujuan • Mencari tahu apakah teorema garis-garis sejajar dengan perbandingan ruas garis berlaku kebalikannya.

Q Pada ΔABC di samping, buatlah titik-titik D, E, F yang membagi sisi AB menjadi 4 bagian yang sama dan buatlah titik-titik G, H, I yang membagi sisi AC menjadi 4 bagian yang sama. Kemudian hubungkan titik D dengan titik G, titik E dengan titik H, titik F dengan titik I. Kemudian perhatikan hubungan letak ketiga garis tersebut dengan sisi BC.



Contoh 1

Pada gambar ΔABC di samping, titik P terletak pada AB dan titik Q terletak pada AC sedemikian sehingga AP : AB = AQ : AC. Buktikan bahwa PQ // BC.



Pembuktian

Berdasarkan gambar ΔAPQ dan ΔABC di atas,

AP : AB = AQ : AC ①

dan $\angle PAQ = \angle BAC$ (berhimpit) ②

Dari ① dan ②, terbukti bahwa $\Delta APQ \sim \Delta ABC$ (sisi - sudut - sisi).

maka $\angle APQ = \angle ABC$ (sudut sehadap)

sehingga PQ // BC.

Soal 1

Pada ΔABC diketahui titik P terletak pada sisi AB dan titik Q pada sisi AC sedemikian sehingga

AP : PB = AQ : QC = 3 : 2.

(1) Tentukan perbandingan AP : AB dan AQ : AC.

(2) Berdasarkan jawaban pertanyaan (1), buktikan bahwa PQ // BC.

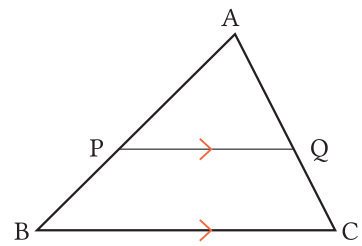
Berdasarkan pembahasan Contoh 1 dan Soal 1 kita dapat menyimpulkan sebagai berikut.

PENTING

Teorema pada Rasio Segmen Garis dan Garis Sejajar

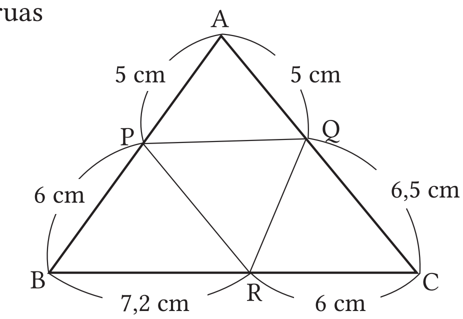
Pada ΔABC dimana titik P terletak pada sisi AB dan titik Q pada sisi AC,

1. Jika AP : AB = AQ : AC, maka PQ // BC.
2. Jika AP : PB = AQ : QC, maka PQ // BC.



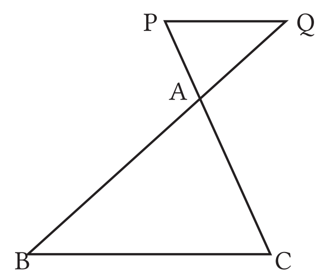
Soal 2

Pada gambar di samping, manakah pasangan ruas garis yang saling sejajar?

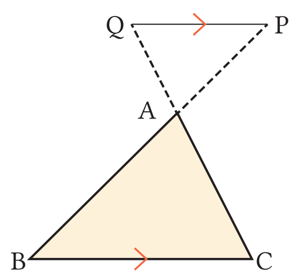


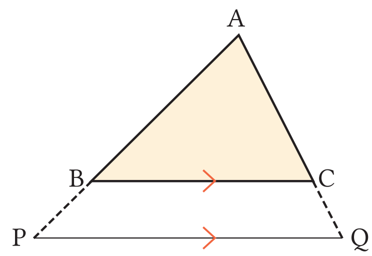
Soal 3

Pada gambar ΔABC di samping, titik P terletak pada perpanjangan sisi AB dan titik Q pada perpanjangan sisi AC sedemikian sehingga AB : AP = AC : AQ = 2 : 1. Buktikan bahwa PQ // BC.



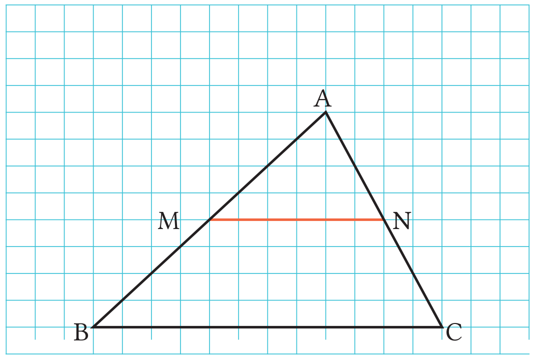
Teorema di atas berlaku jika titik P terletak pada AB atau perpanjangannya, dan titik Q terletak pada AC atau perpanjangannya. Seperti terlihat pada gambar-gambar di bawah ini.





Teorema Titik Tengah

Pada gambar ΔABC di samping, titik M merupakan titik tengah dari sisi AB dan titik N merupakan titik tengah sisi AC. Bagaimana hubungan antara garis MN dengan sisi BC? Mari kita amati pada segitiga yang lainnya.



Karena titik M dan N merupakan titik tengah, maka

$$AM : MB = AN : NC = 1 : 1$$

Berdasarkan teorema perbandingan ruas garis dan garis-garis sejajar,

$$MN \parallel BC$$

Berdasarkan teorema garis-garis sejajar dan perbandingan ruas garis, maka

$$MN : BC = AM : AB = 1 : 2$$

sehingga, $MN = \frac{1}{2}BC$

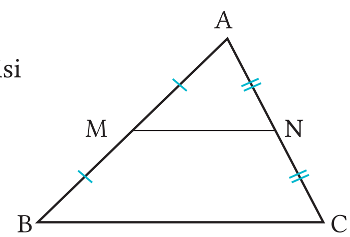
Penjelasan di atas, berlaku teorema seperti berikut ini.

PENTING

Teorema Titik Tengah

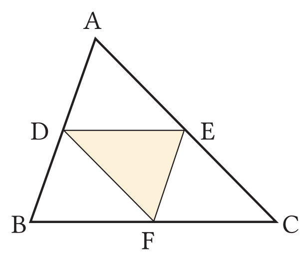
Pada ΔABC, jika titik M merupakan titik tengah dari sisi AB dan titik N merupakan titik tengah sisi AC, maka

$$\mathbf{MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2}BC}$$



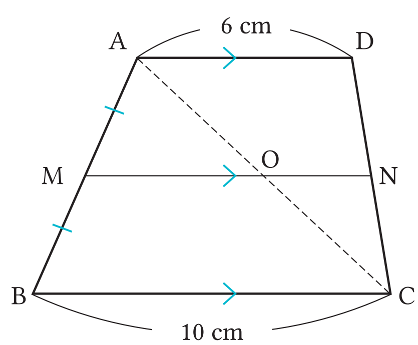
Soal 4

Pada gambar ΔABC di samping, titik D, E, F secara berurutan merupakan titik tengah dari sisi AB, BC dan CA. Tuliskan segitiga-segitiga yang kongruen dengan ΔDEF.



Soal 5

Pada gambar trapesium ABCD di samping, titik M merupakan titik tengah sisi AB. MN // BC dan titik O merupakan perpotongan antara diagonal AC dengan MN. Tentukan panjang ruas garis MN.



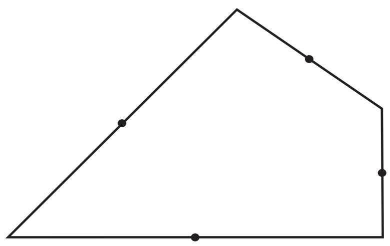
Penggunaan Teorema Titik Tengah

[Kegiatan Matematika]

Discover

Q

Mari kita hubungkan keempat titik tengah pada bangun segi empat di bawah ini, bangun apakah yang terbentuk? Cobalah lakukan hal yang sama pada segi empat-segi empat yang lain, bangun apa yang akan terbentuk?

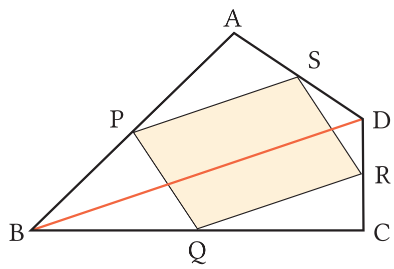


Berpikir matematis

Berdasarkan hasil pengamatanmu, jika keempat titik tengah sebuah segi empat dihubungkan, bangun apakah yang akan terbentuk?

1

Titik P, Q, R dan S secara berurutan merupakan titik tengah dari sisi-sisi AB, BC, CD dan DA. Dengan menggunakan teorema titik tengah, jelaskan mengapa bangun PQRS berbentuk jajargenjang?



(1) Gambarlah diagonal BD. Perhatikan ABD, bagaimana hubungan antara garis PS dengan diagonal BD?

(2) Berdasarkan pertanyaan (1) jelaskan mengapa PQRS berbentuk jajargenjang.

Pembahasan di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

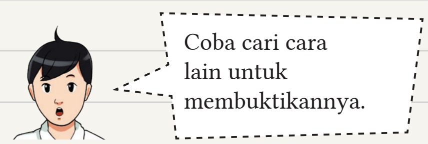
[Pembuktian]

Pada ΔABD, titik P merupakan titik tengah sisi AB dan titik S merupakan titik tengah sisi AD.

$PS \mathbin{/\!/} BD,\ PS = \frac{1}{2}BD$ ①

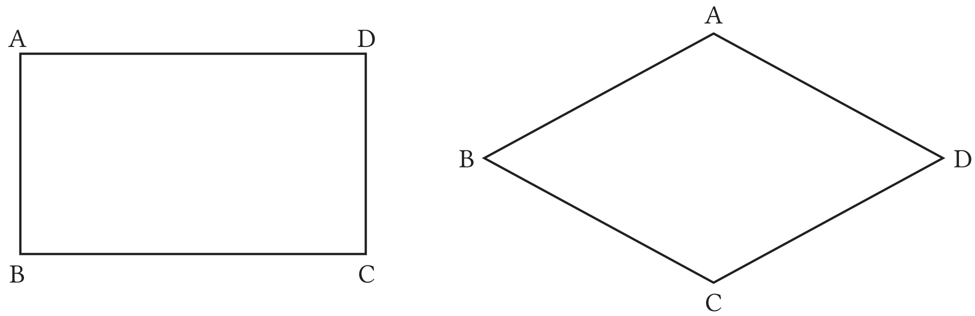
Begitu juga pada ΔCBD,

$QR \mathbin{/\!/} BD,\ QR = \frac{1}{2}BD$ ②

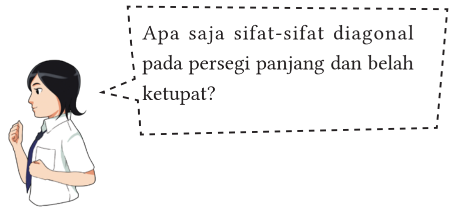


Berdasarkan ① dan ②, $PS \mathbin{/\!/} QR,\ PS = QR$ Terbukti segi empat PQRS berbentuk jajar genjang karena memiliki sepasang sisi berhadapan yang sejajar dan sama panjang.

2 Jika segi empat ABCD merupakan sebuah persegi panjang, bangun apa yang dibentuk oleh PQRS? Dan jika segi empat ABCD adalah belah ketupat, bangun apa yang akan terbentuk?



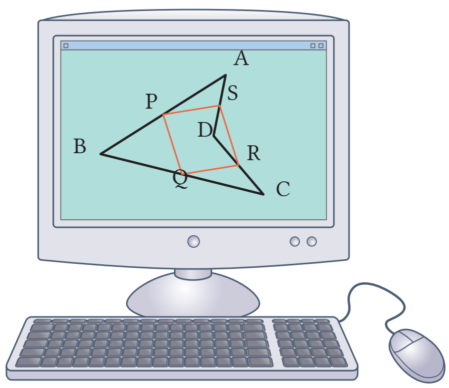
3 Jelaskan alasan-alasannya untuk jawaban pengamatan **2** di atas.



4 Meskipun segi empat ABCD bukan persegi panjang, bangun yang dihasilkan PQRS akan tetap berbentuk belah ketupat. Apa saja syarat-syarat yang harus ada pada segi empat ABCD agar dapat menghasilkan bangun PQRS berbentuk belah ketupat? Kemudian apa saja syarat-syarat yang harus ada pada segi empat ABCD agar dapat menghasilkan bangun PQRS yang berbentuk persegi panjang?

Mari Mencoba

Hasil di atas tetap berlaku meskipun segi empat ABCD berbentuk seperti bumerang.



Berdasarkan hubungan antara garis-garis sejajar dengan perbandingan ruas garis, kita telah mengetahui berbagai sifat.

Kapankah kita menggunakan sifat-sifat garis sejajar dengan perbandingan ruas garis?

Hlm.150

Mari Kita Periksa

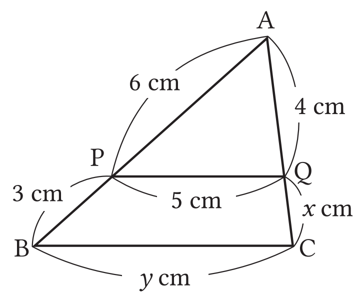
2 Garis-Garis Sejajar dan Kesebangunan

1

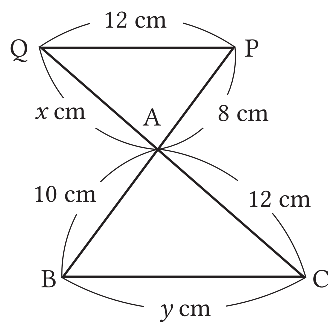
Garis-garis Sejajar dan Perbandingan Ruas Garis
[Hlm.141] Cth. 1

Tentukan nilai x dan y pada gambar-gambar di bawah ini, jika PQ // BC.

(1)



(2)

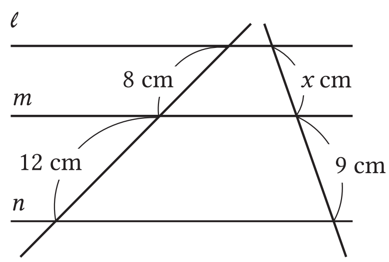


2

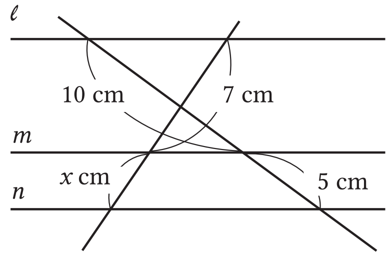
Garis-garis Sejajar dan Perbandingan Ruas Garis
[Hlm.143] S 7

Tentukan nilai x pada gambar-gambar di bawah ini, jika ℓ // m // n.

(1)



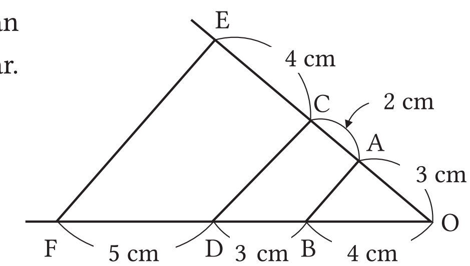
(2)



3

Garis-garis Sejajar dan Perbandingan Ruas Garis
[Hlm.145] S 2

Pada gambar di samping, nyatakan pasangan garis-garis yang saling sejajar. Berikan alasannya.



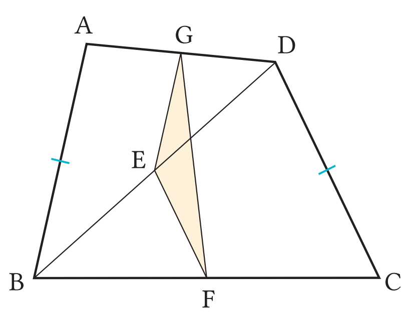
4

Penggunaan Teorema Titik Tengah
[Hlm.147] 1

Pada gambar segi empat ABCD di samping, AB = DC. Titik E, F dan G secara berurutan merupakan titik-titik tengah dari BD, BC dan AD. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Termasuk segitiga jenis apakah ΔEFG?

(2) Buktikan jawaban (1).



3 Kesebangunan dan Pengukuran

1 Perbandingan Luas Dua Bangun Datar yang Sebangun

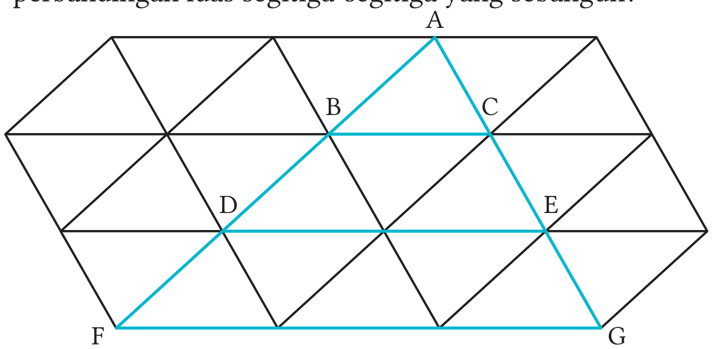
Tujuan Menyelidiki hubungan antara perbandingan kesebangunan dengan perbandingan luas bangun datar.

Q Gambar di bawah merupakan hasil pengubinan segitiga-segitiga yang kongruen. Perhatikan bahwa ABC, ΔADE dan ΔAFG sebangun. Jawablah pertanyaan-bertanyaan berikut ini.

(1) Tentukan perbandingan kesebangunan dan perbandingan luas antara ΔABC dengan ΔADE.

(2) Tentukan perbandingan kesebangunan dan perbandingan luas antara ΔABC dengan ΔAFG

(3) Dari (1) dan (2)) bagaimana hubungan perbandingan kesebangunan dengan perbandingan luas segitiga-segitiga yang sebangun?



Catatan Kita menyebut rasio daerah sebagai rasio daerah

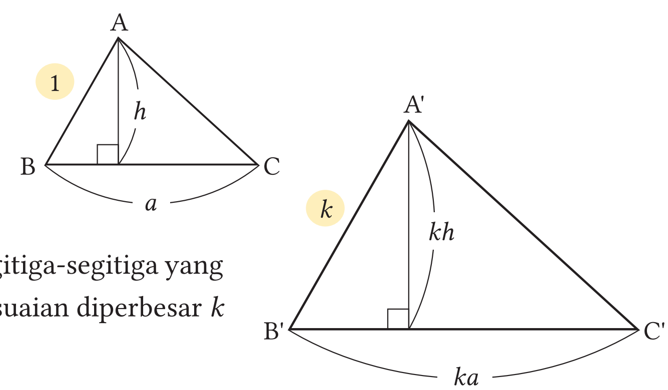
Pada gambar di bawah ini ABC ~ A'B'C' dengan perbandingan kesebangunan 1 : *k*. Jika S dan S' merupakan luas dari perbandingan luas ΔABC dan ΔA'B'C' , maka

$$S = \frac{1}{2}ah$$

$$S' = \frac{1}{2} \times ka \times kh$$

$$= k^2 \times \frac{1}{2}ah$$

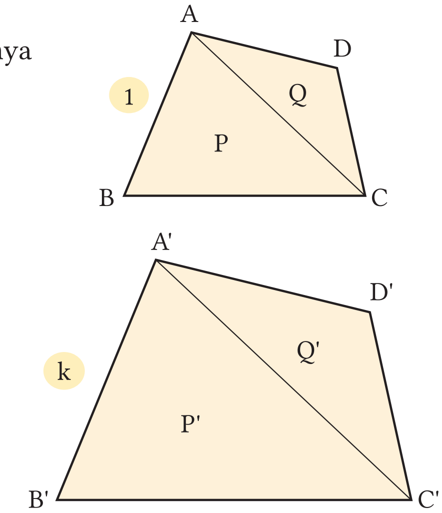
$$= k^2 S$$



Jadi dapat kita simpulkan, pada segitiga-segitiga yang sebangun, jika sisi-sisi yang bersesuaian diperbesar *k* kali, luasnya akan menjadi k^2 kali.

Soal 1 Jika ABC diperbesar 5 kali, akan menjadi berapa kali kah luas perbesarannya?

Selanjutnya, mari kita amati perbandingan luas pada dua buah segi empat yang sebangun, yaitu segi empat ABCD dan A'B'C'D' yang perbandingan kesebangunannya 1 : k.
Bagilah segi empat ABCD dengan diagonal AC, dan diagonal A'C' membagi A'B'C'D.



Sehingga ΔABC ~ ΔA'B'C' dan ΔACD ~ ΔA'C'D'. Keduanya juga memiliki perbandingan kesebangunan 1 : k.
Pada gambar di samping, luas ΔABC = P ,
luas ΔA'B'C'= P', luas ΔACD = Q dan luas ΔA'C'D'= Q'.
S dan S' merupakan luas dari kedua segi empat, maka

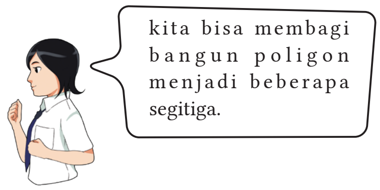
$$P' = k^2P \text{ dan } Q' = k^2Q$$

Sehingga, $S' = P' + Q'$
$= k^2P + k^2Q$
$= k^2(P + Q)$
$= k^2S$

Berpikir Matematiks

Jelaskan perbandingan luas pada segi empat yang sebangun, berdasarkan perbandingan luas segitiga yang sebangun.

Jadi, pada dua buah poligon atau segi banyak yang saling sebangun, jika panjang sisi-sisi yang bersesuaian diperbesar k kali, luasnya akan menjadi k^2 kali.



Secara umum, untuk luas bangun datar yang sebangun berlaku teorema berikut.

PENTING

Teorema Perbandingan Luas pada Bangun Datar

Perbandingan luas dua bangun datar yang sebangun sama dengan kuadrat dari perbandingan kesebangunannya.

Atau dengan kata lain, jika perbandingan kesebangunannya $m : n$, maka perbandingan luasnya adalah $m^2 : n^2$.

Contoh 1

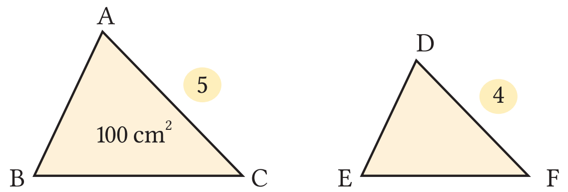
Jika perbandingan kesebangunan dua buah segilima yang sebangun adalah 2 : 3, maka perbandingan luasnya adalah atau 4 : 9.

Soal 2

Diketahui dua buah lingkaran dengan panjang jari-jari 6 cm dan 10 cm. Tentukan perbandingan kesebangunan, perbandingan panjang keliling dan perbandingan luas kedua lingkaran tersebut.

Contoh 2

Perbandingan kesebangunan antara ΔABC dengan ΔDEF adalah 5 : 4. Tentukan luas ΔDEF jika diketahui luas ΔABC adalah 100 cm².



Cara

Gunakan perbandingan kesebangunan antara ABC dengan ΔDEF untuk mencari perbandingan luas keduanya.

Penyelesaian

Misalkan luas ΔABC adalah x cm², perbandingan luas kedua segitiga sama dengan kuadrat dari perbandingan kesebangunannya.

Maka $100 : x = 5^2 : 4^2$

$25x = 1600$

$x = 64$

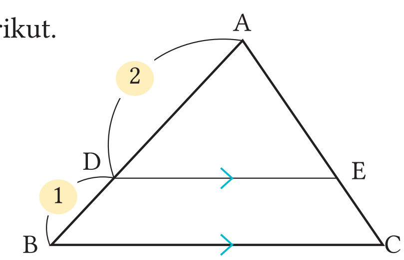
Jawab: 64 cm²

Soal 3

Gambar ΔABC di samping, diketahui DE // BC dan AD : DB = 2 : 1. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

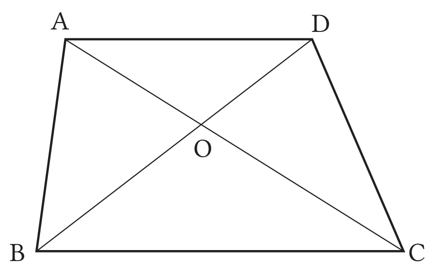
(1) Tentukan perbandingan luas ΔADE dengan ΔABC.

(2) Tentukan luas segi empat DBCE, jika luas ΔABC adalah 45 cm².



Soal 4

Gambar trapesium ABCD disamping, AD // BC. Jika AD : BC = 2 : 3 tentukan luas ΔODA, ΔOAB dan trapesium ABCD.



pada bangun datar, perbandingan luas sama dengan kuadrat dari perbandingan kesebangunan.

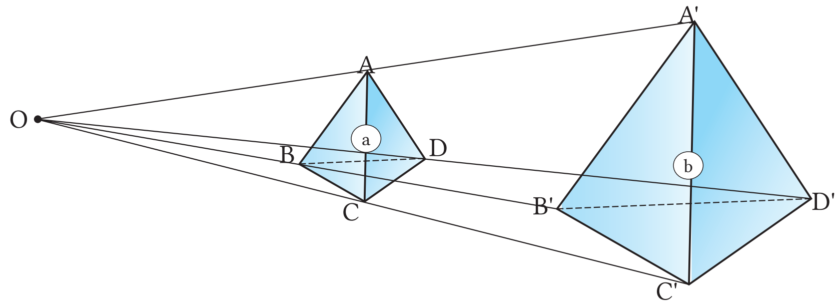
Apakah berlaku juga hal yang sama pada bangun ruang?

Hlm.153

2 Perbandingan Luas Permukaan dan Volume pada Bangun Ruang

Tujuan Mengetahui sifat-sifat kesebangunan pada bangun ruang.

Pada gambar di bawah ini, limas segitiga *a* diperbesar dua kali menjadi limas segitiga b dengan titik O sebagai titik pusat tarikan. Sehingga
OA' : OA = OB' : OB = OC' : OC = OD' : OD = 2 : 1.



Maka kedua limas segitiga pada gambar di atas dikatakan sebangun. Pada dua bangun ruang yang sebangun, perbandingan panjang ruas-ruas garis yang bersesuaian adalah sama. Perbandingan kesebangunan limas segitiga b dengan limas segitiga a adalah 2 : 1. Pada dua bangun ruang yang sebangun, besar sudut-sudut yang bersesuaian juga sama.

Bepikir Matematis

Untuk kesebangunan pada bangun ruang, pikirkan juga dengan cara yang sama seperti kesebangunan pada bangun datar.

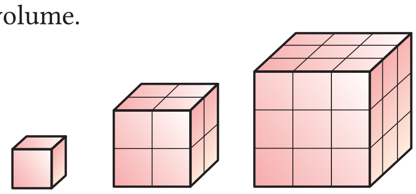
Soal 1

Apakah pasangan bangun ruang berikut ini dapat dikatakan selalu sebangun?

(1) 2 buah kubus
(2) 2 buah balok
(3) 2 buah kerucut
(4) 2 buah bola

Q

Jika panjang rusuk sebuah kubus dijadikan dua kali atau tiga kali lipat, akan menjadi berapa kali lipat luas permukaan dan volumenya? Bagaimana hubungan antara perbandingan kesebangunan dengan perbandingan luas permukaannya. Dan juga hubungan antara perbandingan kesebangunan dengan perbandingan volume.

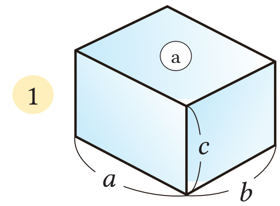


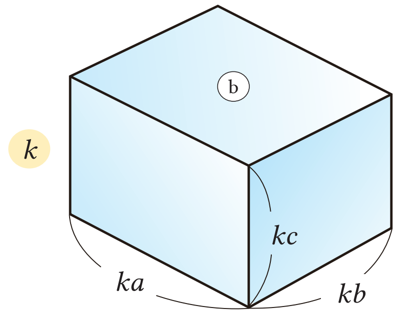
Catatan Kita menyebut hubungan-hubungan di atas sebagai perbandingan luas permukaan dan perbandingan volume.

Jika balok ⓐ dan balok ⓑ sebangun, dengan perbandingan kesebangunan 1 : k dan ukuran panjang tiap rusuknya seperti terlihat pada gambar di bawah ini. Kita misalkan luas permukaan balok ⓐ dan balok ⓑ secara berurutan adalah S dan S'. Dan volumenya adalah V dan V', maka

$$
\begin{aligned}
S &= 2\,(ab + bc + ca)\\
S' &= 2\,(ka \times kb + kb \times kc + kc \times ka)\\
&= 2\,(k^2ab + k^2bc + k^2ca)\\
&= k^2 \times 2(ab + bc + ca)\\
&= k^2S
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
V &= abc\\
V' &= ka \times kb \times kc\\
&= k^3 \times abc\\
&= k^3V
\end{aligned}
$$





Pada balok-balok yang sebangun, jika panjang rusuk-rusuk yang bersesuaian menjadi k kali. Maka luas permukaannya akan menjadi k^2 kali dan volumenya menjadi k^3 kali.

Secara umum, pada bangun ruang yang sebangun perubahan luas permukaan dan volumenya berlaku sebagai berikut.

PENTING

Teorema Perbandingan Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang yang Sebangun

1. Perbandingan luas permukaan bangun ruang yang sebangun sama dengan kuadrat dari perbandingan kesebangunannya.
2. Perbandingan volume bangun ruang yang sebangun sama dengan pangkat tiga dari perbandingan kesebangunannya.

Dengan kata lain, jika perbandingan kesebangunannya adalah $m : n$, maka

perbandingan luas sama dengan $m^2 : n^2$

perbandingan volume sama dengan $m^3 : n^3$

Soal 2

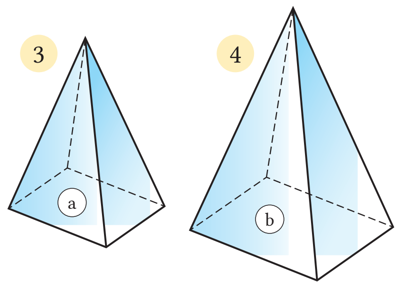
Diketahui dua buah bola, panjang jari-jarinya 5 cm dan 2 cm. Tentukan perbandingan kesebangunan, perbandingan luas permukaan dan perbandingan volume.

Soal 3

Diketahui dua buah limas dengan alas persegi panjang di samping saling sebangun dan memiliki perbandingan kesebangunan 3 : 4 . Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

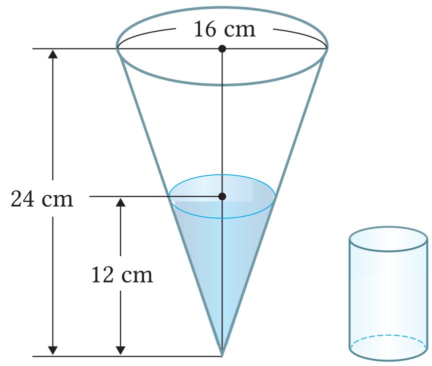
(1) Jika luas permukaan limas a adalah 180 cm^2, berapa luas permukaan limas b?

(2) Jika volume limas b adalah 256 cm^3 , berapa volume limas a?



Contoh 1

Pada gambar di samping, segelas air dituang ke dalam wadah berbentuk kerucut berdiameter 16 cm. Tinggi wadah 24 cm dan ketinggian air adalah 12 cm. Berapa gelas lagi harus dituang untuk memenuhi wadah kerucut tersebut?



Cara

Air yang dituang ke dalam wadah membentuk kerucut kecil, sehingga kita dapat menggunakan perbandingan volume untuk membandingkan volume gelas dengan volume wadah.

Penyelesaian

Perbandingan kesebangunan tinggi air dengan tinggi wadah adalah 1 : 2, maka perbandingan volume keduanya adalah $1^3 : 2^3 = 1 : 8$.
Artinya volume wadah sama dengan 8 kali volume gelas. Maka jumlah yang perlu ditambahkan lagi untuk memenuhi wadah kerucut tersebut adalah $8 - 1 = 7$

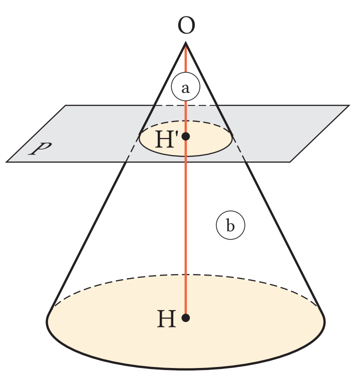
Jawab: 7 gelas

Soal 4

Bidang P memotong kerucut menjadi bagian atas dan bagian bawah. Batas potongannya berbentuk lingkaran kecil yang sebangun dengan alas kerucut. Pada gambar di samping diketahui

$$OH' : H'H = 1 : 2$$

Tentukan perbandingan volume a dan b.



BAB 5 | Kesebangunan

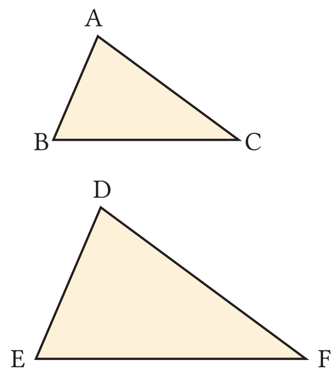
Mari Kita Periksa

1
Perbandingan Luas Bangun Datar yang Sebangun
[Hlm.151] Cth. 1
[Hlm.152] Cth. 2

Diketahui ΔABC dan ΔDEF sebangun dengan perbandingan kesebangunan 2 : 3.
Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

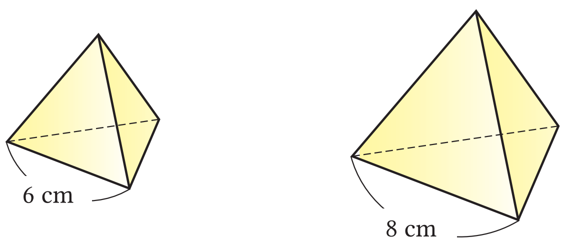
(1) Tentukan perbandingan luas kedua segitiga tersebut.

(2) Tentukan luas ΔDEF, jika luas ΔABC sama dengan 32 cm^2.



2
Perbandingan Luas Permukaan dan Volume Bangun yang Sebangun
[Hlm.154] S 2

Dua buah tetrahedral panjang rusuknya masing-masing 6 cm dan 8 cm. Tentukan perbandingan kesebangunan, perbandingan luas dan perbandingan volumenya.



Cermati

Sejarah Simbol "≅" dan "∼"

Leibniz (1646 – 1716) , seorang ilmuwan matematika berkebangsaan Jerman, merupakan orang pertama yang menggunakan simbol kongruen dan sebangun. Simbol kesebangunan "∼" terlihat seperti huruf S yang tidur, dan merupakan asal kata dari kata "similis" atau sebangun dalam bahasa Inggris. Sedangkan simbol kongruen "≅" diturunkan sebagai berikut.


Leibniz
Sumber: ontisday.com

Kekongruenan $\begin{cases} \text{Kesamaan} & = \\ \text{Kesebangunan} & \sim \end{cases}$ → Kongruen ≅

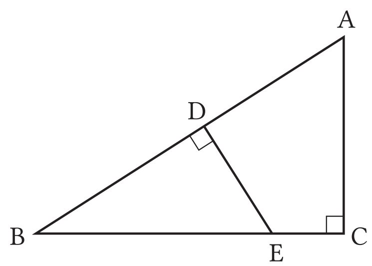
BAB 5 Soal Ringkasan

Kunci Jawaban di hlm. 278

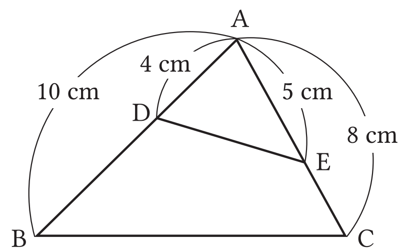
Gagasan Utama

1 Pada gambar-gambar di bawah ini, nyatakan pasangan segitiga-segitiga yang sebangun, dan buktikan menggunakan syarat-syarat kesebangunan.

(1)

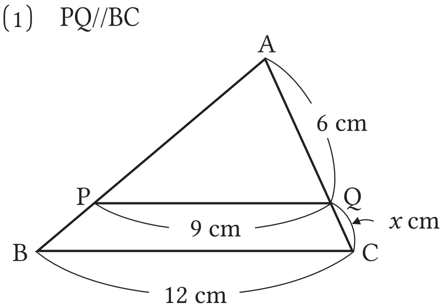


(2)

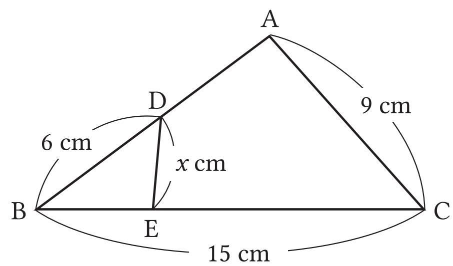


2 Pada gambar-gambar di bawah ini tentukan nilai x jika diketahui.

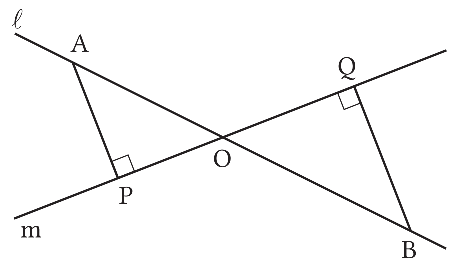
(1) PQ//BC



(2) $\angle BDE = \angle C$



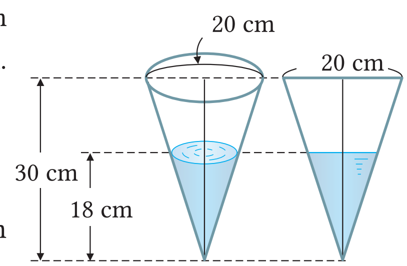
3 Garis l dan garis m berpotongan di titik O. Titik A dan B terletak pada garis ℓ. Sedangkan garis AP dan BQ tegak lurus terhadap garis m. Buktikan bahwa $\Delta ADE \sim \Delta ABC$.



4 Sebuah wadah berbentuk kerucut setinggi 30 cm dan berdiameter 20 cm, diisi air setinggi 18 cm. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

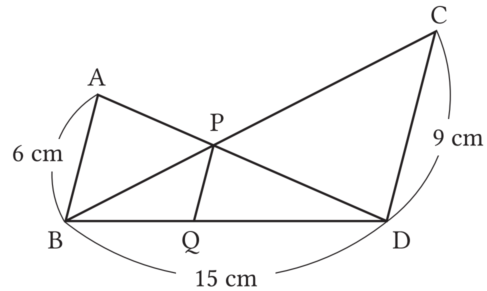
(1) Tentukan panjang jari-jari permukaan air.

(2) Tentukan perbandingan volume air dengan volume wadah tersebut?



Penerapan

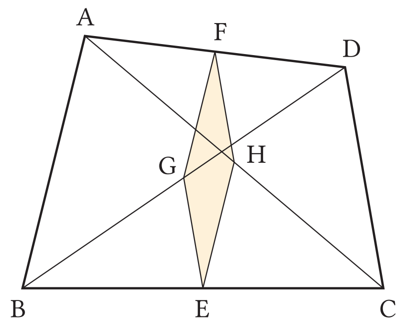
1 Pada gambar di samping, AB // PQ // CD. Tentukan panjang garis BQ dan PQ.



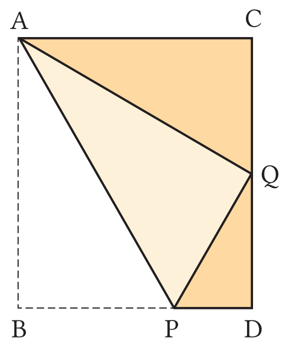
2 Diketahui segi empat ABCD. Titik E, F, G dan H secara berurutan merupakan titik-titik tengah dari BC, AD, BD dan AC. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa segi empat FGEH berbentuk jajar genjang.

(2) Jika panjang AB = DC, maka bangun apa yang akan dibentuk oleh FGEH?



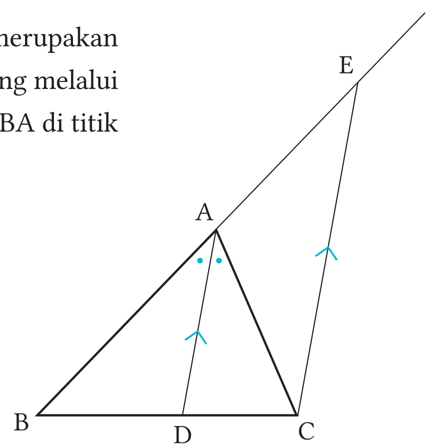
3 Pada gambar di samping, ABCD adalah kertas berbentuk persegi panjang yang dilipat sepanjang garis AP, sehingga titik B menempel pada sisi DC di titik Q. Buktikan bahwa ΔADQ ~ ΔQCP.



4 Pada gambar ΔABC disamping, garis AD merupakan garis bagi ∠A. Kemudian CE adalah garis yang melalui titik C sejajar AD memotong perpanjangan BA di titik E. Buktikan bahwa.

(1) ΔACE merupakan segitiga sama kaki.

(2) AB : AC= BD : DC



Soal Ringkasan

Penerapan Praktis

Gambar di samping memperlihatkan 2 wadah pop mie yang berbeda ukuran namun sebangun, yaitu ukuran sedang dan besar. Perbandingan kesebangunan tinggi wadah adalah 9 : 10.

1 Jika air panas yang dibutuhkan untuk memasak pop mie ukuran sedang rata-rata adalah 300 ml, coba perkirakan berapa banyak air panas yang dibutuhkan untuk pop mie ukuran besar?

2 Adik perempuan Dini melihat harga pop mie ukuran sedang dan besar berturut-turut adalah 12.000 rupiah dan 15.000 rupiah. Dia mengatakan "Perbandingan tinggi wadah 9 : 10, sedangan perbandingan harganya 4 : 5. Jadi, pop mie ukuran sedang lebih murah". Sedangkan adik perempuan dini mengatakan sebaliknya, pop mie yang besar lebih murah. Isilah $\square$ berikut ini dan lengkapi penjelasan Dini berdasarkan 2 hal berikut ini.

① Harga pop mie

Perbandingan isi wadah sedang dan besar merupakan perbandingan $\square$ pop mie, yaitu $\square$: $\square$. Maka, jika harga pop mie ukuran sedang 12.000 rupiah, seharusnya harga ukuran besar adalah $\square$ rupiah . Sedangkan harga sebenarnya untuk pop mie besar adalah 15.000 rupiah. Maka, pop mie ukuran besar lebih murah.

② Isi pop mie

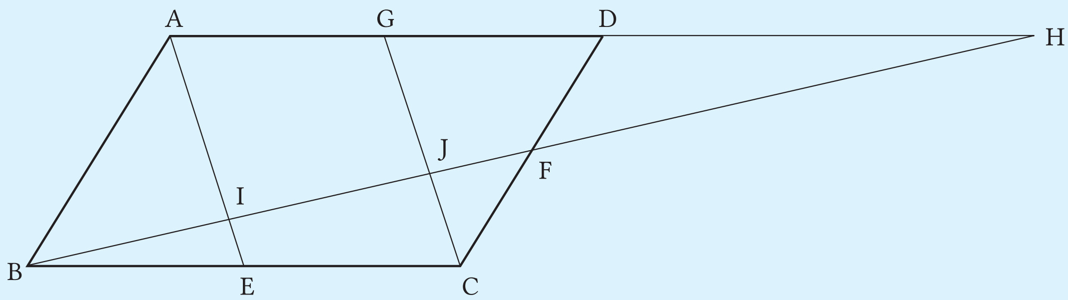
Harga pop mie ukuran sedang 12.000 rupiah dan ukuran besar 15.000 rupiah. Maka seharusnya perbandingan isi pop mie adalah $\square$: $\square$. Sedangkan perbandingan sebenarnya adalah $\square$: $\square$ karena perbandingan isi wadah merupakan perbandingan $\square$ pop mie. Maka pop mie yang besar lebih murah.

Pendalaman Materi

Membuat pertanyaan

Mari kita gunakan apa yang telah kita pelajari tentang kesebangunan untuk membuat pertanyaan-pertanyaan.

1 Pada gambar di bawah ini, titik E, F dan G secara berurutan merupakan titik tengah dari garis BC, CD dan DA. Hubungkan titik A dengan E, lalu G dengan C. Kemudian perpanjang AD dan BF hingga berpotongan di titik H. Titik I merupakan titik potong AE dengan garis BF, sedangkan titik J merupakan titik potong GC dengan garis BF. Gunakan gambar di bawah ini untuk membuat pertanyaan-pertanyaan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan sifat-sifat kesebangunan.



Soal yang dibuat oleh Heru

Buktikan bahwa ΔAIH dan ΔEIB sebangun.

Soal yang dibuat oleh Yuni

Jika luas ΔEIB 10 cm^2, tentukan luas ΔAIH.

2 Bersama kelompokmu, diskusikan pertanyaan-pertanyaan yang kalian buat beserta dan jawabannya. Kemudian buatlah kesimpulannya dan jelaskan di depan kelas.

Jelaskan (1) sifat-sifat yang kalian gunakan (2) cara apa saja yang digunakan.

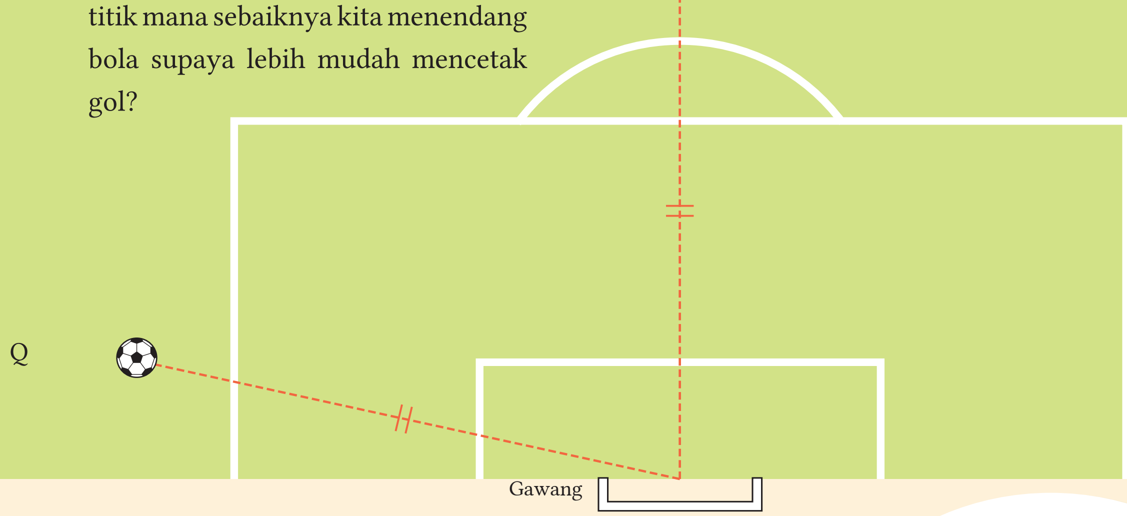
KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Sukarman
ISBN: 978-602-244-205-9

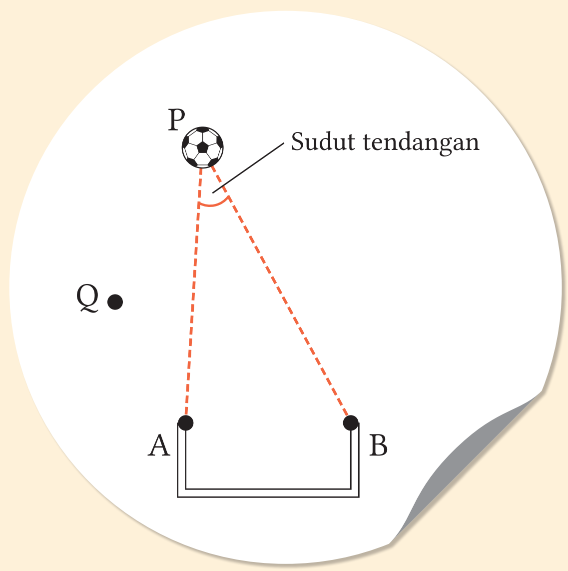
BAB 6 Lingkaran

Di manakah posisi yang lebih mudah untuk mencetak gol?

Titik P dan titik Q yang terletak pada lapangan sepak bola, memiliki jarak yang sama terhadap gawang. Dari titik mana sebaiknya kita menendang bola supaya lebih mudah mencetak gol?

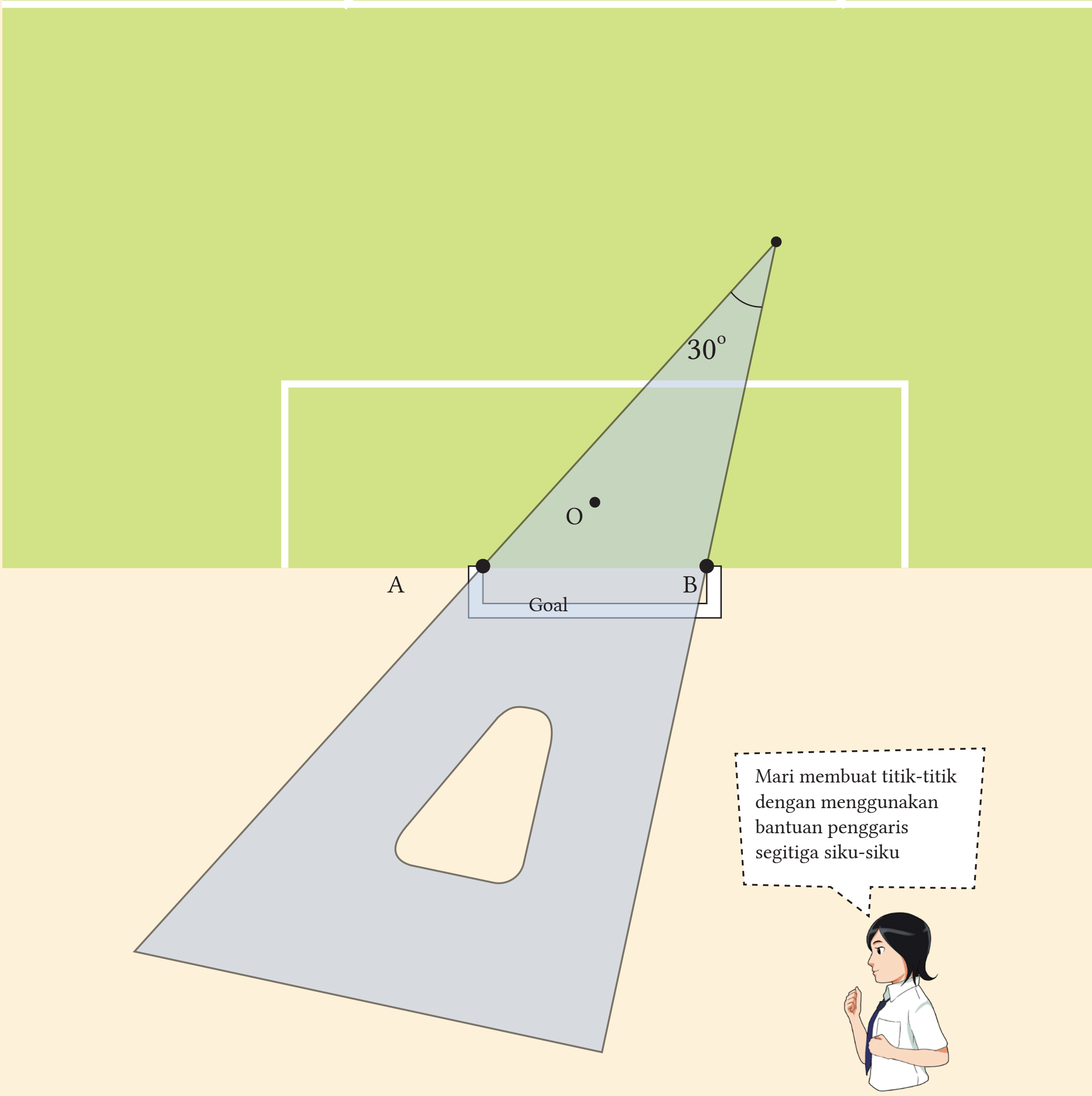
P





1

Ketika sebuah bola ditendang ke arah gawang, titik-titik mana pada lapangan yang memiliki sudut tendangan 30^0 terhadap mulut gawang? Tambahkan beberapa titik lainnya yang memiliki sudut tendangan 30^0 pada



2

Gambarlah sebuah lingkaran yang berpusat di titik O dan berjari-jari OA. Juga buatlah beberapa titik P pada keliling lingkaran ini. Kemudian ukurlah ∠APB tersebut. Hal apa yang kamu amati?

Jika kita menendang bola dari titik A dan B yang terletak pada keliling sebuah lingkaran yang sama, terlihat bahwa besar sudut tendangannya sama.

Untuk titik-titik yang terletak pada keliling dari lingkaran yang sama, apakah besar sudut tendangannya juga sama?

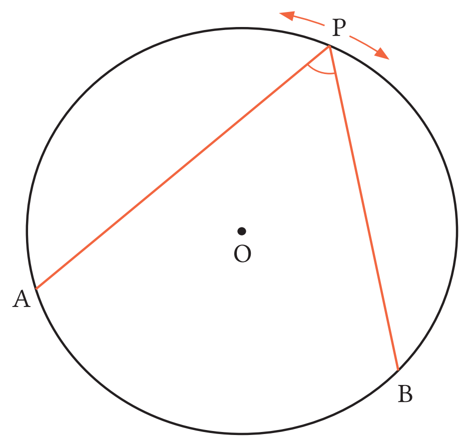
Hlm.163

1 Sudut Keliling dan Sudut Pusat

1 Teorema Sudut Keliling

• Tujuan • Peserta didik dapat menyelidiki besar ∠APB dengan menggunakan 3 buah titik A, B dan P yang terletak pada keliling lingkaran.

Sudut-Sudut Keliling

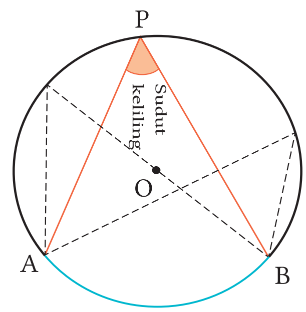


Pada gambar di samping, titik P terletak pada keliling lingkaran O. Ubahlah posisi titik P dengan menggesernya pada sepanjang keliling lingkaran O, kecuali pada $\overset{\frown}{AB}$,kemudian buat beberapa ∠APB. Dengan mencoba berbagai macam posisi P, kemudian amati ukuran ∠APB tersebut.

Berpikir Matematis

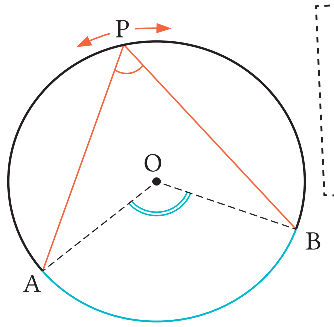
Dengan menggeser letak titik P sepanjang keliling lingkaran O, kita dapat menemukan sifat-sifat∠APB.

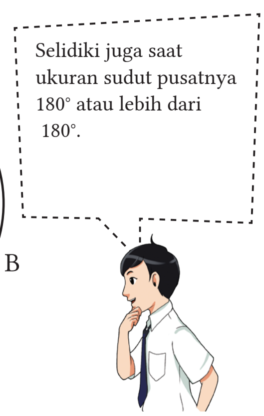
Seperti terlihat pada gambar di Q, ketika P terletak pada keliling lingkaran O kecuali pada $\overset{\frown}{AB}$, ∠APB kita namakan sudut keliling yang menghadap $\overset{\frown}{AB}$.



Sudut Keliling Dan Sudut Pusat

Soal 1 Gambarlah lingkaran berpusat di O dengan jari-jari OA dan tentukan besar sudut ∠AOB. Sudut ∠AOB disebut sudut pusat. Buat titik P pada keliling lingkaran O, kecuali pada $\overset{\frown}{AB}$, kemudian selidiki besar ∠APB. Dari hasil pengamatanmu, apa yang bisa disimpulkan tentang hubungan antara sudut keliling dan sudut pusat?





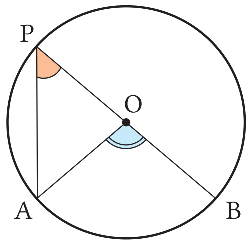
Dari Q dan Soal 1 kita bisa melihat bahwa semua sudut keliling $\angle APB$ yang menghadap busur $\overset{\frown}{AB}$ besarnya sama, dan ukurannya setengah dari sudut pusat $\angle AOB$ yang menghadap busur yang sama.

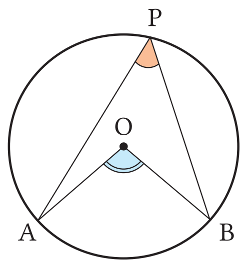
Ada 3 macam hubungan letak antara sudut keliling $\angle APB$ dan sudut pusat $\angle AOB$, seperti ditunjukkan pada gambar-gambar berikut ini.

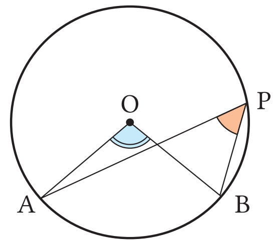
ⓐ Titik O terletak pada sisi $\angle APB$

ⓑ Titik O terletak di dalam $\angle APB$

ⓒ Titik O terletak di luar $\angle APB$







Pada masing-masing ⓐ,ⓑ, dan ⓒ di atas, jika kita dapat membuktikan $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$, maka terbukti juga bahwa ukuran sudut-sudut keliling APB yang menghadap busur $\overset{\frown}{AB}$ besarnya sama.

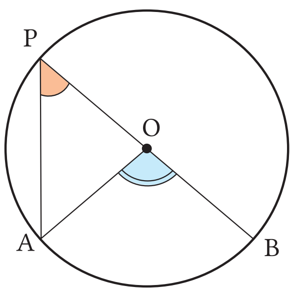
Soal 2

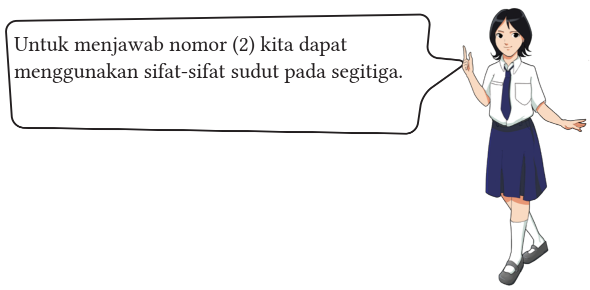
Perhatikan gambar ⓐ di atas, kemudian jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Jenis segitiga apakah ΔOPA?

(2) Sudut apa yang besarnya sama dengan $\angle OPA + \angle OAP$?

(3) Berdasarkan jawaban (1) dan (2) buktikan bahwa $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$.

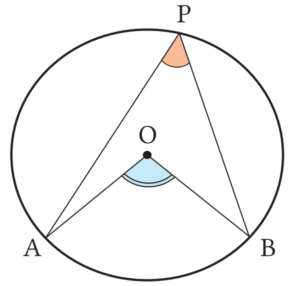




Soal 3

Pada gambar ⓑ, di halaman sebelumnya, $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$ dibuktikan dengan cara di bawah ini.

Isilah $\boxed{}$ dan lengkapi pembuktian berikut.



[Bukti]

Gambarlah diameter PQ yang melalui titik O,

Misalkan $\angle APQ = \angle a$, $\angle BPQ = \angle b$

$\angle OPA = \angle \boxed{} \angle a$

Karena $\angle AOQ$ adalah sudut luar dari ΔOPA,

$\angle AOQ = \angle \boxed{} + \angle \boxed{} = 2\angle a$ ①

dengan cara yang sama, $\angle \boxed{} = 2\angle a$ ②

Dari persamaan ① dan ②

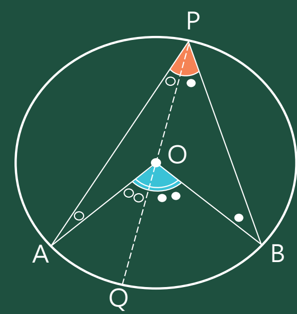
$\angle AOB = \angle AOQ + \angle BOQ$

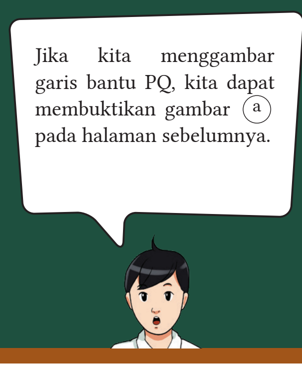
$= 2\angle a + 2\angle b$

$= 2\,(\angle a + \angle b)$

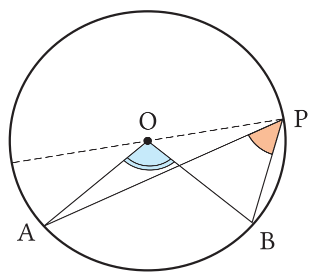
$= 2\angle \boxed{}$

Oleh karena itu, $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$





Perhatikan gambar ⓒ di halaman sebelumnya. Dengan cara yang sama seperti pada soal 3, kita juga dapat membuktikan bahwa $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$.



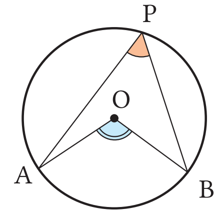
Mari Mencoba

Pada gambar ⓒ di halaman sebelumnya buktikan bahwa $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$.

Apa yang telah kita selidiki sejauh ini, dapat disimpulkan sebagai berikut.

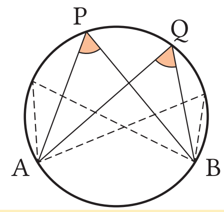
PENTING

Teorema Sudut Keliling



1. Besar sudut keliling adalah setengah dari sudut pusat yang menghadap busur yang sama.

$$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB.$$

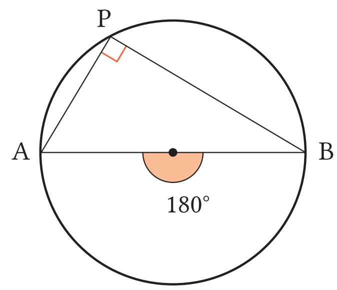


2. Sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama memiliki ukuran yang sama besar.

$$\angle APB = \angle AQB$$

Contoh 1

Jika besar sudut pusat yang menghadap suatu busur adalah 180°, maka besar sudut kelilingnya yang menghadap busur yang sama adalah 90°.



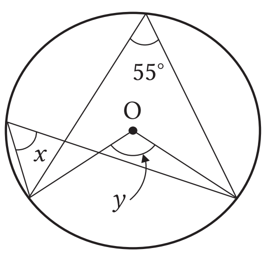
Pada kondisi khusus seperti ini berlaku demikian.

Besar sudut keliling yang menghadap ke busur setengah lingkaran adalah 90°.

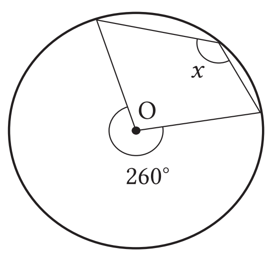
Soal 4

Tentukan nilai x dan y pada masing-masing gambar di bawah ini.

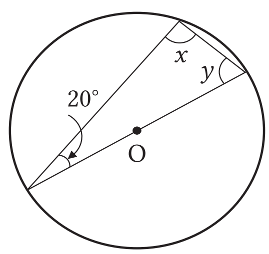
(1)



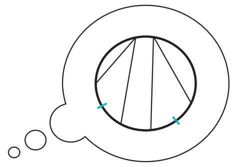
(2)



(3)



Hlm.167



• Tujuan • Menyelidiki hubungan di antara busur-busur dengan panjang yang sama dan besar sudut-sudut kelilingnya.

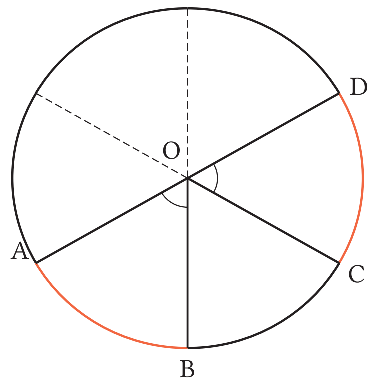
Busur-Busur yang Sama Panjang dan Sudut-sudut Keliling

Q

Pada gambar di samping, mari kita selidiki hubungan di antara $\overset{\frown}{AB}$ dan $\overset{\frown}{CD}$. Juga masing-masing sudut kelilingnya secara berurutan yaitu $\angle AOB$ dan $\angle COD$.

(1) Jika $\angle AOB = \angle COD$, bagaimana hubungan antara panjang AB dan CD?

(2) Jika AB = CD, bagaimana hubungan antara $\angle AOB$ dan $\angle COD$?



Pada sebuah lingkaran, 2 buah juring dengan sudut pusat yang sama besar dapat dibentuk dengan menempatkan yang satu di atas yang lain. Dengan cara yang sama, 2 buah juring dengan panjang busur yang sama juga dibentuk dengan cara menumpuk keduanya. Dengan kata lain.

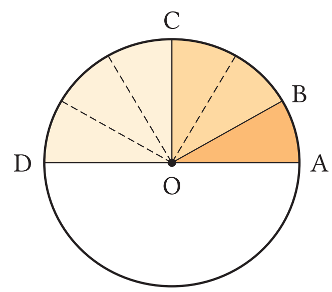
Pada sebuah lingkaran,

① Ukuran sudut-sudut pusat yang menghadap busur-busur yang sama panjang adalah sama.

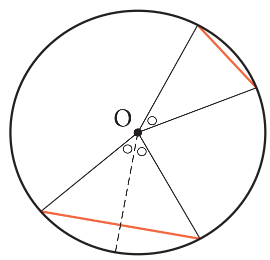
② Panjang busur-busur yang dibatasi oleh sudut-sudut pusat yang sama besar adalah sama.

Soal 5

Pada gambar di samping, jika juring OBC dan OCD secara berurutan memiliki ukuran dua kali dan tiga kali dari juring OAB. Maka panjang $\overset{\frown}{BC}$ dan $\overset{\frown}{CD}$ menjadi berapa kali $\overset{\frown}{AB}$?



Dari yang kita amati pada soal 5, besar sudut pusat sebanding dengan panjang busur.



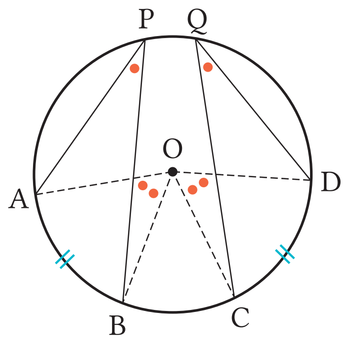
Mari Mencoba

Pada sebuah lingkaran, besar sudut pusat tidak sebanding dengan panjang tali busur. Berikan contoh lainnya sebagai penjelasan.

Berdasarkan apa yang telah kita selidiki pada halaman sebelumnya, mari kita buktikan bahwa besar sudut-sudut pusat yang menghadap busur-busur yang sama panjang adalah sama.

Soal 6

Pada gambar lingkaran O di samping, sudut-sudut keliling yang menghadap busur $\overset{\frown}{AB}$ dan $\overset{\frown}{CD}$ secara berurutan adalah $\angle APB$ dan $\angle CQD$. Isilah $\boxed{}$ berikut untuk membuktikan bahwa, jika $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$. maka $\angle APB = \angle CQD$.



[Bukti]

Besar sudut keliling setengah dari besar sudut pusat yang menghadap busur yang sama, sehingga $\boxed{}$

$\angle APB = \frac{1}{2} \angle \boxed{}$ ①

$\angle CQD = \frac{1}{2} \angle \boxed{}$ ②

Berdasarkan persamaan di atas maka AB=CD, sehingga

$\angle AOB = \angle \boxed{}$ ③

Dari persamaan ①, ② **dan** ③ $\angle APB = \angle CQD$

Catatan Tulisan $\overset{\frown}{AB}$ dibaca panjang busur AB.

Soal 7

Nyatakan kebalikan dari pernyataan pada soal 6, dan buktikan bahwa persamaan itu benar.

Ulasan

Ketika 2 pernyataan sebab akibat dibalik satu sama lain, kita sebut yang satu adalah kebalikan dari yang lain (konversi).

Kelas VIII

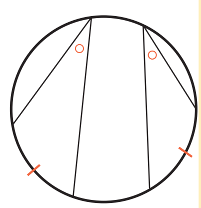
Dari pembahasan kita sejauh ini, dapat kita simpulkan sebagai berikut.

PENTING

Teorema Busur dan Sudut Keliling Lingkaran

Pada sebuah lingkaran,

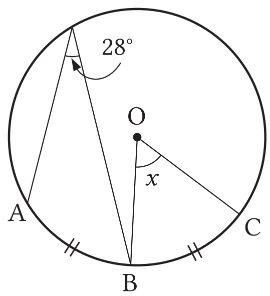
1. Sudut-sudut keliling yang menghadap busur-busur yang sama panjang memiliki ukuran yang sama.
2. Busur-busur yang dibatasi oleh sudut-sudut keliling yang sama besar memiliki panjang yang sama.



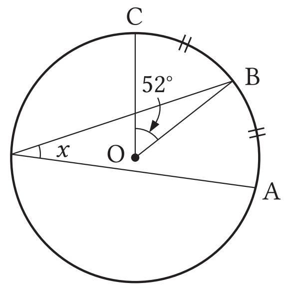
Soal 8

Tentukan besar $\angle x$ pada gambar-gambar di bawah ini.

(1) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$



(2) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$

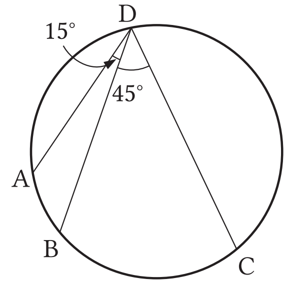


Pada sebuah lingkaran, besar sudut pusat sebanding dengan panjang busur. Kita pun dapat melihat juga bahwa besar sudut keliling sebanding dengan panjang busur.

Contoh 2

Pada gambar di samping, misalkan panjang $\overset{\frown}{AB}$ = 2 cm dan $\overset{\frown}{BC}$ = x cm, tentukan nilai x.

$\overset{\frown}{AB}$ = 2 cm, $\overset{\frown}{BC}$ = x cm



Penyelesaian

Besar sudut keliling sebanding dengan panjang busur, maka

$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} = \angle ADB : \angle BDC$

$2 : x = 15 : 45$ sehingga,

$2 : x = 1 : 3$

$x = 6$

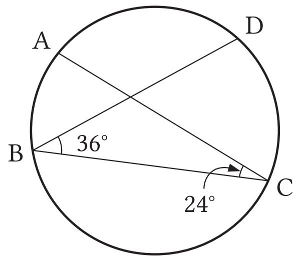
Jawab: $x = 6$

Soal 9

Tentukan nilai x pada gambar-gambar di bawah ini.

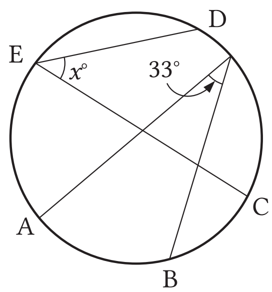
(1) $\overset{\frown}{AB}$ = x cm

$\overset{\frown}{CD}$ = 6 cm



(2) $\overset{\frown}{AB}$ = 3 cm

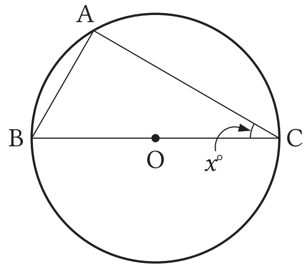
$\overset{\frown}{CD}$ = 4 cm



(3) $\overset{\frown}{AB}$ = 1 cm

$\overset{\frown}{BC}$ = 3 cm

$\overset{\frown}{CA}$ = 2 cm



Pada sebuah lingkaran, sudut-sudut keliling yang menghadap busur-busur yang sama panjang memiliki besar yang sama.

Apakah ada titik-titik yang tidak terletak pada keliling lingkaran tetapi menghasilkan sudut yang besarnya sama dengan sudut keliling?

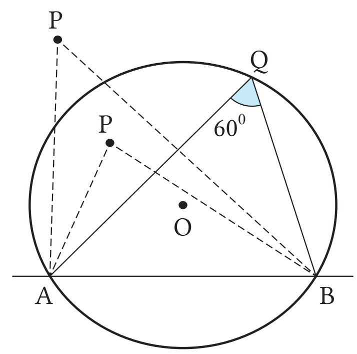
Hlm.170

2 Kebalikan dari Teorema Sudut Keliling

• Tujuan • Peserta didik dapat menyelidiki ukuran sudut-sudut yang dibentuk oleh titik-titik yang tidak terletak pada keliling lingkaran.

Pada gambar di samping, posisi titik P terletak di dalam dan di luar lingkaran. Mari kita
5 selidiki besar ∠APB pada tiap posisi, kemudian bandingkan hasilnya dengan sudut keliling ∠AQB. Dari hasil pengamatanmu, apa yang dapat kamu simpulkan?

Ingat: titik P dan Q berada di atas sisi yang sama dari garis AB

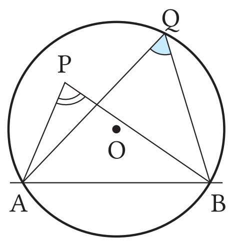


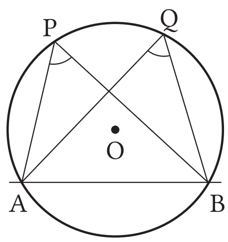
Dari apa yang telah kita selidiki sejauh ini, dapat kita simpulkan sebagai berikut.

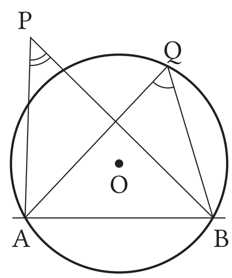
ⓐ Jika titik P di dalam lingkaran O, ∠APB > ∠AQB

ⓑ Jika titik P terletak pada keliling lingkaran O, ∠APB = ∠AQB

ⓒ Jika titik P terletak di luar keliling lingkaran O, ∠APB < ∠AQB







Contoh 1

Pada gambar ⓐ di atas, titik P terletak di dalam lingkaran O. Buktikan bahwa ∠APB > ∠AQB.

Bukti

Perpanjang sisi AP hingga memotong keliling lingkaran O di titik P'.

∠APB merupakan sudut luar dari ΔP'PB , maka

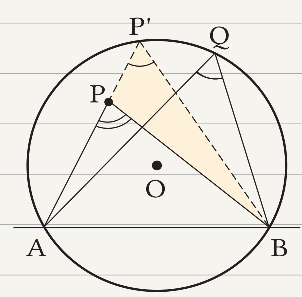
∠APB =∠AP' B +∠P'BP

Sehingga, ∠APB > ∠AP'B ①

Semua sudut keliling yang menghadap ke $\overset{\frown}{AB}$ besarnya sama, maka

∠AP'B =∠AQB ②

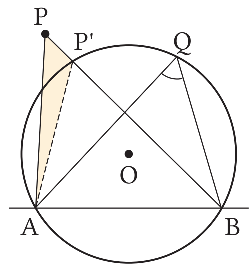
Dari persamaaan ① dan ② terbukti ∠APB > ∠AQB



Soal 1

Pada gambar ⓒ di halaman sebelumnya, jika titik P terletak di luar lingkaran O, buktikan bahwa

$\angle AP'B < \angle APB$

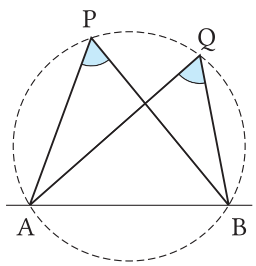


Pada gambar ⓑ di halaman sebelumnya telah dibuktikan dengan teorema sudut keliling. Karena itu, dari apa yang telah kita selidiki sejauh ini, kita dapat melihat bahwa $\angle APB = \angle AQB$ hanya berlaku jika titik P terletak pada keliling lingkaran O. Hal ini dapat kita simpulkan sebagai berikut.

PENTING

Teorema Kebalikan dari Teorema Sudut Keliling

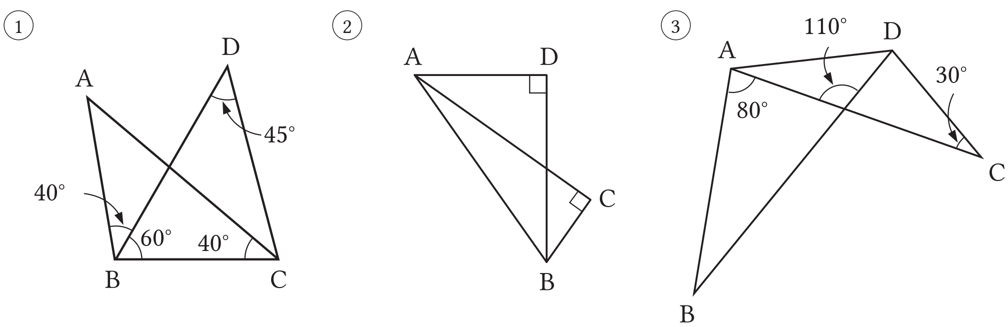
Jika titik P dan Q berada di atas sisi AB, dan $\angle APB = \angle AQB$, maka keempat titik-titik tersebut, A, P, Q dan B, terletak pada keliling lingkaran.



ini adalah kebalikan dari teorema nomor ② pada teorema sudut keliling.

Soal 2

Gambar mana yang menunjukkan bahwa titik-titik A, B, C, dan D berada pada keliling sebuah lingkaran? Dengan menggunakan kebalikan dari teorema sudut keliling.



Dengan menggunakan kebalikan dan teorema sudut keliling, coba jelaskan mengapa kita bisa memperoleh hasil dalam 1 pada halaman 162.

Kita telah mempelajari berbagai hal yang berkaitan dengan sudut keliling.

Kapan kita bisa menggunakan hubungan antara lingkaran dengan sudut-sudutnya yang telah kita pelajari ini?

Hlm.173, 175

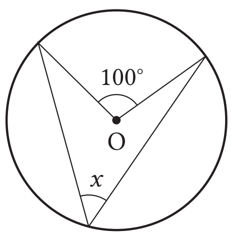
Mari Kita Periksa

1 Sudut Keliling dan Sudut Pusat

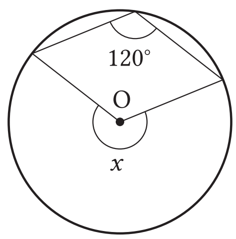
1
Sudut Keliling dan Sudut Pusat
[Hlm.166] S 4

Tentukan besar $\angle x$ pada gambar-gambar di bawah ini.

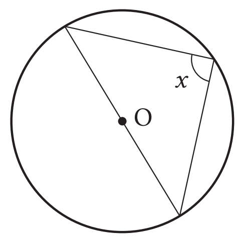
(1)



(2)



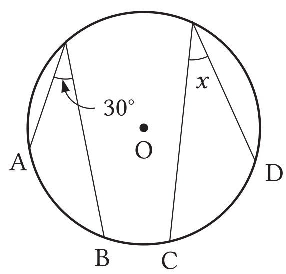
(3)



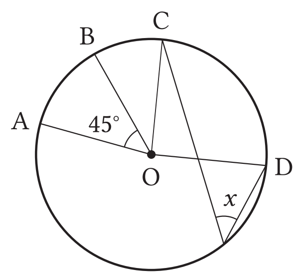
2
Busur-busur yang Sama Panjang dan Sudut Kelilingnya
[Hlm.170] S 8

Tentukan besar $\angle x$ pada gambar-gambar di bawah ini.

(1) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

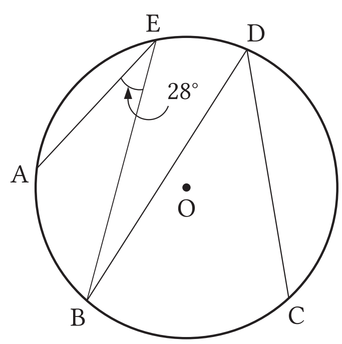


(2) $\overset{\frown}{CD} = 2\overset{\frown}{AB}$



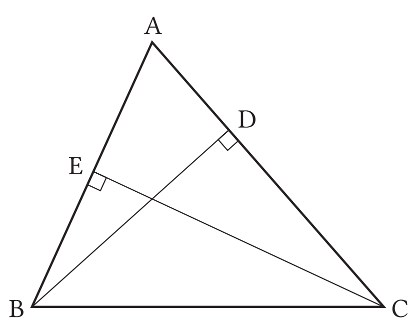
3
Busur-busur yang Sama Panjang dan Sudut Kelilingnya
[Hlm.170] Cth. 2

Pada gambar di samping, kelima titik, A, B, C, D dan E terletak pada keliling lingkaran O. Jika diketahui $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} = 3 : 2$ dan $\angle AEB = 28°$, tentukan $\angle BDC$.



4
Teorema Kebalikan dari Teorema Sudut Keliling
[Hlm.172] S 2

Seperti terlihat pada gambar ΔABC di samping, dibuat garis BD dan CE yang secara berurutan tegak lurus terhadap sisi AC dan AB. Kemudian sebutkan 4 titik, termasuk titik B dan C, yang terletak pada keliling sebuah lingkaran.



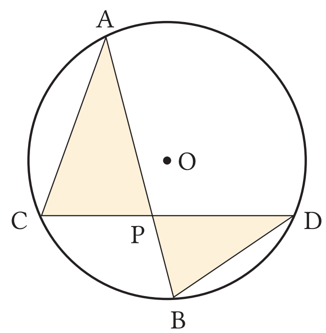
2 Penggunaan Teorema Sudut Keliling

1 Pembuktian Teorema Sudut Keliling dan Bangun-Bangun Datar

• Tujuan • Peserta didik dapat membuktikan sifat-sifat bangun datar dengan menggunakan teorema sudut keliling.

Contoh 1

Pada gambar lingkaran O di samping, titik P merupakan perpotongan 2 tali busur AB dan CD. Buktikan bahwa $\Delta ACP \sim \Delta DBP$.



Bukti

Pada ΔACP dan ΔDBP,

Sudut-sudut keliling yang menghadap $\overset{\frown}{CB}$ besarnya sama, maka

$\angle A = \angle D$ ①

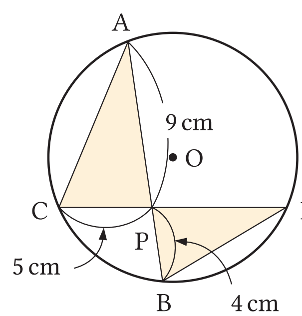
Dengan cara yang sama,

$\angle C = \angle B$ ②

Dari persamaan ① dan ②, karena memenuhi syarat kesebangunan (sudut - sudut), terbukti $\Delta ACP \sim \Delta DBP$

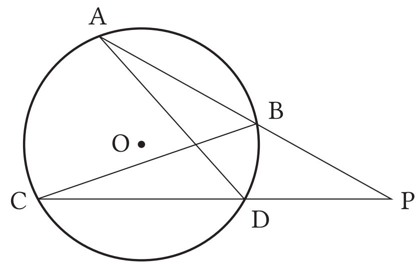
Soal 1

Perhatikan gambar lingkaran O pada contoh 1. Tentukan panjang DP jika diketahui panjang AP = 9 cm, BP = 4 cm, CP = 5 cm.



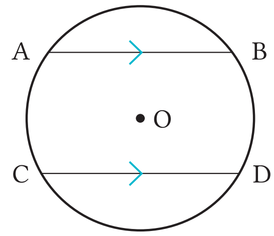
Soal 2

Pada gambar lingkaran O di samping, kedua tali busur AB dan CD diperpanjang, dan berpotongan di titik P. Buktikan bahwa $\Delta ACP \sim \Delta DBP$.



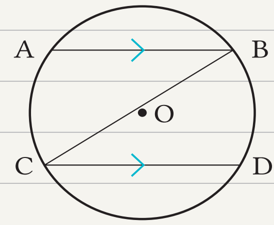
Contoh 2

Seperti terlihat pada gambar di samping, ke empat titik A, B, C dan D terletak pada keliling lingkaran O. Untuk tali busur AB dan CD, buktikan bahwa jika $AB \mathbin{/\!/} CD$ maka $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$.



Bukti

Hubungkan titik B dan C.
Jika AB//CD, maka $\angle ABC = \angle BCD$.
Busur-busur yang menghadap sudut-sudut keliling yang sama besar adalah sama panjang, sehingga terbukti bahwa $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$.

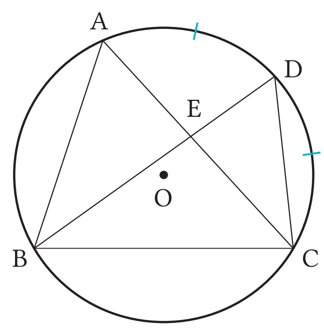


Soal 3

Nyatakan kebalikan dari pernyataan pada contoh 2 dan buktikan bahwa pernyataan itu benar.

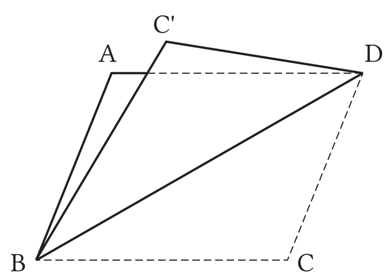
Soal 4

Pada gambar di samping, keempat titik, A, B, C dan D terletak pada keliling lingkaran O. Dan panjang $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC}$. Titik E merupakan perpotongan tali busur AC dan BD. Buktikan bahwa $\Delta ABE \sim \Delta DBC$.



Soal 5

Pada gambar di samping, kertas ABCD berbentuk jajargenjang, dilipat sepanjang diagonal BD sehingga titik C' merupakan hasil perpindahan dari C. Buktikan bahwa keempat titik, A, B, D dan C' terletak pada keliling lingkaran.



Mari Mencoba

Perhatikan gambar lingkaran pada contoh 1 dan soal 2 di halaman sebelumnya. Coba buktikan bahwa $AP \times BP = CP \times DP$.

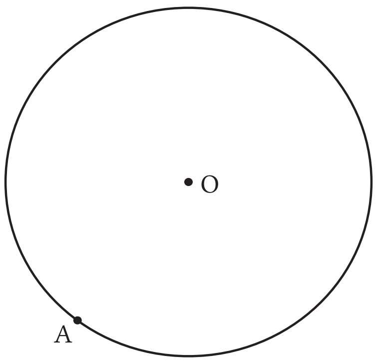
Catatan AP dan BP menyatakan hasil perkalian panjang ruas garis AP dengan BP

2 Sudut Keliling dan Garis Singgung Lingkaran

• Tujuan • Peserta didik dapat membuat garis singgung yang melalui sebuah titik di luar lingkaran.

[Kegiatan Matematika]

Komunikasi



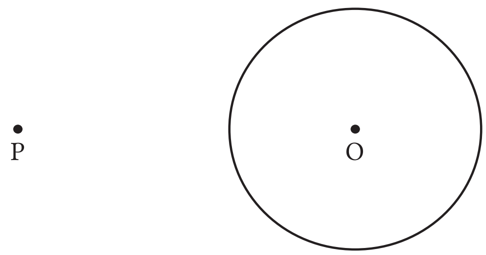
Pada gambar di samping, buatlah garis singgung lingkaran O dengan titik A sebagai titik singgungnya. Sebutkan juga sifat garis singgung yang digunakan?

Ulasan

Sebuah garis yang hanya memiliki 1 titik potong dengan sebuah lingkaran disebut garis singgunga

Kelas VII Hlm. 169

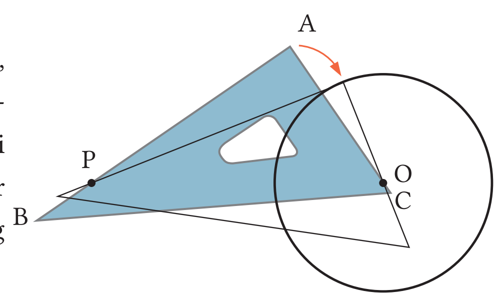
1 Pada gambar di samping, titik P berada di luar lingkaran O. Berapa banyak garis singgung lingkaran O yang dapat dibuat melalui titik P?



2 Pada gambar lingkaran O di 1, Dina berpikir untuk menggambar garis singgung lingkaran O menggunakan bantuan penggaris segitiga siku-siku.

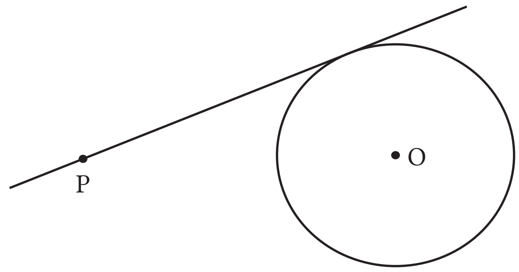
Cara Dina

Seperti terlihat pada gambar di samping, Dina meletakkan penggaris segitiga siku-siku sedemikian sehingga sisi AB melalui titik P dan sisi AC melalui titik O. Geser penggaris agar titik A berada pada keliling lingkaran, kemudian buat garis PA.



Jelaskan mengapa PA merupakan garis singgung lingkaran O.

Berdasarkan cara yang dilakukan oleh Dina pada halaman sebelumnya, pertimbangkan cara membuat garis singgung lingkaran O melalui titik P yang berada di luar lingkaran.

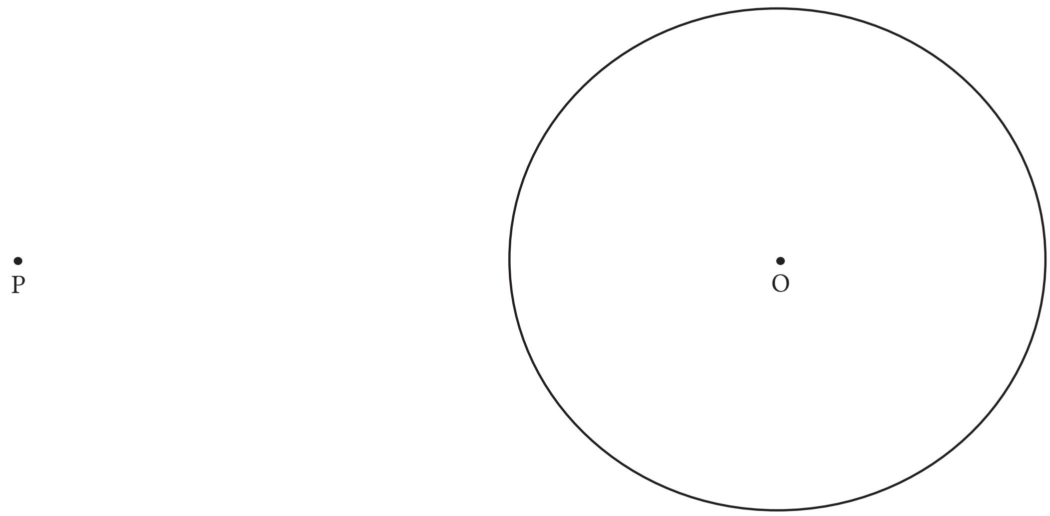


3

Budi membuat garis singgung lingkaran O yang melalui titik P yang berada di luar lingkaran. Ikuti langkah-langkah berikut ini untuk menggambar garis singgung.

Langkah

1. Hubungkan titik P dan titik O, kemudian tentukan titik tengah PO, yaitu titik O'.
2. Buatlah lingkaran yang berpusat di titik O' dengan jari-jari O'P dan memotong lingkaran O di titik A dan B.
3. Buatlah garis PA dan PB.



4

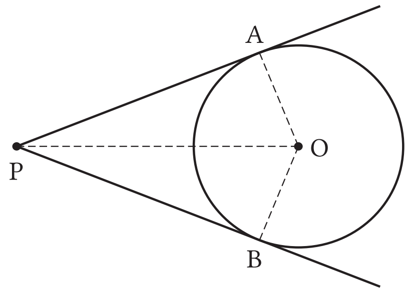
Pada gambar di nomor 3, secara berurutan hubungkan titik O dengan A, dan titik O dengan B. Kemudian perhatikan lingkaran O'. Jenis sudut apakah ∠PAO dan ∠PBO? Berdasarkan cara tersebut, jelaskan mengapa kita dapat menggambar garis singgung dengan mengikuti cara yang dilakukan Budi.

Berpikir Matematis

Berdasarkan sifat-sifat lingkaran dan sudut keliling, jelaskan mengapa garis yang dibuat itu merupakan garis singgung lingkaran.

Soal 1

Jika kita gambar garis singgung lingkaran O yaitu PA dan PB, yang ditarik dari titik P di luar lingkaran O . Buktikan bahwa PA = PB.

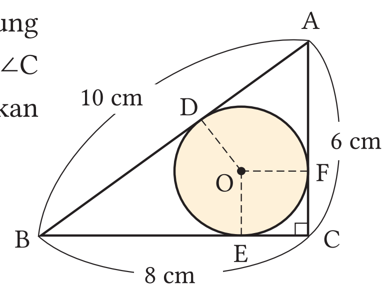


Ketika kita menggambar garis singgung lingkaran O yang ditarik dari titik P yang terletak di luar lingkaran O, misalkan titik A dan titik B merupakan titik singgung, sedangkan panjang ruas garis PA dan PB adalah panjang garis singgung. Tentang panjang garis singgung pada soal 1, kita dapat mengatakan seperti berikut.

Panjang kedua garis singgung yang ditarik dari sebuah titik di luar lingkaran adalah sama.

Mari Mencoba

Pada gambar di samping, lingkaran O menyinggung ketiga sisi $\triangle ABC$ di titik D, E dan F. Jika diketahui $\angle C = 90°$, AB = 10 cm, BC = 8 cm dan CA = 6 cm, tentukan panjang jari-jari lingkaran O.



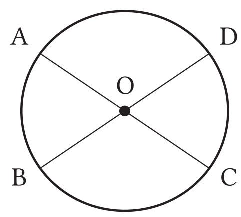
Mari Kita Periksa

2 Penggunaan Teorema Sudut Keliling

1

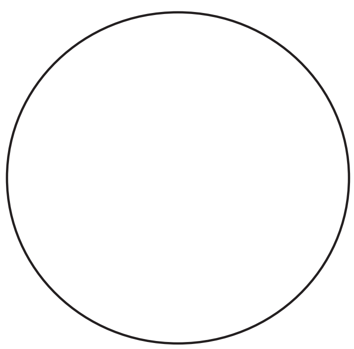
Pembuktian Teorema Sudut Keliling dan Bangun Datar [Hlm.174] Cth. 2

Pada gambar di samping, AC dan BD merupakan diameter-diameter lingkaran O. Buktikan bahwa segiempat ABCD merupakan persegi panjang.



2

ISudut Keliling dan Garis Singgung Lingkaran [Hlm.175, 176]



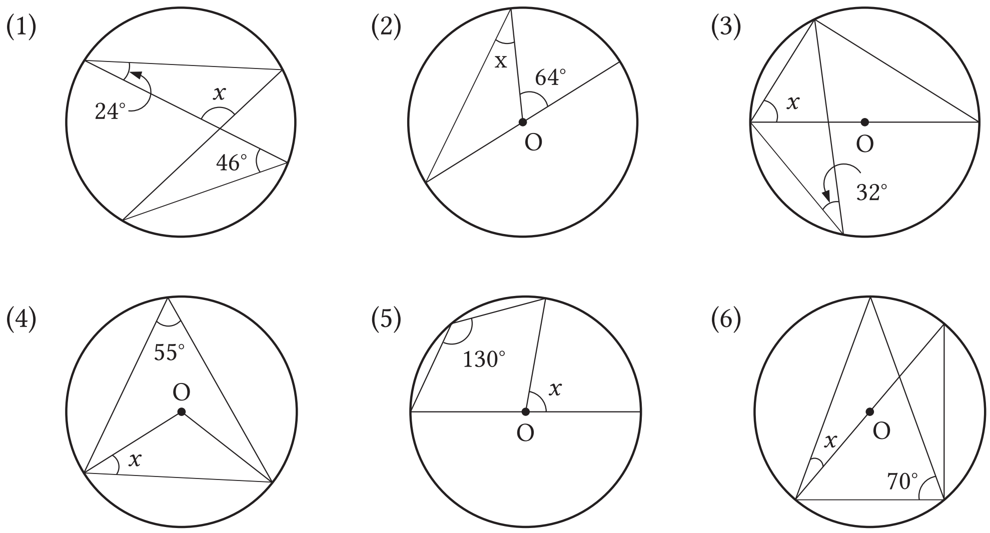
Dengan menggunakan penggaris segitiga siku-siku, tentukan letak titik pusat lingkaran O, kemudian jelaskan mengapa caramu itu dapat digunakan untuk mencari titik pusat lingkaran.

BAB 6 Soal Ringkasan

Kunci jawaban di hlm. 278, 279

Gagasan Utama

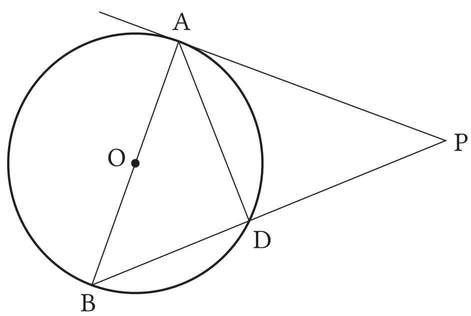
1 Tentukan besar $\angle x$ pada gambar-gambar di bawah ini.



2 Pada gambar di samping, garis AB merupakan diameter lingkaran O, garis PA merupakan garis singgung lingkaran O, titik D merupakan titik potong garis PB dengan keliling lingkaran. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa $\Delta ABD \sim \Delta PBA$.

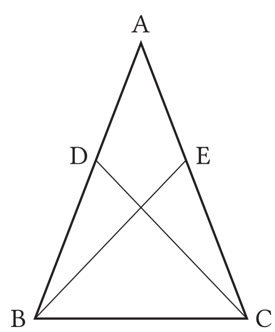
(2) Jika diketahui AB = 6 cm, PB = 9 cm, tentukan panjang PD.



3 Pada gambar di samping, ΔABC merupakan segitiga sama kaki dengan panjang sisi AB = AC. Jika kita buat titik D dan E secara berurutan pada sisi AB dan AC sehingga panjang BD = CE, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

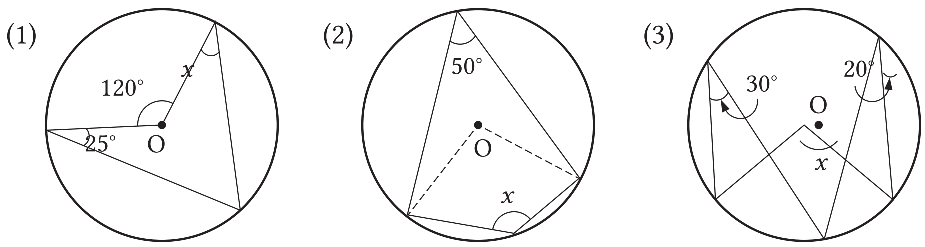
(1) Buktikan bahwa $\Delta DBC \cong \Delta ECB$.

(2) Buktikan bahwa keempat titik, D, B, C dan E berada pada keliling sebuah lingkaran.

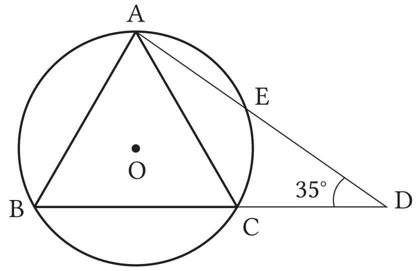


Penerapan

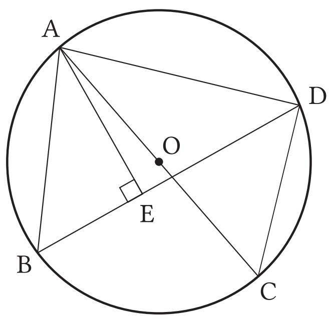
1 Tentukan besar $\angle x$ pada gambar-gambar di bawah ini.



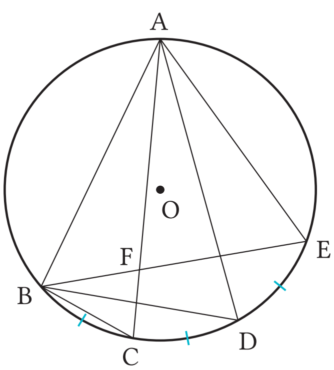
2 Pada gambar di samping, ΔABC merupakan segitiga sama sisi dengan titik-titik sudut A, B dan C terletak pada keliling lingkaran O. Titik D merupakan perpanjangan BC sehingga membentuk $\angle ADC = 35°$. Titik E adalah perpotongan garis AD dengan lingkaran O. Tentukan perbandingan panjang $\overset{\frown}{AE}$ dan $\overset{\frown}{EC}$.



3 Pada gambar di samping, keempat titik, A, B, C dan D terletak pada keliling lingkaran O. AC merupakan diameter lingkaran dan AE adalah garis yang ditarik dari A tegak lurus terhadap tali busur BD. Buktikan bahwa $\Delta ABE \sim \Delta ACD$.

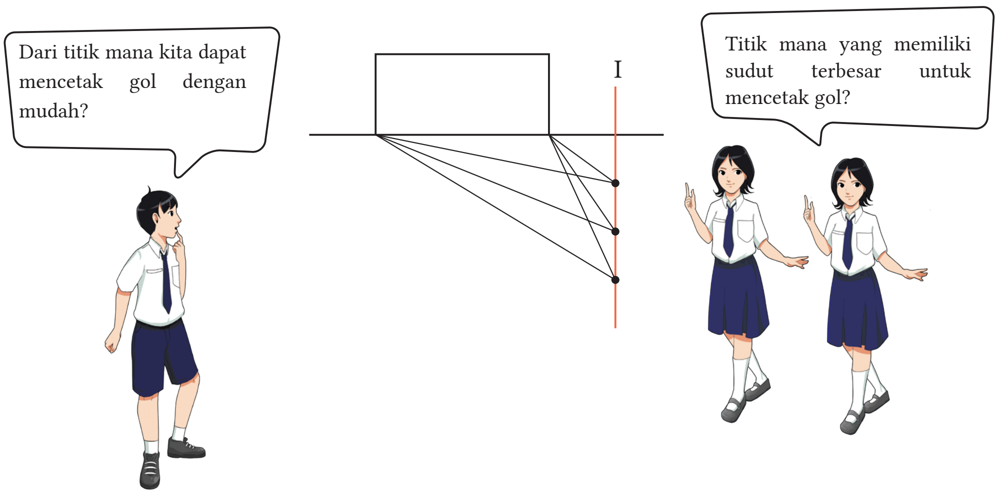


4 Pada gambar di samping, tandai 3 buah titik, A, B dan C pada keliling lingkaran O. Kemudian tandai 2 titik lagi pada $\overset{\frown}{AC}$, yaitu titik D dan E, sehingga panjang $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE}$. Jika F merupakan titik potong tali busur $\overset{\frown}{AC}$ dan $\overset{\frown}{BE}$, buktikan bahwa $\Delta ABD \sim \Delta BFC$.

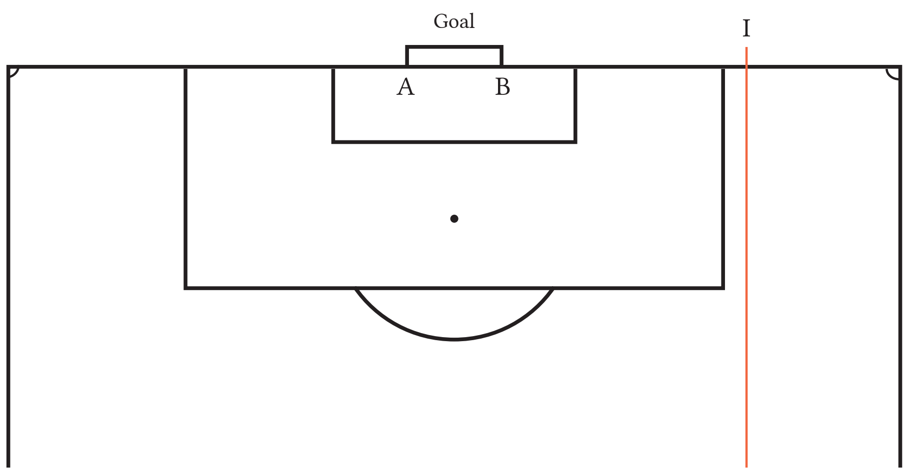


Kegunaan Praktis

1 Budi bermain bola dengan teman-temannya. Mereka masing-masing akan menendang bola sebanyak 10 kali, dan yang berhasil mencetak gol terbanyak adalah pemenangnya. Pada lapangan, seperti terlihat pada gambar di bawah ini, tempatkan bola yang akan ditendang di sepanjang garis l. Dari titik manakah pada garis l yang lebih mudah untuk mencetak gol? Jawablah pertanyaan berikut ini.



(1) Dugaan Budi adalah sebagai berikut.
Saat menendang bola, titik yang memiliki kemungkinan terbesar untuk memasukkan bola, di antara semua titik-titik pada lingkaran adalah titik yang melalui ujung gawang A dan B, adalah titik singgung P pada garis l. Tandai titik P pada gambar berikut.



(2) Jelaskan mengapa titik yang dijawab pada pertanyaan (1) memiliki kemungkinan terbesar untuk mencetak gol.

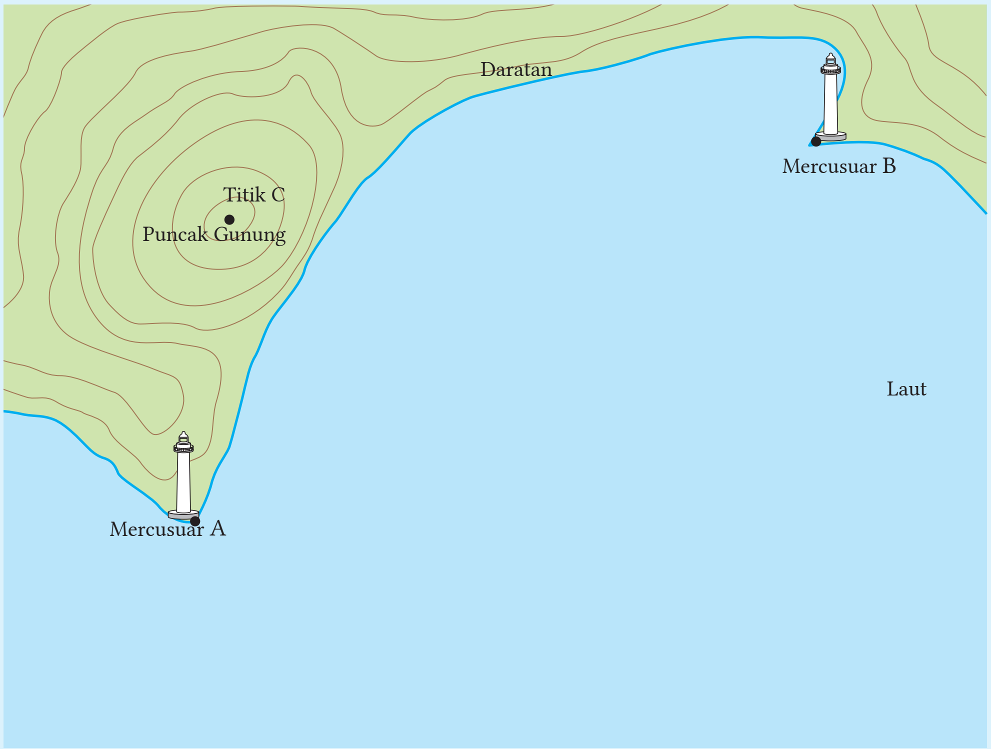
Pendalaman Materi

Mencari Letak Kapal

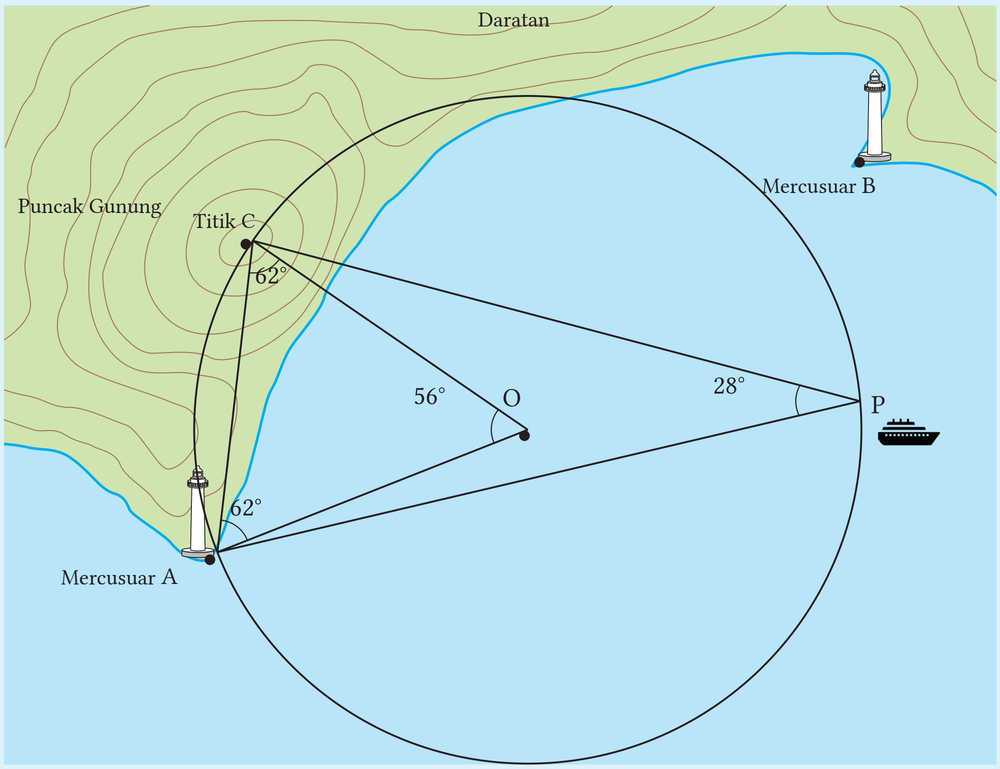
Agar sebuah kapal dapat berlayar dengan aman di sepanjang teluk seperti terlihat pada gambar di samping (peta pelayaran), posisinya harus diketahui. Pada waktu itu, belum ditemukan radar atau GPS (sistem yang menerima sinyal dari satelit buatan untuk menentukan posisi tepatnya). Maka, kita menyelidiki sudut-sudut yang dibentuk dari garis-garis yang menghubungkan posisi kita dan 3 buah titik pada daratan, secara berurutan, untuk menemukan posisi yang akurat. Bagaimana cara menentukan letak kapal hanya dengan cara mengukur sudut?

The chart of Miura Peninsula Area, Kanagawa Prefecture

1 Pada gambar di bawah ini, mercusuar A dan B, serta gunung C dapat terlihat dari kapal P. Saat sudut-sudut diukur dari titik P (kapal), besar $\angle APC = 28^\circ$ dan $\angle CPB = 60^\circ$. Dengan menggunakan jangka dan busur, pertimbangkan bagaimana cara menentukan letak kapal P.

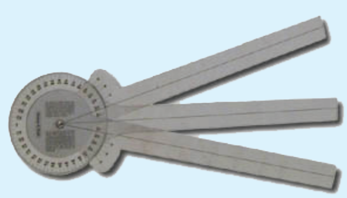


2 Pada bagian 1 di halaman sebelumnya, Dina menduga letak P yang memenuhi syarat $\angle APC = 28^\circ$ seperti terlihat pada gambar di bawah ini. Pada keliling lingkaran O terdapat 2 titik, yaitu titik A dan C, dengan demikian sudut keliling yang menghadap AC = 28°. Kemudian untuk menentukan titik pusat O, Dina menggambar segitiga sama kaki dengan sisi $\overset{\frown}{AC}$ sebagai alas, dan besar sudut kakinya 62°. Jelaskan mengapa Dina menggambar segitiga sama kaki ini.



3 Menggunakan cara Dina pada gambar di atas, gambarkan lingkaran O' yang memenuhi syarat $\angle CPB = 60^\circ$. Juga, tentukan letak kapal P berdasarkan kedua lingkaran tersebut.

Zaman dahulu, untuk mengukur sudut $\angle APC = 28^\circ$ dan $\angle CPB = 60^\circ$ seperti pada bagian 1, orang menggunakan alat seperti pada gambar di samping, yaitu busur tiga lengan. Jika busur ini diletakkan di atas denah dan diarahkan ke 3 titik yang ada pada gambar, maka akan lebih mudah untuk mengukur sudut-sudutnya dan menemukan letak kapal.



Busur tiga lengan

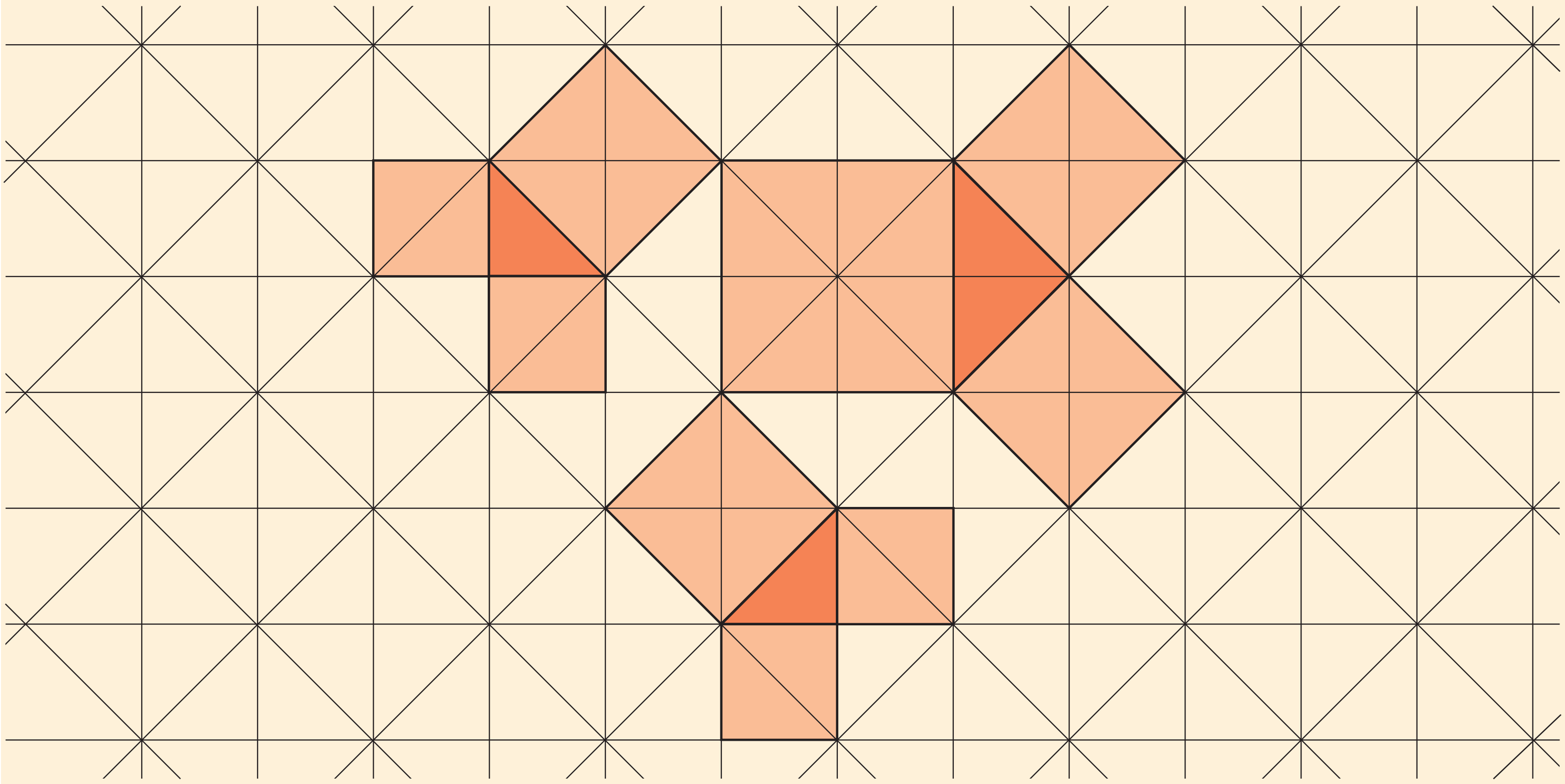
Pekerjaan Terkait
(navigator kelautan)

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Sukarman
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 7 Teorema Pythagoras

Apa Hubungan yang Ada di Antara Tiga Buah Persegi?

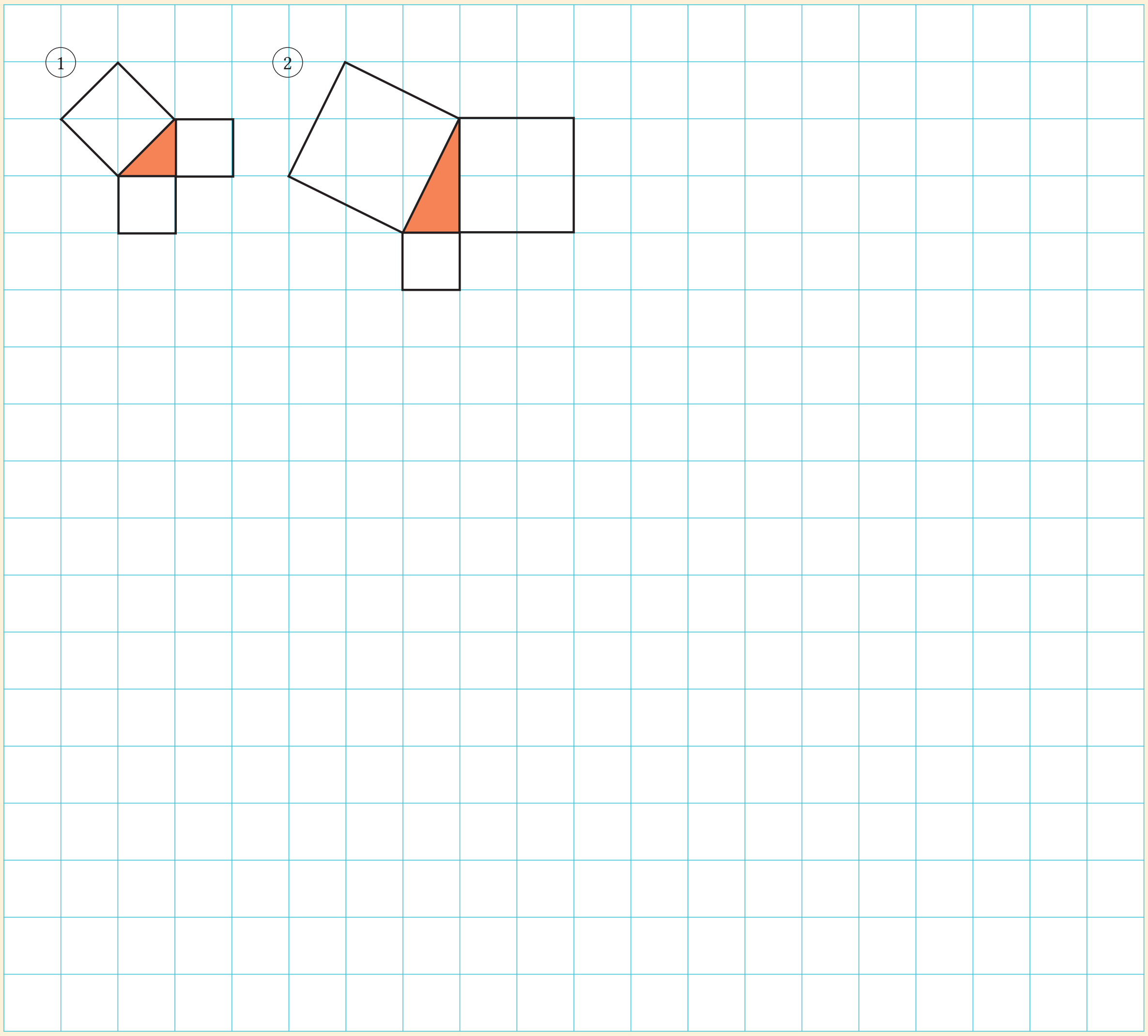
Sekitar tahun 500 Sebelum Masehi, Pythagoras, ahli matematika dari Yunani, melihat adanya pola pada pengubinan lantai batu seperti gambar di bawah ini. Dia menemukan hubungan di antara tiga buah persegi dengan menggunakan sisi-sisi pada sebuah segitiga siku-siku sama kaki. Mari kita amati hubungan di antara ketiga persegi tersebut pada gambar berikut ini.



Luas persegi yang terletak pada sisi miring (hipotenusa) segitiga sama dengan jumlah luas kedua persegi yang menempel pada dua sisi lainnya dari segitiga samakaki tersebut. Apakah hal ini juga berlaku untuk semua segitiga siku-siku? Mari kita amati luas ketiga persegi pada setiap sisi segitiga siku-siku berikut ini.

1

Hitunglah luas masing-masing persegi yang ada pada gambar ① dan ② berikut ini.



2

Mari menggambar berbagai macam segitiga siku-siku lainnya dan amati luas ketiga persegi yang menempel pada ketiga sisi segitiga itu.

Berpikir Matematis

Carilah hubungan di antara ketiga luas persegi yang menempel pada keliling segitiga siku-siku pada berbagai jenis segitiga siku-siku.

3

Berdasarkan pembahasan bagian 1 dan 2, perkirakan pola hubungan antara luas ketiga persegi tersebut.

Apakah hal tersebut berlaku untuk semua jenis segitiga siku-siku?

Hlm.185

Apakah hal tersebut juga berlaku pada segitiga lain yang bukan segitiga siku-siku?

Hlm.188

1 Teorema Pythagoras

1 Teorema Pythagoras

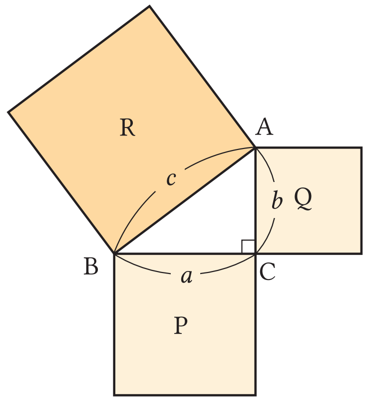
Tujuan Peserta didik dapat mengamati luas ketiga persegi yang sisi-sisinya menempel dan sama panjang dengan sisi-sisi pada sebuah segitiga siku-siku.

ΔABC siku-siku di C seperti tampak pada gambar 7.1 di samping, dan P, Q, R merupakan luas masing-masing persegi yang mengelilingi segitiga siku-siku tersebut. Dari kegiatan pengamatan pada halaman sebelumnya, pola yang terlihat adalah

$$P + Q = R$$

Jika c adalah panjang hipotenusa segitiga siku-siku, a dan b merupakan panjang sisi-sisi siku-sikunya, maka persamaan di atas dapat kita tuliskan sebagai berikut,

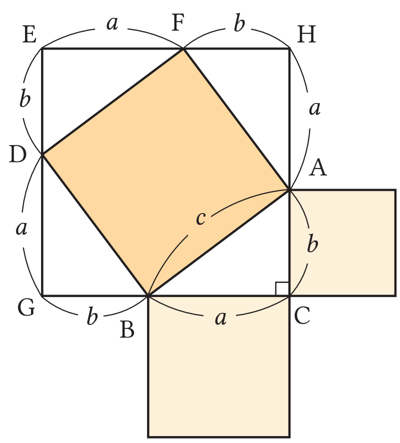
$$a^2 + b^2 = c^2$$



Gambar 7.1

Buktikan bahwa persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ berlaku untuk semua segitiga siku-siku.

Pada gambar 7.2 di samping, di sekeliling persegi DBAF dibuat segitiga-segitiga yang kongruen dengan ABC, sehingga terbentuklah persegi EGCH yang panjang sisinya $a + b$. Luas persegi DBAF sama dengan luas persegi EGCH dikurangi luas empat segitiga siku-siku, maka



Gambar 7.2

$$\begin{aligned} c^2 &= (a+b)^2 - \frac{1}{2}ab \times 4 \\ &= (a^2 + 2ab + b^2) - 2ab \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Jadi, $a^2 + b^2 = c^2$.

Berpikir Matematis

Berdasarkan luas segitiga dan luas ketiga persegi, jelaskan hubungan di antara panjang ketiga sisi pada suatu segitiga siku-siku.

Saya Bertanya

Apakah ada cara pembuktian lainnya? Hlm.201

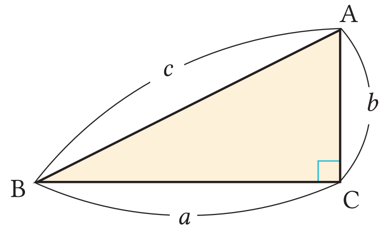
Hubungan di antara panjang ketiga sisi pada suatu segitiga siku-siku ini dinamakan Teorema Pythagoras, yang diambil dari nama seorang ahli matematika Yunani kuno. Karena Pythagoras adalah orang yang pertama kali membuktikan rumus ini.

PENTING

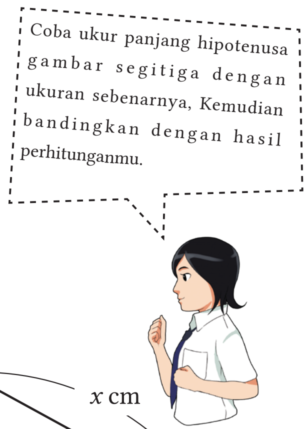
Teorema Pythagoras

Jika panjang hipotenusa segitiga siku-siku adalah c, sedangkan panjang dua sisi lainnya adalah a dan b, maka berlaku hubungan berikut.

$$a^2 + b^2 = c^2$$



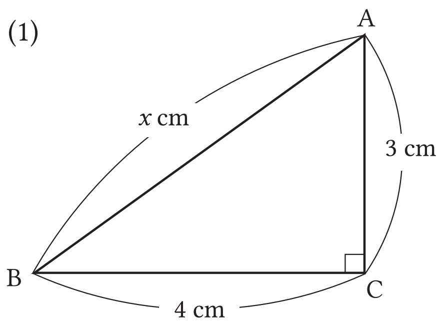
Dengan menggunakan Teorema Pythagoras di atas, hitunglah panjang sisi-sisi pada segitiga siku-siku.



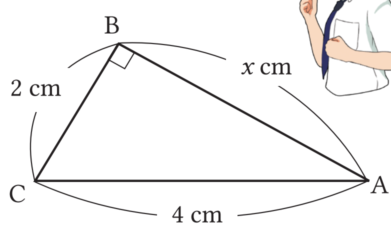
Contoh 1

Pada gambar segitiga-segitiga di bawah ini, tentukan panjang sisi AB.

(1)



(2)



Penyelesaian

(1) Panjang sisi AB adalah x cm, maka

$$4^2 + 3^2 = x^2$$
$$x^2 = 25$$

Karena $x > 0$

$$x = 5$$

Jawaban: AB = 5 cm

(2) Panjang sisi AB adalah x cm, maka

$$2^2 + x^2 = 4^2$$
$$x^2 = 4^2 - 2^2$$
$$= 12$$

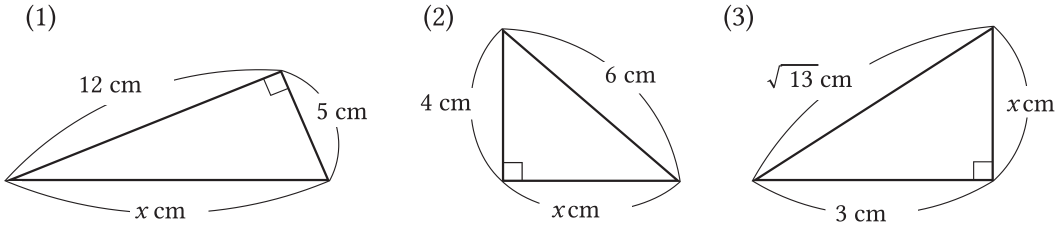
Karena $x > 0$

$$x = 2\sqrt{3}$$

Jawaban: AB = $2\sqrt{3}$ cm

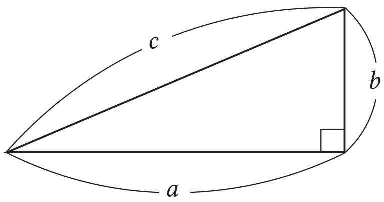
Soal 1

Tentukan nilai x pada setiap segitiga siku-siku di bawah ini.



Soal 2

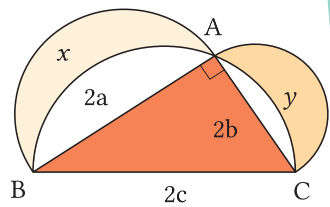
Lengkapi tabel berikut ini jika diketahui panjang hipotenusa segitiga siku-siku adalah c, dan panjang dua sisi lainnya adalah a dan b.



	1	2	3	4	5
a	6		4	$\sqrt{2}$	$3\sqrt{5}$
b		24	4		2
c	10	25		3	

Cermati

Bulan Sabit Hippocrates



Pada abad ke-5 SM, hiduplah seorang ahli matematika Yunani Kuno bernama Hippocrates. Dia menemukan sesuatu yang menarik. Gambar di samping terbentuk dari 3 buah bangun setengah lingkaran yang diameternya merupakan ketiga sisi segitiga siku-siku ΔABC. Bangun ini dinamakan Bulan Sabit Hippocrates.

Hippocrates menemukan bahwa

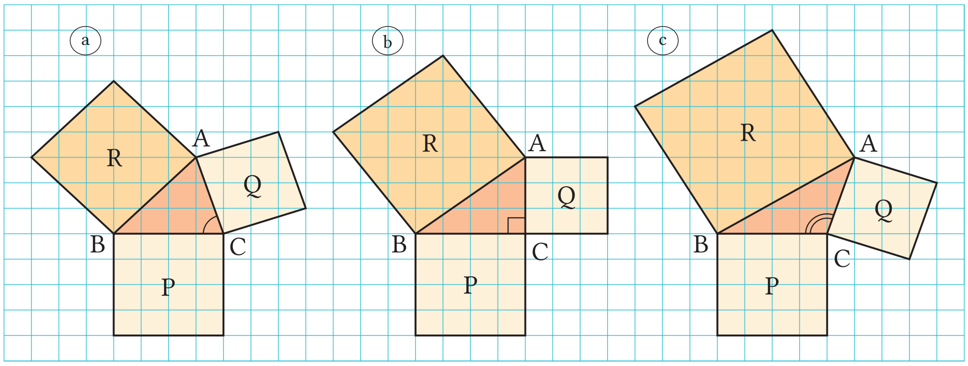
> luas bulan sabit x ditambah luas bulan sabit y sama dengan luas ΔABC

Pada Bulan Sabit Hippocrates, buktikan bahwa persamaan matematika di atas benar.

2 Kebalikan dari Teorema Pythagoras

Tujuan: Menyelidiki apakah Teorema Pythagoras juga berlaku untuk segitiga-segitiga lain selain segitiga siku-siku.

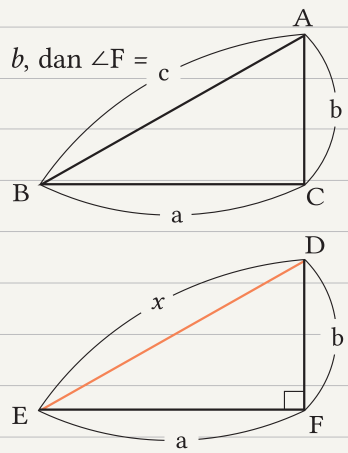
Q: Pada gambar-gambar ⓐ, ⓑ, dan ⓒ, di bawah ini, selidikilah hubungan antara P, Q dan R yang merupakan luas dari persegi-persegi yang mengelilingi ΔABC.



Pada Q di atas, terlihat bahwa persamaan P + Q = R hanya berlaku jika ∠C = 90°.

Pada gambar di bawah ini, persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ berlaku pada ΔABC yang panjang sisi-sisinya *a, b,* dan *c.* Kita dapat membuktikan bahwa ∠C=90° dengan cara berikut.

[Bukti]



Gambarlah ΔDEF dengan ukuran berikut EF = a , FD = b, dan ∠F = 90°. Kita misalkan panjang DE = x

ΔDEF merupakan segitiga siku-siku,

maka berlaku Teorema Pythagoras $a^2 + b^2 = x^2$ ①

Kemudian berdasarkan gambar ΔABC di atas,

juga berlaku persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ ②

Dari persamaan ① dan ②, maka $x^2 = c^2$

Karena $x > 0$, $c > 0$, maka $x = c$

Dengan kata lain AB = DE , BC = EF, CA = FD.

Dan karena memenuhi syarat segitiga-segitiga yang kongruen, (sisi - sisi - sisi), maka

ΔABC ≅ ΔDEF

sehingga ∠C = ∠F = 90°

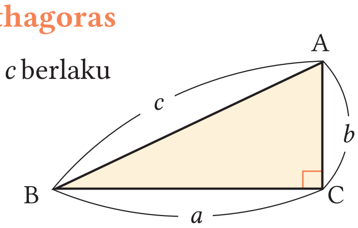
PENTING

Kebalikan dari Teorema Pythagoras

Jika pada ΔABC dengan panjang sisi-sisinya a , b dan c berlaku persamaan

$$a^2 + b^2 = c^2$$

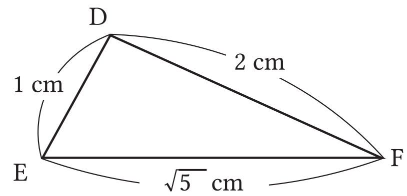
maka, $\angle C = 90°$



Berdasarkan Teorema ini, jika kita mengetahui panjang ketiga sisi dari sebuah segitiga, maka kita dapat mencari tahu apakah segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku atau bukan.

Contoh 1

Pada gambar di samping, apakah ΔDEF merupakan segitiga siku-siku?



Penyelsaian

Dari ketiga sisi pada ΔABC , kita misalkan sisi yang terpanjang adalah c, kemudian dua sisi lainnya adalah a dan b. Kemudian periksalah apakah persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ berlaku.

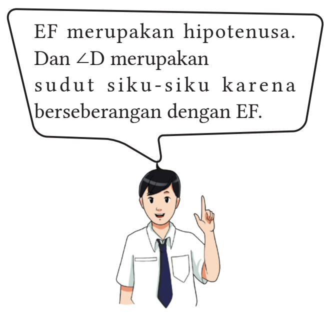
Kita misalkan $a = 1$, $b = 2$, $c = \sqrt{5}$

$a^2 + b^2 = 1^2 + 2^2 = 5$

$c^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$

persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ berlaku.

Jawab: ya, ΔDEF merupakan segitiga siku-siku



Soal 1

Pada segitiga-segitiga ⓐ, ⓑ, ⓒ, dan ⓓ di bawah ini, manakah yang merupakan segitiga siku-siku? Jika diketahui panjang ketiga sisinya adalah sebagai berikut?

ⓐ 4 cm, 5 cm, 6 cm

ⓑ 8 cm, 15 cm, 17 cm

ⓒ 1 cm, $\sqrt{3}$ cm, 2 cm

ⓓ $\sqrt{6}$ cm, 3 cm, 4 cm

Soal 2 Diskusi

Dengan menggunakan kebalikan dari Teorema Pythagoras, diskusikan dengan teman-temanmu bagaimana cara membuat sebuah segitiga siku-siku raksasa di lapangan atau di dalam kelas

Dengan menggunakan kebalikan dari Teorema Pythagoras, mari kita selesaikan berbagai macam soal. Hlm.191, 197

Mari Kita Periksa

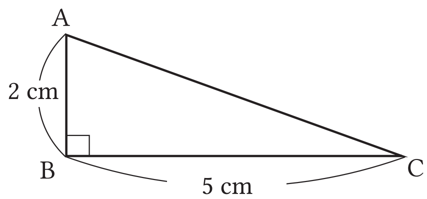
1

Teorema Pythagoras

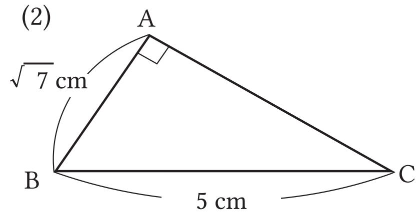
[Hlm.188] Cth. 1

Tentukan panjang sisi AC pada segitiga-segitiga siku-siku berikut ini.

(1)



(2)



2

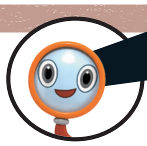
Kebalikan dari Teorema Pythagoras

[Hlm.203] Cth. 1

Apakah segitiga-segitiga berikut ini merupakan segitiga siku-siku? Jika diketahui panjang ketiga sisinya adalah sebagai berikut.

(1) $\sqrt{11}$ cm, 5 cm, 6 cm

(2) 6 cm, 7 cm, 9 cm



Perhatikan

Tripel Pythagoras

Bilangan-bilangan asli seperti (3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17) yang memenuhi persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ disebut Tripel Pythagoras.

Tripel Pythagoras (a , b , c) dapat dicari dengan persamaan berikut ini..

Sebagai contoh, jika kita substitusikan m = 2 dan n = 1 ke dalam persamaan matematika berikut.

$a = 2^2 - 1^2 = 3$, $b = 2 \times 2 \times 1 = 4$, $c = 2^2 + 1^2 = 5$

Kita akan mendapatkan Tripel Pythagoras (3, 4, 5),

Dari persamaan ini coba periksa apakah benar $a^2 + b^2 = c^2$.

Jika m dan n adalah dua bilangan asli yang berbeda, dan $m > n$, maka

a = $m^2 - n^2$, b = 2 mn, c = $m^2 + n^2$

Coba tentukan sendiri berapa nilai m dan n, kemudian temukan beberapa Tripel Pythagoras lainnya.

Saya Bertanya

Adakah pasangan bilangan asli yang memenuhi apakah persamaan

⋮

$a^3 + b^3 = c^3$

$a^4 + b^4 = c^4$

Hlm.193

2 Penggunaan Teorema Pythagoras

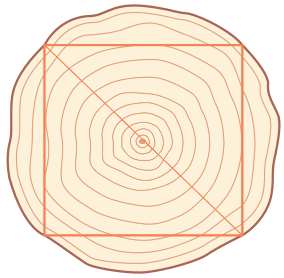
1 Penggunaan Teorema Pythagoras pada Bangun Datar

Tujuan Menemukan berbagai ukuran panjang ruas garis pada bangun datar dengan menggunakan Teorema Pythagoras.

Mencari Panjang Diagonal dan Tinggi Segitiga

Q

Sebuah batang pohon berdiameter 20 cm akan dipotong menjadi sebuah balok kayu yang penampangnya berbentuk persegi. Coba pikirkan berapa cm kah sisi persegi itu? bagaimana caranya memotong pohon ini agar dapat dihasilkan balok kayu yang paling tebal.



Untuk menghasilkan potongan balok yang paling tebal, panjang diagonal persegi harus sama dengan ukuran diameter batang pohon tersebut. Kemudian kita misalkan panjang sisi persegi adalah x cm. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, maka berlaku persamaan berikut

$$x^2 + x^2 = 20^2$$

Lihat Hlm.60

Soal 1 Hitunglah panjang sisi persegi pada Q dan bulatkan hasilnya hingga satu tempat desimal.

Contoh 1 Hitunglah panjang diagonal dari sebuah persegi yang panjang sisinya 5 cm. Nyatakan hasil perhitunganmu itu dengan pembulatan sampai ke satu tempat desimal.

Penyelesaian

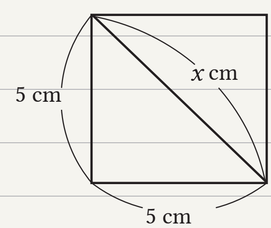
Kita misalkan panjang diagonal adalah x cm,

dengan Teorema Pythagoras, $x^2 = 5^2 + 5^2 = 50$

Karena $x > 0$, $x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Jika $\sqrt{2} = 1{,}414$, maka $5\sqrt{2} = 7{,}070$

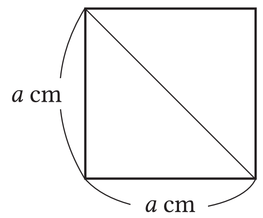
Jawab: $5\sqrt{2}$ atau sekitar 7,1 cm



Soal 2 Tentukan panjang diagonal sebuah persegi yang panjang sisinya 6 cm.

Soal 3

Tentukan panjang diagonal sebuah persegi yang panjang sisi-sisinya adalah a cm. Dari pertanyaan ini, apakah yang dapat kita simpulkan tentang hubungan antara panjang diagonal dan panjang sisi sebuah persegi?



Contoh 2

ΔABC merupakan segitiga sama sisi dengan panjang sisi 8 cm. Tentukan tinggi segitiga tersebut dan bulatkan hasil perhitunganmu hingga satu tempat desimal.

Cara

Buatlah garis AH yang tegak lurus sisi BC dan melalui titik A. Kemudian gunakan Teorema Pythagoras pada segitiga siku-siku AHB.

Penyelesaian

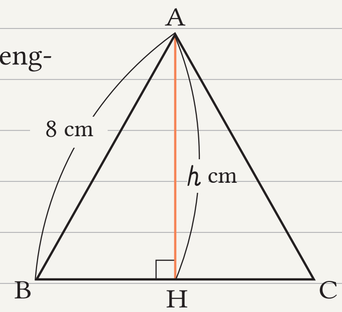
Jika garis AH melalui titik A dan tegak lurus sisi BC maka AH merupakan garis tinggi. Misalkan panjang AH adalah h cm.

Titik H merupakan titik tengah sisi BC. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, $h^2 + 4^2 = 8^2$

$h^2 = 48$

Karena $h > 0$, $h = 4\sqrt{3}$

Jika $\sqrt{3} = 1{,}732$, maka $4\sqrt{3} = 6{,}928$

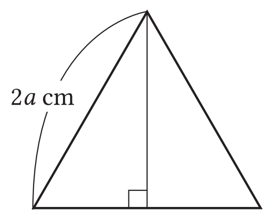


Soal 4

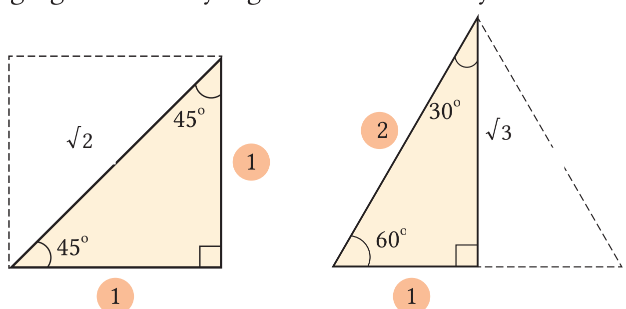
Hitunglah luas ΔABC pada contoh 2.

Soal 5

Tentukan tinggi segitiga pada gambar disamping, jika diketahui panjang sisinya adalah $2a$ cm. Dari pertanyaan ini, apakah yang dapat kita simpulkan tentang hubungan antara tinggi segitiga dan panjang sisi sebuah segitiga sama sisi?



Dari pembahasan yang telah kita selidiki sejauh ini, maka pada gambar-gambar di bawah ini kita dapat membuat perbandingan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku sama kaki dan segitiga siku-siku yang salah satu sudutnya 60°.



Catatan Perbandingan panjang ketiga sisinya adalah $1 : 1 : \sqrt{2}$ dan $1 : \sqrt{3} : 2$

Contoh 3

Pada gambar berikut ini ΔABC merupakan segitiga siku-siku sama kaki. Tentukan panjang sisi AB.

Penyelesaian

Karena $AB : AC = 1 : \sqrt{2}$ dan kita misalkan

$AB = x$ cm, $x : 6 = 1 : \sqrt{2}$

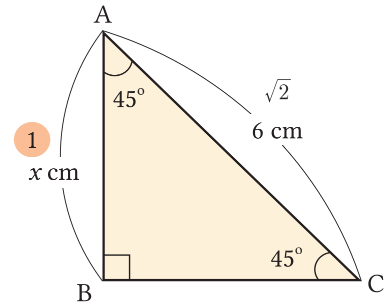
$$\sqrt{2}\,x = 6$$

$$x = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

Maka, $AB = 3\sqrt{2}$ cm

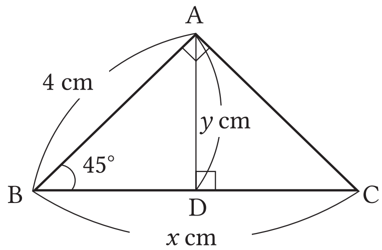
Jawab: $3\sqrt{2}$ cm



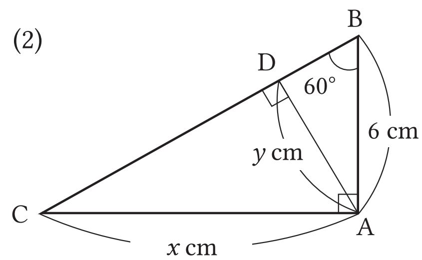
Soal 6

Tentukan nilai x dan y pada segitiga-segitiga berikut ini.

(1)



(2)



Cermati

Teorema Terakhir Fermat

Tiga bilangan asli yang memenuhi persamaan $a^2 + b^2 = c^2$ disebut Tripel Pythagoras. Jika pangkatnya diubah menjadi pangkat 3 atau pangkat 4, adakah 3 bilangan asli yang memenuhi persamaan tersebut? Untuk hal ini, ada suatu teorema yang kita sebut Teorema Terakhir Fermat.

'Jika n merupakan bilangan asli dan $n \geq 3$, maka tidak ada bilangan asli x y, dan z yang memenuhi persamaan $x^n + y^n = z^n$ Ini adalah konjektur yang ditulis oleh Pierre de Fermat, ahli matematika dari Perancis (1601 – 1665), pada pinggiran buku "Arithmetica" karya Diophantus. Fermat mengatakan bahwa batas tepi buku itu terlalu sempit untuk menuliskan pembuktiannya.

Setelah ia meninggal dunia, banyak ahli-ahli matematika terkemuka merasa tertantang untuk membuktikan pernyataan terakhir Fermat tersebut, namun belum ada yang berhasil. Pada tahun 1994 Andrew John Wiles, seorang ahli matematika dari Inggris, berhasil melengkapinya. Dan pada tahun 1995 diumumkan bahwa pembuktiannya itu benar. Akhirnya terpecahkan juga teka-teki yang tersimpan selama lebih dari 300 tahun.

Menghitung Panjang Tali Busur dan Garis Singgung Lingkaran

Contoh 4

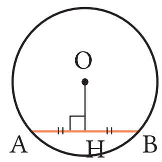
Lingkaran O berjari-jari 3 cm. Tentukan panjang tali busur AB yang berjarak 2 cm dari pusat lingkaran.

Cara

Jika sebuah garis ditarik dari titik O dan tegak lurus tali busur AB, maka OH merupakan garis sumbu AB. Dengan demikian ΔOAH merupakan segitiga siku-siku.

Ulasan

Jika sebuah garis ditarik dari titik O dan tegak lurus tali busur AB, maka OH merupakan garis sumbu dari garis AB.



Kelas VII

Penyelesaian

Pada gambar di samping, titik H merupakan titik tengah AB.

Misalkan AB = $2x$, maka AH = x cm,

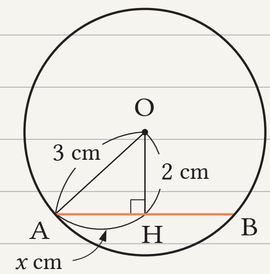
Pada ΔOAH, $x^2 + 2^2 = 3^2$

$x^2 = 3^2 - 2^2$

$= 5$

Karena $x > 0$, $x = \sqrt{5}$

Oleh karena itu , AB = $2\sqrt{5}$ cm



Jawab: $2\sqrt{5}$ cm

Soal 7

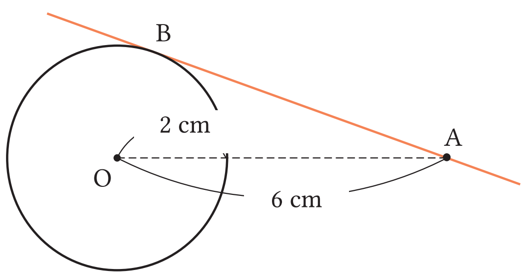
Diketahui lingkaran O berjari-jari 5 cm, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan panjang tali busur AB yang berjarak 3 cm dari titik pusat lingkaran.

(2) Diketahui panjang tali busur CD adalah 2 cm, hitunglah jarak antara titik O dengan tali busur CD.

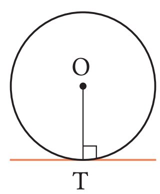
Soal 8

Pada gambar di bawah ini garis AB merupakan garis singgung lingkaran dengan pusat O dan titik B merupakan titik singgungnya. Jika diketahui panjang jari-jari lingkaran O adalah 2 cm dan panjang OA adalah 6 cm, tentukan panjang AB.



Ulasan

Garis singgung lingkaran tegak lurus terhadap jari-jari yang melalui titik singgungnya.



Kelas VII

Menghitung Jarak Antara Dua Titik

Contoh 5 Tentukan jarak antara titik A (2, 3) dan titik B (-1, -2).

Cara Hubungkan kedua titik lalu buatlah segitiga siku-siku dengan garis AB sebagai sisi miringnya. Titik C merupakan perpotongan garis yang sejajar sumbu *x* dan sumbu y yang melalui kedua titik tersebut.

Penyelesaian

Titik C (2, 2) merupakan titik potong antara garis yang melalui titik A dan sejajar sumbu y dengan garis yang melalui titik B dan sejajar sumbu *x*.

Karena ΔABC merupakan segitiga siku-siku dengan $\angle C = 90°$, maka

$BC = 2 - (-1) = 3$

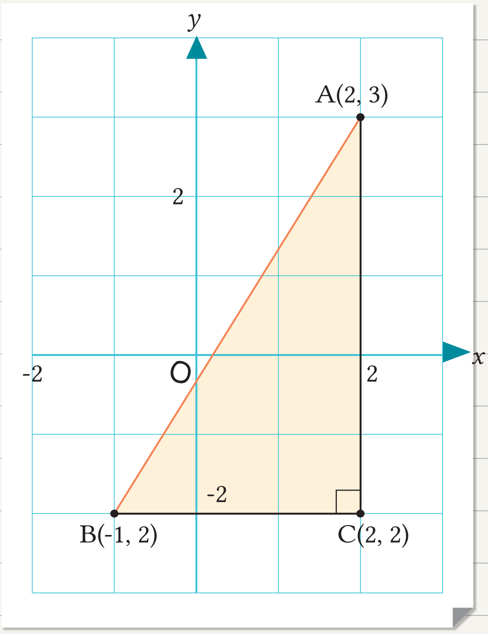
$AC = 3 - (-2) = 5$

$AB^2 = 3^2 + 5^2$

$= 34$

Karena $AB > 0$, $AB = \sqrt{34}$

Jawab: $\sqrt{34}$



Catatan: AB^2 merupakan kuadrat dari panjang garis AB.

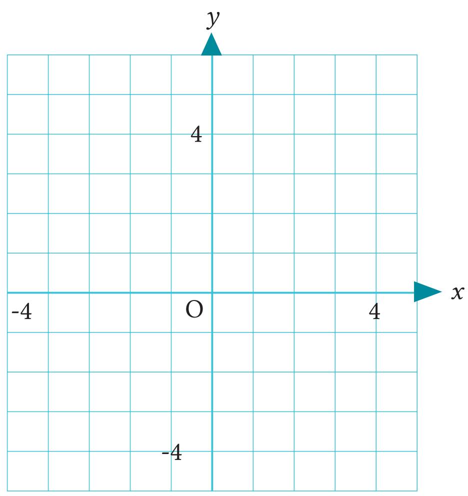
Soal 9 Gunakan kalkulator untuk mencari nilai dari $\sqrt{34}$, kemudian bandingkan hasilnya dengan hasil mengukur jarak sebenarnya pada gambar.

Soal 10 Tentukan jarak antara titik-titik berikut ini.

(1) A (2, 5), B (-1, 1)

(2) C (-2, 2), D (3, -2)

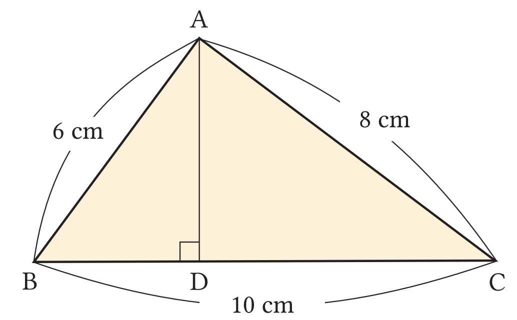
(3) E (1, 2), F (-3, 4)



Soal-Soal yang Menggunakan Konsep Kesebangunan

Soal 11

Pada gambar di samping, garis AD merupakan garis tinggi ΔABC. Panjang sisi AB = 6 cm, BC = 10 cm, CA = 8 cm. Garis AD ditarik dari titik A dan tegak lurus sisi BC. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.



(1) Buktikan bahwa ΔABC merupakan segitiga siku-siku dan Buktikan pula bahwa ΔABC ~ ΔDAC.

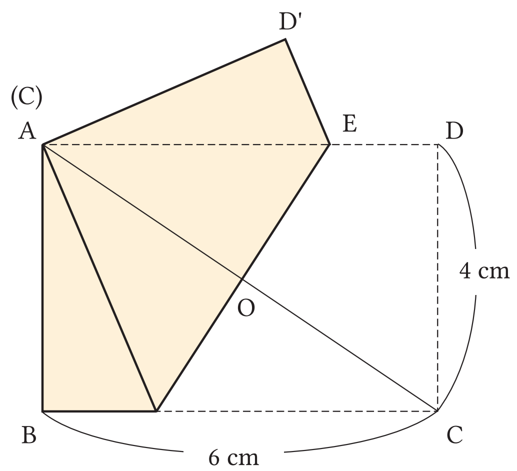
(2) Buktikan bahwa ΔABC ~ ΔDAC.

(3) Dengan menggunakan ΔABC ~ ΔDAC, tentukan panjang garis AD.

(4) Dengan menggunakan rumus luas ΔABC, tentukan panjang garis AD.

Soal 12

Pada gambar di samping, ABCD merupakan selembar kertas berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 6 cm dan lebar 4 cm. Kertas dilipat sehingga titik C bertemu dengan titik A, dan titik D berpindah ke D'. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.



(1) Buktikan bahwa ΔAOE ~ ΔADC.

(2) Pada ΔADC, tentukan panjang sisi miring AC.

(3) Dengan menggunakan jawaban pertanyaan (1) dan (2) tentukan panjang garis AE

Soal 13

Pada soal nomor 12, Dani memperhatikan segitiga ΔAED' untuk mencari panjang garis AE. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Jika kita misalkan panjang AE = x cm, nyatakan panjang ED' dalam x.

(2) Dengan menggunakan Teorema Pythagoras pada ΔAED' tentukan panjang AE.

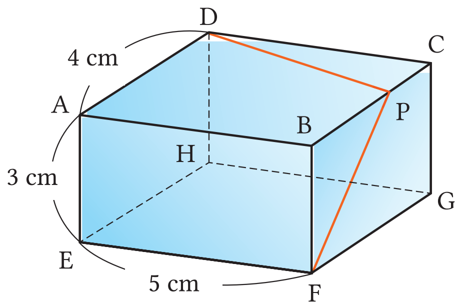
2 Penggunaan Teorema Pythagoras pada Bangun Ruang

• Tujuan • Menemukan berbagai ukuran panjang ruas garis pada bangun ruang dengan menggunakan Teorema Pythagoras.

[Kegiatan Matematika]

Aplikasi

Q Pada gambar balok di samping Titik D dan titik F dihubungkan dengan seutas tali yang melalui sisi atas ABCD. Bagaimana caranya agar tali yang digunakan sependek mungkin? Mari kita membuat perkiraan.

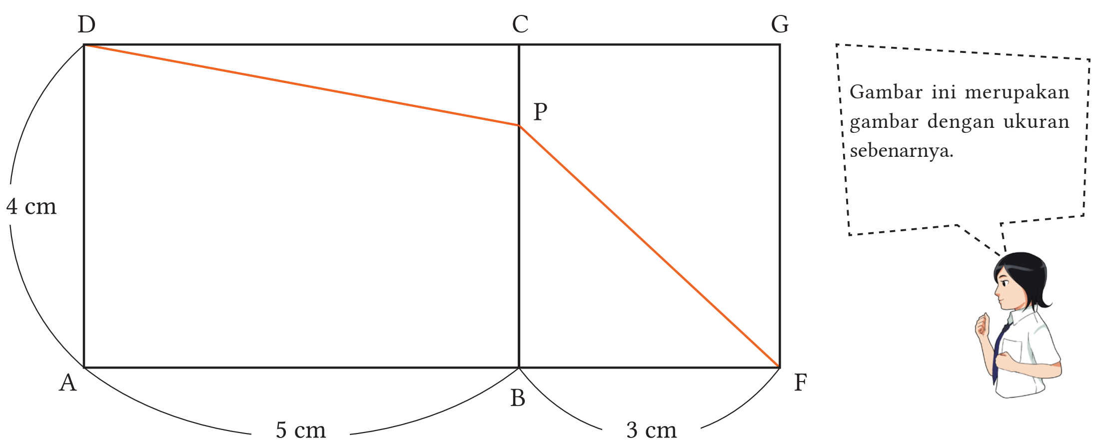


Coba kita periksa apakah perkiraanmu pada Q sudah tepat, dengan cara mengikuti langkah 1 sampai langkah 7 secara berurutan.

1 Pada Q, Titik P merupakan pertemuan antara DP dengan FP, dan terletak pada rusuk balok. Pertimbangkan tentang letak titik P dengan situasi yang berbeda.

Pertama-tama, kita misalkan titik P terletak pada rusuk BC.

2 Gambar di bawah ini merupakan bagian dari jaring-jaring kubus yang digunting pada rusuk BFGC.DAB sehingga AFGD berbentuk persegi panjang. Mari kita ubah-ubah letak titik P kemudian amati panjang DP + PF, dimana letak titik P yang menghasilkan panjang tali terpendek?



3

Pada gambar 2 di halaman sebelumnya, saat terjadi jarak terpendek DP+PF, hitunglah panjang talinya. Kemudian bulatkan hasil perhitunganmu hingga satu tempat desimal.

4

Pada kondisi nomor 3, di atas, tentukan panjang ruas garis BP.

Selanjutnya coba kita misalkan jika titik P terletak pada rusuk AB.

5

Pada kotak di samping, gambarlah jaring-jaring kubus yang dipotong pada bagian AEFBCDA sehingga DEFC berbentuk persegi panjang. Dan selidiki panjang DP + PF serta posisi titik P ketika panjangnya minimum.

6

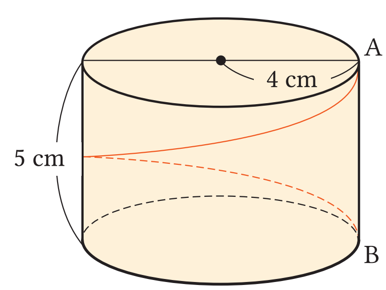
Dari langkah 1 sampai 5, bagaimana kita meletakkan tali agar panjangnya minimum?

7

Gunakan kardus apapun di rumahmu untuk menentukan letak P dan menghitung panjang tali minimum. Kemudian ukur juga panjang tali yang sebenarnya untuk memeriksa jawabanmu.

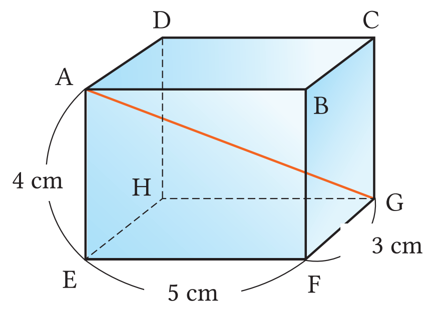
Soal 1

Pada sebuah tabung yang jari-jari alasnya 4 cm dan tinggi tabung 5 cm, garis AB merupakan garis pelukis tabung. Seutas tali dililitkan dari titik A ke titik B mengelilingi tabung satu kali seperti terlihat pada gambar di samping. Tentukan panjang tali minimum jika π=3,14. Bulatkan jawabanmu hingga satu tempat desimal.



Mencari Panjang Diagonal Ruang pada Balok

Garis yang menghubungkan dua buah titik sudut secara langsung tanpa melalui sisi atas balok, seperti garis AG pada gambar di samping, disebut diagonal ruang balok. Garis-garis seperti BH, CE, dan DF juga merupakan diagonal ruang.



Contoh 1

Tentukan panjang diagonal AG pada gambar balok di atas.

Cara

Gunakan segitiga siku-siku AEG dengan gari AG sebagai hipotenusanya.

Penyelesaian

Hubungkan titik E dan G. Misalkan panjang AG $= x$ cm dan EG $= y$ cm.

Pada ΔEFG, $y^2 = 3^2 + 5^2$ ①

Pada ΔAEG, $x^2 = y^2 + 4^2$ ②

Dari persamaan ① dan ②,

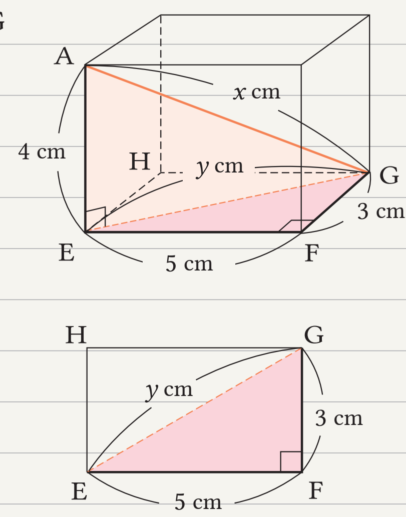
$$x^2 = (3^2 + 5^2) + 4^2$$

$$= 50$$

Karena $x > 0$, $x = \sqrt{50}$

$$= 5\sqrt{2}$$

Jawab : $5\sqrt{2}$



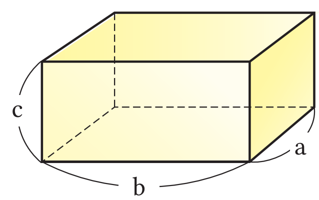
Soal 2

Tentukan panjang diagonal ruang sebuah kubus yang panjang rusuknya 5 cm.

Soal 3

Buktikan bahwa panjang diagonal ruang sebuah balok dengan ukuran panjang a, lebar b, dan tinggi c adalah

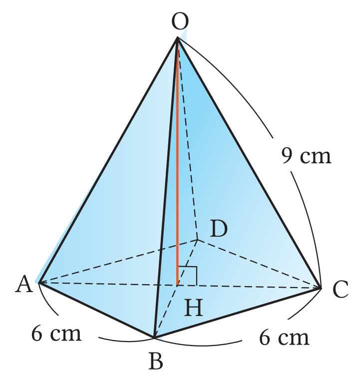
$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$



Mencari Tinggi Limas dan Kerucut

Contoh 2

Limas segiempat beraturan OABCD pada gambar di samping memiliki panjang rusuk alas 6 cm dan panjang rusuk tegak 9 cm. Hitunglah tinggi limas tersebut.



Cara

Jika kita misalkan titik H sebagai perpotongan diagonal AC dan BD, maka garis OH merupakan tinggi limas. Hitung tinggi limas dengan menggunakan segitiga siku-siku yang sisi depannya adalah OH.

Penyelesaian

Pada ΔABC, $AB : AC = 1 : \sqrt{2}$

Sehingga $AC = 6\sqrt{2}$ cm.

Titik H merupakan titik potong diagonal AC dan BD,

Karena $CH = \frac{1}{2} AC$, maka $CH = 3\sqrt{2}$ cm

ΔOHC juga merupakan segitiga siku-siku,

dengan $\angle OHC = 90°$

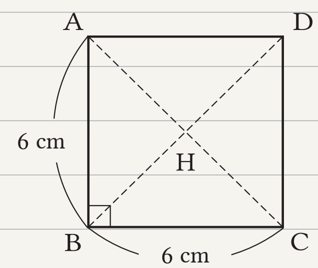
Sehingga $OH^2 = OC^2 - CH^2$

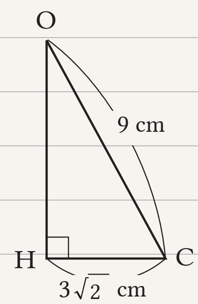
$= 9^2 - (3\sqrt{2})^2$

$OH = \sqrt{63}$

Karena $OH > 0$, $OH = 3\sqrt{7}$ cm

Jawab: $3\sqrt{7}$ cm





Soal 4

Hitunglah volume limas pada contoh 2 di atas.

Soal 5

Limas segiempat beraturan pada contoh 2. Jika M adalah titik tengah AB, hitunglah panjang OM. Kemudian hitung juga luas permukaan limas tersebut.

Soal 6

Diketahui panjang jari-jari alas sebuah kerucut adalah 5 cm dan panjang garis pelukisnya 13 cm. Hitunglah tinggi dan volume kerucut tersebut.

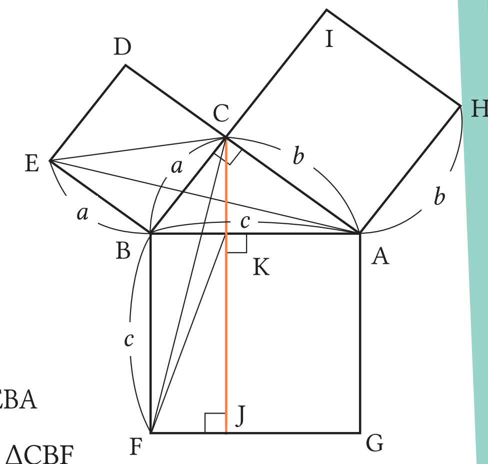
Cermati

Pembuktian Teorema Pythagoras

Ada berbagai macam pembuktian Teorema Pythagoras, selain dari yang sudah kita pelajari di halaman 196.

[Pembuktian oleh Euclid]

Gambar di samping digunakan oleh Euclid, ahli matematika Yunani kuno (sekitar abad ke-3 SM) untuk membuktikan Teorema Pythagoras pada bukunya yang berjudul "Elements". Coba pikirkan bagaimana cara dia membuktikannya.

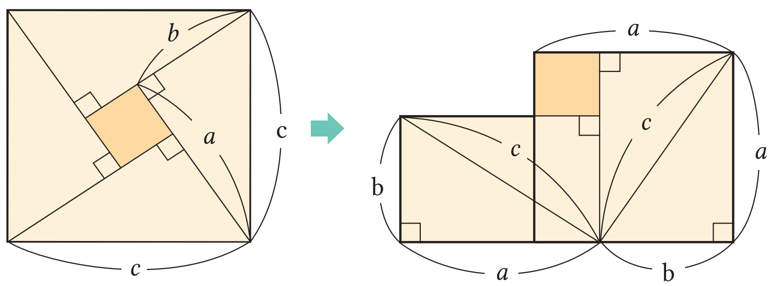


Petunjuk

1. Tunjukkan bahwa luas ΔEBC = luas ΔEBA
2. Tunjukkan bahwa luas ΔEBA = luas ΔCBF
3. Tunjukkan bahwa luas ΔCBF = luas ΔKBF

[Pembuktian oleh Bhaskara]

Gambar di bawah ini digunakan oleh Bhaskara, ahli matematika dari India (1114 - 1158). Coba pikirkan bagaimana cara dia membuktikan Teorema Pythagoras.

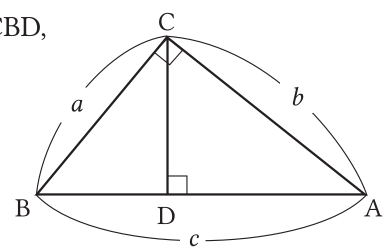


[Pembuktian oleh Einstein]

Gambar di samping digunakan oleh fisikawan dari Jerman, Albert Einstein (1879 – 1955), untuk membuktikan Teorema Pythagoras. Coba pikirkan bagaimana cara dia membuktikannnya.

Petunjuk

1. Dengan menggunakan $\Delta ABC \sim \Delta CBD$, nyatakan panjang BD dalam *a* dan *c*.
2. Dengan menggunakan $\Delta ABC \sim \Delta ACD$, nyatakan panjang AD dalam *b* dan *c*.



Masih ada berbagai cara lain yang digunakan untuk membuktikan Teorema Pythagoras. Coba gunakan internet untuk mencari tahu cara-cara pembuktian lainnya.

Mari Kita Periksa

2 Penggunaan Teorema Pythagoras

1
Mencari Panjang Diagonal dan Tinggi Segitiga
[Hlm.191] Cth. 1
[Hlm.192] Cth. 2

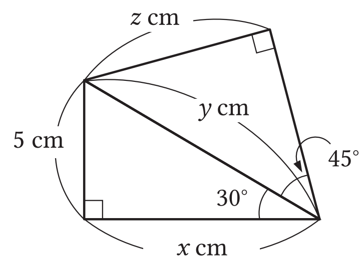
Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan panjang diagonal ruang sebuah persegi yang sisinya 7 cm.

(2) Tentukan tinggi dan luas sebuah segitiga sama sisi yang panjang sisinya 10 cm.

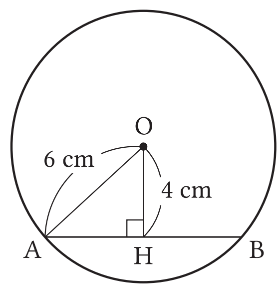
2
Mencari Panjang Diagonal dan Tinggi Segitiga
[Hlm.193] Cth. 3

Tentukan nilai x, y, dan z pada gambar di samping.



3
Mencari Panjang Tali Busur dan Garis Singgung Lingkaran
[Hlm.194] Cth. 4

Diketahui lingkaran O, panjang jari-jarinya 6 cm. Tentukan panjang tali busur AB yang berjarak 4 cm dari pusat O.

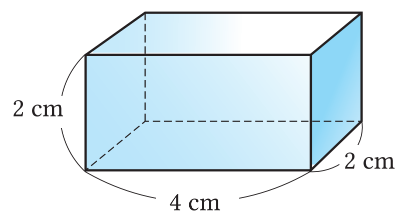


4
Mencari Jarak Antara Dua Titik hal. 195
[Hlm.195] Cth. 5

Hitunglah jarak antara titik A (-3, 2) dan titik B (3, 5).

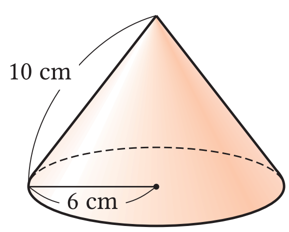
5
Mencari Panjang Diagonal pada Balok
[Hlm.199] Cth. 1

Tentukan panjang diagonal ruang balok pada gambar di samping.



6
Mencari Tinggi Limas dan Kerucut
[Hlm.200] S 6

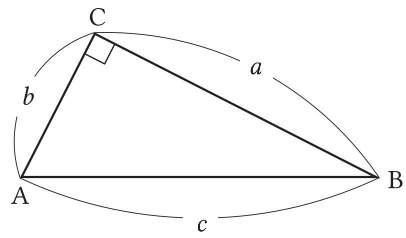
Hitunglah tinggi dan volume kerucut yang ukuran jari-jari alasnya 6 cm dan panjang garis pelukisnya 10 cm.



BAB 7 # Soal Latihan

kunci jawaban di hlm. 279, 280

Latihan



1 Carilah panjang sisi yang belum diketahui pada gambar ΔABC di samping, jika diketahui kedua sisi lainnya sebagai berikut.

(1) $a = 4$, $b = 1$ (2) $a = \sqrt{13}$, $c = 5$

2 Apakah segitiga-segitiga di bawah ini merupakan segitiga siku-siku? Jika diketahui panjang ketiga sisinya adalah sebagai berikut.

(1) 3 cm, 3 cm, $3\sqrt{2}$ cm (2) $\sqrt{3}$ cm, 2 cm, $\sqrt{6}$ cm

3 Diketahui koordinat titik A (2, 3), titik B (-1, 1), dan titik C (1, -2). Hitunglah panjang ruas garis AB, BC, dan CA. Tentukan juga jenis segitiga apakah ΔABC?

4 Limas segiempat beraturan panjang rusuk alas 6 cm dan panjang rusuk tegak 5 cm. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Hitunglah tinggi dan volume limas.

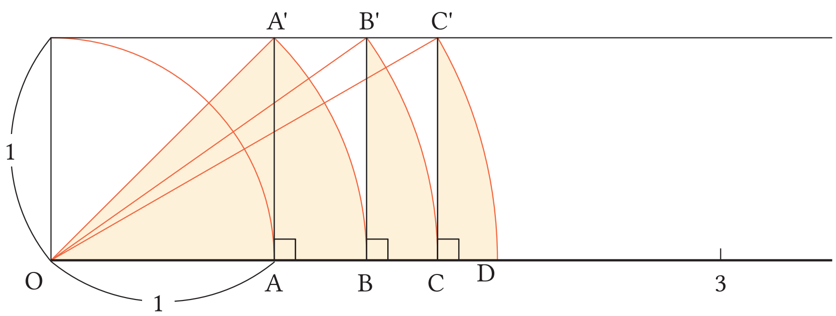
(2) Hitunglah luas permukaan limas.

5 Jika diketahui OA = 1. Cara mencari panjang garis OB = $\sqrt{2}$, OC= $\sqrt{3}$ ditunjukkan pada garis bilangan di bawah ini. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

(1) Jelaskan bagaimana cara mencari titik B dan titik C.

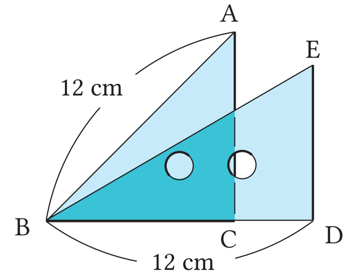
(2) Hitunglah panjang ruas garis OD.

(3) Dengan menggunakan cara ini, letakkan angka-angka $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}$ pada garis bilangan.

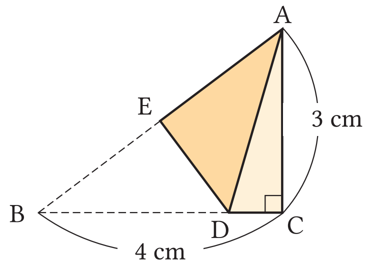


Penerapan

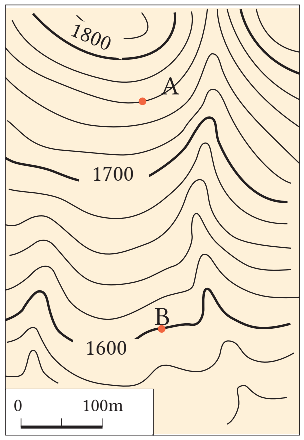
1 Sepasang penggaris segitiga siku-siku ditumpuk seperti gambar di samping. Jika diketahui AB = BD = 12 cm, hitunglah luas bagian yang menempel.



2 Segitiga siku-siku ABC dilipat sepanjang garis ED sehingga titik B bertemu dengan titik A, seperti terlihat pada gambar di samping. Hitunglah panjang CD.



3 Pada peta di samping, dari titik A ke titik B dipasang tali yang terbentang lurus untuk jalur kereta gantung. Tentukan panjang tali tersebut.

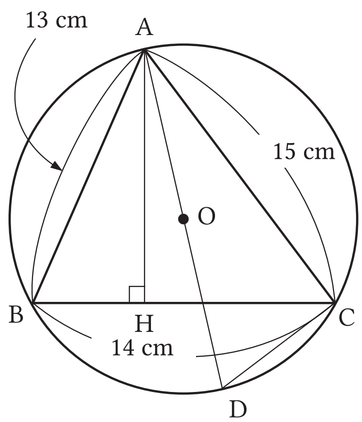


4 Pada gambar di samping, titik A, B, dan C terletak pada keliling lingkaran O. Jika dihubungkan akan membentuk ΔABC, dengan panjang AB = 13 cm, BC = 14 cm, CA = 15 cm. Tarik garis dari titik A yang tegak lurus sisi BC. Dan titik H adalah titik potong antara BC dengan garis tersebut.

(1) Tentukan panjang garis AH.

(2) Jika AD merupakan diameter yang ditarik dari titik A, buktikan bahwa $\Delta ABH \sim \Delta ADC$.

(3) Tentukan panjang jari-jari lingkaran tersebut.



BAB 7 **Soal Ringkasan**

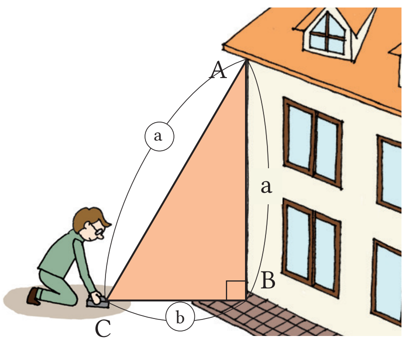
Kegunaan Praktis

Theodolite merupakan alat seperti teleskop yang menggunakan sinar laser untuk mengukur jarak sebuah benda. Alat ini sering dijumpai di wilayah konstruksi untuk mengukur ketinggian tanah atau bangunan di lapangan. Prinsip kerja alat ini pada dasarnya menggunakan konsep Pythagoras untuk mengukur jarak atau ketinggian.

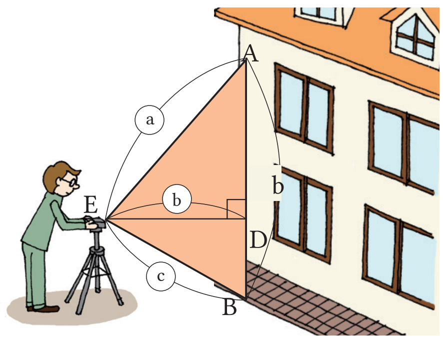
Sumber: kucari.com

1 Untuk mengukur ketinggian bangunan *a* dan *b* dari atas tanah seperti pada gambar-gambar di bawah ini, ada dua cara yang digunakan. Jelaskan bagaimana cara menemukan ukuran-ukuran (a), (b) dan (c) tersebut pada masing-masing cara.

cara ①



cara ②

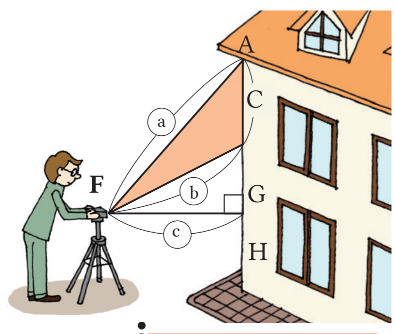


2 Pada bagian 1 di atas, tentukan panjang ukuran-ukuran berikut dan bulatkan hasilnya hingga satu tempat desimal.

(1) Cara ①, hitunglah panjang a jika diketahui panjang ⓐ = 8 m dan ⓑ = 4 m.

(2) Cara ②, hitunglah panjang b jika diketahui panjang ⓐ = 6,9 m, ⓑ = 4m dan ⓒ = 4,2 m.

3 Panjang C adalah dari bawah bingkai jendela lantai dua hingga ke langit-langit, dihitung dengan mengukur jarak ⓐ, ⓑ dan ⓒ. Jelaskan bagaimana cara menghitungnya, kemudian hitunglah C jika diketahui jarak ⓐ = 6,5 cm, ⓑ = 5,3 cm dan ⓒ = 4,9 cm. Bulatkan hasil perhitunganmu sampai ke 1 tempat desimal.



Pekerjaan Terkait

[Surveyor]

Pendalaman Materi

Bagaimana Menghitung Jangkauan Pandangan dari Atas Sebuah Gedung?

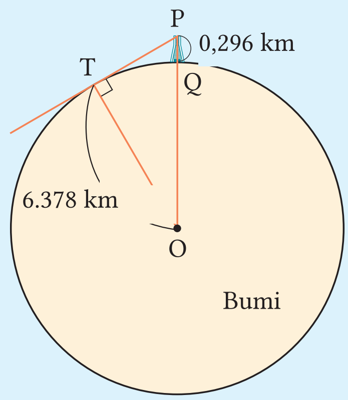
Karena bumi ini berbentuk bola, ketika kita menaiki gedung yang lebih tinggi, maka jangkauan pandangan kita akan menjadi lebih luas.

1 Tinggi menara Equity Tower 220 m di atas permukaan tanah. Coba perkirakan berapa km jangkauan pandangan dari atas gedung tersebut?


Sumber: equitytower.co.id

Selanjutnya mari kita hitung jarak jangkauan pandangan yang sebenarnya dari atas gedung Equity Tower tersebut.

Bentuk bola dunia kita anggap seperti lingkaran pada gambar di samping. Titik O merupakan pusat bumi. Sedangkan titik P merupakan puncak menara. Jika kita buat garis singgung lingkaran O dari titik P, maka ΔTOP merupakan segitiga siku-siku. Sedangkan panjang PT merupakan jarang jangkauan pandangan dari atas gedung P.



2 Diketahui panjang jari-jari bumi adalah 6.378 km dan tinggi puncak menara adalah 0,296 km. Hitunglah panjang PT. Bandingkan juga hasil perhitunganmu dengan perkiraan yang kamu buat sebelumnya.

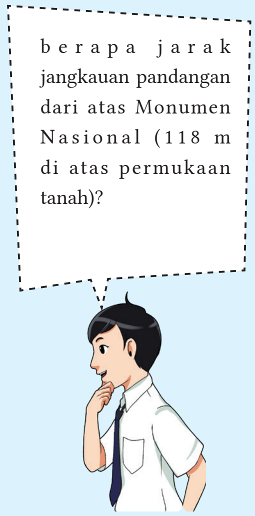
Pada kenyataannnya, karena adanya pengaruh dari pembiasan cahaya, jarak jangkauan pandangan kita akan menjadi 6% lebih luas dari jarak sebenarnya yang kita hitung pada bagian 2 di atas.

Pendalaman Materi

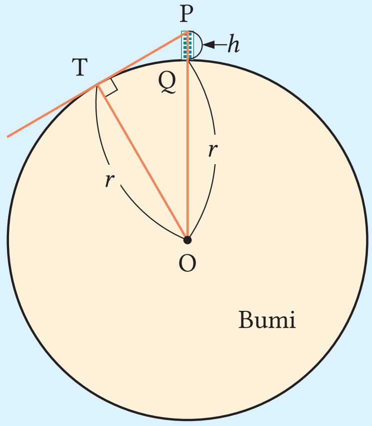
3 Seperti pada bagian 2 di halaman sebelumnya, hitunglah jarak jangkauan pandangan dari atas gedung-gedung yang ada pada tabel di bawah ini, atau dari puncak gunung atau puncak menara yang ada di dekat tempat tinggalmu.

Tabel Gedung-gedung Tinggi di Jakarta

Nama Bangunan	Nama Tempat	Tinggi (m)
Wisma BNI 46	Jalan Jenderal Sudirman	262
Ciputra World Tower	Jalan Prof. Satrio Kuningan	256
Menara BCA	Jalan M.H. Thamrin	230
Bakrie Tower	Jalan Rasuna Epicentrum, Kuningan	214
Pakubuwono Signature	Kebayoran Baru	245
Equity Tower	Jalan Jenderal Sudirman	220



Sekarang kita misalkan saja jari-jari bumi adalah r km dan tinggi gedung adalah h km. Mari kita hitung panjang garis singgung PT seperti terlihat pada gambar di samping.



Karena TO $= r$ dan PO$= r + h$,

$$PT^2 = (r+h)^2 - r^2$$
$$= 2\,hr + h^2$$
$$= h\,(2r + h)$$

Karena P T> 0

$$PT = \sqrt{h(2r+h)}$$

Maka panjang PT adalah $\sqrt{h(2r+h)}$

4 Dengan menggunakan rumus di atas, hitunglah jarak jangkauan pandangan dari puncak gunung Fuji (3.776 m). Kemudian tandai wilayahnya pada gambar di samping. Tambahkan juga efek pembiasan cahaya ke dalam perhitunganmu.

BAB 7 | Theorema Pythagoras

Ulasan

Kita telah mendata 40 siswa SMP kelas 9 tentang berapa lama waktu yang diperlukan (dalam menit) untuk berangkat ke sekolah. Dan hasilnya adalah sebagai berikut.

17	4	23	24	18	20	12
18	7	8	8	14	7	3
16	4	25	9	12	14	9
22	13	7	23	19	5	12
10	6	11	18	19	8	28
9	15	2	17	8		

Mari kita buat Tabel Ditribusif Frekuensi dari data di atas, kemudian hitunglah nilai rata-ratanya.

Bab 8
Survei Sampel

Apa saja yang telah kita pelajari sebelumnya?

【Tabel Distribusi Frekuensi】

Tabel yang menyajikan distribusi atau penyebaran data menggunakan kelas-kelas dan jumlah frekuensinya disebut tabel distribusi frekuensi.

Temperatur Tertinggi di Tokyo, Jepang pada Bulan Agustus 2013

Kelas (℃) Paling kecil		Kurang dari	Frekuensi (Hari)
28	-	30	3
30	-	32	4
32	-	34	12
34	-	36	9
36	-	38	2
38	-	40	1
Total			31

【Perbandingan】

Saat besaran pokoknya adalah 1 unit, maka angka yang membandingkan besaran-besaran yang sejenis disebut sebuah perbandingan.

【Ukuran Pemusatan】

Nilai-nilai yang digunakan untuk mewakili karakteristik sebuah kumpulan data disebut nilai representatif atau ukuran pemusatan.

- Mean

Nilai yang diperoleh dari jumlah semua data dibagi dengan total frekuensi data tersebut.

- Median

Nilai yang terletak di tengah-tengah ketika data diurutkan dari yang terkecil sampai yang terbesar.

- Modus

Nilai yang paling sering muncul. Pada tabel distribusi frekuensi, modus adalah nilai tengah dari kelas yang memiliki frekuensi tertinggi.

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2022
Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas IX
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Wahyu Setyaningrum, Sukarman
ISBN: 978-602-244-205-9

BAB 8 Survei Sampel

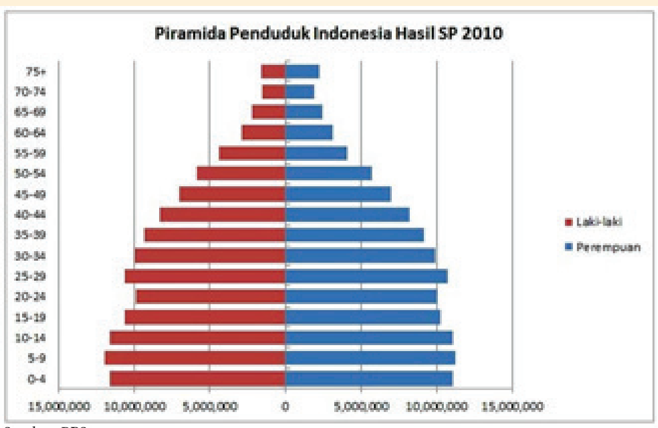
Apakah mereka mensurvei setiap orang?

Ada berbagai macam survei yang dilakukan di sekeliling kita. Banyak hasil survei diberitakan di televisi atau surat kabar.

1

Ada beragam jenis survei seperti sensus nasional untuk mengetahui jumlah penduduk, survei peringkat atau rating pemirsa untuk acara televisi, jajak pendapat atau polling opini publik, dan sebagainya. Bagaimana cara mereka melakukan survei-survei tersebut?

1 Sensus Penduduk Indonesia Tahun 2010

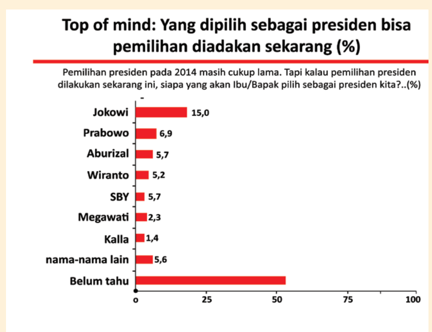


Sumber: BPS

2 Survei kualitas air sungai

Sumber: BPS

3 Jajak pendapat calon Presiden Indonesia 2014



Sumber: BPS

4 Peringkat atau rating acara berita di TV swasta, April 2016

PROGRAM BERITA

No	Nama Program	Stasiun TV	Persentase
1	Liputan 6 Petang	SCTV	60,10%
2	Kabar Petang	TV One	57,90%
3	Top News	Metro TV	40,50%
4	Prime Time News	Metro TV	39,00%
5	Indonesia Morning	NET.	36,90%

Sumber: google.co.id

5 Pemeriksaan tas di Bandara pada saat boarding

Sumber: citizendaily.net

6 Pemeriksaan kesehatan di Sekolah

Sumber: lampung.kemenag.co.id

Jika kita tidak bertanya kepada setiap orang, kita tidak bisa mengetahui populasinya.

Kelihatannya sulit untuk menanyakan rating kepada semua penonton TV.

Ada berbagai jenis survei.

Bagaimana cara melakukan survei-survei tersebut? Apakah semua dikerjakan dengan cara yang sama? Hlm.211

1 Survei Sampel

1 Survei Populasi dan Survei Sampel

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelidiki cara-cara yang digunakan dalam survei untuk mengetahui karakteristik atau kecenderungan yang ada dalam sebuah kelompok yang diteliti.

Q Pada surat kabar kita sering melihat hasil survei peringkat penonton atau rating acara TV. Selidiki bagaimana cara melakukan survei tersebut.

Suatu survei yang meneliti keseluruhan kelompok yang diamati seperti pada sensus penduduk dinamakan survei populasi. Sedangkan, pada survei-survei peringkat penonton acara TV hanya diambil sebagian dari kelompok yang diamati untuk diteliti dan dibuat perkiraan kecenderungan pada kelompok tersebut. Jenis survei seperti ini dinamakan survei sampel.

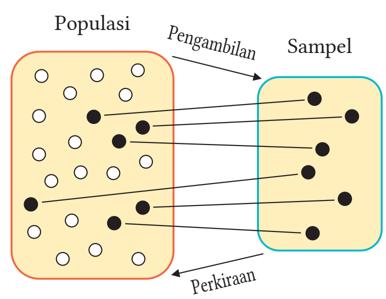
Soal 1 Diskusi

Pada surat kabar kita sering melihat hasil survei peringkat penonton atau rating acara TV. Selidiki bagaimana cara melakukan survei tersebut.

(1) Kualitas air sungai
(2) Jajak pendapat publik
(3) Pemeriksaan bagasi di Bandara
(4) Pemeriksaan kesehatan siswa di sekolah

Kita boleh menggunakan survei sampel apabila waktu, usaha dan biaya yang dikeluarkan terlalu besar untuk melakukan survei populasi.

Pada saat melakukan survei sampel, keseluruhan kelompok yang diamati dinamakan populasi, sedangkan bagian yang diambil dari populasi untuk diteliti dinamakan sampel. Proses pemilihan sampel dari populasi disebut pengambilan sampel. Dan proses membuat dugaan karakteristik dari populasi disebut perkiraan.



Jika kita mengambil sebuah sampel dari populasi, kita dapat memperkirakan karakter-karakter dari populasi tersebut.

Bagaimana cara kita memilih sampel?

Hlm.212

2 Membuat Perkiraan dengan Survei Sampel

Pengambilan Sampel

•Tujuan• Mengetahui cara-cara pengambilan sampel pada survei sampel.

Q Diskusi

Untuk mengetahui waktu tidur rata-rata dari 90 siswa di kelas 3 SMP, diambil 10 siswa sebagai sampel. Diskusikan pertanyaan (1) dan (2) berikut ini.

(1) Apakah sudah tepat jika kita memilih 10 siswa yang tinggal di dekat sekolah saja?

(2) Cara apa yang harus kita lakukan agar setiap siswa memiliki peluang yang sama untuk terpilih menjadi sampel?

Karena tujuan dari survei sampel adalah untuk mengetahui karakteristik dari sebuah populasi, adalah penting untuk mengambil sampel yang tidak bias agar bisa mewakili karakteristik dari populasi tersebut. Sebuah cara pengambilan sampel untuk mendapatkan sampel yang tidak bias disebut pengambilan sampel acak.

Untuk situasi Q, di atas, cara-cara berikut ini digunakan pada pengambilan sampel acak. Pertama-tama setiap siswa diberi nomor dari 1 sampai 90.

Cara 1 Menggunakan Undian

Sediakan 90 kartu yang sudah diberi nomor 1 sampai 90. Balik kartu agar angkanya tidak terlihat lalu kocok dengan sempurna, kemudian ambil 10 kartu. Maka siswa yang terpilih sebagai sampel adalah yang memiliki nomor sama dengan nomor pada 10 kartu undian tersebut.

Cara 2 Menggunakan Tabel Bilangan Acak

Bilangan acak adalah bilangan yang memuat angka-angka dari 0 sampai 9 yang tersusun secara acak. Setiap angka memiliki peluang kemunculan yang sama. Sebuah tabel yang tersusun dari bilangan-bilangan acak ini dinamakan tabel bilangan acak. Gunakan tabel bilangan acak tersebut untuk memilih sampel.

34	53	05	23	97	41	29	07	38	92
81	22	93	62	08	34	74	91	44	97
52	42	19	72	84	86	66	65	76	88
07	76	32	35	60	93	53	40	36	47
54	82	49	34	56	00	28	52	27	26

Lihat juga ▶ Hlm.213 Bagian dari tabel bilangan acak

Cara 3 Menggunakan Dadu Bernomor Acak

Sebuah dadu bernomor acak merupakan sebuah dadu seimbang bersisi 20 (icosahedron) yang bernomor 0 sampai 9 pada permukaan sisinya. Ikuti langkah-langkah berikut untuk melakukan sampling menggunakan dadu bernomor acak. Sediakan 2 buah dadu 20 sisi, kita misalkan dadu yang satu untuk angka puluhan dan dadu lainnya untuk angka satuan. Lempar dadu hingga mendapatkan 10 angka. Abaikan jika angka yang keluar adalah 00 atau lebih dari 90, atau angka yang sudah pernah keluar sebelumnya.

[Contoh] 41, 58, 98, 36, 57, 00, 17, 83, 60, 02, 48, 17, 29

Cara 4 Menggunakan Komputer

Dengan menggunakan kolom-kolom pada Microsoft Excel kita bisa membuat tabel bilangan acak, kemudian pilih 10 bilangan sebagai sampel.

Lihat juga Hlm.235

Soal 1

Sebuah kardus berisi 50 buah jeruk yang diberi nomor dan masing-masing ditimbang beratnya seperti ditunjukkan pada tabel di bawah ini. Pilihlah 10 buah jeruk secara acak, kemudian hitung nilai rata-rata berat 10 buah jeruk tersebut.

Tabel Berat 50 Buah Jeruk

(dalam gram)

No.	Berat	No.	Berat	No.	Berat	No.	Berat	No.	Berat
1	123	11	115	21	116	31	113	41	101
2	113	12	120	22	113	32	108	42	117
3	102	13	123	23	105	33	112	43	125
4	98	14	108	24	115	34	109	44	114
5	109	15	102	25	106	35	114	45	96
6	118	16	111	26	105	36	118	46	115
7	108	17	116	27	120	37	99	47	115
8	100	18	110	28	118	38	107	48	102
9	104	19	119	29	105	39	108	49	111
10	124	20	117	30	122	40	103	50	98

Nilai rata-rata yang kita dapat pada jawaban soal 1 disebut rata-rata sampel.

Kita dapat menghitung rata-rata sampel dari sampel yang telah kita pilih secara acak.

Apakah rata-rata sampel sama dengan rata-rata populasinya? Hlm.214

Nilai Rata-Rata dari Sampel dan dari Populasi

•Tujuan• Tujuan Membandingkan nilai rata-rata sampel dengan nilai rata-rata populasi.

Q

Berdasarkan soal 1 di halaman sebelumnya, hitunglah rata-rata populasinya, yaitu rata-rata berat 50 buah jeruk dalam kardus. Hitung juga selisih antara rata-rata populasi dengan rata-rata sampel pada soal 1 di halaman sebelumnya. Secara umum, ditemukan galat atau selisih antara rata-rata sampel dengan rata-rata populasi. Mari kita selidiki hubungan antara rata-rata sampel dengan rata-rata populasi dengan cara mengubah ukuran sampel.

Diskusi ukuran sampel adalah banyaknya data yang kita ambil untuk dijadikan sampel.

Soal 2
Diskusi

Tabel A di bawah ini menunjukkan rata-rata sampel hasil perhitungan 18 siswa yang masing-masing mengambil sampel sebanyak 10 buah jeruk, seperti pada soal 1 di halaman sebelumnya. Sedangkan pada tabel B, masing-masing siswa mengambil 20 buah jeruk sebagai sampel. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

A (dalam gram)

111,2	108,4	113,2	110,5	109,8	114,9	109,5	111,5	112,4
106,2	109,4	112,2	113,1	111,2	108,1	110,1	110,9	108,6

B (dalam gram)

111,8	112,5	110,6	108,9	110,0	109,7	111,2	112,9	109,3
111,4	111,8	109,5	112,8	110,2	110,9	112,2	111,9	111,5

(1) Berdasarkan tabel A dan B, lengkapi Tabel Distribusi Frekuensi di samping.

(2) Dari hasil pengamatanmu, buatlah pernyataan tentang distribusi rata-rata sampel pada A dan B.

Kelas (gram)	Frekuensi (jeruk) A	Frekuensi (jeruk) B
Lebih kecil - Kurang dari		
106 - 108		
108 - 110		
110 - 112		
112 - 114		
114 - 116		
Total		

Secara umum, semakin besar ukuran sampel, semakin kecil kesalahannya, artinya nilai rata-rata sampelnya semakin mendekati nilai rata-rata populasi. Akan tetapi, semakin besar ukuran sampel tentunya akan semakin besar usaha dan waktu yang dikeluarkan untuk melakukan survei. Sehingga penting untuk menentukan ukuran sampel yang sesuai dengan situasi dan kondisi.

Mari Mencoba

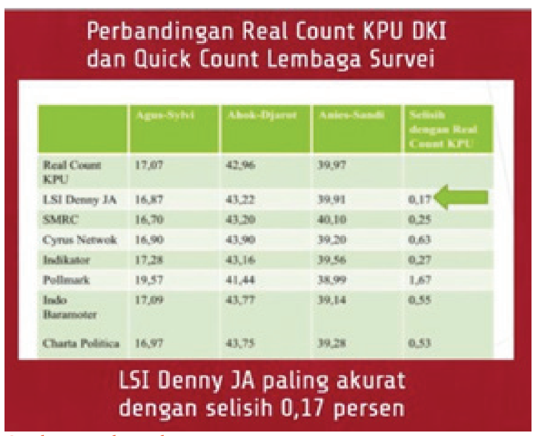
Pada soal 1 di halaman 224, selidiki distribusi rata-rata dari sampel yang dibuat oleh masing-masing siswa di kelasmu. Kemudian hitunglah juga rata-rata sampel jika ukuran sampelnya menjadi 20. Dan selidiki soal yang sama.

Dalam situasi yang seperti apa survei sampel biasanya digunakan? Hlm.216

Cermati

Hitung Cepat Hasil Pemilihan Gubernur DKI Jakarta

Pemilihan Gubernur DKI Jakarta dilakukan setiap 5 tahun sekali. Tabel di bawah ini menunjukkan hasil perhitungan cepat (*quick count*) Pilkada DKI putaran pertama yang dilakukan oleh beberapa lembaga survei pada bulan Februari 2017. Pengambilan sampel dilakukan secara menyeluruh berdasarkan distribusi jumlah surat suara di setiap TPS (Tempat Pemungutan Suara) yang tersebar di lima wilayah ibu kota. Sampling dilakukan dengan memilih beberapa TPS di semua wilayah dengan persentase tertentu agar tidak terjadi bias regional. Perhitungan cepat dilakukan untuk memperkirakan hasil pemilihan suara agar dapat diketahui lebih dahulu dari hasil perhitungan resmi (*real count*) yang dilakukan secara manual oleh KPU. Hasil perhitungan cepat ini dapat digunakan oleh pihak-pihak yang berkepentingan seperti media cetak, radio, stasiun televisi, dan lain-lain. Dalam hal ini, jika ukuran sampelnya relatif besar dan tidak bias, maka hasil perhitungan cepat ini dapat diandalkan tingkat keakuratannya.



Perbandingan Real Count KPU DKI dan Quick Count Lembaga Survei

	Agus-Sylvi	Ahok-Djarot	Anies-Sandi	Selisih dengan Real Count KPU
Real Count KPU	17,07	42,96	39,97	
LSI Denny JA	16,87	43,22	39,91	0,17
SMRC	16,70	43,20	40,10	0,25
Cyrus Netwok	16,90	43,90	39,20	0,63
Indikator	17,28	43,16	39,56	0,27
Pollmark	19,57	41,44	38,99	1,67
Indo Barameter	17,09	43,77	39,14	0,55
Charta Politica	16,97	43,75	39,28	0,53

LSI Denny JA paling akurat dengan selisih 0,17 persen

Sumber: google.co.id

3 Menggunakan Survei Sampel

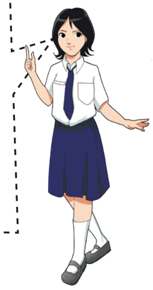
•Tujuan• Mengamati situasi-situasi yang dapat menggunakan survei sampel.

Selidiki jumlah keseluruhan ikan mas yang ada di dalam kolam tambak. Tangkaplah 50 ekor ikan mas dari dalam kolam, tandai, kemudian lepaskan kembali ke dalam air. Selanjutnya, apa yang harus kita lakukan untuk memperkirakan jumlah ikan di dalam kolam?

Sumber: google.co.id

Pertimbangkan ikan-ikan yang tadi telah ditandai dan dilepas ke dalam kolam telah menyebar ke seluruh wilayah kolam. Jika kita melakukan penangkapan lagi, kita dapat menggunakan perbandingan berikut ini untuk memperkirakan jumlah ikan dalam kolam.

Cara ini disebut Metode Tangkap-Tandai-Lepas-Tangkap Kembali – Lepas (Mark and Recapture Method). Cara ini sudah digunakan sejak dahulu pada beberapa situasi, misalnya untuk menentukan jumlah ikan di dalam kolam.



Jumlah seluruh ikan dibagi 50 sama dengan jumlah ikan yang ditangkap kembali dibagi jumlah ikan yang memiliki tanda

Soal 1

Beberapa hari kemudian, jika kita menangkap kembali 210 ekor ikan mas dari kolam itu lalu mengamatinya. Ternyata ada 28 ekor yang memiliki tanda. Dapatkah kamu memperkirakan jumlah ikan di dalam kolam tersebut?

Soal 2

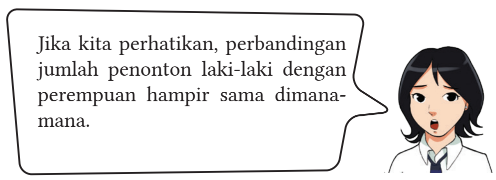
Pada sebuah pabrik yang memproduksi 10.000 unit barang, diambil 200 unit secara acak untuk diteliti. Ternyata ditemukan 1 unit barang yang cacat. Perkirakan berapa jumlah keseluruhan produk yang cacat.

Komunikasi

Berdasarkan hal-hal yang telah kita pelajari sejauh ini, mari kita membuat survei sampel pada hal-hal yang ada di sekitar kita. Kemudian jelaskan apa yang bisa kita pelajari dari hasil survei tersebut.

1 Sebuah lapangan Baseball yang memiliki kapasitas 30.000 kursi sudah dipenuhi oleh penonton, seperti terlihat pada gambar di bawah ini. Apa yang harus kita lakukan untuk memperkirakan banyaknya penonton laki-laki dan penonton perempuan? Diskusikan dengan teman-temanmu.

Sumber: pixabay.com/ambarry1975



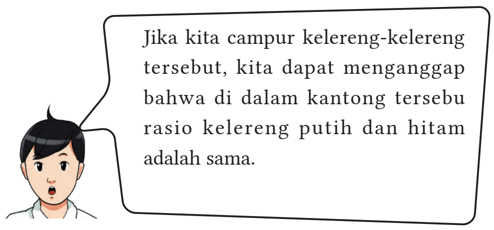
Kita bisa mengganti penonton laki laki dan perempuan yang ada di stadion dengan kelereng putih dan kelereng hijau dalam sebuah kantong.

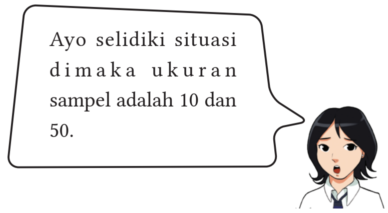
2 Dari hasil diskusi pada bagian 1, buatlah survei sampel menggunakan kelereng. Pikirkan caranya.

Ada 300 kelereng putih dan hijau dalam sebuah kantong. Buatlah survei sampel untuk menentukan jumlah kelereng putih di dalam kantong.

Selesaikan permasalahan ini dengan mengikuti langkah-langkah berikut.

1. Buatlah sebuah rencana survei sampel, pikirkan cara membuat perkiraan, menentukan ukuran sampel, cara sampling, dan lain-lain.





2. Lakukan survei sampel sesuai rencana di langkah 1 dan perkirakan jumlah kelereng putih yang ada dalam kantong. Ulangi beberapa kali percobaan tersebut, kemudian amati distribusi dari nilai yang kamu perkirakan.

3. Hitung jumlah kelereng putih dalam kantong kemudian bandingkan dengan hasil perkiraanmu pada langkah 2, dan perhatikan hasil dari survei sampel tersebut.

3 Rangkumlah hasil percobaan dari bagian 2 dalam kertas laporan atau buku catatanmu. Berdasarkan laporan tersebut, jelaskan apa yang kamu dapatkan dari percobaan itu dengan bahasa yang mudah dimengerti. Kemudian dengarkan saran-saran dan pendapat dari teman-temanmu. Jika diperlukan, perbaiki laporanmu agar hasilnya menjadi lebih baik.

4 Mengacu pada percobaan kelereng, coba pikirkan kembali tentang jumlah penonton laki-laki dan perempuan yang ada di stadion baseball.

Berpikir Matematis

Untuk mendapatkan perbandingan penonton laki-laki dan penonton perempuan di dalam stadion, kita dapat menggunakan cara yang sama seperti perbandingan kelereng dalam kantong.

Mari Mencoba

Gunakan survei sampel untuk memperkirakan jumlah kosakata yang ada di dalam kamus Inggris-Indonesia.

(1) Dari halaman A – Z pada kamus Inggris-Indonesia pilih 10 halaman secara acak, kemudian amati jumlah kosakata pada halaman tersebut. Dari hasil itu, perkirakan jumlah seluruh kosakata dalam kamus tersebut.

(2) Bandingkan hasil jawaban (1) dengan jumlah kosakata sebenarnya yang tertulis di halaman sampul depan kamus.

Mari Kita Periksa

1 Survei Sampel

1
Survei Populasi dan Survei Sampel
[Hlm.211] S 1

Manakah yang lebih cocok untuk hal-hal berikut ini, survei populasi atau survei sampel? Berikan alasannya.

(1) Pemeriksaan kualitas kaleng-kaleng yang diproduksi sebuah pabrik.

(2) Pemeriksaan kualitas uang kertas oleh Bank Indonesia.

(3) Pemeriksaan kadar kandungan gula dalam minuman jus apel.

2
Survei Populasi dan Survei Sampel
[Hlm.211]

Di suatu kota yang berpenduduk 1200 orang, dibuat survei tentang kenyamanan hidup. Untuk itu secara acak dipilih 100 orang berusia minimal 20 tahun. Tentukan populasi dan sampel dari survei tersebut.

3
Pengambilan Sampel
[Hlm.212, 213]

30 siswa diberi nomor 1 sampai 30. Pilihlah 5 siswa secara acak dengan menggunakan tabel bilangan acak dan dadu bernomor acak.

4
Rata-rata Sampel dan Rata-rata Populasi
[Hlm.214] S 2

Pada sebuah peternakan ayam, untuk memperkirakan berat rata-rata 200 butir telur, 10 orang siswa masing-masing mengambil 20 butir telur secara acak dan menghitung rata-rata sampelnya. Tabel di bawah ini adalah rata-rata sampel yang telah diurutkan dari yang terkecil hingga yang terbesar.

(dalam gram)

59,6	60,4	60,8	61,5	61,9
62,2	62,3	62,6	63,4	64,0

Berdasarkan tabel di atas, manakah dari peryataan (a) sampai (d) yang benar?

(a) Kita dapat memperkirakan bahwa nilai rata-rata populasi minimal 59 dan maksimal 64.

(b) Di antara rata-rata sampel tersebut, ada satu nilai yang sama dengan rata-rata populasi.

(c) Kita dapat memperkirakan rata-rata populasinya adalah mendekati angka 62 g.

(d) Jika ukuran sampel diperbesar menjadi 40 butir, rata-rata sampelnya menjadi lebih akurat.

BAB 8

Soal Latihan

Jawaban di hlm.280

Latihan

1 Sebuah survei online dilakukan terhadap 1000 orang tentang atlit favorit mereka. Dari hasil survei tersebut diperkirakan ada 10 atlit terpopuler di Indonesia. Apakah cara ini sudah tepat? Jelaskan jawabanmu.

2 Tabel di bawah ini menunjukkan data waktu yang diperlukan 40 siswa kelas 3 SMP untuk menyelesaikan lintasan lari berjarak 50 m. Dengan menggunakan tabel ini, pilihlah data 10 siswa secara acak kemudian hitung rata-rata sampel dan perkirakan nilai rata-rata populasinya. Hitung juga rata-rata populasi yang sebenarnya kemudian bandingkan dengan hasil perkiraanmu.

Tabel Waktu yang Diperlukan untuk Lomba Lari Berjarak 50 m

(dalam detik)

No.	Rekor	No.	Rekor	No.	Rekor	No.	Rekor
1	7,7	11	7,6	21	7,9	31	8,1
2	7,8	12	7,8	22	6,9	32	7,4
3	6,8	13	8,0	23	7,1	33	7,4
4	7,2	14	7,1	24	8,8	34	9,2
5	7,9	15	7,3	25	6,7	35	8,0
6	8,2	16	8,6	26	8,4	36	7,2
7	7,8	17	9,0	27	7,0	37	7,6
8	8,5	18	6,8	28	7,3	38	7,8
9	7,5	19	7,5	29	7,4	39	8,3
10	7,5	20	7,7	30	8,3	40	7,5

Penerapan

1 Kacang kedelai disimpan di dalam toples kaca, buatlah percobaan untuk memperkirakan jumlah kedelai di dalam toples kaca. Apa yang harus kita lakukan? Jelaskan langkah-langkahnya.

Sumber: orami.co.id

2 Dari 10.000 unit barang yang diproduksi oleh sebuah pabrik, diambil 84 unit secara acak dan ditemukan 2 unit barang yang cacat. Perkirakan jumlah seluruh barang yang cacat.

BAB 8 Soal Ringkasan

Kegunaan Praktis

1 Keluarga Hadi memiliki perkebunan jeruk. Tabel distribusi frekuensi di bawah ini menunjukkan data 500 buah jeruk yang dipanen secara acak kemudian ditimbang beratnya. Jawablah pertanyaan-petanyaan di bawah ini.

Ukuran Jeruk	Diameter (cm)	Banyak Jeruk (Buah)	Berat Rata-Rata (g)
ukuran S	5,5 - 6,1	98	76
ukuran M	6,1 - 6,7	204	96
ukuran L	6,7 - 7,3	146	124
ukuran 2L	7,3 - 8,0	52	162
Total		500	

(1) Berdasarkan tabel di atas, hitunglah perkiraan rata-rata berat jeruk.

(2) Hitunglah frekuensi relatif tiap kelas dan lengkapi tabel berikut ini. Bulatkan frekuensi relatif ke dalam ratusan terdekat.

Ukuran Jeruk	Diameter (cm) Lebih kecil Kurang dari	Frekuensi Relatif
ukuran S	5,5 - 6,1	
ukuran M	6,1 - 6,7	
ukuran L	6,7 - 7,3	
ukuran 2L	7,3 - 8,0	
Total		

(3) Berapa banyak jeruk berukuran 2L yang ada dalam kardus ukuran 5 kg?

(4) Seluruh jeruk dalam kebun Pak Hadi dipanen dan beratnya sekitar 21.400 kg. Jika ada pesanan 600 buah jeruk berukuran 2L dalam kardus ukuran 5kg, apakah Pak Hadi mampu memenuhinya? Jelaskan jawabanmu.

Pekerjaan Terkait
[Manager Kebun]

Pendalaman Materi

Prediksi yang Keliru

Dalam survei-survei statistik dan jajak pendapat publik, jika kita dapat melakukan survei populasi kita akan mendapatkan hasil yang tepat. Meskipun demikian, sulit untuk melakukan survei populasi karena keterbatasan waktu dan biaya. Maka secara umum survei sampel dilakukan dengan mengambil sampel sebagian dari populasi dan membuat perkiraan dan menarik kesimpulan tentang karakteristik populasi berdasarkan hasil survei sampel tersebut. Sehingga penting untuk mendapatkan sampel yang tidak bias agar benar-benar tepat mewakili karakteristik populasi. Pikirkan tentang survei sampel berdasarkan contoh berikut ini.

Pada pemilihan Presiden Amerika tahun 1936, Franklin Roosevelt dari Partai Demokrat dan Alfred Landon dari Partai Republik merupakan 2 kandidat terkuat yang saling bersaing. Sebuah majalah mingguan "The Literary Digest" saat itu melakukan jajak pendapat tiruan untuk memperkirakan hasil pemungutan suara. Dengan mengambil sampel 10 juta orang dari daftar nama pemilik telepon rumah dan pemilik mobil lalu mengirimi mereka formulir angket. Redaksi majalah tersebut menerima kembali sekitar 2,3 juta formulir angket yang sudah terisi. Berdasarkan hasil survei tersebut diperkirakan Landon akan memenangkan pemilihan presiden. Tetapi kenyataannya yang menang dalam pemilihan resmi adalah Roosevelt.


Roosevelt
Sumber: historyextra.com

	Roosevelt	Landon
Prediksi	40,9 %	54,4 %
Hasil Pemilihan	60,8 %	36,5 %

Jumlahnya tidak 100% karena ada nama-nama kandidat lain.

1 Jelaskan mengapa survei sampel yang dilakukan oleh "The Literary Digest" .

2 Selidiki cara-cara lain yang digunakan untuk melakukan survei sampel jaman sekarang pada survei-survei statistik atau jajak pendapat publik.

Tabel Bilangan Acak

34 53 05 23 97	41 29 07 38 92	93 09 80 89 16	94 97 51 32 29	49 64 30 83 89
81 22 93 62 08	34 74 91 44 97	48 18 69 16 06	68 29 72 33 28	55 06 68 03 99
52 42 19 72 84	86 66 65 76 88	38 31 21 46 69	20 05 67 36 12	25 97 33 40 26
07 76 32 35 60	93 53 40 36 47	55 16 90 23 28	43 32 92 73 89	67 71 60 20 27
54 82 49 34 56	00 28 52 27 26	94 78 45 26 63	68 19 80 52 49	18 43 59 77 93

70 57 49 64 73	42 05 07 31 90	33 31 14 54 84	82 11 69 95 34	88 57 33 42 05
26 86 27 94 45	82 67 81 61 11	49 69 26 35 39	03 95 76 92 17	13 20 12 48 70
71 00 99 16 60	45 78 19 81 64	98 54 74 08 20	43 01 08 65 94	79 96 50 55 91
02 57 39 20 66	10 93 75 96 01	63 38 04 83 91	82 64 92 18 20	28 00 84 32 67
09 31 53 77 89	66 79 37 27 57	28 62 16 17 40	42 54 37 80 36	73 59 37 18 04

65 30 46 11 71	80 63 34 93 19	13 67 65 20 77	75 52 83 63 14	50 57 89 27 36
05 51 76 67 21	91 68 64 53 70	88 21 32 81 12	87 59 68 07 00	40 54 20 53 48
10 47 35 61 08	30 72 95 16 52	56 42 90 07 42	71 79 43 94 35	74 02 51 15 61
95 38 13 66 95	23 50 03 48 57	74 41 74 88 50	24 35 58 37 16	02 93 49 98 12
52 21 05 80 54	62 48 40 81 82	58 98 36 57 00	17 90 60 92 48	37 06 62 26 92

01 84 23 43 65	13 48 75 49 23	03 73 43 99 58	13 85 88 72 89	06 45 47 62 15
81 79 42 92 53	28 10 98 50 94	95 05 29 52 07	08 78 51 62 75	23 93 62 09 92
55 09 63 32 94	94 40 11 33 02	81 71 24 61 64	81 20 87 95 53	35 66 57 35 06
14 26 98 75 73	32 19 55 39 98	17 31 64 77 43	95 96 12 26 76	88 71 11 65 04
89 50 65 70 42	11 70 20 68 38	43 83 13 56 92	87 56 39 20 62	36 35 81 74 21

Cara Menggunakan tabel bilangan acak (contoh).

Berikut ini adalah cara memilih 10 bilangan secara acak antara 1 sampai 90 dari tabel bilangan acak.

① Tutup mata dan gunakan pensil untuk menunjuk sebuah angka pada tabel tersebut.

② Misalkan lokasi yang terpilih pada tabel adalah baris 4 kolom 6. Dimulai dengan angka 2 ini, lanjutkan dengan bergeser ke kanan (kamu juga boleh memilih bergeser ke atas, bawah atau kiri) secara berurutan untuk mendapatkan bilangan-bilangan 2 digit lainnya 23, 56, 09, 35, 34, … . Jika kamu sudah habis sampai ke ujung kanan, lanjutkan mengambil angka di barisan berikutnya dari ujung kiri.

Kolom 6

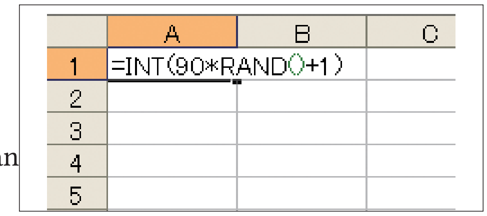
	34 53 05 23 97	41 29 07 38 92	93 09 80 89 16
	81 22 93 62 08	34 74 91 44 97	48 18 69 16 06
	52 42 19 72 84	86 66 65 76 88	38 31 21 46 69
Baris 4 →	07 76 32 35 60	93 53 40 36 47	55 16 90 23 28

③ Abaikan jika nomor yang keluar adalah 00 atau lebih besar dari 90, atau nomor-nomor yang sudah pernah keluar sebelumnya. Gunakan 10 bilangan ini sebagai bilangan acak.

Cara Membuat Bilangan-bilangan Acak pada Komputer

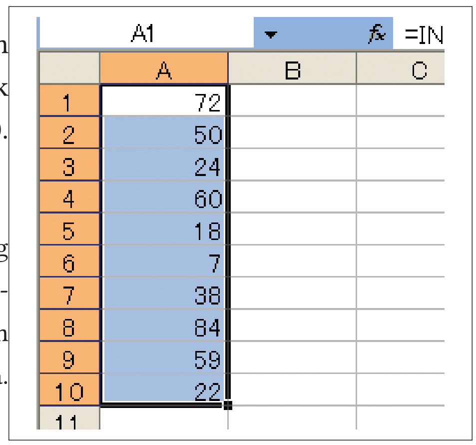
Kolom-kolom pada Microsoft Excel sangat cocok digunakan untuk membuat tabel bilangan acak karena ukurannya mudah disesuaikan sesuai kebutuhan.

Contohnya, untuk mendapatkan 10 bilangan acak dari nomor 1 sampai 90 ikuti langkah-langkah berikut.



① Ketik formula berikut pada kolom A1 kemudian tekan tombol “Enter”.

=INT(90*RAND( )+1)



② Arahkan panah mouse pada pojok kanan bawah kolom A1 hingga berubah menjadi tanda +, klik mouse, tahan dan geser hingga ke kolom A10. Lepaskan.

Catatan Untuk menghindari munculnya bilangan yang sama pada sampel 10 bilangan acak, pertama-tama buat 20 bilangan acak, kemudian hilangkan bilangan yang sudah pernah muncul sebelumnya. Lalu pilih 10 bilangan dari kolom paling atas.

RAND ( )... Formula untuk menghasilkan bilangan acak lebih dari 0 kurang dari 1.
INT (value) ... Formula untuk membulatkan nilai di dalam ( ) menjadi bilangan bulat.
Maka, INT(90*RAND( )+1) artinya mengalikan 90 dengan sebuah nomor acak minimal 0 dan kurang dari 1 kemudian menambahkan dengan 1, lalu hasilnya dibulatkan ke dalam bilangan bulat.

1 Buatlah sebuah tabel bilangan acak menggunakan cara di atas dan gunakan tabel tersebut untuk melakukan survei sampel.

Matematika Lanjut

- Halaman Belajar Kelompok -

Pada bagian ini kita akan menyajikan dan membuat laporan dari apa yang telah kita pelajari dan pikirkan, menghubungkan dengan mata pelajaran lain, dan permasalahan-permasalahan yang ada di sekitar kita. Pilihlah topik yang menarik bagimu.

Menyajikan Hasil Penyelidikan

[Komunikasikan Gagasanmu kepada Orang Lain]

Menyiapkan sebuah laporan untuk menata hasil-hasil pemikiranmu. Dengan menulis sebuah laporan, kamu bisa membuat penemuan-penemuan atau mengajukan pertanyaan-pertanyaan tentang sesuatu yang belum pernah kamu pelajari. Ini bagian yang paling menarik dari proses belajar matematika.

Menyiapkan Laporan

1 Pilih suatu topik yang menarik atau membuatmu penasaran untuk mengetahuinya.

Pilih topik laporan berdasarkan bagian mana yang kamu sukai pada saat mempelajari matematika atau dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya hal-hal yang membuatmu bertanya "Mengapa?", "Bagaimana jika kondisinya berbeda?" atau "Saya ingin tahu lebih banyak lagi". Apa yang menarik perhatianmu dalam kehidupan sehari-hari akan sangat membantu dalam pemilihan topik.

2 Rencanakan cara mengumpulkan data. Lakukan hal-hal berikut ini.

- Melakukan banyak percobaan, pengamatan dan penyelidikan.
- Melakukan survei-survei.
- Mengumpulkan informasi dari buku-buku, surat kabar di perpustakaan dan dari internet.

Kamu harus merencanakan pengumpulan data-data untuk mencapai tujuanmu.

3 Kumpulkan informasi, susun dan analisa.

Dalam menganalisis informasi-informasi yang kamu dapatkan coba temukan ciri-ciri khusus. Dan catat sumber datanya. Kamu bisa mendapatkan banyak informasi dari internet. Meskipun demikian, kamu harus berhati-hati memilih mana yang bisa dipercaya mana yang tidak.

4 Susunlah hasil pemikiran-pemikiranmu.

Susunlah hasil temuan-temuan, cara-cara dan proses penyelidikan yang kamu gunakan saat belajar ke dalam sebuah laporan sehingga kamu dapat berbagi kesenangan dalam mempelajari hal tersebut kepada teman-temanmu. Tidak harus terpaku pada format laporan penyelidikan yang ada. Pilihlah bentuk yang cocok untuk menyajikan laporanmu. Misalnya seperti format surat kabar atau poster.

5 Sajikan laporanmu dan tampunglah masukan atau saran-saran.

Sajikan laporan penyelidikanmu. Ajukan pertanyaan dan mintalah masukan atau pendapat dari teman-temanmu untuk memperbaiki laporanmu. Juga banyaklah bertanya dan memberi saran jika kamu menjadi pendengar.

6 Perbaiki laporanmu.

Lihat kembali laporanmu berdasarkan saran atau pendapat dari teman-temanmu. Jika diperlukan, perbaiki cara menganalisa dan menyusun data-data dalam laporanmu.

Ilmu matematika menyajikan contoh paling cemerlang tentang bagaimana akal murni dapat berhasil memperluas wilayahnya tanpa bantuan pengalaman

– Immanuel Kant –

Contoh Laporan

Pilihlah tema yang menurutmu menarik dalam pelajaran matematika atau dalam kehidupan sehari-hari

Tuliskan alasan mengapa kamu tertarik tentang topik ini, pertanyaan-pertanyaan yang muncul dalam pikiranmu dan bagaimana kamu coba jelaskan hal tersebut dalam laporan ini.

Tuliskan apa yang sedang kamu cari, terutama perkiraan dan alasan tentangnya.

Tuliskan apa yang kamu temukan saat merenungkan hasil penelidikan dan hasil pemikiranmu

Tanggal, bulan, dan tahun

Apa yang akan terjadi jika kondisinya kita ubah?

SMP Kelas 3, Kelompok 1, Nama

Tuliskan tanggal penulisan laporan

Jika ini penelitian berkelompok, tulis nama anggota-anggotanya.

Agar lebih efektif, bagilah tugas-tugas kepada tiap anggota sesuai dengan topik penelitian.

1 Latar belakang penelitian :

Dalam Bab 1, di halaman 36 dan 37 kita telah menemukan dan membuktikan bahwa "Jumlah dari hasil kali dua bilangan genap yang berurutan dengan 1" akan menjadi seperti apa. Saya membayangkan bagaimana hasil yang akan kita peroleh jika kalimatnya diubah menjadi "Jumlah dari hasil kali dua bilangan bulat yang berurutan dengan 1". Sehingga Saya melakukan penelitian ini.

2 Dugaan:

Saya pertimbangkan hasilnya dan gunakan bilangan-bilangan berikut.

2 bilangan n asli berurut	Hasil
1×2	$1 \times 2 + 1 = 3$
3×4	$3 \times 4 + 1 = 13$
10×11	$10 \times 11 + 1 = 111$

Dari hasil ini, Saya duga bahwa hasil kali dua bilangan asli berurutan merupakan bilangan ganjil.

Gunakan tabel, grafik atau gambar ilustrasi lainnya untuk membuat laporanmu sekilas terlihat mudah untuk dimengerti

3 Hasil Penelitian:

Kita misalkan 2 bilangan bulat berurutan sebagai n dan n+1. Saya buktikan secara berikut.

Jika n adalah bilangan bulat, maka 2 bilangan bulat yang berurut adalah n dan n + 1.

$n(n + 1) + 1 = n^2 + n + 1$

Namun, masih belum jelas apakah $n^2 + n + 1$ merupakan bilangan ganjil atau genap, dan akan menjadi bilangan apa setelah hasil kali 2 bilangan bulat yang berurutan tersebut ditambahkan dengan 1.

Saya harus mencari cara lain. Saya menyadari bahwa 2

Kita juga bisa membuktikan dengan memisalkan 2 bilangan bulat yang berurutan dengan 2n dan (2n + 1) Atau (2n-1) dan 2n.

Dengarkan masukan dan pendapat dari temanmu dan renungkan kembali hasil laporanmu. Lakukan perbaikan jika diperlukan.

bilangan bulat yang berurutan juga bisa dimisalkan sebagai adalah (n-1) dan n. Dan mencoba membuktikannya sebagai berikut.

IJika 2n merupakan bilangan bulat, maka 2 bilangan bulat yang berurutan adalah 2n dan 2n + 1.

$2n (2n + 1) + 1$

$= 4n^2 + 2n + 1$

$= 2(2n^2 + n) + 1$

Kita tahu bahwa $(2n^2 + n)$ merupakan bilangan genap, maka $2(2n^2 + n) + 1$ adalah bilangan ganjil. Dengan demikian jumlah hasil kali dua bilangan bulat yang berurutan dengan 1 adalah bilangan ganjil.

Jika n - 1 merupakan bilangan bulat, maka 2 bilangan bulat yang berurutan adalah (n - 1) dan n.

$(n - 1)n + 1$

$= n^2 - n + 1$

Walaupun sudah menggunakan cara ini, Saya tetap tidak bisa menemukan sifat-sifat dari bilangan tersebut.

4 Apa yang tidak bisa kita temukan:

Saya mencoba menjelaskan dengan banyak bilangan, dan semua hasilnya merupakan bilangan ganjil. Meskipun demikian, Saya tidak bisa menyatakannya dalam bentuk persamaan matematika

5 Komentar-komentar:

Dengan menghitung menggunakan bilangan yang sebenarnya, Saya dapat memperkirakan sifat-sifat dari bilangan itu. Meskipun demikian, Saya tidak berhasil membuktikan kebenarannya. Pada waktu itu Saya menemukan 2 cara lain untuk menunjukkan bilangan bulat yang berurutan. Mungkin masih ada cara lainnya, Saya akan menemukan sebuah cara lagi untuk membuktikan dugaan saya.

Tuliskan kerangka berpikirmu, cara-cara yang kamu gunakan dari bab-bab yang sudah pernah kamu pelajari sebelumnya.

Tuliskan hal-hal yang belum dapat kamu buktikan, jika ada.

Tuliskan cara yang kamu gunakan dan kesulitan apa saja yang kamu temui pada saat melakukan penelitian.

Tuliskan hal-hal yang menarik untuk diteliti lebih lanjut.

Tulis kembali dan tambahkan isi laporanmu, jika diperlukan.

Tuliskan juga yang kamu pelajari dari temanmu atau gurumu saat kamu tidak dapat menemukan yang kamu cari.

Daftar pustaka atau sumber referensi yang kamu gunakan, jika ada.
Contoh :
Nama penulis. (Tahun). Judul Buku. Penerbit.
Biro Pusat Statistik, Kementrian Dalam Negeri dan Komunikasi http://www.stat.go.jp/

Berlatih menyajikan laporan bersama kelompokmu, setelah itu tampilkan hasilnya di depan seluruh kelas.

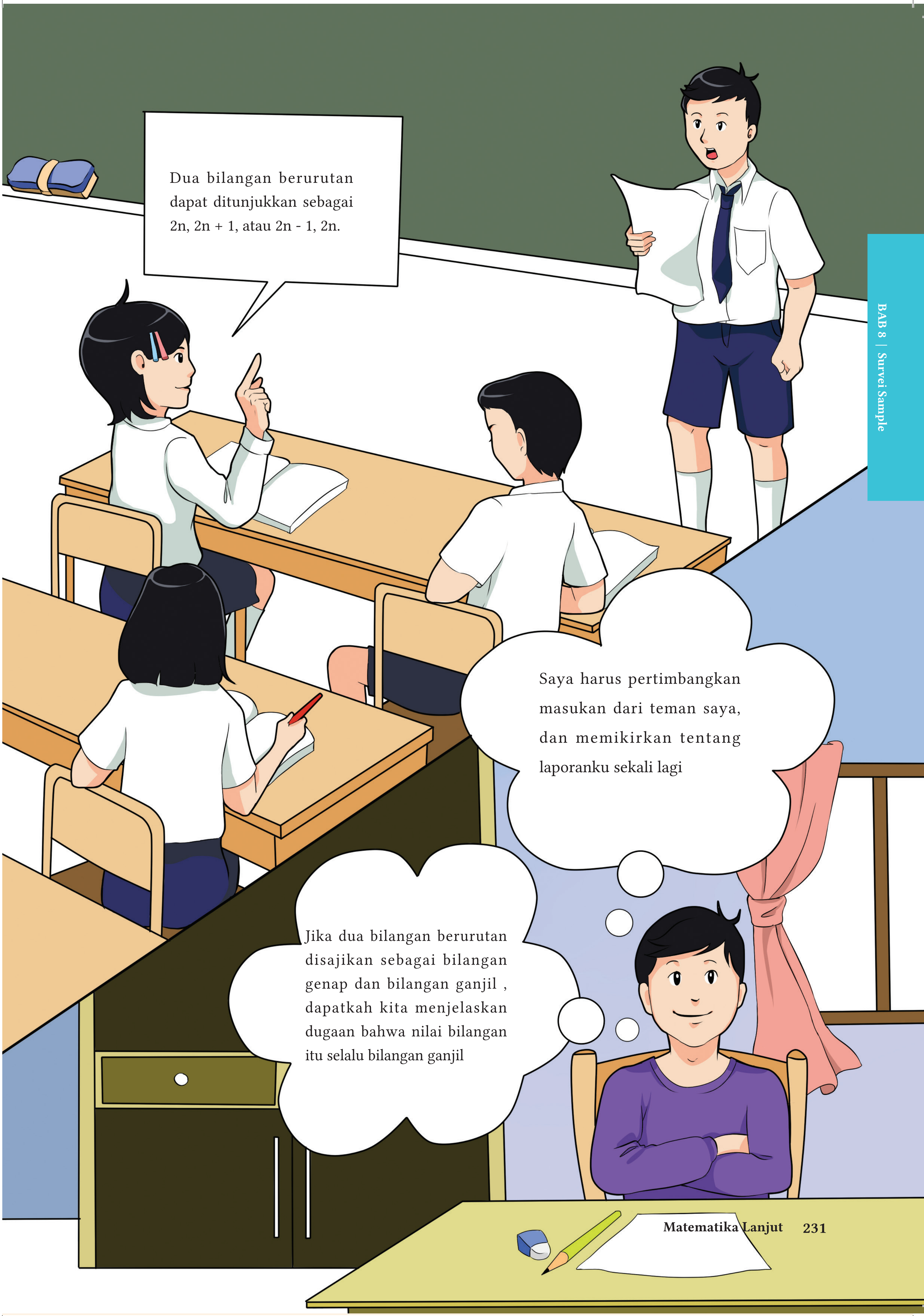
Cara Presentasi

Penyaji wajib:

- Menyampaikan segala sesuatu yang dimaksudkan, baik tentang gagasan, pemikiran dengan lebih baik kepada orang lain.
- Menyampaikan dengan jelas, tentang segala sesuatu yang diselidiki dan apa yang ingin disampaikan kepada orang lain.
- Membuat uji coba kepada teman satu kelompok, sehingga ditemukan cara terbaik dalam menyajikan.
- Memikirkan secara mendalam urutan materi dan waktu penyajian grafik, gambar-gambar dalam presentasi untuk lebih meyakinkan.
- Membedakan bagian-bagian yang merupakan opini dan bagian-bagian yang merupakan temuan penyelidikan.
- Menyampaikan usaha-usaha dalam penyelidikan, tentang segala sesuatu yang tidak dapat ditemukan, dan mintalah umpan balik dari peserta yang hadir dalam penyajianmu.

Hadirin wajib:

- Mendengarkan dan memahami segala sesuatu yang dimaksudkan, gagasan, pemikiran penyaji.
- Mencatat segala sesuatu tentang apa yang anda perhatikan selama mendengarkan penyaji.
- Mencatat jalannya presentasi sekaligus isi dari presentasi.
- Memperhatikan dimana pandangan Matematika atau cara berpikir Matematika apa yang diterapkan.
- Menyimak baik-baik apa yang dipresentasikan, seandinya ada gagasan yang dapat diterapkan dalam pembuatan laporan.
- Bandingkan gagasan Anda dan komunikasikan kepada penyaji.
- Berikan beberapa saran, jika ada, sesuai dengan penyajian dan penyelidikan tersebut.
- Pikirkan bagian tertentu dimana penyaji tidak dapat menyampaikannya secara jelas.

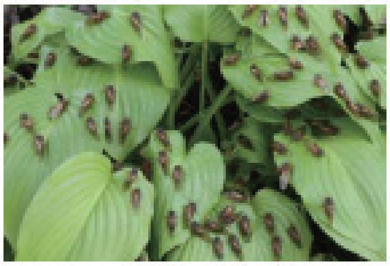

Dua bilangan berurutan dapat ditunjukkan sebagai 2n, 2n + 1, atau 2n - 1, 2n.
Saya harus pertimbangkan masukan dari teman saya, dan memikirkan tentang laporanku sekali lagi
Jika dua bilangan berurutan disajikan sebagai bilangan genap dan bilangan ganjil , dapatkah kita menjelaskan dugaan bahwa nilai bilangan itu selalu bilangan ganjil

Mari Menyelidiki

Selidiki dan laporkan topik yang Anda sukai dari topik-topik berikut.

Generasi Massa dari Cicadas

Di Amerika Serikat, munculnya sejenis cicadas (serangga bersayap) tertentu secara besar-besaran adalah setiap 13 atau 17 tahun. Cicada disebut bilangan prima cicada karena memiliki siklus bilangan prima. Mari kita selidiki mengapa siklusnya menjadi sebuah bilangan prima.



Kode Kunci dari Faktorisasi Prima

Terdapat kode yang mewakili, disebut dengan 'kode RSA', yang ditemukan pada tahun 1977 dan sampai sekarang digunakan pada internet. Kode RSA, tidak mudah untuk dipecahkan meskipun metode pembuatan kode rahasia terungkapkan. Hal ini sehubungan dengan faktorisasi prima. Cobalah pertanyaan berikut:

(1) Tentukan faktor-faktor prima dari 8948997947.
(2) Hitunglah 89681×99787.

Seperti yang kamu lihat pertanyaan di atas, tidak mudah untuk menemukan factor prima dari bilangan-bilangan dengan banyak angka. Jadi prinsip dari kode RSA dihubungkan dengan karakteristik bilangan bulat dan kesulitan dalam faktorisasi prima adalah sebuah kunci kode pengaman.
Mari kita selidiki hubungan antara kode RSA dengan kode bilangan prima.

Mari kita selidiki Pythagoras

Pencapaian utama seperti pembuktian dan pembelajaran Pythagoras adalah sebagai berikut ini. Coba selidiki pencapaian berikut ini.

- Pelajari bilangan sempurna
- Buktikan jumlah dari sudut dalam dari segitiga adalah 1800.
- Penemuan bilangan Irasional.
- Pelajari teselasi (pengubinan) permukaaan bangun datar menggunakan segibanyak beraturan.
- Penemuan metode menggambar segibanyak beraturan.
- Pelajari bangun padat beraturan.

Seperti halnya: 6 = 1 +2+3, 1,2,3 juga merupakan pembagi dari bilangan tersebut, maka 6 disebut bilangan sempurna.

Dapatkah ini diselesaikan?

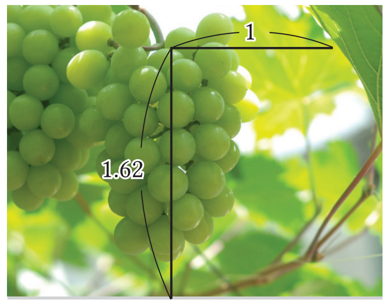
Terdapat banyak pertanyaan yang belum dibuktikan dan diselesaikan dalam Matematika. Salah satunya adalah dugaan Goldbach, yang menyatakan bahwa 'Semua bilangan genap yang lebih besar atau sama dengan 4 dapat dinyatakan sebagai penjumlahan dua bilangan prima.'

Contoh:

$4 = 2 + 2$; $6 = 3 + 3$; $8 = 3 + 5$; $10 = 3 + 7$; $12 = 5 + 7$ ...

Apakah ketentuan ini dapat diaplikasikan ke bilangan genap terbatas atau tidak belum dibuktikan.

Perbandingan panjang dan lebar dari setandan buah anggur



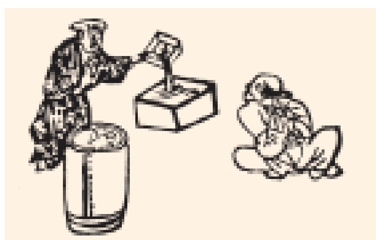
Tampak pada gambar muscat (salah satu dari beberapa tanaman merambat misalnya anggur yang dibudidayakan dan menghasilkan anggur manis) yang dipanen mempunyai perbandingan panjang dan lebar 1 :

$1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, yang setara dengan 1 : 1,62. Ada sebuah segiempat yang sangat cantik yang dikenal di kalangan masyarakat Eropa, mempunyai perbandingan yang disebut sebagai perbandingan emas (*golden ratio*). Sebagai tambahan, perbandingan dari dua sisi dari sisi kertas A dan ukuran kertas B yang kita pelajari pada halaman 65 adalah 1 : 2. Rasio ini disebut rasio perak (*silver ratio*).Mari kita temukan dimana rasio emas dan rasio perak dapat diterapkan di sekitar kita.

Menghadapi Tantangan Matematika di zaman Edo

Seorang ahli Matematika bernama Mitsuyoshi Yoshida (1598-1672) menerbitkan 'Jinko-ki' pada tahun 1627. Buku ini menjelaskan tentang metode perhitungan abacus, perhitungan untuk kebutuhan sehari-hari, dan teka-teki menggunakan diagram dengan referensi buku Matematika China, yaitu 'Sanpo-to-so'. 'Jinko-ki' berisi sebuah masalah yang disebut Aburawake zan (perhitungan tentang pembagian minyak) sebagai berikut.

Ketika membagi minyak yang ada dalam wadah persegi tukang kayu berukuran 10 kepada 2 orang, bagaimana kamu dapat membagi nya dengan menggunakan wadah persegi tukang kayu berukuran 3 dan wadah persegi tukang kayu berukuran 7 sehingga mereka mendapat bagian yang sama besar (1 persegi tukang kayu memuat 1,8 liter) ⟶ Ulangilah dengan menggunakan proses tertentu.



Selesaikan persoalan di atas, termasuk selidiki masalah-masalah lain yang dapat kamu temukan dalam Jinko-ki.

Mari kita selidiki: laporkan topik yang kamu pilih.

Apakah Dunia akan Berakhir di Tahun 2038?

Tingkatkan

Ketika standar waktu dunia mencapai 19 Januari pukul 03:14:07 (waktu Jepang 12:14:07) pada tahun 2038, beberapa komputer tidak akan dapat menampilkan tanggal dan waktu. Hal ini akan menyebabkan komputer tidak berfungsi sebagaimana biasanya dan membingungkan masyarakat. Mengapa masalah ini akan terjadi?

Secara normal, kita menggunakan cara untuk membuat sebuah unit baru setiap 10 kali untuk menunjukkan bilangan bulat. Hal ini disebut sistem bilangan desimal.
Dalam cara ini, semua bilangan bulat akan ditunjukkan menggunakan 10 bilangan dari 0 sampai 9. Di lain pihak, kita gunakan sistem bilangan biner untuk menyatakan bilangan-bilangan dengan menggunakan hanya dua bilangan 0 dan 1. Bilangan 2 dalam sistem desimal akan ditampilkan sebagai 10 dalam sistem bilangan biner. Bilangan-bilangan mulai dari 0 sampai 9 dalam sistem bilangan desimal seperti terlihat berikut ini.

Sistem bilangan desimal	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Sistem bilangan biner	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	...

1 Tentukan bilangan-bilangan dalam sistem biner ke bentuk bilangan dalam desimal dan sebaliknya.

1 11 ke bilangan sistem desimal

2 1111 ke sistem bilangan biner

Sistem bilangan biner digunakan dalam sistem komputer saat ini dan waktu yang ada dalam komputer di program berdasarkan sistem biner pula. Komputer dapat menghitung 32 angka dalam sistem bilangan biner beberapa waktu lalu. Bagaimanapun ketika dilakukan dalam hitungan jam (detik), 0 menunjukkan + dan 1 menunjukkan -.
Oleh karena itu, bilangan-bilangan dengan 31 angka ke atas dalam sistem bilangan biner dan 2147483647 detik adalah yang terbesar dalam sistem bilangan desimal. Beberapa komputer dapat menggunakan 64 angka dalam sistem biner akhir-akhir ini dan mereka ditingkatkan sampai 300.000.000.000 tahun kemudian.

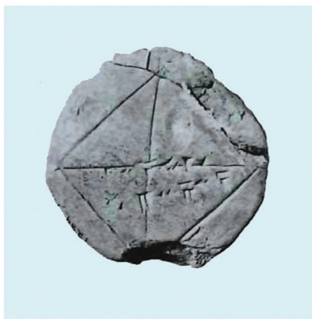
Tablet Tanah Liat dari Babilonia

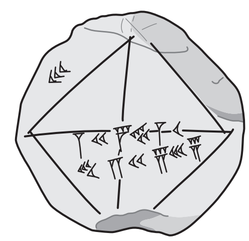
Sekitar tahun 3000 sebelum Masehi, Mesopotamia terletak diantara sungai Tigris dan sungai Efrat (Irak dan perbatasan negara tetangganya) dan bagian selatan adalah daerah yang disebut sebagai 'Babilonia'. Berdasarkan penggalian tablet tanah liat di area ini, Matematika Babilonia dikembangkan dan orang-orang mempunyai pengetahuan yang tinggi dalam perhitungan dan diagram.

Peta Mesopotamia

Di Babilonia, sistem bilangan dengan basis 60, sistem seksagesimal digunakan. Sistem ini valid untuk menyatakan ukuran waktu atau ukuran sudut.

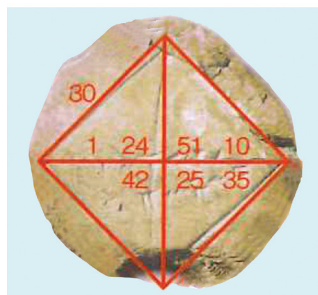
Seperti tampak pada gambar di samping kanan, karakter Kuneiform (1 2 4 51 10) terukir pada tanah liat adalah pendekatan pecahan dari dalam sistem seksagesimal.
Ketika kita hitung dalam sistem bilangan desimal yang kita gunakan. menunjukkan nilai exact sampai dengan per ratusan ribu tempat.





adalah 1 dan adalah 10.

$$1+\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}=1{,}414212962\ldots$$



Di sisi lain, [42 25 35] adalah nilai pendekatan dari panjang sebuah diagonal dari sebuah persegi dengan panjang sisi 30.

$$42+\frac{25}{60}+\frac{35}{60^2}=42{,}42638888\ldots$$

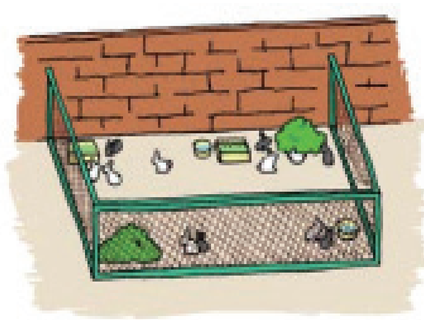
Dari hasil perhitungan, terdapat hubungan diantara 3 macam bilangan seperti tampak berikut ini.
$30 \times [1\ 24\ 51\ 10] = [42\ 25\ 35]$
Yang berarti bahwa panjang diagonal dari persegi dapat ditentukan berdasarkan rumus berikut ini.
(panjang salah satu sisi) $\times\ \sqrt{2}$ = (panjang sebuah diagonal)
Dapat kita asumsikan bahwa masyarakat Babilonia 4000 tahun lalu mempunyai pengetahuan tentang hubungan antara sisi persegi dan panjang diagonal.

Menciptakan Kandang Kelinci

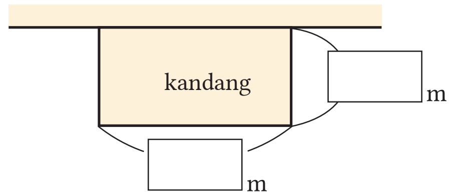
- Nilai Maksimum dari sebuah Fungsi -

Lanjutkan

Sebuah jaring terbuat dari kawat, dan panjang jaring 22 m digunakan untuk membuat sebuah kandang kelinci di halaman sekolah. Kandang berbentuk persegi panjang.
Terdapat sebuah dinding pada salah satu sisinya dan tiga sisi yang lain tertutup oleh net kawat seperti tampak pada gambar. Pikirkan tentang luas daerah kandang.



1 Jika kita umpamakan panjang sisinya adalah 1 m, berapakah luas daerah kandang itu dalam m^2 ? Jika kita misalkan panjang sisinya 2 m, berapakah luas daerahnya (m^2)?



Meskipun daerah itu dibatasi oleh panjang jaring yang sama, maka luas daerahnya akan berbeda, jika-panjang suatu sisi diubah.

2 Misalkan luas daerahnya adalah y m^2, dan panjang sisi (yang bukan sisi depan) adalah x m, selidikilah bagaimana perubahan nilai y berdasarkan perubahan nilai x. Lengkapilah tabel berikut ini dan bagikanlah temuan- temuanmu.

Panjang x(m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Luas y(m^2)										

Berikut ini adalah temuan dari tabel 2

① Dengan bertambahnya nilai x, maka nilai y juga akan bertambah pada awalnya. Bagaimanapun, pada bagian tengah akan berkurang pada awalnya.

② Jika kita buat perubahan nilai y dari naik ke turun, nilai y pada sisi kiri dan sisi kanan pada diagram berturut-turut akan sama.

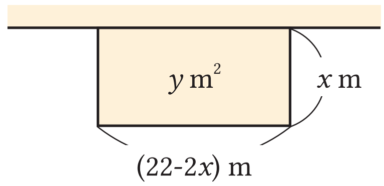
3 Berapa meter panjang yang harus dibuat agar didapatkan luas terbesar? Silakan diperkirakan berdasarkan apa yang kita dapatkan di halaman sebelumnya.

Ketika panjangnya sebesar $\boxed{\quad\quad}$ m, luas daerahnya tidak lagi berkurang dan mulai bertambah.

Luas daerah $\boxed{\quad\quad}$ m^2 akan merupakan nilai maksimumnya.

y dinyatakan dalam x sebagai berikut:

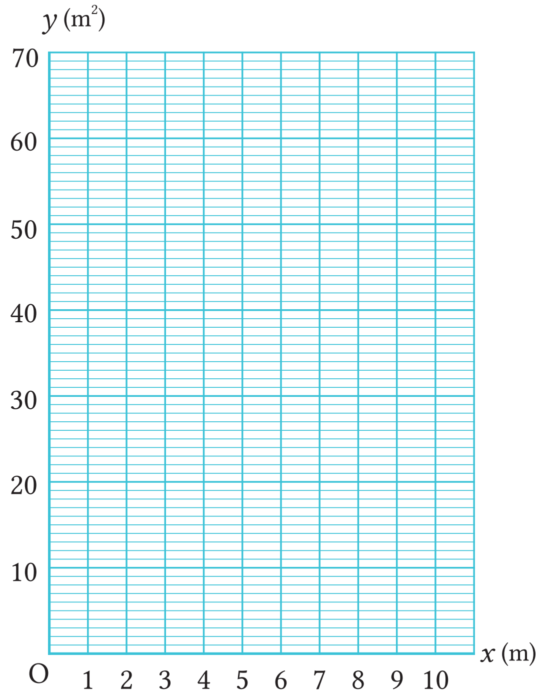
$y = x(22 - 2x)$, sehingga $y = 22x - 2x^2$



4 Sekarang selidiki sejauh mana ketelitian pendekatan yang kamu lakukan.

1. Berdasarkan diagram **2** pada halaman sebelumnya, tentukan titik-titik yang koordinatnya berkorespondensi dengan pasangan nilai x dan y pada diagram di samping.

2. Pertimbangkan ketelitian pendekatan kamu.



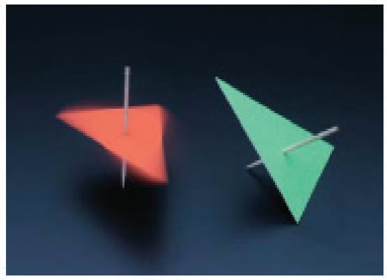
Ketika y adalah sebuah fungsi dengan variable x dan dinyatakan dalam persamaan $y = 22x - 2x^2$, y adalah fungsi kuadrat dalam x. Fungsi tersebut proporsional dengan kuadrat, $y = ax^2$ dipandang juga sebagai fungsi kuadrat.

Grafik fungsi $y = 22x - 2x^2$ disajikan sebagai parabola, manakala grafik $y = 22x - 2x^2$ digeser sejajar pada bidang yang sama. Titik puncak dari parabola menunjukkan nilai maksimum.

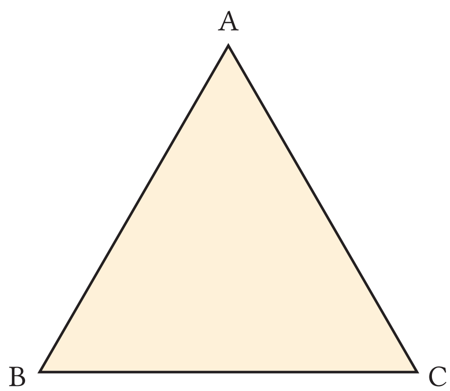
Di manakah Pusat Gravitasi dari Sebuah Segitiga?

Lanjutkan

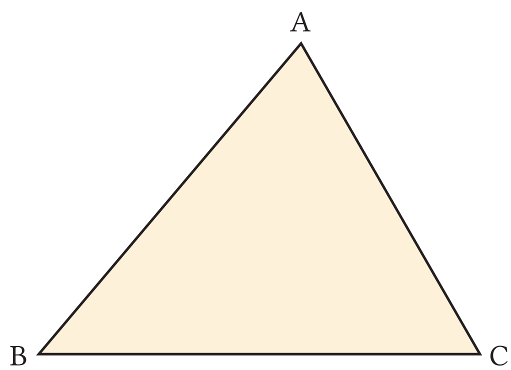
Gunakan kertas yang tebal dan tusuk gigi, kita akan membuat pusat suatu segitiga. Dimana kita harus menusuk segitiga itu sedemikian sehingga jika diputar pada pusat itu segitiga berputar dengan baik? Mari kita pikirkan tentang posisi tusuk gigi tersebut.



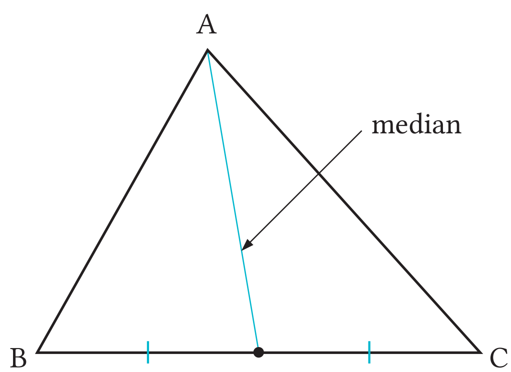
1 Ketika sebuah segitiga sama sisi, di manakah tusuk gigi itu harus ditempatkan? Tunjukkan posisinya pada gambar di samping ini.



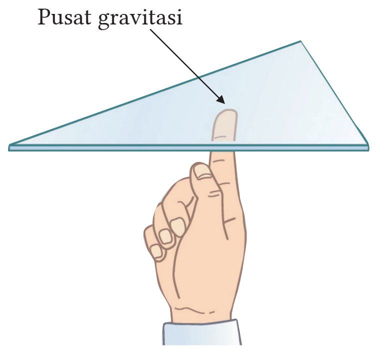
2 Bagaimana kalau segitiganya adalah segitiga sembarang? Pikirkanlah. Tempatkanlah di bagian pusat dan saksikan apakah dapat berputar dengan baik?



3 Garis yang menghubungkan titik sudut segitiga dengan titik tengah sisi di hadapannya disebut median. Gambarlah sebuah segitiga dan median-median dari semua titik sudut segitiga.
Apa yang dapat kamu prediksikan dengan hal itu?

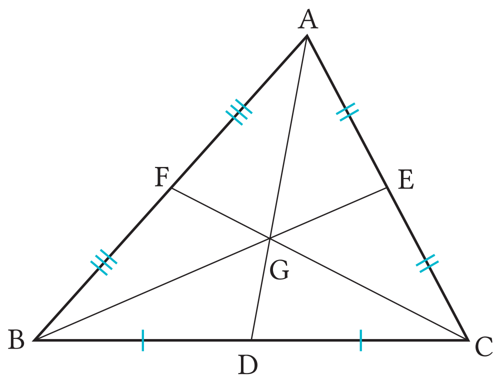


Sebagaimana penyelidikan yang sudah kita lakukan dalam pertanyaan 3, median-median dari semua titik sudut segitiga berpotongan di satu titik. Titik itu disebut pusat gravitasi dari segitiga. Ketika kamu letakkan tusuk gigi tepat pada titik gravitasi dari segitiga itu, maka putaran yang terjadi akan seimbang.



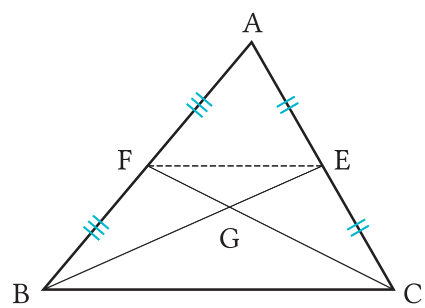
4 Mari kita selidiki hukum-hukum tentang pusat gravitasi dari sebuah segitiga.

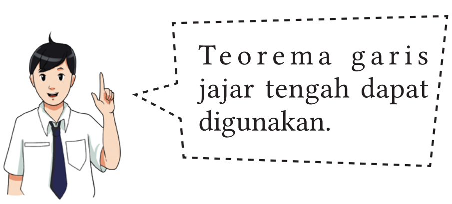
1 Pada gambar di samping, titik G adalah pusat gravitasi dari segitiga ABC. Ukurlah median-mediannya dan berdasarkan hasilnya, perkirakan hukum pusat gravitasi.

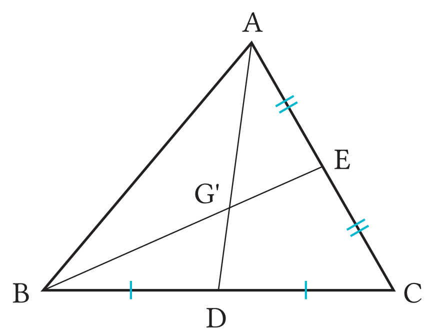


(1)	AG =	mm,	GD =	mm
(2)	BG =	mm,	GE =	mm
(3)	CG =	mm,	GF =	mm

2 Sebagaimana terlihat pada gambar di samping, misalkan perpotongan semua median BE dan CF pada titik G, buktikan BG : GE = CG : GF = 2 : 1.
Dengan cara yang sama, misalkan titik potong dari median BE dan AD di titik G', buktikan bahwa
BG' = AG' : G'D = 2 : 1



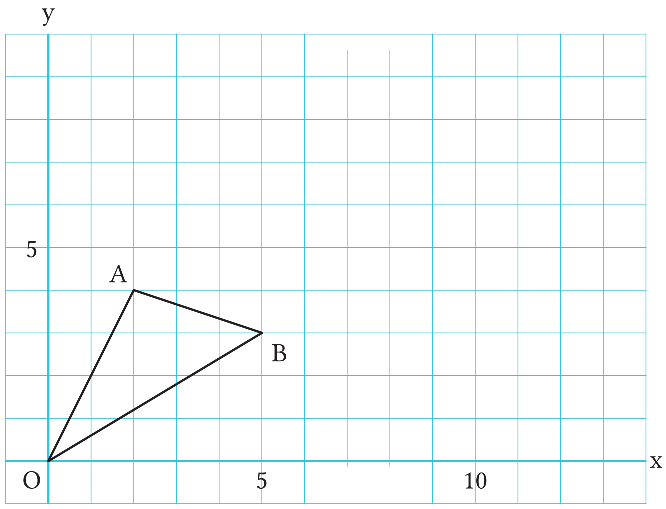




Dari 2, kita pahami bahwa titik G dan titik G' keduanya membagi median BE dengan perbandingan 2 : 1, yang berarti titik G dan G' berimpit. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa AG : GD = BG : GE = CG : GF = 2 : 1.

Apakah Parabola-Parabola Sebangun?

1 Gambar berikut ini menunjukkan ΔAOB yang digambar dengan menggunakan koordinat. Misalkan titik O adalah pusat dari kesebangunan. Gambarkan $\Delta A'OB'$ dengan besar dua kali dari ΔAOB.



Pada bidang koordinat, jika kita buat dua kalinya x dan y pada tiap titik sudutnya, bangun itu akan berukuran dua kali dari gambar tersebut, dengan titik O sebagai titik pusat kesebangunan.

Mari kita buat dua kali ukuran dari parabola $y = x^2$, berdasarkan prinsip ini.

2 Masukkan nilai x dan $y = x^2$, pada table di samping (Tabel 1, gambar 1). Buatlah agar nilai x maupun y serta parabola membesar dua kalinya.

3 Dari Tabel 2 dan gambar 2 pada halaman selanjutnya, mari tentukan persamaan parabola yang adalah dua kalinya dari parabola $y = x^2$.

Tabel 1

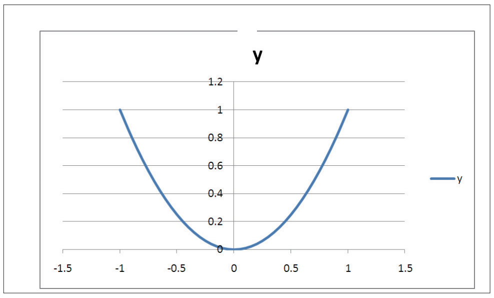
x	y
−1	1
−0.9	0.81
−0.8	0.64
−0.7	0.49
−0.6	0.36
−0.5	0.25
−0.4	0.16
−0.3	0.09
−0.2	0.04
−0.1	0.01
0	0
0.1	0.01
0.2	0.04
0.3	0.09
0.4	0.16
0.5	0.25
0.6	0.36
0.7	0.49
0.8	0.64
0.9	0.81
1	1

Jika kita perbesar dua kali nilai x dan y ....

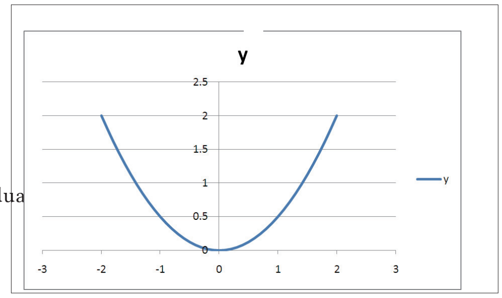
Tabel 2

x	y
−2	2
−1.8	1.62
−1.6	1.28
−1.4	0.98
−1.2	0.72
−1	0.5
−0.8	0.32
−0.6	0.18
−0.4	0.08
−0.2	0.02
0	0
0.2	0.02
0.4	0.08
0.6	0.18
0.8	0.32
1	0.5
1.2	0.72
1.4	0.98
1.6	1.28
1.8	1.62
2	2

Dari apa yang sudah kita selidiki, ketika parabola $y = x^2$ di perbesar dua kalinya, maka akan menjadi sebuah parabola dengan persamaan $y = \frac{1}{2}x^2$.



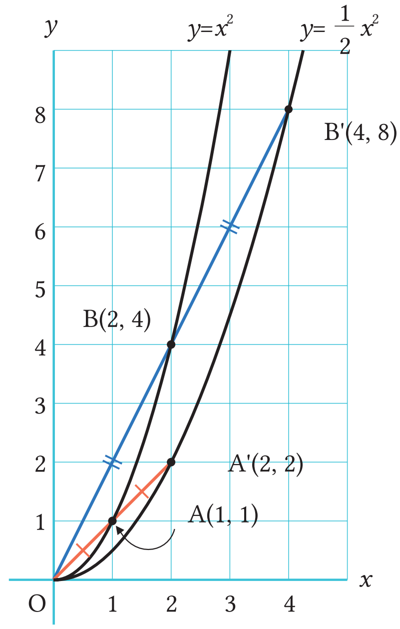
Jika diperbesar dua kali



Gambar 1 parabola $y=x^2$

Gambar 2 parabola $y=\frac{1}{2}x^2$.

Hal ini dapat dijelaskan seperti berikut. Tampak pada gambar di samping, ketika jarak dari pusat O, titik semula A (1, 1) dan B (2, 4) pada parabola $y = x^2$ yang diperbesar dua kalinya, maka titik itu akan menjadi A'(2, 2) dan B'(4, 8). Titik-titik itu dinyatakan sebagai A' $\{2, \frac{1}{2}(2^2)\}$, B' $\{4, \frac{1}{2}(4)^2)$, oleh karena itu, titik-titiknya terletak pada sebuah parabola dengan persamaan $y=\frac{1}{2}x^2$.



4 Mari kita selidiki titik-titik lain pada parabola $y = x^2$.

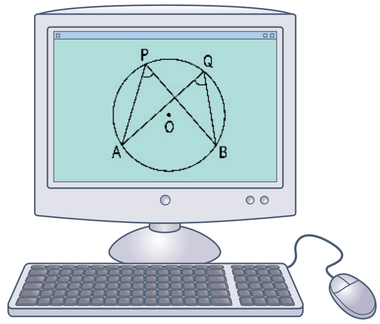
5 Kalikanlah nilai-nilai x dan y dengan $\frac{1}{2}$, kemudian gambarkan parabolanya. Tentukan persamaan parabolanya.

☞ Ketika kita kalikan $y = x^2$ dengan 3, atau $\frac{1}{3}$ bagaimanakah persamaan parabola yang terjadi? Apa yang akan kamu dapatkan tentang parabola tersebut?

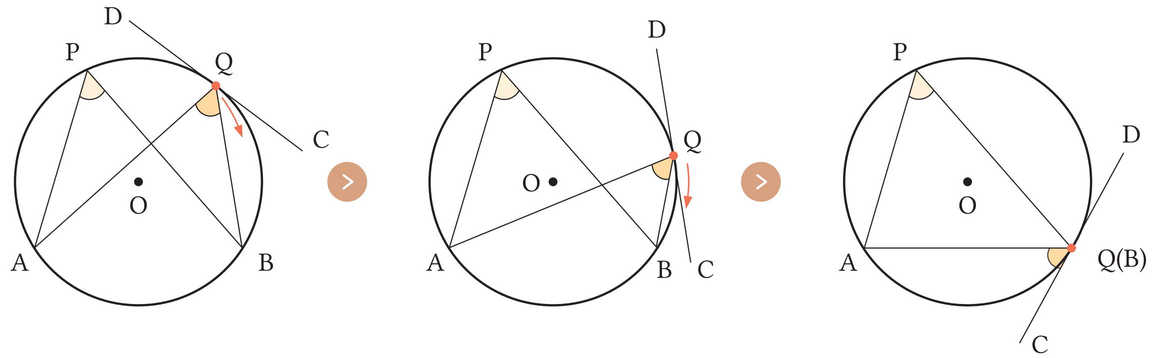
Jika Kita Memindahkan Titik pada Keliling Lingkaran

Lanjutkan

Dalam Bab 6, kita telah mempelajari bahwa semua sudut keliling yang menghadap busur yang sama besarnya sama. Pada gambar di samping jika kita pindahkan titik Q ke beberapa posisi, apa saja sifat-sifat lingkaran yang akan kita temukan?

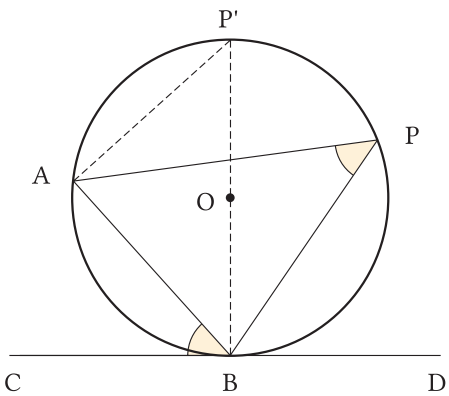


1 Pada gambar-gambar di bawah ini garis CD merupakan garis singgung lingkaran O di titik Q sebagai titik singgungnya. Jika titik Q pada keliling lingkaran O kita geser mendekati titik B, mari kita bandingkan ukuran ∠APB dan ∠AQC.



Dari **1**, di atas, kita mengetahui sifat lingkaran berikut.

Sudut yang dibentuk oleh garis singgung CD dan tali busur AB sama besar dengan sudut keliling yang menghadap $(\overset{\frown}{AB})$ sehingga, ∠ABC = ∠P.

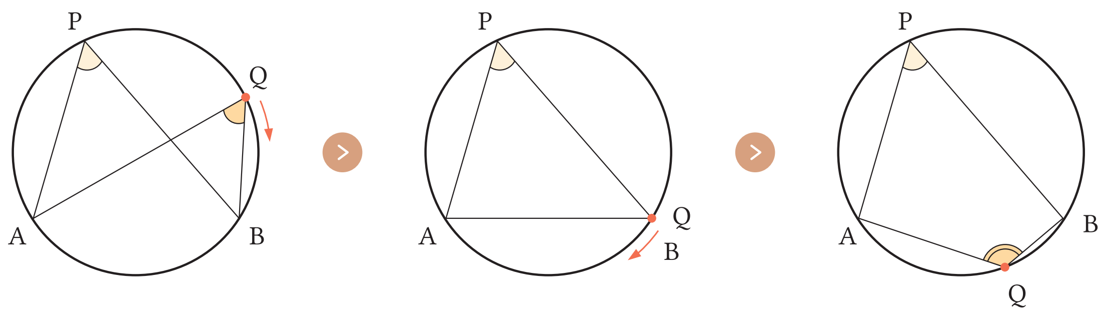


2 Mari kita buktikan sifat ini.

Cara Berpikir

Seperti terlihat pada gambar di atas, misalkan diameter yang melalui titik B adalah BP', hubungkan P' dengan titik A. Karena ∠P' = ∠P, maka terbukti ∠P' = ∠ABC.

3 Titik Q digeser mendekati $\overset{\frown}{AB}$, mari kita bandingkan ukuran ∠APB dan ∠AQB. Hubungan apakah yang terdapat di antara kedua sudut itu?



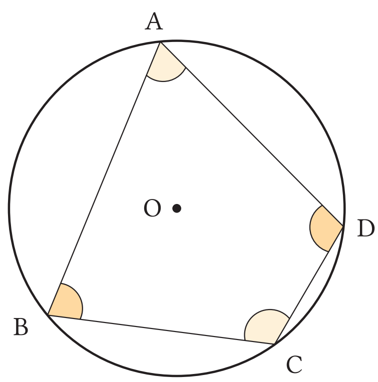
Ketika titik-titik sudut sebuah segibanyak terletak pada keliling lingkaran tersebut, maka segibanyak itu ada dalam lingkaran. Lingkaran itu disebut lingkaran luar dari segibanyak.

Dari bagian **3**, di atas, terlihat segiempat tali busur tersebut memiliki sifat-sifat sebagai berikut.

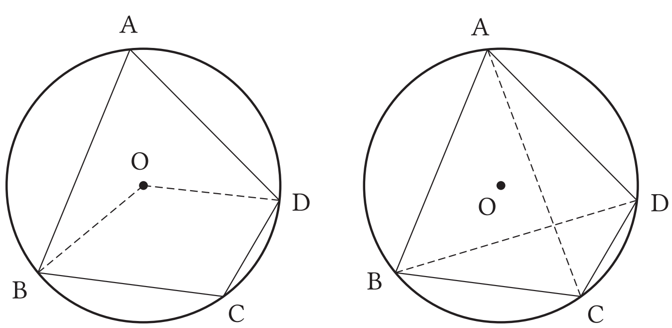
Pada segiempat tali busur, jumlah sudut-sudut yang terletak bersebrangan adalah 180°.

∠A + ∠C = 180°

∠B + ∠D = 180°



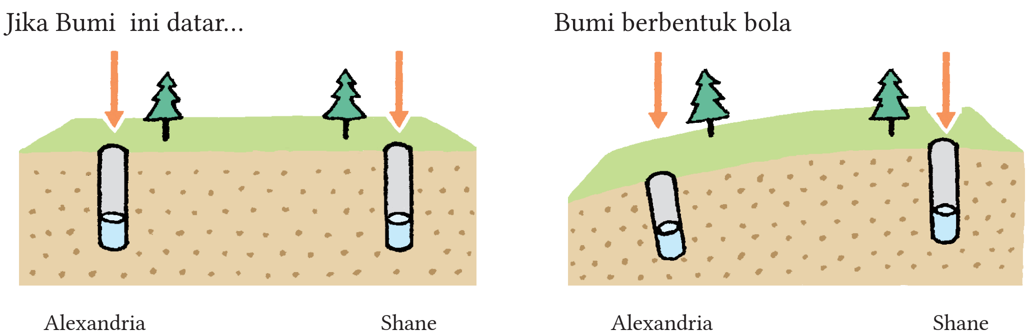
4 Dengan menggunakan gambar di atas, buktikan bahwa ∠A + ∠C = 180° Gunakan berbagai macam cara pembuktian menggunakan sifat-sifat lingkaran yang telah kamu pelajari.



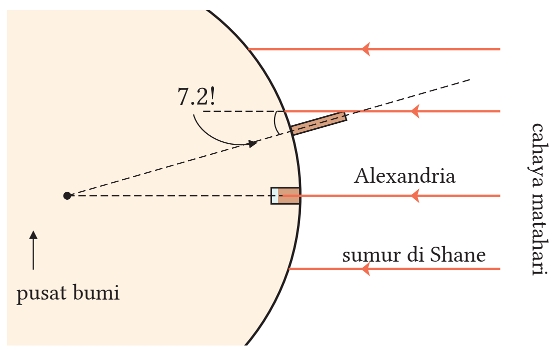
Bagaimana Cara Mengukur Bumi?

1 Mengukur Ukuran Bumi

Pada jaman Yunani kuno, terdapat seorang ahli matematika bernama Eratosthenes. Beliau menyampaikan bahwa setiap tahun di siang hari di kota Shane sebelah selatan Mesir, ketika matahari tiba di titik balik sinar matahari masuk ke dalam sebuah sumur dan bercahaya di bawah. Hal ini tidak terjadi di Alexandria yang terletak 500 km di utara kota Shane. Dari hal ini, dia memperhatikan bahwa bumi bulat bentuknya.



Eratosthenes mencoba menemukan ukuran dari bumi jika bumi itu berbentuk bola.
Tempatkan tongkat secara vertikal di tanah pada saat titik balik matahari dan tentukan ukuran bahwa sudutnya sebesar $7{,}2^{0}$.



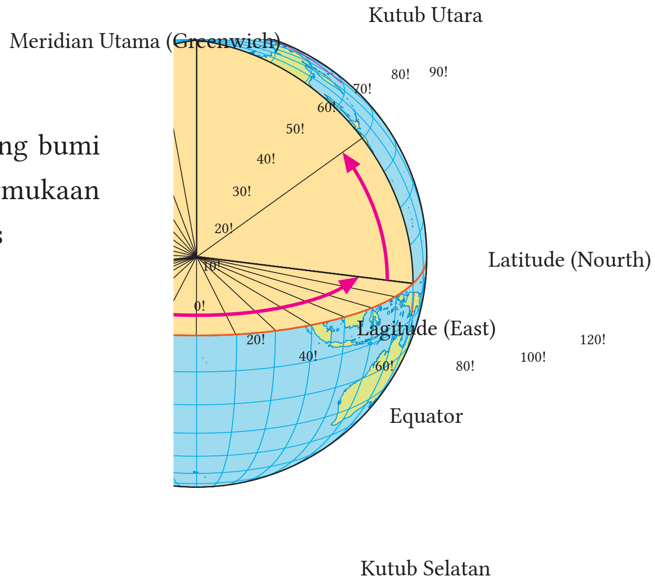
1 Bilangan pecahan apa yang dapat mewakili jarak antara Shane dengan Alexandria terhadap keliling bumi? Pikirkanlah hal ini berdasarkan gambar di atas.

2 Jarak antara Shane dengan Alexandria sebesar 785 km. Berdasarkan hal ini, hitunglah keliling bumi. Kemudian bandingkan jawabanmu dengan keliling sesungguhnya (pendekatan 40.000 km).

Sebagaimana penyelidikanmu, cara Eratosthenes menuntun kita ke arah jawaban yang lebih akurat. Pada saat itu, terdapat beberapa kesalahan pada sudut dan jarak, tetapi Eratosthenes menghitungnya secara akurat.

2 Menentukan Lintang

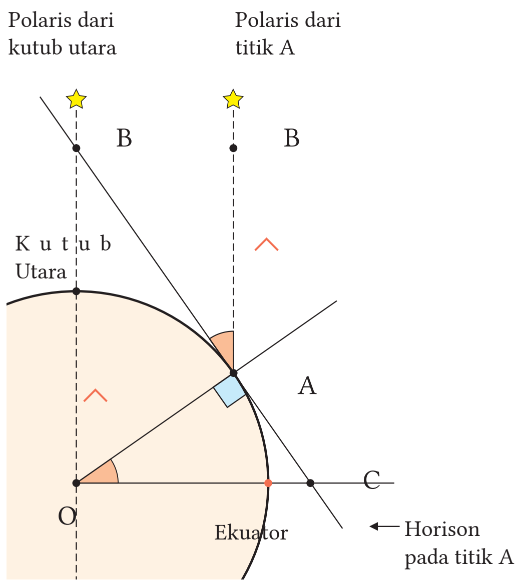
Tampak pada gambar di samping, garis lintang bumi adalah jarak sudut dari katulistiwa pada permukaan bumi. Bagaimana kita dapat menemukan garis lintang dari lokasi di mana kita berada?



Pada gambar samping, ditujukan bahwa adalah memungkinkan untuk menentukan garis lintang dari titik A (∠ AOC) menggunakan garis lintang dari Polaris (∠ DAB).

Polaris adalah bintang di atas kutub utara, dan sangat jauh dari timur, maka dari itu kamu dapat melihatnya pada arah yang sama dari manapun kamu berada.

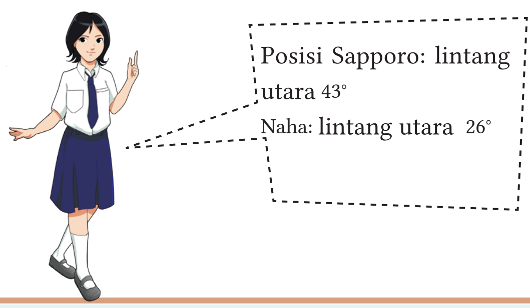
Pada gambar di samping kanan, garis BC adalah garis singgung dari lingkaran yang perpusat di O yang menyinggung titik A, maka garis BC adalah horizon pada titik A.

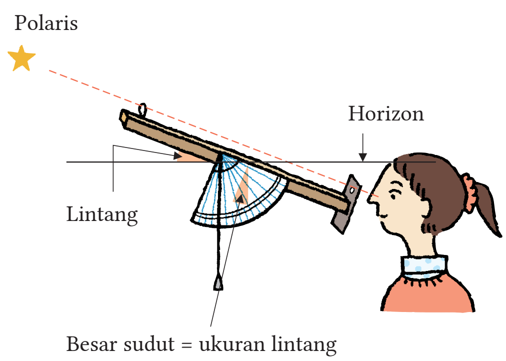


1. Pada gambar di atas, buktikan ΔBOC ~ Δ OAC.

2. Berdasarkan soal no 1 di atas, buktikan bahwa garis lintang dari titik A sama dengan garis lintang dari Polaris ∠DAB.

3. Prediksikan garis lintang Polaris dan tentukan garis lintang dari lokasimu berada.





Mari Kita Selesaikan Masalah Sangaku

Lanjutkan

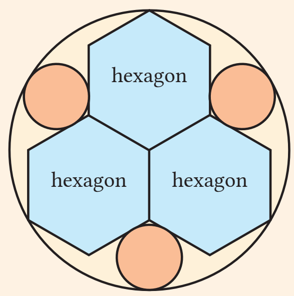
Pada masa Edo, Sangaku merupakan salah satu alasan mengapa Matematika Jepang yang unik bernama 'Wasan' dikembangkan. Pertanyaan matematika dituliskan dalam sebuah plakat kayu dan didedikasikan ke biara atau tempat suci. Sangaku sering didedikasikan sebagai hasil sajian penemuan penelitian. Dikisahkan bahwa sampai dengan saat ini terdapat 820 Sangaku yang dilestarikan. Masalah-masalah tentang lingkaran dan kubus khususnya terlihat di Sangaku.

Gambar di bawah ini adalah sebuah ilustrasi sangaku.

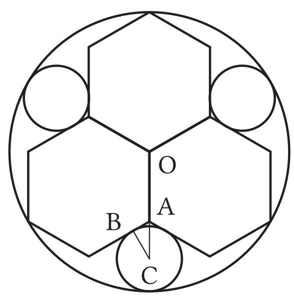
1 Masalah berikut ini terlihat di Sangaku tempat suci Ookunitama

Tampak pada gambar di samping, ada 3 segienam dan 3 lingkaran yang kongruen yang semuanya menyinggung lingkaran dengan diameter dari 2 sun.

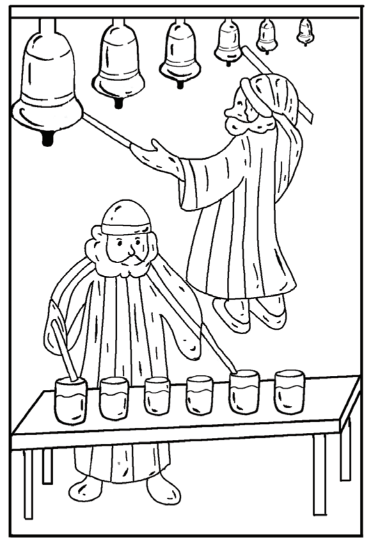
*1 sun ~ 3,03 cm



Misalkan sisi-sisi sekutu dari dua buah segi enam adalah OA, titik singgung antara segienam dengan lingkaran adalah titik B dan pusat lingkaran adalah C, Δ ABC menjadi sebuah segitiga dengan $\angle BAC = 60^0$. Mari kita tentukan nilai pendekatan 3 desimal dari $\sqrt{3} = 1{,}732$



Skala Pythagoras



Zaman Yunani kuno, kelompok bernama Pythagorean bersama pengikutnya banyak melakukan penelitian dan menghasilkan banyak sekali temuan dalam bidang Matematika. Pythagoras adalah orang yang terkenal dengan teoremanya, atau dengan bilangan Pythagoras, tetapi di sini kita akan menghadapi skala yang ia temukan.

Pythagoras memperhatikan bahwa bunyi yang datang dari sebuah dawai berbanding terbalik dengan panjang dawai. Lebih dari itu, ia juga menemukan bahwa ketika panjang dari dua buah dawai mempunyai sebuah proporsi sederhana dari bilangan-bilangan bulat, maka bunyi yang dihasilkan oleh kedua dawai itu akan harmonis dan indah, yang disebut suatu nada konsonan.

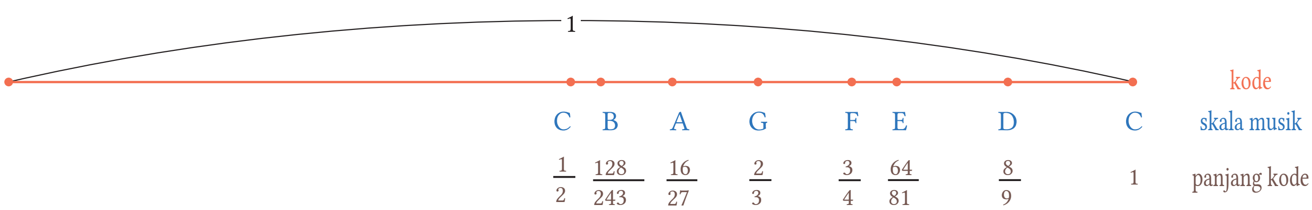
Contohnya, ketika kita menggunakan nada ‘do' sebagai standar bunyi, dan panjang dawai adalah 1, maka yang berikut ini akan menjadi masalahnya.

(1) Ketika panjang dawai dibuat $\frac{1}{2}$, maka bunyi akan 1 oktaf di atas nada C

(2) Ketika panjang dawai dibuat $\frac{2}{3}$, maka bunyi nada G, 5 tingkat di atas nada C

(3) Ketika panjang dawai dibuat $\frac{3}{4}$, maka bunyi nada F, 4 tingkat di atas nada C

Skala di atas disebut skala Pythagoras. Rasio dari panjang dawai-dawai ditunjukkan oleh gambar berikut.



Catatan Jika kamu membuat panjang dawai $\frac{2}{3}$, ini akan menjadi $\frac{4}{9}$ dan skala menjadi 5 tingkat di atas B. Jika kamu membuatnya 2 kalinya, maka akan menjadi $\frac{8}{9}$ yang adalah 1 oktaf lebih rendah. Kamu dapat memutuskan posisi dari bunyi.

Saat ini, skala yang dipakai pada umumnya disebut ‘temperament' dan skala ini agak sedikit berbeda dengan skala Pythagoras, namun ia juga dirancang berdasarkan skala Pythagoras.

Krisis Pemanasan Global dan Kekurangan Air

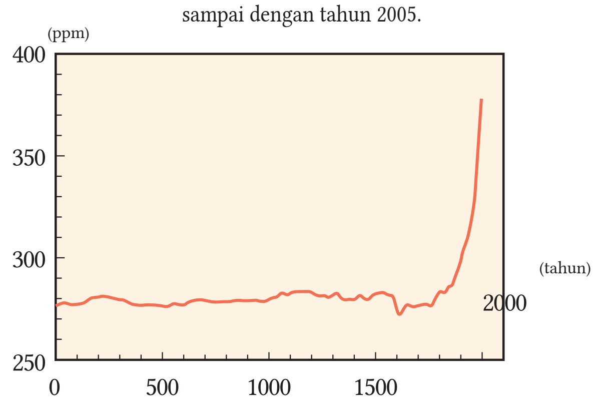
1 Pemanasan Global dan Matematika

Sejak revolusi industri, manusia membakar banyak sekali batubara dan menambang minyak dari dalam bumi. Sebagai hasilnya, konsentrasi karbondioksida meningkat tajam pada tingkatan yang stabil.* ppm (part per million) menunjukkan 1/100 dan 380 ppm adalah 0,038%

Karbondioksida di atmosfer sebagai efek gas rumah kaca yang mana energi dari sinar matahari pada bumi terhalang, seperti gas metana dan chlorofluorcarbon. Peningkatan kadar karbondioksida menyebabkan kenaikan suhu rata-rata di bumi.

Perserikatan Bangsa-Bangsa IPCC (*International Panel on Climate Change*) menyatakan bahwa 'Kenaikan suhu rata-rata sebesar 0,7^{0}C dimasa 100 tahun lalu dan untuk 1300 tahun lalu, suhu tertinggi yang pernah dialami di akhir tahun 2000'. Diharapkan sampai dengan akhir abad 21 kenaikannya berkisar antara 1,8 – 4^{0}C tergantung dari penyebabnya. Beberapa orang beranggapan bahwa kenaikan suhu ini tidak berdampak serius. Bagaimanapun, kenaikan ini akan menyebabkan perbedaan iklim di berbagai belahan bumi. Hal ini memungkinkan terjadinya keabnormalan cuaca seperti terjadinya hurricanes, banjir besar, dan kekeringan yang semuanya ini disebabkan oleh adanya pemanasan global.

Konsistensi karbondioksida dari 0 tahun sampai dengan tahun 2005.



(Sumber: IPCC tahunan ke-4)

Banjir di Katsuragawa (Kyoto City, Kyoto Prefektur)

Pemanasan global adalah masalah yang melibatkan banyak elemen. Para ilmuwan menyederhanakan fenomena yang rumit dan mengidentifikasikan variabel-variabel yang penting dalam rangka menentukan hubungan diantara semua variable dan memformulasikan hipotesa. Formula matematika sudah dibuat. Para ilmuwan menggantikan data-data yang sangat banyak di lapangan ke dalam sebuah formula dan menghitungnya melalui komputer untuk meramalkan masa depan. Dalam proses ini, matematika tingkat tinggi seperti fungsi, persamaan, dan probabilitas yang kamu pelajari digunakan semuanya. Ini merupakan matematika baru yang mempertimbangkan system dari seluruh dunia dengan variasi perubahan yang berdampak kepada kita semua.

Mari kita pikirkan isu pemanasan global dan air, kemudian kita sederhanakan ke dalam model matematika.

2 Krisis Kekurangan Air

Dunia saat ini menghadapi kekurangan air. Diantara 70 milyar manusia, hanya 10 milyar yang mempunyai akses untuk mendapatkan air bersih dan lebih dari 10 juta manusia mengalami penderitaan karena penyakit dan kehilangan tempat tinggal karena ketiadaan air. Dengan adanya pertambahan penduduk, maka kebutuhan akan air meningkat. Ada keprihatinan bahwa abad ke 21 akan merupakan abad konflik yang berkaitan dengan air.

Di bumi, terdapat 138.000.000.000.000.000.000.000 liter air. Meskipun 97,4% adalah air laut, kita hanya dapat menggunakan 0,02% dari seluruhnya. Bagaimanapun, air tidak akan habis, karena air itu bersirkulasi.

Bagian air yang jatuh ke bumi, seperti hujan dan salju, akan menguap dan diserap oleh tanaman di permukaan bumi dan kembali ke atmosfer. Sisa air akan mengalir ke danau dan laut dan kadang-kadang menguap dan menjadi awan. Ini merupakan siklus dari air. Melalui pengendapan, kita hanya dapat menggunakan air yang mengalir ke sungai dan danau yang tidak menguap. Jumlahnya dapat dilihat dari rumus berikut ini:

(Banyak air yang dipakai) = (banyak air yang mengendap) - (banyak air yang menguap)

Jika pemanasan global menjadi bertambah serius, sampai sejauh mana kegunaan air akan mengalami perubahan? Ketika suhu bertambah 1^0C, kepadatan uap air jenuh bertambah 6%, oleh karena itu, jumlah air yang menguap akan bertambah banyak. Sebagai hasilnya, jumlah pengendapan akan meningkat, bagaimnapun banyaknya tidak sama di bumi. Sebagian besar air akan menguap dari samudera-samudera tropis akan dibawa ke lintang menengah dan sering akan menjadi hujan.

Pada abad 20, jumlah pengendapan meningkat 1% di dareah lintang menengah dan di daerah lintang tinggi dan 0,3% di area subtropics. Jika pemanasan global meningkat pesat, maka jumlah penguapan akan meningkat atau menurun beberapa persen. Beberapa orang beranggapan perubahan ini bukanlah hal yang serius. Bagaimanapun IPCC memperkirakan bahwa banyaknya air yang bisa digunakan akan berkurang 10-30% di area yang kering diakibatkan oleh pemanasan global. Sebagai konsekuensi, hal ini merupakan peringatan bagi lebih dari 250 juta orang di Afrika pada tahun 2020. Mengapa peningkatan atau penurunan presentase yang kecil akan berdampak begitu besar?

③ Mari kita gunakan Model sederhana

Anggaplah bahwa banyaknya air yang menguap akan meningkat 5% di beberapa daerah karena pemanasan global. Beberapa anggapan lain, menyatakan bahwa penurunan pengendapan air sebesar 5% di daerah lintang yang rendah dan meningkat 5% di daerah lintang di tengah.

Model I	Jumlah pengendapan – 5%, jumlah penguapan +5% rendah (lintang daerah kering)
Model II	Jumlah pengendapan + 5%, jumlah penguapan+5% (derah lintang di tengah)

1 Mari kita perkirakan kenaikan / penurunan banyaknya air yang digunakan oleh setiap model. Mari kita diskusikan dan bagikanlah gagasan-gagasanmu sendiri.

ModeI I jumlah air yang digunakan mendekati ☐ % kenaikan/penurunan

Model II jumlah air yang digunakan mendekati ☐ % kenaikan/penurunan

2 Diagram di sebelah kanan menunjukkan banyaknya pengendapan air di Jepang dan Sri Langka. Tentukan jumlah air yang dapat digunakan dan prosentase kenaikan atau penurunannya untuk kedua model tersebut.

Jumlah Pengendapan dan Penguapan di Jepang dan Sri Lanka (dalam: mm / tahun)

	Banyak Penguapan	Banyak Pengendapan	Banyak Air yang Digunakan
Japan	1800	650	1150
Sri Lanka zona lembab	2400	1500	900
Sri Lanka zona kering	1500	1300	200

Negara Sri Lanka terletak pada 80° lintang Utara

Model I

Banyak endapan -5%

Banyak penguapan +5%

	Banyak Penguapan	Banyak Pengendapan	Banyak Air yang Digunakan	
			(mm / tahun)	Perubahan
Japan				
Sri Lanka zona lembab				
Sri Lanka zona kering				

Model II

Banyak endapan +5%

Banyak penguapan -5%

	Banyak Penguapan	Banyak Pengendapan	Banyak Air yang Digunakan	
			(mm / tahun)	Perubahan
Japan				
Sri Lanka zona lembab				
Sri Lanka zona kering				

Di model II, Banyaknya air yang dapat digunakan meningkat sebanyak 5% di berbagai tempat. Model ini dapat diaplikasikan di Jepang. Model I tepat digunakan di daerah kering seperti di Sri Langka. Dalam masalah ini, jumlah air yang dapat digunakan berkurang 70%. Mengapa hal ini terjadi?

3

1 Misalkan air yang mengendap berjumlah x mm/tahun dan jumlah air yang menguap y mm/tahun. Mari kita nyatakan jumlah air yang dapat digunakan dalam model I dan II menggunakan x dan y.

Model I ... [ ] Model II ... [ ]

2 Untuk membandingkan Banyak air mula-mula yang dapat digunakan adalah $x - y$, bagaimana kedua rumus dalam (1) dapat ditransformasikan? Apa yang dapat kamu temukan dari rumus tersebut?

Ketika rumus dari model II ditransformasikan ke 1,05 $(x - y)$, banyaknya air yang dapat digunakan mengalami peningkatan sebesar 5% kalau dibandingkan jun]mlah mula-mula tanpa memperhitungkan nilai x dan y.

Di sisi lain, rumus Model I 0,95 x − 1,05 y dapat ditransformasikan ke bentuk 0,95 $(x - y)$ − 0,1 y. Hal ini menunjukkan bahwa banyaknya air yang digunakan = 95% dari banyak air mula-mula yaitu $x - y$ -10% dari total air yang menguap. Dari kenyataan ini, ditemukan bahwa di area yang kering dimana jumlah penguapan begitu besar, presentase pengurangannya bertambah.

Kita cenderung berpikir bahwa 5% dari jumlah penguapan atau pengendapan bukanlah perkara serius. Bagaimnapun, ini tidak benar. Ketika jumlah awal berbeda, kita tidak dapat menjustifikasi situasi dengan presentase.

Dengan kata lain, memikirkan transformasi sebuah rumus menuntun kita pada sebuah pengertian tentang struktur transformasi. Transformasi rumus dan memahami pengertiannya akan menolong kita untuk mengerti kenyataannya.

Terlebih lagi melalui isu tentang air ini, kita dapatkan bahwa dampak dari pemanasan global lebih serius untuk negara-negara berkembang. Di sisi lain, di negara-negara berkembang yang terletak di area yang kering dengan lintang yang rendah, dimana hanya sedikit minyak, secara ekonomi tidak berkembang dengan baik akan lebih mengalami dampak dari pemanasan global. Kehidupan kita dan apa yang terjadi di sisi lain di permukaan bumi ini akan saling berhubungan satu sama lain.

Seperti telah kita pelajari, Matematika di SMP adalah dasar untuk memahami kenyataan dengan baik. Mari kita lihat variasi isu lain dalam dunia nyata dengan menggunakan Matematika.

Jembatan Menuju SMA

Tingkatkan

Materi matematika di SMP saat ini sudah berakhir. Namun kamu mungkin masih mempunyai keraguan atau pertanyaan-pertanyaan. Beberapa dapat diselesaikan dan secara bertahap menjadi jelas dengan cara terus melanjutkan ke materi-materi lanjutan. Di sini, kita akan memperkenalkan beberapa materi pelajaran SMA. Mari kita selidiki pertanyaan-pertanyaan, yang kalian punyai dan beberapa yang melebihi apa yang tertulis berikut ini.

Dapatkah kita memfaktorkan bentuk ini $2x^2 + 7x + 3$?

Dapatkah kita memfaktorkan polinom-polinom berikut ini?

(1) $2x^2 + 4x + 2$ (2) $4x^2 + 12x + 9$ (3) $2x^2 + 7x + 3$

Untuk (1) ini mungkin dengan menentukan faktor sekutu 2 dan mengeluarkannya , untuk (2) dapat digunakan rumus, tetapi untuk (3) tidak terdapat faktor sekutu dan kita tidak dapat menggunakan rumus juga....

Dina memisalkan bahwa $2x^2 + 7x + 3$ dapat difaktorkan, dan dia menciptakan rumus $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$ seperti tampak di bawah ini.

$acx^2 + (ad + bc)x + bd$

$= 2x^2 + 7x + 3$

Saya harus temukan a, b, c, d dari ac = 2, ad + bc = 7, bd = 3.

Dari ac = 2, jika a = 2, c = 1, ada 4 pola bilangan untuk b dan d

$\begin{cases} b = 1 \\ d = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} b = 3 \\ d = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} b = -1 \\ d = -3 \end{cases}$ $\begin{cases} b = -3 \\ d = -1 \end{cases}$

Di antara 4 kemungkinan ini, hanya b =1, d =3 yang memenuhi ab + bc = 7,

$2x^2 + 7x + 3 = (2x + 1)(x + 3)$

Jabarkan rumus Dina itu dan temukan bahwa hasilnya akan kembali ke bentuk awal.

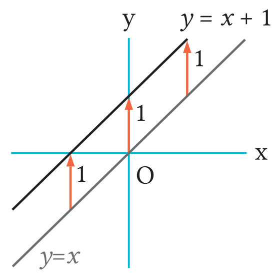
Di SMA, kadang-kadang kamu akan menjumpai pemfaktoran konstanta. Hal ini disebut pemfaktoran ala 'Tasukigake', seperti terlihat berikut ini.

$$\begin{array}{ccccc} a & \diagdown\!\!\!\!\diagup & b & \rightarrow & bc \\ c & & d & \rightarrow & ad \\ \hline ac & & bd & & ad + bc \end{array}$$

Dapatkah kamu menggambar grafik fungsi $y = x^2 + 1$?

Grafik fungsi linear $y = x + 1$
dipandang berasal dari fungsi $y = x$.

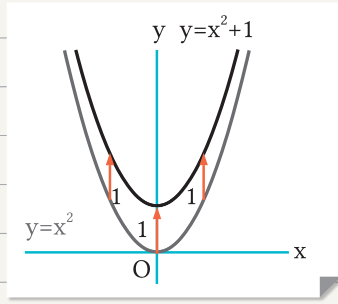
Jika demikian, dari grafik fungsi $y = x^2$, dapatkah kita gambar $y = x^2 + 1$?



Dina berpikir tentang grafik fungsi $y = x^2 + 1$, sebagai berikut:

Jika kita tunjukkan x, x^2, $x^2 + 1$ dari $y = x^2 + 1$ maka akan terlihat sebagai pada gambar berikut:

x	…	-2	-1	0	1	2	…
x^2	…	4	1	0	1	4	…
$x^2 + 1$	…	5	2	1	2	5	…



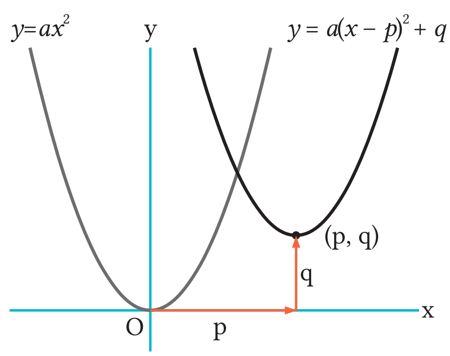
Kita mengerti dari grafik bahwa bilangan pada $x^2 + 1$ Selalu 1 lebih besar daripada x^2. karena itu, grafik $y = x^2+1$ adalah parabola yang bergeser 1 unit keatas sepanjang sumbu y besar daripada x^2 .

- Mari kita gambarkan sebuah grafik seperti metode Dina dengan memilih beberapa bilangan yang berbeda untuk menggantikan q dalam fungsi $y = x^2 + q$.

- Bagaimana tampilan grafik $y = (x - 1)^2$?

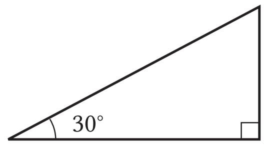
y adalah fungsi dari x, dan jika $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$, y adalah sebuah fungsi kuadrat dari variabel x. Fungsi $y = ax^2$ dan contoh di atas seperti $y = x^2+1$ dan $y = (x - 1)^2$ juga merupakan fungsi kuadrat.

Dalam hal ini, grafik fungsi kuadrat $y = a(x - p)^2 + q$ adalah $y = ax^2$ yang dipindahkan sejauh p satuan sepanjang sumbu $-x$, dan q satuan sepanjang sumbu y. Oleh karena itu, jika kita mentransformasikan fungsi $y = ax^2 + bx + c$ ke dalam bentuk $y = a(x - p)^2 + q$, maka kita dapat menentukan titik puncak dan sekaligus dapat menggambarkan grafiknya.



Apakah Sinus, Cosinus, dan Tangen itu?

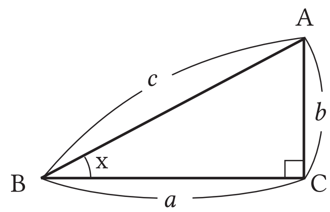
Tahukah kamu apa yang direpresentasikan oleh $\sin 30° = \frac{1}{2}$?
Segitiga siku-siku dengan salah satu sudutnya = 30° merupakan kuncinya. Gambar di samping adalah sebuah segitiga siku-siku dengan salah satu sudutnya adalah 30°.



Secara umum, jika $\angle x$ diwakili oleh x dalam sebuah segitiga siku-siku ABC, maka

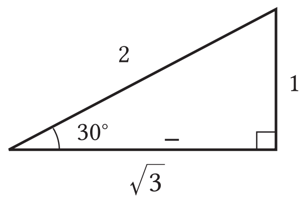
$$\sin x = \frac{b}{c},\ \cos x = \frac{a}{c},\ \text{dan } \tan x = \frac{b}{a}$$

Semua itu disebut *perbandingan trigonometri.*



Berdasarkan gambar berikut ini, kita dapat menunjukkan:

$$\sin 30^0 = \frac{1}{2},\ \cos 30^0 = \frac{1}{2}\sqrt{3},\ \tan 30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



Dengan menggunakan cara yang sama, carilah sin sin 60°, cos 60°, tan 60°

Gambar di samping menunjukkan perbandingan trigonometri dari sudut-sudut 0° sampai 90° tiap 10°.

Dalam hal ini, dengan memahami perbandingan trigonometri, jika kamu tahu sudut lancip pada segitiga siku-siku, kamu dapat temukan perbandingan sisi-sisi segitiga, atau dengan menggunakan perbandingan sisi-sisi, kamu dapat menemukan sudut-sudutnya.

Sudut	sin	cos	tan
0°	0,0000	1,0000	0,0000
10°	0,1736	0,9848	0,1763
20°	0,3420	0,9397	0,3640
30°	0,5000	0,8660	0,5774
40°	0,6428	0,7660	0,8391
50°	0,7660	0,6428	1,1918
60°	0,8660	0,5000	1,7321
70°	0,9397	0,3420	2,7475
80°	0,9848	0,1736	5,6713
90°	1,0000	0,0000	-

Apakah jawaban dari $x^2 + 2 = 0$?

Jawaban dari $x^2 - 2 = 0$ dapat dicari, tetapi bagaimana dengan $x^2 + 2 = 0$?

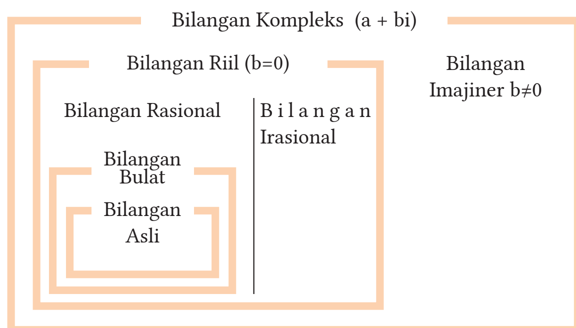
$x^2 + 2 = 0 \longrightarrow x^2 = -2$

Pada $x^2 = 2$, nilai dari x tidak ada dalam himpunan bilangan rasional, namun, merupakan bilangan irasional, dan menghasilkan $x = \pm\sqrt{2}$. Himpunan yang memuat bilangan rasional dan bilangan irasional disebut himpunan bilangan riil.

Dalam himpunan bilangan riil, tidak terdapat bilangan yang kalau dikuadratkan hasilnya − 2. Sama halnya ketika kita mempertimbangkan bilangan irasional, dalam hal ini kita perlu memperluas himpunan bilangan ini.

Kita beranggapan, terdapat sebuah bilangan yang kalau dikuadratkan hasilnya adalah -1. Jika kita nyatakan bilangan itu sebagai i, maka $-1 = i^2$. Dengan cara ini, kamu bisa menggunakan i sama seperti *x* atau *y*. Dengan menggunakan i seperti 2 + 3i, bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk a + bi menggunakan I dan dua bilangan riil a dan b disebut *bilangan kompleks.*

Jika b = 0, a + bi akan menjadi bilangan riil, jadi bilangan riil merupakan bilangan kompleks juga. Jika b ≠ 0, bilangan kompleks a + bi disebut bilangan imajiner. Karena i digunakan sebagai sebuah karakter, maka bilangan kompleks dapat dihitung dengan cara yang sama seperti bentuk aljabar. Bagaimanapun, jika terdapat i^2, maka dapat digantikan dengan -1.



$$\left(\sqrt{2i}\right)^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 \times i^2 = 2 \times (-1) = -2$$

$$\left(-\sqrt{2i}\right)^2 = \left(-\sqrt{2}\right)^2 \times i^2 = 2 \times (-1) = -2$$

Dengan memperluas konsep bilangan-bilangan saampai ke bilangan kompleks, kita dapat menemukan akar kuadrat dari -2. Contoh, kita dapat melihat bahwa $\sqrt{2i}$ dan $-\sqrt{2i}$ kedua-duanya adalah akar kuadrat dari -2. Akar kuadrat dari -2 tidak bisa lain dari $\pm\sqrt{2i}$. Oleh karena itu, jawaban dari $x^2 + 2 = 0$ adalah $\sqrt{2i}$ dan $-\sqrt{2i}$.

Dunia matematika akan melebar, tidak terbatas pada apa yang dikenalkan di sini. Perdalamlah pemahamanmu tentang matematika dengan mencari jawaban terhadap pertanyan-pertanyaanmu.

Mengulang Pelajaran SMP VII, VIII

Latihan

Bilangan dan Menyatakan Bilangan

1 Hitunglah.

(1) $(-5) + (-8)$ (2) $7 - (-4)$ (3) $6 - 9 - 3$

(4) $2 - (-4) + (-8)$ (5) $\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{4}\right)$ (6) $-1{,}2 - (-2{,}6)$

(7) $8 \times (-6)$ (8) $28 : (-7)$ (9) $4 - 8 \times (-3)$

(10) $3 \times \{2 + (-5)\} + (-5)^2$ (11) $-54 : (-3^2) - 12$

(12) $12 - (8^2) : \frac{4}{3}^3$ (13) $\{(-2)^3 - 3 \times (-4)\} : \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2$

2 Hitunglah.

(1) $-8x - 2x$ (2) $-4a + 2 + 7a - 9$ (3) $\left(\frac{1}{6}x + 4\right) - \left(\frac{1}{4}x - 1\right)$

(4) $(-7x) \times (-5)$ (5) $\frac{1}{3}(-6a + 9)$ (6) $-9a : (-12)$

(7) $15x : \frac{5}{3}$ (8) $-8(4x - 3) + 3(7x - 9)$

3 Hitunglah.

(1) $-7x + 3y + 5x - 8y$ (2) $(x^2 - 4x + 3) + (-2x^2 - x + 7)$

(3) $x^2 + 2x - 3 - (3x - x^2)$ (4) $2(6x - y) + 5(-2x + 3y)$

(5) $\frac{1}{3}(a - 2b) - \frac{1}{5}(2a - 3)$ (6) $-\frac{3x - 2y}{9} + \frac{x + 3y}{6}$

(7) $8a \times (-3b)$ (8) $(-14xy) : (-7y)$

(9) $a^2 \times 6a : 9ab$ (10) $3x \times (-2x)^2 : x$

4 Selesaikan soal-soal berikut tentang persamaan dan proporsi.

(1) $6x = -48$ (2) $x - 7 = -3$ (3) $\frac{5}{6}x = -10$

(4) $1 - 4x = -7$ (5) $5x - 17 = 8x - 5$ (6) $7(x + 2) = x - 1$

(7) $6x - 3(x + 5) = 6$ (8) $1{,}8x - 2{,}6 = 0{,}6x + 1$

(9) $\frac{2}{3}x - 2 = \frac{5}{6}x - \frac{1}{2}$ (10) $\frac{2x - 5}{3} = \frac{3x - 1}{4}$

(11) $4 : x = 6 : 15$ (12) $9 : 12 = (x - 2) : 8$

(13) $\frac{3x + 6}{5} - \frac{7 - x}{3} = \frac{4x - 1}{6} + \frac{5}{2}$ (14) $(x + 10) : \frac{6 - x}{3} = 7 : 3$

5 Selesaikan sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} -4x+y=-25 \\ x-y=4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+3y=5 \\ y=2x+4 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 3x-2y=-19 \\ 5x+6y=15 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 3(-x+2y)-4y=-11 \\ 5-(x-y)=1 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} \frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y=-2 \\ 2x-7y=16 \end{cases}$ (6) $5x-3y=3x-y+3=5$

(7) $\begin{cases} \frac{x+y}{2}=5x \\ \frac{x-y}{12}=\frac{x}{3}+1 \end{cases}$ (8) $\begin{cases} \frac{x}{5}+\frac{y}{2}=5{,}6 \\ 2x : y=3 : 5 \end{cases}$

6 Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Jika $a = -5$, $b = 3$, tentukan nilai $-2a + b$

(2) Jika $x = -2$, $y = \frac{1}{2}$, tentukan nilai dari $12x^2 y : (-2x)^2 \times 6xy$

(3) Jika $x = 5$, $y = -\frac{1}{2}$, tentukan nilai dari $\frac{3x+4y}{2}-\frac{2x-7y}{3}$

7 Tentukan nilai dari a dan b, ketika jawab dari sistem persamaan ini (nilai x dan y) diketahui.

$$\begin{cases} ax+by=4 \\ bx-ay=-7 \end{cases} \text{ adalah } \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

8 Terdapat 18 bangku. Ada x siswa yang akan duduk di tiap-tiap bangku, kecuali bangku ke-18 diduduki oleh y siswa. Nyatakan banyaknya siswa dalam x dan y.

9 Kecepatan untuk menempuh perjalanan dari titik A ke sebuah jalan setapak di gunung dengan kecepatan 50 m/menit, dan dari jalan setapak di gunung ke titik A dengan kecepatan 75 m/menit. Perbedaan kedua waktu tempuh ini adalah 32 menit. Tentukan jarak tempuh (dalam meter) dari titik A ke jalan setapak di gunung.

10 Ada suatu bilangan asli yang terdiri dari 2 angka. Angka puluhan besarnya 2 kurangnya dari angka satuan. Apabila pada bilangan asli ini susunan angkanya dibalik urutannya, kemudian bilangan yang terbentuk dijumlahkan dengan bilangan asli tadi, hasilnya 88. Tentukan bilangan asli itu.

11 Banyak pengunjung di sebuah museum hari ini adalah 376 orang. Jika dibandingkan dengan banyak pengunjung kemarin, didapatkan penurunan banyaknya pengunjung pria sebesar 5%, dan kenaikan banyaknya pengunjung wanita sebesar 8%, kalau dihitung secara keseluruhan maka terdapat kenaikan pengunjung sebesar 11 pengunjung. Hitunglah banyaknya pengunjung pria dan wanita hari ini.

Penerapan Fungsi dan Grafik

1 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Ketika y berbanding lurus terhadap x, maka $x = 8$, $y = -48$. Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan. Tentukan nilai dari y, jika $x = -5$.

(2) Ketika y berbanding terbalik dengan x, maka $x = -9$, $y = -4$. Nyatakan y dalam x menggunakan persamaan. Tentukan nilai y, jika $x = 3$.

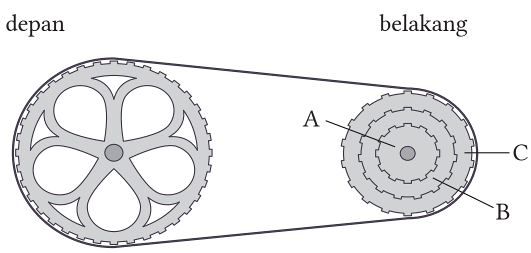
2 Tentukan persamaan-persamaan dari garis- garis berikut.

(1) Sebuah garis melalui titik (5, -8) dan (-2, 13)

(2) Sebuah garis melalui titik (-7,-9) dan sejajar dengan garis $y = 2x - 5$

(3) Sebuah garis melalui titik (6,-1) dan memotong garis $y = 3x - 4$ dan sumbu -y

3 Banyaknya gigi pada gir sepeda, bagian depan dan bagian belakang A, B, dan C sebagai berikut.
Depan = 36; A = 12; B = 15; C = 18.

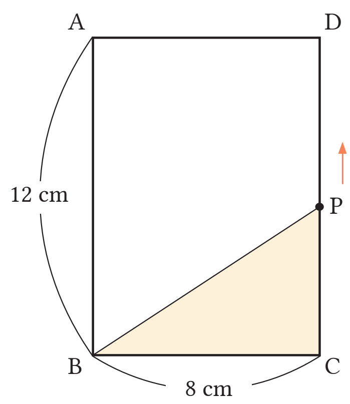


(1) Ketika rantai gir terletak di A, berapa lama A berputar satu kali putaran? Ketika rantai gir diletakkan di B, berapa lama B dan C berputar?

(2) Misalkan banyaknya gigi gir pada bagian belakang sebanyak x, dan banyaknya putaran gir di bagian belakang adalah y ketika mengayuh pedal selama 5 kali. Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan.

(3) Pada bagian (2), jika banyaknya gigi pada gir depan diubah menjadi sebanyak 48, nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan. Tentukan banyaknya rotasi ketika rantai gir ditempatkan di A, B, dan C.

4 Pada persegi panjang ABCD seperti tampak pada gambar di sampaku payungg titik P bergerak ke titik D sepanjang sisi CD dengan kecepatan 2 cm/detik setelah meninggalkan titik C. Misalkan luas daerah Δ PBC adalah y cm^2, jawablah pertanyaan berikut.



(1) Nyatakan y dalam x dengan menggunakan persamaan.

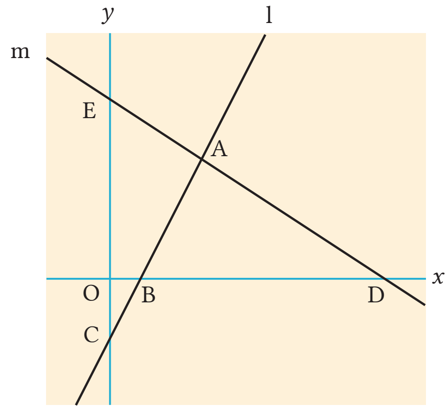
(2) Tentukan interval x dan y.

(3) Berapa detik dibutuhkan agar luas Δ PBC menjadi 24 cm^2 sesudah titik P meninggalkan titik C.

5 Grafik di sampaku payungg menunjukkan garis l yang berpersamaan $y = 2x - 2$ dan garis m yang berpersamaan $y = -\frac{2}{3}x + 6$. Misalkan kedua garis itu berpotongan di titik A, garis l memotong sumbu x di titik B dan memotong sumbu y di titik C. Garis m memotong sumbu x di titik D dan memotong sumbu y di titik E, jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan koordinat titik A, B, dan D

(2) Tentukan luas daerah Δ ABD.



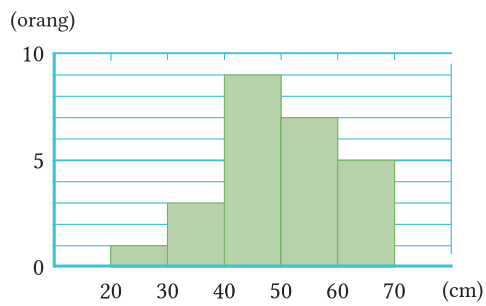
6 Histogram di sampaku payungg menunjukkan tingginya lompatan vertikal yang dilakukan oleh para pemain pria dalam olah raga bola basket. Sebagai contoh, ‘lompatan yang dilakukan kelompok terkiri lebih dari 20 cm dan kurang dari 30 cm’. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Berapa banyak pemain pria dalam klub bola basket?

(2) Tentukan frekuensi relatif untuk kelas ‘lebih dari 50 dan kurang dari 60 cm’

(3) Tentukan kelas median.

(4) Tentukan rata-ratanya.



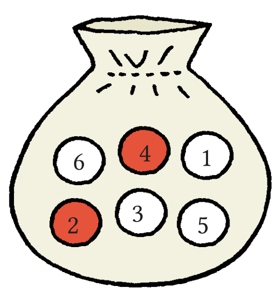
7 Dina mengecek tinggi badannya, ketika dibulatkan ke 1 desimal maka tingginya adalah 157,4 cm. Misalkan nilai sesungguhnya sebesar a cm, nyatakan range dari a menggunakan tanda ketidaksamaan. Berapa cm nilai mutlak kesalahannya?

8 Ketika dadu besar dan dadu kecil dilambungkan bersama-sama, tentukan peluangnya jika jumlah angka pada bagian atas dadu merupakan bilangan prima.

9 Tampak pada gambar, 4 buah bola putih bernomor 1, 3, 5, dan 6. Ada 2 bola merah bernomor 2 dan 4 di dalam tas itu juga. Jika diambil 2 bola sekaligus, tentukan peluang dari:

(1) Terambilnya 2 bola yang berwarna sama.

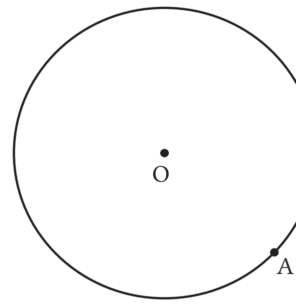
(2) Terambilnya 2 bola yang jumlah angka-angkanya adalah bilangan genap.



Gambar-Gambar

1 Diketahui segmen garis AB. Gambarkan sinar garis BC, sedemikian sehingga $\angle CBA = 45°$.

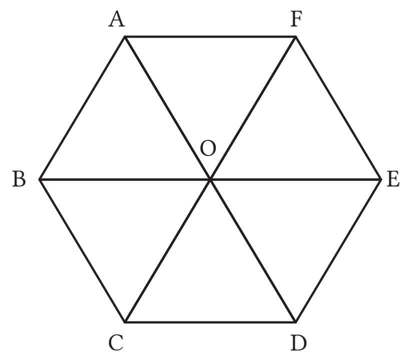
2 Diketahui lingkaran berpusat di O, gambarlah garis singgungnya melalui titik A.



3 Gambar di sampaku payungg dibentuk dari 6 buah segitiga sama sisi yang tidak saling tumpang tindih atau ada celah antara mereka. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Jika titik O adalah pusat rotasi, dan segitiga Δ ABO diputar simetris maka bangun mana yang akan ditutupi Δ ABO?

(2) Agar Δ ABO berimpit dengan Δ DOE dengan menggerakkanya 2 kali, bagiamana seharusnya Δ ABO digerakkan? Berikanlah jawabanmu dalam 2 cara



4 Berdasarkan gambar prisma segi empat berikut, jawablah pertanyaan.

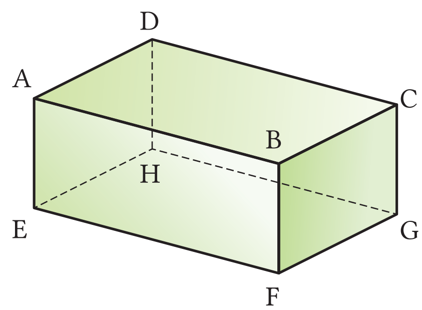
(1) Suatu rusuk yang sejajar dengan BF

(2) Suatu rusuk yang tegak lurus dengan sisi AD

(3) Suatu rusuk yang menyilang rusuk DC

(4) Suatu rusuk yang sejajar dengan sisi AEFB

(5) Suatu rusuk yang tegak lurus sisi BFGC

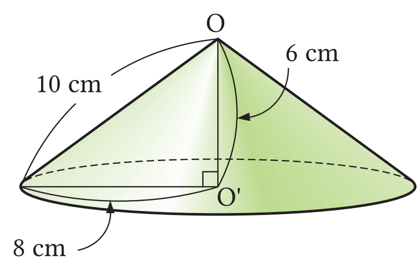


5 Sebuah kerucut dengan jari-jari 8 cm, panjang garis pelukisnya 10 cm, dan tingginya 6 cm, seperti terlihat pada gambar di sampaku payungg. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan sudut pusat yang terbentuk dari kedua garis pelukisnya

(2) Tentukan luas permukaan kerucut

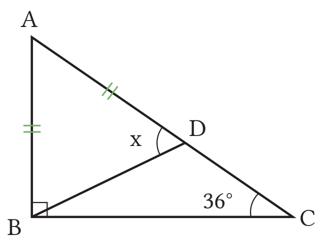
(3) Tentukan volume kerucut



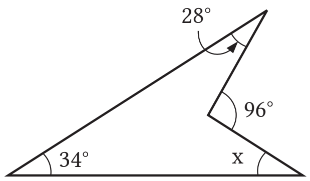
6 Tentukan luas permukaaan dan volume dari sebuah bola dengan jari-jari 6 cm.

7 Tentukan ∠ x dari gambar berikut ini:

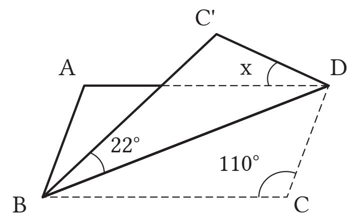
(1) ∠B = 90°, AB = AD



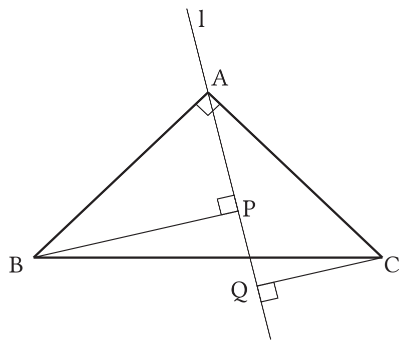
(2)



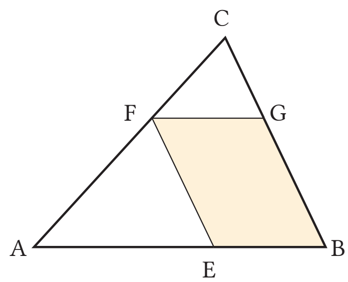
(3) Bangun ABCD dilipat sepanjang diagonal BD.



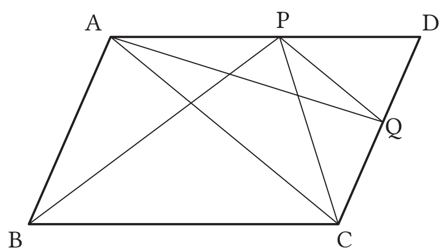
8 Garis l melalui titik puncak A dari sebuah segitiga siku-siku sama kaki ABC, ∠ A = 90°. BP dan CQ tegak lurus terhadap garis l. Buktikan BP = AQ.



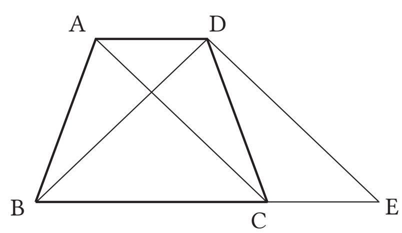
9 ∆ ABC, adalah segitiga sama kaki, dengan AB = AC. Titik-titik E, F, G terletak pada sisi AB, AC, BC, dan AE = AF, FG = FC. Buktikan segi empat ABCD adalah jajargenjang.



10 Diketahui jajar genjang ABCD, titik P terletak pada AD, buatlah garis PQ, sejajar dengan diagonal AC. Hubungkan titik P dengan titik B, dan titik A dengan titik Q. Tentukan semua segitiga yang mempunyai luas yang sama dengan ∆ ACQ.



11 Gambar di sampaku payungg adalah sebuah trapesium ABCD dengan AD // BC, dan AC = DB. Gambarkan titik E pada perpanjangan sisi BC, sedemikian sehingga AC // DE. Buktikan AB = DC.



Latihan

Bab 1 Menjabarkan dan Memfaktorkan

1 Hitunglah.

(1) $-4a(2a-7)$ (2) $(5x+3y)\times 2y$

(3) $(8a+4b)\times\frac{3}{2}a$ (4) $(-15x^2+10x) : 5x$

(5) $(9a^2b-6ab^2) : 3ab$ (6) $(-12xy+3y^2) : \left(-\frac{3}{4}y\right)$

2 Jabarkan bentuk-bentuk berikut ini.

(1) $(2x-3y)(3x+5y)$ (2) $(a-3b)(2a+b-5)$ (3) $(x-8)(x+5)$

(4) $(a+5)^2$ (5) $(x-2y)^2$ (6) $\left(y+\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)$

(7) $(2a-b-6)(2a-b+1)$ (8) $(x-y-4)^2$

3 Hitunglah.

(1) $(x-6)^2-(x+8)(x-3)$ (2) $(x-7)(x-2)-(x-3)(3+x)$

4 Faktorkan bentuk-bentuk berikut ini.

(1) $ax-2bx$ (2) $4x^2y+3xy^2-xy$ (3) $x^2-5x-14$

(4) x^2-6x+8 (5) $x^2-8xy+16y^2$ (6) $4x^2+20x+25$

(7) $16a^2-49b^2$ (8) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}$ (9) $3x^2+12x+9$

(10) $-3xy^2+12x$ (11) $(x+3)^2-5(x+3)-6$

(12) $a(x-2)+b(x-2)$ (13) $ab-4a-4b+16$

5 Tentukan bilangan asli terkecil, yang apabila dikalikan dengan 432 maka hasilnya adalah kuadrat dari sebuah bilangan asli.

6 Tentukan bilangan asli terkecil, yang apabila dikalikan dengan 432, maka hasilnya adalah kuadrat dari sebuah bilangan asli.

Bab 2 Akar Kuadrat

1 Tentukan akar kuadrat dari:

(1) 49 (2) 13 (3) $\frac{9}{64}$ (4) 0,36

2 Nyatakan bilangan-bilangan berikut ini tanpa menggunakan tanda akar.

(1) $\sqrt{121}$ (2) $-\sqrt{25}$ (3) $\sqrt{(-0,16)^2}$ (4) $(-\sqrt{7})^2$

3 Jawablah pertanyaan berikut ini.

(1) Susunlah bilangan-bilangan ini dari yang terkecil.

$5, \quad \sqrt{15}, \quad -\sqrt{20}, \quad \sqrt{24}, \quad 4$

(2) Kelompokkan bilangan berikut dalam kelompok bilangan rasional atau irrasional.

$\sqrt{144}, \quad -\sqrt{13}, \quad \frac{\pi}{2}, \quad -\sqrt{\frac{1}{4}}, \quad \frac{5}{2}$

4 Hitunglah.

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ (2) $2\sqrt{10} \times 4\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{270} : \sqrt{6}$ (4) $6\sqrt{14} : 3\sqrt{21}$

5 Misalkan $\sqrt{7} = 2,646$ dan $\sqrt{70} = 8,367$, tentukan pendekatan dari bilangan berikut.

(1) $\sqrt{700}$ (2) $\sqrt{7000}$ (3) $\sqrt{0,7}$ (4) $\sqrt{252}$

6 Hitunglah.

(1) $10\sqrt{13} + 3\sqrt{13}$ (2) $4\sqrt{6} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{27} - 5\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{24} - 4\sqrt{6} + \sqrt{54}$

(5) $4\sqrt{5} - \frac{10}{\sqrt{5}}$ (6) $\sqrt{50} - \frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{72}$

7 Hitunglah.

(1) $3\sqrt{6} \times \sqrt{10} - \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ (2) $\sqrt{3}(4\sqrt{6} + 2\sqrt{3})$

(3) $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2$ (4) $(\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 5) - \frac{7}{\sqrt{7}}$

8 Diketahui, dua buah lingkaran dengan jari-jari 4 cm dan 8 cm. Berapakah jari-jari dari lingkaran baru yang luasnya merupakan jumlah dari kedua lingkaran tersebut?

1 Selesaikan persamaan-persamaan berikut.

(1) $(x - 1)(x + 8) = 0$ (2) $x(x + 4) = 0$ (3) $x^2 + 6x - 27 = 0$

(4) $x^2 - 9x + 18 = 0$ (5) $x^2 - 3x - 40 = 0$ (6) $x^2 - 18x + 81 = 0$

(7) $9x^2 - 25 = 0$ (8) $x^2 - 3x + 5 = -8x - 1$

(9) $(x + 4)(x - 4) = -6x$ (10) $(x - 6)(x + 8) = -13$

2 Selesaikan persamaan-persamaan berikut.

(1) $x^2 - 18 = 0$ (2) $6x^2 = 150$ (3) $x^2 - \frac{1}{3} = 0$

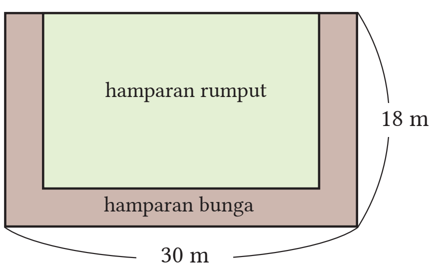
(4) $9x^2 - 8 = 0$ (5) $(x + 3)^2 = 28$ (6) $(x - 6)^2 - 24 = 0$

3 Selesaikan persamaan-persamaan berikut menggunakan rumus kuadrat.

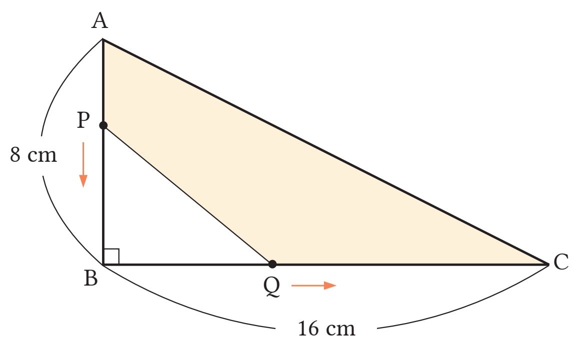
(1) $x^2 + 3x + 1 = 0$ (2) $x^2 - 6x + 3 = 0$ (3) $4x^2 - 3x - 2 = 0$

(4) $2x^2 + x - 1 = 0$ (5) $3x^2 + 4x - 2 = 0$ (6) $-2x^2 = 3x - 9$

4 Dari gambar di sampaku payungg tampak sebidang tanah berbentuk persegi panjang dengan panjang 30 m dan lebar 18 m, di sekelilingnya ditanam hamparan bunga dan sisanya ditanami rumput dalam gambar. Berapa panjang sisi hamparan bunga sehingga luasnya adalah $\frac{2}{3}$ dari luas tanah awalnya?



5 Diketahui sebuah segitiga siku-siku ABC, dengan panjang sisi AB = 8 cm, BC = 16 cm, dan $\angle B = 90^0$. Titik P bergerak dari A ke B sepanjang sisi AB dengan kecepatan 1 cm/detik. Pada saat yang sama, titik Q bergerak dari B ke C sepanjang sisi BC dengan kecepatan 2 cm/detik. Setelah berapa detik sejak mereka mulai bergerak, luas APQC = 52 cm²?



1 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Jika y berbanding lurus dengan kuadrat x, $x = -4$, dan $y = 4$. Nyatakan y dalam x menggunakan persamaan. Tentukan pula nilai y, jika $x = -6$.

(2) Tentukan nilai x, jika grafik $y = ax^2$ melalui titik (3, -6)

(3) Tentukan persamaan parabola yang simetri terhadap parabola $y = -4x^2$ terhadap sumbu x

(4) Tentukan range dari fungsi $y = \frac{1}{2}x^2$, untuk domain $-2 \leq x \leq 3$

2 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan laju perubahan dari fungsi $y = \frac{1}{2}x^2$, ketika nilai x meningkat dari -6 ke -3.

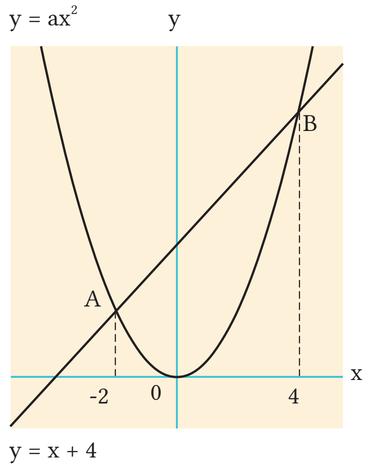
(2) Untuk fungsi $y = ax^2$, tentukan nilai a, jika nilai x meningkat dari 1 ke 5, dan laju perubahannya 18.

3 Pada gambar di sampaku payungg, titik A dan B adalah perpotongan dari parabola $y = ax^2$ dengan garis $y = x + 4$. Jika absis titik A dan B adalah −2 dan 4 garis, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

(1) Tentukan koordinat titik A

(2) Tentukan nilai a.

(3) Tentukan luas daerah Δ AOB.



4 Pada sebuah pendulum, jika waktu yang dibutuhkan untuk 1 ayunan (periode) adalah x detik dan panjang dawai pendulum adalah y m, hubungan antara x dan y dapat dinyatakan sebagai $y = \frac{1}{4}x^2$. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

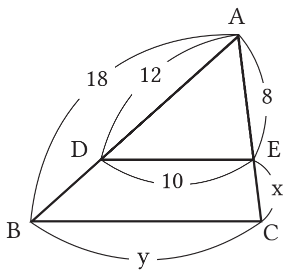
(1) Tentukan panjang dawai jika periode pendulumnya 2 detik.

(2) Tentukan periode pendulum jika panjang dawai 4 m.

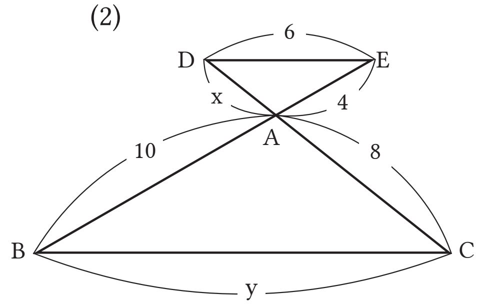
(3) Dalam pertanyaan (1), untuk mengubah periode menjadi 6 detik, seberapa panjang dawai itu harus dilebihkan agar (1) berubah?

1 Pada bangun-bangun di bawah ini, tentukan nilai x dan y, jika diketahui BC//DE.

(1)



(2)

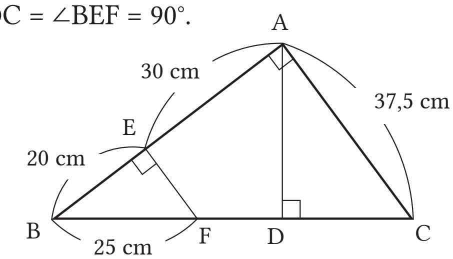


2 Pada gambar di sampaku payungg, diketahui ∠BAC = ∠ADC = ∠BEF = 90°. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

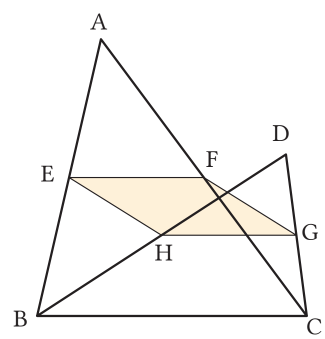
(1) Tuliskan semua segitiga yang sebangun dengan ΔABC.

(2) Segitiga apa saja yang berada dalam letak kesebangunan?

(3) Tentukan panjang garis EF, AD, dan FC.



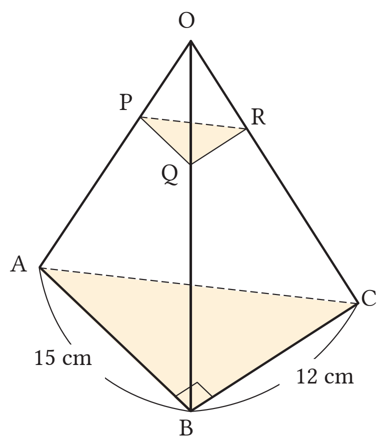
3 Pada gambar disampaku payungg, ΔABC dan ΔDBC memiliki sebuah sisi yang berhimpit, yaitu sisi BC. Titik tengah sisi AB, AC, DB, DC berturut-turut adalah titik E, F, G dan H. Buktikan bahwa EFGH merupakan sebuah jajar genjang.



4 Pada gambar di sampaku payungg, OABC merupakan limas dengan alas berbentuk segitiga siku-siku. Panjang AB=15 cm, BC=12 cm dan ∠ABC= 90°. Titik P terletak pada AO sehingga perbandingan OP : PA = 1 : 2. Kemudian dibuat sebuah bidang melalui titik P yang sejajar dengan alas, dan berpotongan dengan OB dan OC berturut-turut di titik Q dan R. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Hitunglah luas ΔPQR.

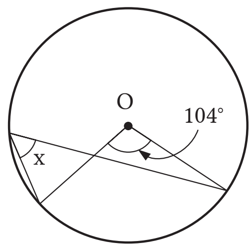
(2) Hitunglah volume limas OABC jika diketahui volume limas OPQR adalah 20 cm^3.



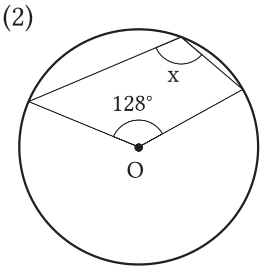
Bab 6 Lingkaran

1 Hitunglah nilai x pada gambar-gambar di bawah ini.

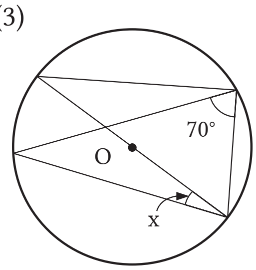
(1)



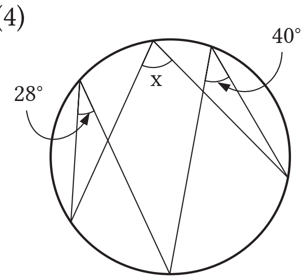
(2)



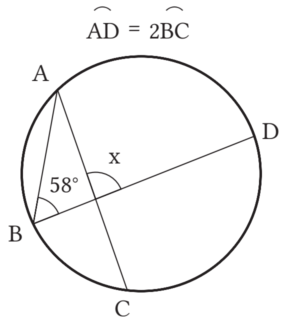
(3)



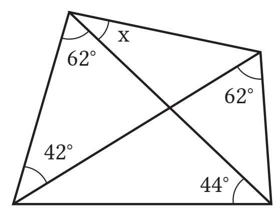
(4)



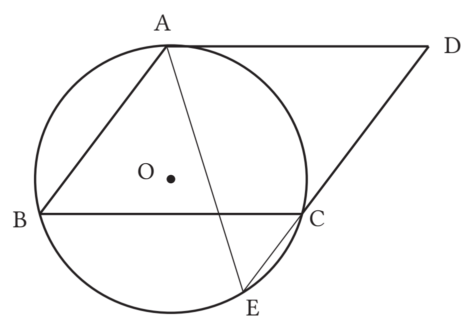
(5)



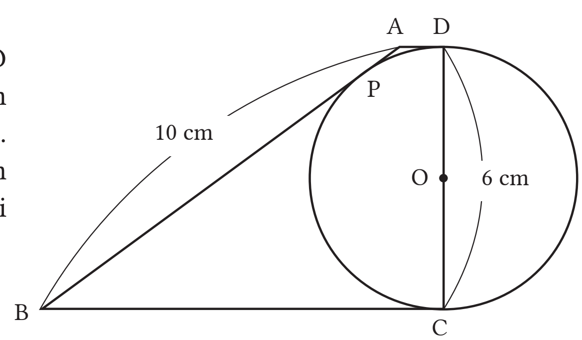
(6)



2 Pada gambar di sampaku payungg, 3 titik sudut dari segiempat ABCD yaitu titik A, B dan C terletak pada keliling lingkaran O. Perpanjang sisi DC hingga memotong keliling lingkaran di titik E. Buktikan jika kita hubungkan garis AE, maka ΔAED merupakan segitiga sama kaki.

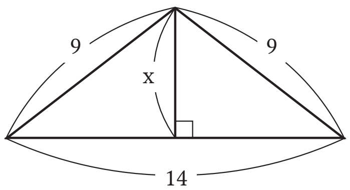


3 Pada gambar di sampaku payungg, ABCD merupakan sebuah trapesium, dengan AD//BC dan lingkaran O memotong ABCD di titik P, C dan D. Titik pusat lingkaran O merupakan titik tengah CD. Hitunglah luas trapesium ABCD jika diketahui CD = 6 cm dan AB = 10 cm.

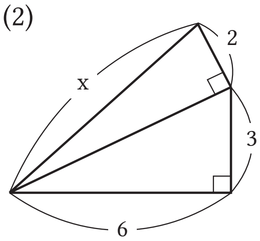


1 Tentukan nilai x pada gambar-gambar di bawah ini.

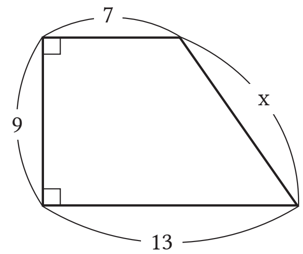
(1)



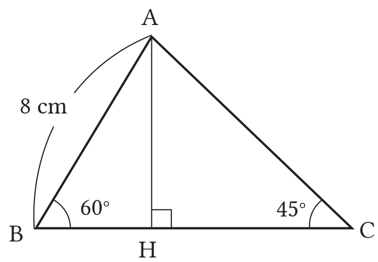
(2)



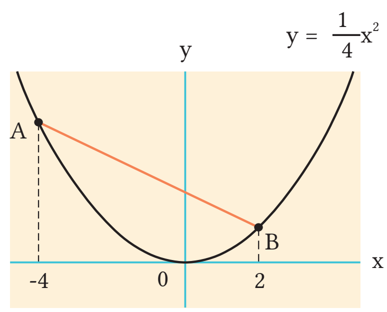
(3)



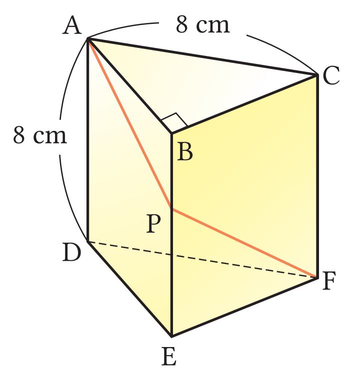
2 Diketahui ΔABC pada gambar di sampaku payungg AB = 8 cm, ∠B = 60° dan ∠C= 45°. Hitunglah tinggi segitiga, yaitu AH dan juga panjang sisi AC dan BC.



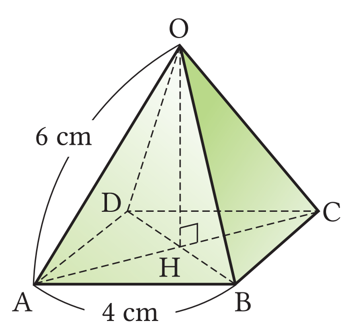
3 Pada gambar di sampaku payungg, titik A dan titik B terletak pada kurva $y = \frac{1}{4}x^2$, dan absis dari A dan B berturut-turut adalah -4 dan 2. Tentukan panjang ruas garis AB.



4 Pada gambar disampaku payungg terlihat sebuah prisma yang alasnya berbentuk segitiga siku-siku, dengan ∠B = 90° dan panjang CA = 8 cm, tinggi AD = 8 cm. Titik P terletak pada rusuk BE, tentukan jarak terpendek dari AP+PF.



5 Pada gambar di sampaku payungg, OABCD merupakan limas dengan alas berbentuk persegi yang panjang sisinya 4 cm dan tinggi rusuk tegak 6 cm. Hitunglah volume dan luas permukaannya.



1 Cara apa yang lebih cocok untuk meneliti hal-hal berikut ini, survei populasi atau survei sampel?

(1) Sensus penduduk untuk mengetahui jumlah penduduk di suatu negara.

(2) Survei tingkat polusi tanah.

(3) Pemeriksaan kualitas obat di suatu pabrik perusahaan farmasi.

(4) Pemeriksaan kehadiran siswa di sebuah sekolah.

(5) Jajak pendapat publik yang dibuat oleh suatu surat kabar.

2 Data di bawah ini menunjukkan tinggi badan 10 murid laki-laki kelas 3 SMP di sebuah sekolah yang diambil secara acak untuk memperkirakan rata-rata populasinya. Buatlah perkiraan dari tinggi badan rata-rata murid laki-laki pada di sekolah tersebut.

(unit: cm)

155, 176, 161, 165, 157, 163, 170, 168, 171, 164

3 Dalam sebuah kantong terdapat bola merah dan bola putih yang totalnya 500 buah. Setelah tercampur merata, diambil 20 bola dan dihitung jumlah bola merah dan jumlah bola putih, kemudian dimasukkan kembali ke dalam kantong. Tabel berikut ini menunjukkan hasil percobaan yang diulang sebanyak 5 kali. Berdasarkan hasil ini, perkirakan jumlah semua bola merah yang terdapat di dalam kantong.

Percobaan ke-	1	2	3	4	5
Jumlah Bola Merah	12	13	11	12	12
Jumlah Bola Putih	8	7	9	8	8

4 Untuk memperkirakan populasi ikan di dalam kolam, kita menebarkan jaring dan menangkap 58 ekor ikan. Kemudian ikan-ikan tersebut ditandai lalu dilepaskan lagi ke dalam kolam. Sebulan kemudian jaring ditebarkan lagi dan tertangkap 45 ekor ikan, 8 di antaranya memiliki tanda. Perkirakaan jumlah ikan dalam kolam tersebut, bulatkan hasilnya ke puluhan terdekat.

Masalah-Masalah yang Lebih Meluas 1

1 Kelompok olah raga dimana Doni bergabung melakukan pembelian T-shirt secara massal. Ada 2 macam baju yang akan dibeli: T-shirt original dan T-shirt putih polos. Harga dari masing-masing T-shirt terlihat pada tabel di sampaku payungg. Pada awalnya, harga T-shirt yang mereka pesan sebanyak 97 buah dan harga totalnya sebesar 76.200 rupiah. Berhubung mereka membeli 3 lagi T-shirt sehingga harga total pembelian menjadi 78.600 rupiah. Jawablah pertanyaan berikut.

Jenis	Pesanan	Harga
Original	Sampai 50 T-shirt	1.000 rupiah/T-shirt
Original	Lebih dari 50 T-shirt	1,000 rupiah/T-shirt; 800 rupiah/T-shirt untuk pembelian di atas 50 buah
Polos	Dalam jumlah apapun	500 rupiah/T-shirt

(1) Banyaknya T-shirt yang dibeli sebelum memesan 3 lagi adalah lebih dari atau sama dengan 50. Jelaskan alasanmu.

(2) Dari (1), tentukan banyaknya T-shirt untuk setiap macamnya setelah adanya pesanan tambahan.

2 Tagihan bulanan untuk pemakaian air di sebuah kota adalah jumlah dari biaya dasar dan konsumsi air terlihat dalam table berikut. Jawablah pertanyaan berikut ini.

Biaya Dasar	Biaya berdasarkan jumlah pemakaian	
900 rupiah	(A) tidak lebih dari 10 m^3	(B) lebih dari 10 m^3
	60 rupiah/m^3	150 rupiah setiap kelebihan 1 m^3

(1) Misalkan tagihan air adalah y ketika konsumsi air sebanyak x m^3, nyatakan y dalam x dengan menggunakan pernyataan ① dan ② di bawah ini.

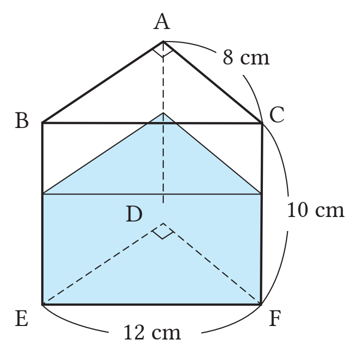
① Ketika konsumsi air tidak lebih dari 10 m^3
② Ketika konsumsi air lebih dari 10 m^3

(2) Tentukan besarnya tagihan konsumsi air 7m^3 dan 18m^3.

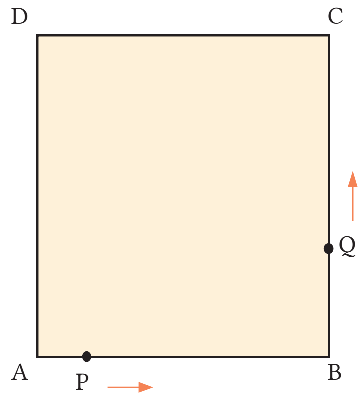
3 Sebuah container berbentuk prisma segitiga seperti terlihat pada gambar berikut. Kontainer diisi dengan air setinggi 6 cm dihitung dari dasarnya, jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan volume container.

(2) Sebuah pemberat berbentuk prisma segitiga dengan luas alas sebesar $8\sqrt{5}$ dimasukkan ke dalamnya sedemikian sehingga alasnya menyentuh dasar dari prisma segitiga tadi. Air yang terdapat dalam prisma seitiga mula-mula mempunyai ketinggian yang sama dengan prisma segitiga yang dimasukkan ke dalamnya. Tentukan tinggi dari pemberat dihitung dari dasar prisma segitiga mula-mula.



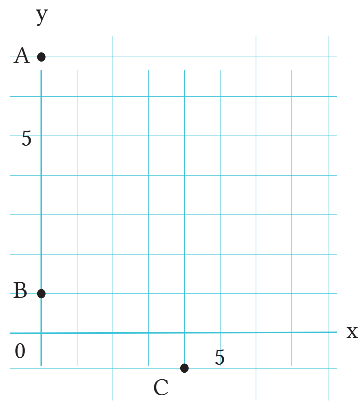
4 Bangun di sampaku payungg ini merupakan sebuah persegi dengan panjang sisi 6 cm.Titik P bergerak mulai dari titik A dengan kecepatan 1 cm/detik, ke titik B, C, D . Pada saat yang sama titik Q bergerak mulai dari B menuju ke titik C, D, dan A dengan kecepatan 2 cm/detik. Ketika titik P dan Q bertemu pada saat pertama kalinya, kedua titik akan berhenti.



(1) Setelah berapa detik, kedua titik P dan Q akan berhenti setelah mereka meninggalkan titik awal masing-masing.

(2) Ketika titik P bergerak, akan terbentuk segitiga siku-siku APQ. Diantara segitiga siku-siku yang terbentuk itu, tentukan segitiga siku-siku dengan luas yang terkecil.

5 Dari gambar di sampaku payungg, terlihat bahwa titik A (0 , 7), B (0 , 1), C (4 , -1). Kemudian dua buah dadu besar dan kecil dilambungkan. Misalkan angka yang muncul pada dadu besar adalah a, dan angka yang muncul di dadu kecil adalah b, sedemikian sehingga titik P (b , a).
Jawablah pertanyaan berikut:

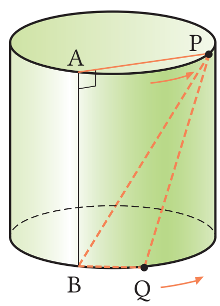


(1) Tentukan peluang titik P terletak pada segmen AC.

(2) Tentukan peluang luas segitiga ABP = 6

(3) Tentukan peluang bahwa segitiga BCP adalah segitiga siku-siku.

6 Jari-jari silinder 4 cm dan tinggi AB = 8 cm, titik P bergerak meninggalkan titik A dan menempuhnya selama 24 detik/putaran. Titik Q meninggalkan titik B pada saat yang sama, dan menempuh 1 putaran dalam 48 detik.
Jawablah pertanyaan berikut:



(1) Tentukan sisi miring dari segitiga siku-siku ABP,

(2) 6 detik setelah titik P meninggalkan titik A. Tentukan luas daerah segitiga PBQ, 16 detik setelah P meninggalkan titik A.

Masalah-Masalah yang Meluas 2

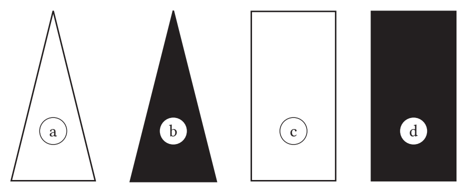
1 Dilakukan penelitian terhadap siswa kelas 3 SMP tentang berapa hari dalam seminggu dari hari Senin sampai Jumat mereka berolah raga selama 30 menit tiap harinya. Penelitian dilakukan di kota M dan N.
Jawablah pertanyaan berikut ini:

Hari ke-	Frekuensi (siswa)	
	Kelas 3 A	Kelas 3 B
0	0	0
1	3	5
2	7	6
3	6	6
4	11	7
5	13	14
Total	40	38

(1) di SMP S di kota M, survey dilakukan di kelas A dan B. Hasilnya terlihat dalam table di sampaku payungg. Dengan menggunakan rata-rata hitung jelaskan kelas mana yang para siswanya melakukan olah raga lebih banyak.

(2) Di kota N, dilakukan penelitian untuk seluruh siswa kelas 3 sebanyak 4500 siswa. Dari semuanya itu diambil sampel secvara acak sebanyak180 orang siswa, 67 siswa menjawab bahwa mereka selama 5 hari terus menerus berolah raga. Dalam masalah ini, perkirakan banyaknya siswa yang elakukan olah raga selama 5 hari tersebut, diantara 4500 siswa di kota N tersebut.

2 Dari gambar 1 terlihat ada beberapa jenis ubin:
segitiga hitam dan putih; dan segi empat. Luas ubin segitiga 1 cm^2, sedangkan yang persegi panjang adalah 2 cm^2. Berdasarkan Gambar 1 ubin-ubin itu diletakkan dengan urutan dari kiri ke kanan dengan aturan tertentu seperti tampak dari gambar 2. Jawablah pertanyaan berikut.



Gambar 1

Aturan Menata:

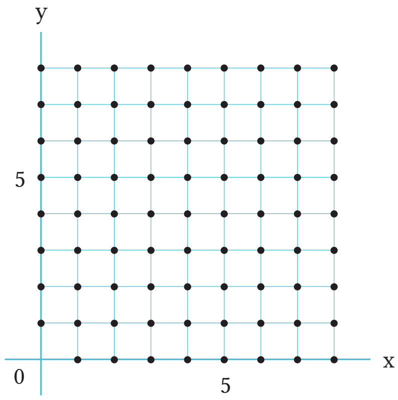
- Pertama adalah a.
- Segitiga dan persegipanjang bergantian.
- Urutan warna dimulai dari hitam, putih,...dan seterusnya.

Gambar 2

(1) Di antara ubin a ke d, yang mana yang akan mempunyai jenis sama seperti ubin ke-20?

(2) Tentukan luas total dari semua ubin hitam sebelum ubin ke-100.

3 Dalam bidang koordinat di sampaku payungg, terdapat paku payung yang ditancapkan secara tegak, dimana x dan y adalah bilangan asli antara 0 dan 8, kecuali titik O (pusat). Di antara paku payung-paku payung pada bidang koordinat ini, terdapat paku payung yang dapat atau tidak dapat terlihat dari titik O. Sebagai contoh, paku payung pada (1,0) dapat terlihat dari titik O, karena paku payung pada titik (2,0) terletak di belakang titik (1,0), maka tidak dapat terlihat dari titik O. Tabel berikut ini akan menunjukkan bahwa sebuah paku payung dapat terlihat atau tidak terlihat dari titik O.



Misalkan paku payung terletak di titik P.
① Jika tidak terdapat paku payung pada garis OP, maka dapat terlihat dari titik O
② Jika tidak terdapat paku payung pada garis OP, maka dapat terlihat dari titik O

Jawablah pertanyaan berikut:

(1) Tentukan banyaknya paku payung pada bidang koordinat.

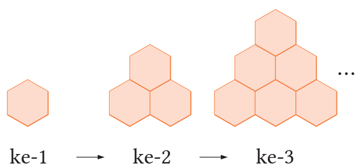
(2) Tentukan banyakanya paku payung pada garis yang melalui titk O dan titik (2,1).

(3) Di antara titik dengan absis sama dengan 8, tentukan ordinat dari semua paku payung yang dapat terlihat dari titik O.

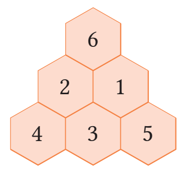
(4) Tentukan banyakanya paku payung yang terletak diantara titik (1,0) dan (1,1) yang dapat dilihat dari titik O.

(5) Tentukan banyaknya paku payung yang dapat terlihat dari titik O.

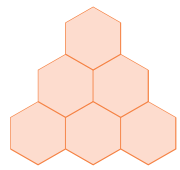
4 Tampak pada gambar 1, kita membuat bangun yang berasal dari pengubinan segi enam beraturan dengan panjang sisi 4 cm dengan susunan sebagai berikut. jawablah pertanyaan berikut.



Gambar 1



Gambar 2


Gambar 3

(1) Tentukan banyaknya segi enam beraturan pada gambar 7 dan tentukan pula luasnya.

(2) Gambar 3 dibuat dari 6 buah segienam beraturan. Di masing-masing segi enam, kita letakkan nomor yang berbeda 1, 2, 3, 4, 5, 6. Jika kita letakkan nomor dengan susunan seperti terlihat pada gambar 2, jumlah dari bilangan dalam urutan horisontal maupun miring adalah 12. Letakkan angka-angka pada gambar 3, sedemikian sehingga jumlah bilangan pada horisontal dan miring adalah 9.

Mari Mencoba [Jawaban]

Hlm.29

Jika kita menambahkan 3 bagian dari 3 kurva garis dari jalanan, maka akan terbentuk sebuah lingkaran dengan jari–jari a. Misalkan, panjang garis yang melalui titik pusat dari jalan adalah ℓ_1 dan luasnya S_1. Misalkan panjang garis yang melalui pusat dari kurva bagian jalanan adalah ℓ_2, dan luasnya adalah S_2, maka $S_1 = a\ell_1$, $S_2 = a\ell_2$, sedemikian sehingga $S = S_1 + S_2 = a\ell_1 + a\ell_2 = a(\ell_1 + \ell_2) = a\ell$

Hlm.72

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{33}{4}$$

Hlm.76

Jawaban hanya ada satu, jika nilai $(b^2 - 4ac) = 0$.

Hlm.104

Akan menjadi:

Setelah1~1,1 detik 10,5 m/detik

Setelah1~1,01 detik 10.05 m/detik

Setelah1~1,001 detik 10.005 m/detik

ketika lama waktu secara bertahap makin pendek, rata–rata kecepatan mendekati 10 m/detik. Dari sini, kecepatan dalam 1 detik dianggap 10 m/detik.

Hlm.114

(1) Dari diagram sebelah kiri, 2, 4, 8, 16, 32

(2) Dihilangkan (3) 1024

Hlm.134

Dihilangkan

Hlm.141

Dari $1 : a = a : x$, $x = a^2$

Hlm.148

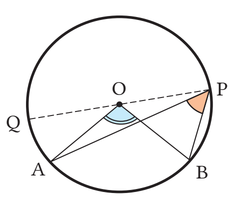
Dihilangkan

Hlm.165

Gambarkan diameter PQ melalui titik P.

OP = OA

∠OPA = ∠OAP



Maka, $\Delta AOQ = \Delta OPA + \Delta OAP = 2\Delta OPA$

Oleh karena itu, $\angle AOQ = 2\angle APQ$ ①

$\angle BOQ = 2\angle BPQ$ ②

Dari ① dan ② $\angle AOB = \angle BOQ - \angle AOQ$

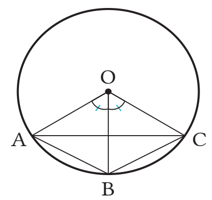
$= 2(\angle BPQ - \angle APQ)$

$= 2\angle APB$

Therefore, $\angle APB = \dfrac{1}{2}\angle AOB$

Hlm.167

(Contoh) Jika $\angle AOC = 2\angle AOB$, $AC < AB + BC$, maka, $AC < 2AB$. Meskipun ukuran sudut pusat adalah dobel, panjang busur tidaklah dobel. Oleh karena itu, ukuran sudut pusat dan panjang busur tidak proporsional.



Hlm.171

Tentukan beberapa titik dimana sudutnya menjadi 30°, titik–titik terletak pada sisi yang sepihak dengan ruas garis AB. Oleh karenanya, akan menjadi sebuah lingkaran berdasarkan konvers dari teorema sudut keliling lingkaran.

Hlm.174

(Cth.1)

Berdasarkan ΔACP dan ΔDBP, karena

ΔACP dan Δ‘DBP, AP : DP = CP : BP

Oleh karena itu, AP × BP = CP × DP

(Soal 2)

Berdasarkan ΔACP dan ΔDBP, karena

ΔACP dan Δ‘DBP, AP : DP = CP : BP

Oleh karena itu, AP × BP = CP × DP

Hlm.177

2 cm

Hlm.215

Dihilangkan

Hlm.218

Dihilangkan

Pengayaan [Jawaban]

1 Pernyataan Polinom Hlm.13

1 (1) $2x^2 + 8x$ (2) $3x^2 - 6x$

(3) $-10a^2 + 16a$ (4) $-28x^2 + 8x$

(5) $-3a^2 + 15ab - 3a$

(6) $9a^2 + 6a$ (7) $2x - 9$

(8) $5a + b$ (9) $4a - b$

(10) $-4x - 3y$ (11) $9y - 6$

2 (1) $ab + 2a + 8b + 16$

(2) $xy + 6x - 7y - 42$

(3) $2a^2 - 17a + 8$ (4) $6x^2 + 14x + 4$

(5) $-2a^2 + 17ab - 30b^2$

(6) $-49x^2 + 7xy + 6y^2$

(7) $ax - ay + 5a + bx - by + 5b$

(8) $ax + 2ay - 3a - 2bx - 4by + 6b$

(9) $x^2 - y^2 - 3x + 3y$

(10) $2a^2 + 5ab - 3b^2 - 4a - 12b$

3 (1) $x^2 + 10x + 21$ (2) $x^2 - 9x + 20$

(3) $x^2 - x - 90$ (4) $x^2 + 5x - 6$

(5) $x^2 + 8x + 16$ (6) $x^2 - 20x + 100$

(7) $a^2 - 2ab + b^2$ (8) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

(9) $x^2 - 1$ (10) $a^2 - 81$

(11) $36 - x^2$ (12) $x^2 - \frac{25}{16}$

4 (1) $4x^2 - 49$ (2) $9a^2 + 30a + 25$

(3) $16x^2 - 24xy + 9y^2$

(4) $4a^2 + 18a + 18$

(5) $x^2 - 2xy + y^2 - 64$

(6) $a^2 + 2ab + b^2 - 7a - 7b + 10$

(7) $a^2 - b^2 + 8b - 16$

(8) $10x + 9$ (9) a^2

(10) $7x + 16$ (11) $8ab$

2 Memfaktorkan

Hlm.24

1 (1) $x(y + 4)$ (2) $a(5x - 8y + 2)$

(3) $x(x + 7)$ (4) $xy(2x - 3y)$

(5) $3a(2a + 3b)$ (6) $5x(2x - 5y + 1)$

2 (1) $(x + 1)(x + 5)$ (2) $(x + 3)(x + 7)$

(3) $(x - 1)(x - 6)$ (4) $(x - 3)(x - 9)$

(5) $(x + 4)(x - 2)$ (6) $(x + 2)(x - 5)$

(7) $(x + 1)(x - 2)$ (8) $(x + 9)(x - 5)$

(9) $(x + 7)^2$ (10) $(x + 8)^2$

(11) $(x - 5)^2$ (12) $(x - 10)^2$

(13) $(x + 1)(x - 1)$ (14) $(x + 8)(x - 8)$

3 (1) $(2x + 3)^2$ (2) $(3x - 1)^2$

(3) $(x - y)^2$ (4) $(x + 4y)^2$

(5) $(10x + 7)(10x - 7)$

(6) $(4 + 5x)(4 - 5x)$

(7) $(2x + 7y)(2x - 7y)$

(8) $\left(x + \frac{y}{3}\right)\left(x - \frac{y}{3}\right)$

(9) $a(x + y)(x - y)$ (10) $a(x + 1)^2$

(11) $3(x - 3y)^2$ (12) $2y(x + 5)(x - 3)$

(13) $(x + 6)(x - 3)$ (14) $(x - 3)(x - 4)$

(15) $(x + 3)^2$ (16) $(x + 3)(x - 6)$

(17) $(x + 3)(x + 1)$ (18) $(a - b)(x + y)$

(19) $(x + 6)(x - 1)$ (20) $x(x - 10)$

(21) $(x + 1)(y - 5)$ (22) $(x + 1)(2y - 3)$

3 Pernyataan Bentuk Akar

Hlm.56

1 (1) $\sqrt{26}$ (2) $\sqrt{6}$ (3) 12 (4) 5

(5) $8\sqrt{10}$ (6) $-12\sqrt{5}$ (7) $\frac{15\sqrt{2}}{2}$

(8) $3\sqrt{3}$ (9) $2\sqrt{6}$ (10) $2\sqrt{3}$

2 (1) $7\sqrt{5}$ (2) $-5\sqrt{7}$ (3) $4\sqrt{2}$

(4) $-3\sqrt{2} + 5\sqrt{6}$ (5) $4\sqrt{7}$

(6) $2\sqrt{2}$ (7) 0 (8) $5\sqrt{5}$

(9) $5\sqrt{2}$ (10) $-\sqrt{6}$ (11) $2\sqrt{15}$

(12) $7\sqrt{2}$

3 (1) $3\sqrt{6}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $5\sqrt{6} - 2$

(4) $3\sqrt{7}$ (5) $17 + 7\sqrt{7}$

(6) $53 + \sqrt{3}$ (7) $11 - 7\sqrt{5}$

(8) -71 (9) 6 (10) 3

(11) $16 + 6\sqrt{7}$ (12) $8 - 4\sqrt{3}$

(13) $8 + 6\sqrt{3}$ (14) $43 - 30\sqrt{2}$

(15) 22 (16) $\frac{7}{3}$ (17) $2\sqrt{2}$

(18) $-3 - \sqrt{2}$ (19) 6

4 Penyelesaian Persamaan Kuadrat

Hlm.78

1 (1) $x = 3, x = -9$ (2) $x = -1, x = -5$

(3) $x = 3, x = -8$ (4) $x = -3, x = -8$

(5) $x = 3, x = 5$ (6) $x = -4$

(7) $x = 6$ (8) $x = 7, x = -6$

(9) $x = 0, x = -1$ (10) $x = \pm 6$

(11) $x = 7, x = -5$ (12) $x = 5$

(13) $x = 2, x = 3$ (14) $x = 4, x = -1$

(15) $x = 6, x = -1$ (16) $x = 4, x = 7$

(17) $x = \pm 1$ (18) $x = 6, x = -7$

2 (1) $x = \pm 2\sqrt{3}$ (2) $x = \pm\frac{9}{2}$

(3) $x = \pm\sqrt{7}$ (4) $x = \pm 3$

(5) $x = \pm 2\sqrt{5}$ (6) $x = -6 \pm \sqrt{11}$

(7) $x = 5, x = 13$ (8) $x = 3 \pm 3\sqrt{2}$

(9) $x = -1, x = -4$

(10) $x = 5, x = -1$

3 (1) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{2}$ (2) $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$

(3) $x = 2, x = -\frac{1}{3}$ (4) $x = \frac{1}{2}, x = -\frac{5}{2}$

(5) $x = -1 \pm \sqrt{5}$ (6) $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$

(7) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (8) $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

(9) $x = \frac{1 \pm \sqrt{97}}{12}$ (10) $x = \frac{1}{2}, x = -\frac{1}{3}$

(11) $x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{5}$ (12) $x = 2, x = -\frac{5}{2}$

Soal Ringkasan [Jawaban]

Bab 1 | Pernyataan Perhitungan

Hlm.30–32

Gagasan Utama

1 (1) $6a^2 - 12a$ (2) $-2xy + 5y^2$

(3) $-4x + 3y$ (4) $6b + 8$

2 (1) $ax + ay - bx - by$

(2) $3x^2 + 5x + 2$

(3) $x^2 - x - 6$ (4) $y^2 - 12y + 36$

(5) $a^2 - 9b^2$ (6) $4x^2 + 12x + 9$

3 (1) $3a^2 - 2a + 1$ (2) $2x$

4 (1) $2ab(2a - 3b)$ (2) $(x + 3)(x + 4)$

(3) $(x - 3)^2$ (4) $(12 + x)(12 - x)$

(5) $(x + 7)(x - 5)$ (6) $(2x + 3y)^2$

(7) $y(x - 3)(x - 6)$ (8) $(x + 1)(x + 3)$

5 (1) 2×3^3 (2) 6

6 Misalkan 3 buah bilangan berurutannya adalah $n - 1, n, n + 1$ ....

$(n + 1)^2 - (n - 1)^2$

$= n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1)$

$= 4n$

Dengan demikian, untuk 3 bilangan berurutan, jika kuadrat bilangan terkecil dikurangkan ke kuadrat bilangan terbesar, maka hasilnya adalah empat kali baingan yang terletak di tengah.

7 $2\pi ab$

Penerapan

1 (1) $x^2 - \frac{3}{2}x - 1$ (2) $a^2 - 49b^2$

(3) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 18x - 36y + 81$

(4) $a^2 - b^2 + 2b - 1$

2 (1) $(x + 5)(x - 3)$ (2) $x(x + 1)$

(3) $(x + a)(x - 1)$ (4) $(x - 2)(y - 3)$

3 Akan menjadi $(7a - 15)$ m² lebih besar , 10 m

4 Dua bilangan ganjil dapat dinyatakan sebagai $2m + 1$, $2n + 1$, aturlah m dan n sebagai bilangan bulat....

$2mn + m = n$ adalah sebuah bilangan bulat,

$2(2mn + m + n) + 1$ adalah bilangan ganjil.

Oleh karena itu, perkalian dua buah bilangan ganjil adalah sebuah bilangan ganjil.

5 (1) $l = \frac{\pi(2r + h)\sqrt{17}}{3}$

(2) Misalkan luas daerah adalah S m²,

$s = \frac{\pi(2r + h)^2 - \pi r^2}{3}$

$= \frac{\pi(r^2 + 2rh + h^2) - \pi r^2}{3}$

$= \frac{\pi h(2r + h)}{3}$

dari (1), $l = \frac{\pi(2r + h)}{3}$

$S = hl$

Oleh karena itu, luas daerah adalah $h\,l$ m².

Penggunaan Praktis

1 (1) ⓐ 40 ⓑ 36

(2) 113 (3) 8n

(4) Menyatakan nomor halaman pada halaman ke−n, menggunakan a, b, c, d, ...

$b = 8n - 4$, $c = 8n$, $d = 8n - 7$

$ab - cd = (8n - 3)(8n - 4) - 8n(8n - 7)$

$= 64n^2 - 56n + 12 - (64n^2 - 56n)$

$= 12$

Oleh karenanya : $ab - cd = 12$ nomor halaman ke−n.

Bab 2 | Akar Kuadrat

Hlm.57–59

Gagasan Utama

1 (1) ±5 (2) $\pm\sqrt{19}$
(3) 0 (4) $\pm0{,}4$

2 (1) 7 (2) benar
(3) 2 (4) luas

3 (1) $4\sqrt{3} < 7$ (2) $-\sqrt{17} > -3\sqrt{2}$

4 (1) $6\sqrt{7}$ (2) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (3) $4\sqrt{3}$
(4) $\sqrt{3}+5\sqrt{2}$ (5) $6\sqrt{5}$ (6) $3\sqrt{6}$
(7) $20+6\sqrt{11}$ (8) 17

5 (1) $2\sqrt{21}$ cm (2) 8 potong (3) $8\sqrt{3}$

Penerapan

1 $\frac{\sqrt{3}}{7} < \frac{3}{7} < \frac{\sqrt{3}}{7} < \frac{3}{\sqrt{7}}$

2 (1) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{10}}{5}$

3 (1) $10\sqrt{3}$ (2) 30 (3) $\sqrt{3}$
(4) $-5+2\sqrt{7}$ (5) $2\sqrt{3}$

4 (1) n = 6 (2) 13
(3) 5 (4) $1-\sqrt{5}$

5 $\left(18-12\sqrt{2}\right)\text{cm}^2$

Penggunaan Praktis

1 $2\sqrt{2}$ kali

2 F2

Bab 3 | Persamaan Kuadrat

Hlm.82–84

Gagasan Utama

1 ⓑ, ⓒ

2 (1) $x=\pm\frac{5}{2}$ (2) $x=5\pm\sqrt{6}$
(3) $x=\frac{9}{2}, x=-\frac{7}{2}$
(4) $x=-2, x=-6$
(5) $x=6, x=-5$ (6) $x=\frac{7\pm3\sqrt{5}}{2}$
(7) $x=1, x=6$ (8) $x=\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$
(9) $x=5$ (10) $x=0, x=7$

3 a = 2, x = −5

4 (1) $x^2-2x=35$
(2) Karena x adalah bilangan asli, maka $x = 7$.
Jawab : 7

5 Misalkan lebar jalan adalah x cm, maka,
$(15-2x)^2 = 144$

$x=\frac{3}{2}, x=\frac{27}{2}$

Jika $0 < x < \frac{15}{2}, x=\frac{3}{2}$
Jawab 1,5 m

Penerapan

1 (1) $x=4, x=-3$ (2) $x=4, x=6$
(3) $x=1\pm\sqrt{7}$ (4) $x=-\frac{1}{3}$

2 (1) a = 2, b = 4
(2) ⓐ $x=6$, ⓑ $x=-4$

3 Misalkan 3 bilangan berurutan, bilangan di bagian tengah adalah x, maka:
$(x-1)(x+1)-2x=47$.
$x=8, x=-6$
x adalah bilangan asli, $x=8$
Jawab 7, 8, 9

4 Misalkan panjang karton adalah
x cm, $2(x-4)(x+3-4)=80$
$x=9, x=-4$
dari $x>0, x=9$
Jawaban 9 cm

5 Luas daerah segitiga PBQ menjadi 8 cm^2, x detik setelah titik P dan Q ditinggalkan.

$\frac{1}{2}x\left(10-x\right)=8$

$x=2, x=8$
Jawab: dalam 2 detik, dalam 8 detik.

Penggunaan Praktis

1 (1) Segi empat ...2 Segi lima (Pentagon)... 5 Segi enam (hexagon) ...9 Segi tujuh (heptagon) ...14

(2) (n − 3) diagonal dapat dilukis dari1 titik puncak ke titik yang tidak berdekatan. Terdapat n titik/simpul maka diagonal dapat dihitung sebagai n (n − 3), tetapi kita harus mengalikannya dengan $\frac{1}{2}$ sehingga setiap diagonal tidak dihitung dua kali. Oleh karena itu, banyaknya diagonal dalam sebuah polygon dapat ditulis dengan rumus $\frac{1}{2}$ n(n − 3).

(3) 20, Segi sepuluh (dekagon)

Bab 4 | Fungsi $y = ax^2$

Hlm.115–117

Gagasan Utama

1 (1) ⓐ, ⓑ, ⓔ, ⓕ

(2) ⓐ, ⓓ, ⓔ (3) ⓑ, ⓕ

2 (1) $a = -\frac{1}{2}$ (2) -3

(3) Nilai minimum ...−8,

Nilai maksimum ...0

3 (1) $y = 2x - 1$ (2) $y = x^2$

(3) 100 potong

Penerapan

1 (1) $a = \frac{1}{4}$ (2) $a = -1$ (3) $a = \frac{1}{3}$

2 (1) $y = 10\pi x^2$ (2) 5,64 cm

3 (1) P(−1, 1), Q(2, 4)

(2) $y = x + 2$ (3) 3 cm²

4 (1) $y = x^2$ (2) $y = 4x$

Penggunaan Praktis

1 (1) ③, $y = \frac{5}{16}x^2$ (2) 4 kali

(3) (Contoh) Substitusi y = 4000 ke pernyataan dalam contoh (1), x = 113,13. Jawaban yang mendekati sebesar 113 m.

Bab 5 | Kesebangunan

Hlm.157–159

Gagasan Utama

1 (1) ΔABC ~ ΔEBD, memiliki 2 pasang sudut yang sama besar.

(2) ΔABC ~ ΔAED, memiliki 2 pasang sisi sama panjang, dan sudut yang diapitnya sama besar.

2 (1) $x = 2$ (2) $x = \frac{18}{5}$

3 Pada ΔAPO dan ΔBQD, ∠APO = ∠BQO = 90°

(1) Sudut yang bertolakbelakang besarnya sama, ∠AOP = ∠BOQ

(2) Persamaan (1) dan (2) memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut) sehingga terbukti ΔAPO ~ ΔBQO

4 (1) 6 cm (2) $\frac{27}{125}$ kali

Penerapan

1 BQ = 6 cm, PQ = 3,6 cm

2 (1) Pada ΔCAB titik H dan E berturut–turut merupakan titik tengah sisi CA dan CB.

HE//AB, HE = $\frac{1}{2}$AB ①

Pada ΔDAB

FG//AB, FG = $\frac{1}{2}$AB ②

Dari persamaan ① dan ②, HE//FG, HE = FG. Karena memiliki sepasang sisi sejajar, maka terbukti FGEH adalah sebuah jajar genjang.

(2) belah ketupat

3 Pada ΔADQ dan ΔQCP, ∠D = ∠C = 90° ①

∠DAQ = 180° − ∠D − ∠DQA = 90° − ∠DQA ②

∠CQP = 180° − ∠AQP − ∠DQA = 90° − ∠DQA ③

Dari persamaan ②, ③, ∠DAQ = ∠CQP ④

Dari persamaan ①, dan ④, memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut)

Terbukti ΔADQ ~ ΔQCP.

4 (1) Karena DA//CE, maka ∠BAD = ∠AEC ①

∠CAD = ∠AEC ②

Dari persamaan (1) dan (2), ∠BAD = ∠CAD ③

Dari persamaan ①②③, ∠AEC = ∠ACE

Karena ada 2 sudut yang sama besar, terbukti ΔACE sama kaki.

(2) Pada ΔBCE, DA//CE, Dari jawaban (1) AE = AC terbukti AB:AE = BD:DC

Kegunaan Praktis

1 410 ml

2 ① volume 729, 1.000, 165

② 120, 150, volume, 729, 1.000

Bab 6 | Lingkaran

Hlm.178–180

Gagasan Utama

1 (1) ∠x = 110° (2) ∠x = 32°

(3) ∠x = 58° (4) ∠x = 35°

(5) ∠x = 80° (6) ∠x = 20°

2 (1) Pada ΔABD dan ΔPBA, sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran besarnya 90°, maka ∠ADB = 90°. Karena garis singgung lingkaran tegak lurus

terhadap jari–jari, maka ∠PAB = 90°. sehingga,

∠ADB = ∠PAB ①

Demikian juga penjelasan untuk ∠B ②

Dari persamaan ① dan ②, terbukti

ΔABD ~ ΔPBA

(2) 5 cm

3 (1) Karena ΔABC sama kaki ∠DBC = ∠ECB (1)
Pada ΔDBC dan ΔECB , BD = CE (2)
Sepasang sisi yang berhimpit, BC = BC (3)
Dari persamaan (1), (2), (3) memiliki 2 pasang sisi sama panjang dan sepasang sudut sama besar terbukti bahwa
ΔDBC ≅ ΔECB.

(2) Dari jawaban (1) ∠BDC = ∠CEB, maka keempat titik D, B, C, E berada pada keliling lingkaran.

Penerapan

1 (1) $\angle x = 35°$ (2) ∠x = 130°
(3) $\angle x = 100°$

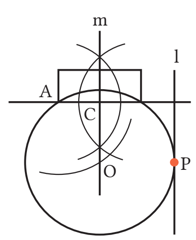
2 AE : EC = 35 : 25 = 7 : 5

3 Pada ΔABE dan ΔACD, ∠AEB = 90°. Dan sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran besarnya 90°, maka ∠ADC = 90°. Sehingga ∠AEB = ∠ADC (1)
Semua sudut keliling yang menghadap (AD) sama besar, ∠ABE = ∠ACD (2)
Persamaan (1) dan (2) memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut). Terbukti ΔABE~ΔACD.

4 Pada ΔABD dan ΔBFC, semua sudut keliling yang menghadap (AB) sama besar, ∠ADB = ∠BCF (1)
Karena panjang BD = CE, maka ∠BAD = ∠FBC (2)
Persamaan (1) dan (2) memenuhi syarat kesebangunan (sudut, sudut). Terbukti ΔABD~ΔBFC

Kegunaan Praktis

1 (1) ① Gambarlah garis m merupakan garis bagi tegak lurus yang memotong AB di titik C.



② Gambarlah sebuah lingkaran yang berpusat di titik A dan panjang jari–jarinya adalah jarak dari C ke garis l. Dan memotong garis m di titik O.

③ Gambarlah lingkaran yang berpusat di titik O dam menyinggung garis l di titik P.

(2) Karena titik Q terletak pada garis l, dan berada di luar lingkaran O kecuali titik P. Maka ∠AQB lebih kecil dari sudut keliling yang menghadap AB, yaitu ∠APB. Sehingga titik P memiliki kemungkinan terbesar untuk mencetak gol.

Bab 7 | Teorema Pythagoras

Hlm.203–205

Gagasan Utama

1 (1) $\sqrt{17}$ (2) $2\sqrt{3}$

2 (1) segitiga siku–siku (2) bukan segitiga siku–siku

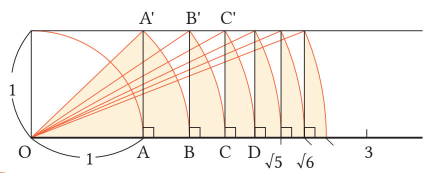
3 AB = $\sqrt{13}$, = $\sqrt{13}$, CA = $\sqrt{26}$ (∠B = 90^0) segitiga siku–siku sama kaki

4 (1) tinggi = $\sqrt{7}$ cm, volume = $12\sqrt{7}$ cm^3
(2) 84 cm^2

5 (1) Titik B ⟶ gambarlah segitiga siku–siku OAA’, dengan menjadikan garis OB sama panjang dengan sisi miring OA’.
Titik C ⟶ gambarlah segitiga siku–siku OBB’, dengan menjadikan garis OC sama panjang dengan sisi miring OB’.

(2) 2

(3)



Penerapan

1 $12\sqrt{3}$ cm^2

2 $\frac{7}{8}$ cm

3 340 m

4 (1) 12 cm
(2) Pada ΔABH dan ΔADC, ∠AHB = 90^0 . Karena sudut keliling yang menghadap busur setengah lingkaran besarnya 90° , maka ∠ACD = 90°. Sehingga ∠AHB = ∠ACD (1)
(3) $\frac{65}{8}$ cm

Penggunaan Praktis

1 ① Ukurlah panjang a dan b me nggunakan Teorema Pythagoras,

$a = \sqrt{AC^2 - CB^2}$

② Ukurlah panjang panjang , b dan c menggunakan Teorema Pythagoras,

$b = \sqrt{AE^2 - ED^2} + \sqrt{EB^2 - ED^2}$

2 (1) 6,9 m

(2) 6,9 m

3 Ukurlah panjang panjang , b dan c menggunakan Teorema Pythagoras,

$c = \sqrt{AF^2 - FD^2} + \sqrt{GF^2 - FD^2}$

2,3 m

Bab 8 | Survei Sampel

Hlm.220–221

Gagasan Utama

1 Tidak cocok, karena penelitian dilakukan secara online dan penyebaran jumlah penduduk laki–laki dan perempuan di seluruh wilayah Jepang tidak merata

2 Rata–rata sampel sesuai hasil perhitunganmu. Rata–rata populasi 7,715 detik atau 7,7 detik

Penerapan

1 ① Ambil segenggam kedelai secara acak, tandai setiap bijinya, kemudian masukkan lagi ke toples.

② Campur kedelai di dalam toples agar berbaur merata, kemudian ambil segenggam lagi dan hitung jumlah kedelai yang memiliki tanda.

③ Berdasarkan langkah ① dan ②, perkirakan jumlah kedelai di dalam kaca.

2 238 unit

Kegunaan Praktis

1 (1) 107 g

(2) dari atas, 0,20, 0,41, 0,29, 0,10, total 1,00

(3) 31 jeruk

(4) Dapat dipenuhi, karena total jeruk yang dapat dipanen adalah (berat total : berat rata–rata) yaitu sekitar 200000 buah. Dari jumlah tersebut maka jumlah jeruk ukuran 2l ada sekitar 20000 buah. Karena satu kardus kapasitas 5 kg berisi sekitar 31 buah jeruk. Dengan demikian akan ada 645 kardus.

Pendalaman Materi

[Jawaban]

Mari kita merevisi perhitungan menggunakan perkalian

Hlm.33–34

1 (1) 1541 (2) 1728 (3) 306

2 4221, 5616

3 Dihilangkan

4 Misalkan 2 bilangan asli adalah 10a + b dan 10a + c (dengan kondisi b + c = 10),

$(10a + b)(10a + c)$

$= 100a^2 + 10ac + 10ab + bc$

$= 100a^2 + 10a\,(b + c) + bc$

$= 100a^2 + 10a \times 10 + bc$

$= 100a(a + 1) + bc$

Dengan demikian cara perhitungan dalam (2) adalah benar.

Seberapa luas sebuah balok dapat dibuat dari sebuah batang kayu gelondong?

Hlm.60

1 4 cm 9 mm

2 Karena panjang satu sisi dari sebuah persegi adalah $\frac{1}{\sqrt{2}}$ kali diameter kayu gelondong, jumlah penandaan menggunakan tanda sudut kotak baja akan merupakan panjang sebuah sisi.

Berapa banyak pertandingan dalam sebuah ronde Robin?

Hlm.85

1 Berhubung setiap tim harus bertanding dengan tim lain, dari 6 × 5 = 30, ini akan menjadi 30 pertandingan, tetapi setiap permain dihitung dua kali, sehingga dari 30 : 2 = 15, maka aka nada 15 pertandingan.

2 $\frac{n(n-1)}{2}$ pertandingan

3 10 kelompok

Bagaimana hubungan antara kecepatan dengan jarak henti? Hlm.118–120

1, 2, 3 dihilangkan

4 $y = 0.28x$

5 $y = 0{,}0075x^2$

6 Jarak reaksi = 28 m, jarak pengereman = 75 m, jarak henti = 103 m

7 (1) dihilangkan

(2) (contoh) Sebagaimana kecepatan bertambah, jarak reaksi bertambah panjang.

Mari kita pose masalah! Hlm.160

1, 2 dihilangkan

Mari kita tentukan kemungkinan posisi kapal–kapal Hlm.181–182

1, 3 dihilangkan

2 2.Lingkaran melalui 3 titik A, C, P, sudut APC adalah sudut keliling di hadapan busur AC. Oleh karena itu, sudut pusat menjadi 2 × 28⁰ = 56⁰. Dalam hal ini, jika segitiga sama kaki OCA dengan AC sebagai alas dan sudut pada kakinya 62⁰ digambarkan. Puncak O menjadi pusat lingkaran.

Mari kita temukan range penglihatan melalui puncak sebuah gedung! Hlm.206–207

1, 3 dihilangkan

2 pendekatan kira–kira 61,4 km

4 range pendekatan sebesar 233 km

Prediksi yang Keliru Hlm.222

1 (contoh) Pada saat itu hanya sedikit rumah tangga memiliki pesawat telepon dan mobil.

2 (contoh) Nomor panggilan acak

Mengulang Pelajaran Kelas VII, VIII, IX dan Masalah–masalah yang Lebih Luas

[Jawaban]

Menjabarkan dan Memfaktorkan Hlm.256–257

1 (1) −13 (2) 11 (3) −6 (4) −2

(5) $\frac{5}{12}$ (6) 1,4 (7) −48 (8) −4

(9) 28 (10) 16 (11) −6 (12) 39

(13) 16

2 (1) $-10x$ (2) $3a - 7$

(3) $-\frac{1}{12}x + 5$ (4) $35x$

(5) $-2a + 3$ (6) $\frac{3}{4}a$

(7) $9x$ (8) $-11x - 3$

3 (1) $-2x - 5y$ (2) $-x^2 - 5x + 10$

(3) $2x^2 - x - 3$ (4) $2x + 13y$

(5) $\frac{-a-b}{15}$ (6) $\frac{-3x+13y}{18}$

(7) $-24ab$ (8) $2x$ (9) $\frac{2a^2}{3b}$

(10) $12x^2$

4 (1) $x = -8$ (2) $x = 4$ (3) $x = -12$

(4) $x = 2$ (5) $x = -4$ (6) $x = -\frac{5}{2}$

(7) $x = 7$ (8) $x = 3$ (9) $x = -9$

(10) $x = -17$ (11) $x = 10$ (12) $x = 8$

(13) $x = 13$ (14) $x = -3$

5 (1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} x = -6 \\ y = -4 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} x = -1 \\ y = -9 \end{cases}$ (8) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases}$

6 (1) 13 (2) −9 (3) 2

7 a = 2, b = 3

8 $(17x + y)$ orang

9 4800 m

10 35

11 laki–laki 133 orang, perempuan 243 orang

Aplikasi Grafik dan Fungsi Hlm.258–259

1 (1) $y = -6x$, $y = 30$

(2) $y = \frac{36}{x}$, $y = 12$

2 (1) $y = -3x + 7$ (2) $y = 2x + 5$

(3) $y = \frac{1}{2}x - 4$

3 (1) A...3 rotasi, B... $\frac{12}{5}$ rotasi, C...2 rotasi

(2) $xy = \frac{180}{x}$

(3) $y = \frac{180}{x}$, A...20 rotasi, B...16 rotasi, C... $\frac{40}{3}$ rotasi

4 (1) $y = 8x$ (2) $0 \le x \le 6,\ 0 \le y \le 48$

(3) setelah 3 detik

5 (1) A(3, 4), B(1, 0), D(9, 0)

(2) 16

6 (1) 25 orang (2) 0,28

(3) lebih dari 40 cm tetapi kurang dari 50 cm

(4) 49,8 cm

7 $157{,}35 \le a < 157{,}45$

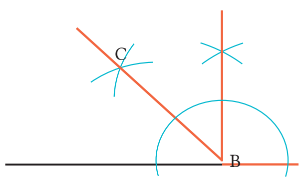
Nilai kesalahan mutlak kurang dari 0,05 cm

8 $\frac{5}{12}$

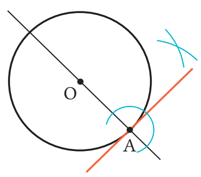
9 (1) $\frac{7}{15}$ (2) $\frac{4}{5}$

Gambar–Gambar Hlm.260–261

1



2



3 (1) ΔDEO

(2) (contoh)

- Misalkan BO adalah sumbu dari target dan bergerak simetris, dari titik B ke titik O, mempunyai panjang BO
- Bergerak dari titik B ke titik O mempunyai panjang BO, kemudian bergerak secara simetris, dengan sumbu OE sebagai target

4 (1) AE, CG, DH

(2) AB, AE, DC, DH

(3) AE, BF, EH, FG

(4) DC, DH, CG, HG

(5) AB, EF, HG, DC

5 (1) 288° (2) 144π cm^2

(3) 128π cm^3

6 Luas permukaan ...144π cm^2, Volume...288π cm^3

7 (1) $\angle x = 63°$ (2) $\angle x = 34°$ (3) $\angle x = 26°$

8 ΔABP dan ΔCAQ

Berdasarkan anggapan, AB = CA ①

∠BPA = ∠AQC = 90° ②

∠BAP = 90°– ∠CAQ

Karena jumlah sudut dalam sebuah segitiga adalah 180°,

∠ACQ =180° – 90° – ∠CAQ

= 90° – ∠CAQ

Maka, ∠BAP = ∠ACQ ③

Dari ①, ②, dan ③ sebab panjang dari sisi miring yang bersesuaian dan sudut lancip yang saling bersesuaian adalah sama

Dalam segitiga siku–siku ΔABP ≡ ΔCAQ. Jadi, BP = AQ

9 Dari AB = AC, ∠B = ∠C

Dari FG = FC, ∠FGC = ∠C

Sehingga, ∠B = ∠FGC

Karena sudut yang bersesuaian sama, EB // FG ①

Dari AB = AC, AE = AF,

Maka, AB – AE = AC – AF

Juga, EB = FC

Maka, FC = FG

EB = FG ②

Dari ① dan ②

Berhubung sepasang sisi berlawanan saling sejajar dan sama panjang, maka segi empat EBGF merupakan jajar genjang.

10 ΔACP, ΔABP

11 Berdasarkan anggapan, AC //DE ①

Dari AD // BC, AD // CE ②

Dari ① dan ② karena dua sisi dari sisi–sisi yang saling berlawanan sejajar,Segi empat ACED merupakan jajar genjang, maka

AC =DE ③

Berdasarkan anggapan, AC = DB

dari ③ dan ④ DB = DE

Karena panjang kedua sisinya sama, maka segitiga ABC adalah segitiga sama kaki

maka, ΔDBE = ΔDEB ⑤

ΔABC dan ΔDCB, BC saling sekutu.

Dari ① karena sudut–sudut yang saling bersesuaian sama besar, ΔACB = ΔDEC ⑦

dari ⑤ dan ⑦ ΔACB = ΔDBC ⑧

dari ④, ⑥, dan ⑧ oleh karena kondisi sama dan sebangun, sisi – sudut – sisi, ΔABC ≡ ΔDCB

maka, AB = DC

Bab 1 | Pernyataan Perhitungan

Hlm.262

1 (1) $-8a^2 + 28a$ (2) $10xy + 6y^2$
(3) $12a^2 + 6ab$ (4) $-3x + 2$
(5) $3a - 2b$ (6) $16x - 4y$

2 (1) $6x^2 + xy - 15y^2$
(2) $2a^2 - 5ab - 5a - 3b^2 + 15b$
(3) $x^2 - 3x - 40$ (4) $a^2 + 10a + 25$
(5) $x^2 - 4xy + 4y^2$ (6) $y^2 - \frac{1}{4}$
(7) $4a^2 - 4ab + b^2 - 10a + 5b - 6$
(8) $x^2 - 2xy + y^2 - 8x + 8y + 16$

3 (1) $-17x + 60$ (2) $-9x + 23$

4 (1) $x(a - 2b)$ (2) $xy(4x + 3y - 1)$
(3) $(x + 2)(x - 7)$ (4) $(x - 2)(x - 4)$
(5) $(x - 4y)^2$ (6) $(2x + 5)^2$
(7) $(4a + 7b)(4a - 7b)$
(8) $\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{4}\right)\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{4}\right)$
(9) $3(x + 1)(x + 3)$ (10) $-3x(y + 2)(y - 2)$
(11) $(x + 4)(x - 3)$ (12) $(a + b)(x - 2)$
(13) $(a - 4)(b - 4)$

5 3

6 Jika ita misalkan n adalah bilangan bulat, 1 lebihnya daripada sebuah bilangan kelipatan 3 adalah 3n + 1, 1 lebih kecil dari kelipatan 3 yang sama adalah 3n − 1.
$(3n + 1)^2 - (3n - 1)^2$
$= 9n^2 + 6n + 1 - (9n^2 - 6n + 1)$
$=12n$
Oleh karena itu, selisih dari kuadrat bilangan kelipatan 3 yang 1 lebih besar dengan kuadrat dari kelipatan 3 yang 1 kurangnya merupakan sebuah bilangan kelipatan dari 12..

Bab 2 | Akar Kuadrat

Hlm.263

1 (1) ± 7 (2) $\pm\sqrt{13}$
(3) $\pm\frac{3}{8}$ (4) $\pm 0,6$

2 (1) 11 (2) −5 (3) 0,16 (4) 7

3 (1) $-\pm\sqrt{20}, -4, -\sqrt{15}, \sqrt{24}, 5$
(2) Pecahan... $\sqrt{144}, -\frac{1}{4}, \frac{5}{2}$
Bilangan irrasional ... $-\sqrt{13}, \frac{\pi}{2}$

4 (1) $2\sqrt{3}$ (2) $40\sqrt{2}$
(3) $3\sqrt{5}$ (4) $\frac{26}{3}$

5 (1) 26,46 (2) 83,67
(3) 0,8367 (4) 15,876

6 (1) $13\sqrt{13}$ (2) $7\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$
(3) $-2\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{6}$
(5) $2\sqrt{5}$ (6) $7\sqrt{2}$

7 (1) $\sqrt{15}$ (2) $12\sqrt{2} + 6$
(3) $9 - 6\sqrt{2}\ 9 - 6\sqrt{2}$ (4) $-3 + 2\sqrt{7}$

8 $4\sqrt{5}$ cm

Bab 3 | Persamaan Kuadrat

Hlm.264

1 (1) $x = 1, x = -8$ (2) $x = 0, x = -4$
(3) $x = 3, x = -9$ (4) $x = 3, x = 6$
(5) $x = 8, x = -5$ (6) $x = 9$
(7) $x = \pm\frac{5}{3}$ (8) $x = -2, x = -3$
(9) $x = 2, x = -8$ (10) $x = 5, x = -7$

2 (1) $x = \pm 3\sqrt{2}$ (2) $x = \pm 5$
(3) $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4) $x = \pm\frac{22}{3}$
(5) $x = -3 \pm \sqrt{27}$ (6) $x = 6 \pm 2\sqrt{6}$

3 (1) $x = -\frac{35}{2}$ (2) $x = 3 \pm \sqrt{6}$
(3) $x = \frac{34}{8}$ (4) $x = \frac{1}{2}, x = -1$
(5) $x = -\frac{21}{3}$ (6) $x = \frac{3}{2}, x = -3$

4 Misalkan lebar dari ukuran hamparan bunga adalah x m.
$(18 - x)(30 - 2x) = 18 \times 30 \times \frac{2}{3}$
Jika kita selesaikan masalahnya, maka akan didapatkan $0 < x < 30$, $x = 3$.
Jawab: 3 m.

5 Setelah x detik dari titik P dan Q bergerak, maka luasnya menjadi 52 cm^2,
$\frac{1}{2} \times 16 \times 8 - \frac{1}{2}(8 - x) \times 2x = 52$
Jika kita selesaikan, maka jawabnya: setelah 2 detik, 6 detik.

Bab 4 | Fungsi $y = ax^2$

Hlm.265

1 (1) $y = \frac{1}{4}x, y = 9$ (2) $a = -\frac{2}{3}$
(3) $y = 4x^2$ (4) $0 \le y \le 18$

2 (1) −6 (2) a = 3

3 (1) A(−2, 2) (2) $a = \frac{1}{2}$
(3) 12

4 (1) mendekati 1 m (2) mendekati 4 m
(3) mendekati 8 m

Bab 5 | Kesebangunan

Hlm.266

1 (1) $x = 4,\ y = 15$ (2) $x = \frac{16}{5},\ y = 15$

2 (1) $\Delta DBA, \Delta DAC, \Delta EBF$

(2) $\Delta ABC, \Delta EBF$

(3) EF = 15 cm, AD = 30 cm

FC = 37,5 cm

3 Pada ΔABC, titik E dan F berturut–turut adalah titik tengah dari sisi AB dan AC, karenanya

$$EF // BC,\ EF = \frac{1}{2}BC \quad ①$$

Pada ΔDBC,

$$GH // BC,\ GH = \frac{1}{2}BC \quad ②$$

Dari ① dan ② EF//GH, EF//GH

Oleh karena ada sepasang sisi yang sejajar, maka terbukti bangun EFGH merupakan sebuah jajar genjang.

4 (1) 10 cm^2 (2) 540 cm^3

Bab 6 | Lingkaran

Hlm.267

1 (1) $\angle x = 52^\circ$ (2) $\angle x = 116^\circ$

(3) $\angle x = 20^\circ$ (4) $\angle x = 68^\circ$

(5) $\angle x = 87^\circ$ (6) $\angle x = 32^\circ$

2 Pada jajargenjang, besar sudut–sudut yang saling bersebrangan sama. $\angle ABD = \angle D$ ①

Semua sudut keliling yang menghadap (AC) sama besar, $\angle ABC = \angle AED$ ②

Dari ① dan ② maka $\angle D = \angle AED$

karena memiliki 2 sudut yang sama besar.

3 30 cm^2

Bab 7 | Teorema Pythagoras

Hlm.268

1 (1) $x = 4\sqrt{2}$ (2) $x = 7$

(3) $x = 3\sqrt{13}$

2 AH = $4\sqrt{3}$ cm, AC = $4\sqrt{6}$ cm

BC = $(4 + 4\sqrt{3})$ cm

3 $3\sqrt{5}$

4 $8\sqrt{3}$ cm

5 Volume = $\frac{327}{3}$ cm^3

Luas permukaan = $\left(16 + 32\sqrt{2}\right) cm^2$

Bab 8 | Survei Sampel

Hlm.269

1 (1) survei populasi (2) survei sampel

(3) survei sampel (4) survei populasi

(5) survei sampel

2 165 cm

3 300 bola merah

4 330 ekor ikan

Soal–soal komprehensif ①

Hlm.270–271

1 (1) Selisih harganya adalah 2400 yen yang sama dengan 3 buah kaos tambahan. Jadi harga sebuah kaos adalah 800 yen.

Jika kita memesan sebanyak x kaos original dan y

(2) kaos polos, maka

$800\ (x - 50) + 1000 \times 50 + 500y = 78.600$

$x + y = 100$

Penyelesaian sistem persamaan di atas adalah x = 62 , y = 38

Jawaban : 62 kaos original dan 38 kaos polos

2 (1) ① $y = 900 + 60x$

② $y = 150x$

(2) 7 m^3...1320 yen $\longrightarrow$18 m^3...2700 yen

3 (1) $96\sqrt{6}$ cm^3 (2) $\frac{36}{5}$ cm

4 (1) setelah 14 detik (2) 6 cm^2

5 (1) $\frac{1}{12}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{7}{36}$

6 (1) $4\sqrt{6}$ cm (2) $20\sqrt{3}$ cm^2

Soal–soal komprehensif ②

Hlm.272–273

1 (1) rata–rata kelas 3,6 hari dan kelas B 3,5 hari. Sehingga murid–murid di kelas A lebih rajin berolahraga karena nilai rata–ratanya lebih besar.

(2) 1.600 orang

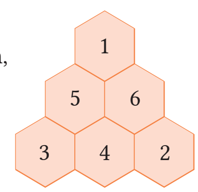
2 (1) ⓓ (2) 99 cm^2

3 (1) 80 (2) 4 (3) 1, 3, 5, 7

(4) 21 (5) 45

4 (1) 28 segienam beraturan, $672\sqrt{3}$ cm^2

(2) (contoh)



Indeks

Lampiran 1

Rangkuman Sifat-Sifat Bangun Datar

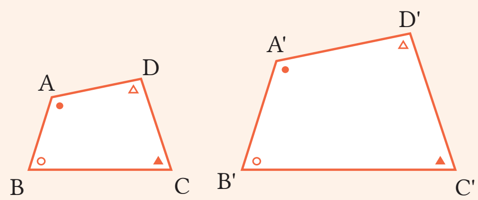
Mari kita mengulang kembali apa yang telah kita pelajari dengan mengisi ____ berikut ini. .

Kesebangunan

Sifat-sifat bangun datar yang sebangun. ▶ Hlm.126

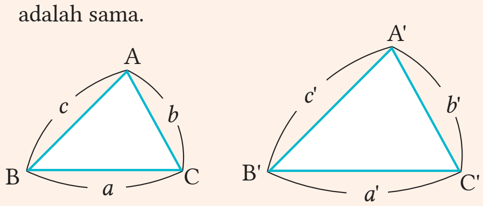
1 Dua bangun datar yang sebangun, sisi-sisi yang bersesuaian memiliki ____ senilai. Sudut-sudut yang bersesuaian ukurannya

2 ____.



Syarat-syarat segitiga-segitiga yang sebangun ▶ Hlm.130

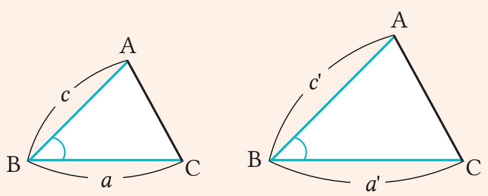
1 Perbandingan panjang ____ adalah sama.



2 Perbandingan panjang dua pasang sisi yang bersesuaian sama dan besar ____ sama.

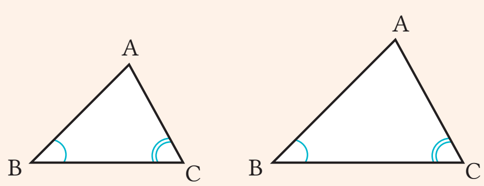
$a : a' = c : c'$

$\angle B = \angle B'$



3 Ukuran ____ sama besar.

$\angle B = \angle B'$



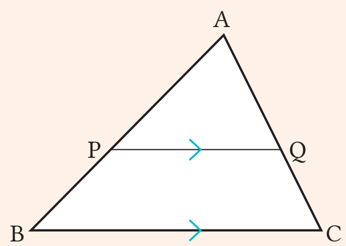
Garis-Garis Sejajar dan Perbandingan Ruas Garis

Garis-garis sejajar dan perbandingan ruas garis. ▶ Hlm.140

Pada ΔABC titik P terletak pada sisi AB dan titik Q terletak pada sisi AC. Jika PQ // BC, maka ,

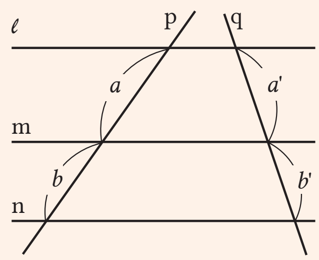
1 Jika PQ // BC, maka
AP : AB = AQ : ____ = ____ : BC

2 Jika PQ // BC, maka
AP : PB = AQ : ____



Perbandingan Panjang Ruas Garis yang Dibagi oleh Garis-garis Sejajar ▶ Hlm.145

Jika dua buah garis dipotong oleh tiga garis sejajar, maka $a : b = a' : b'$

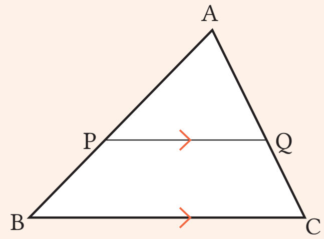


Perbandingan Ruas Garis dan Garis-garis Sejajar. ▶ Hlm.145

Pada ΔABC dimana titik P terletak pada sisi AB dan titik Q pada sisi AC

1 Jika AP : AB = AQ : AC, maka
PQ // ____

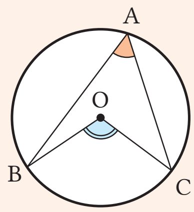
2 Jika AP : AB = AQ : ____, maka
PQ // BC



Sudut Keliling dan Sudut Pusat

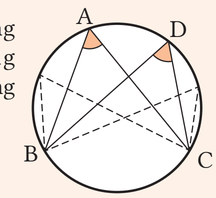
Teorema Sudut Keliling
▸ Hlm.166

1 Besar sudut keliling adalah setengah dari sudut pusat yang menghadap busur yang sama.



∠APB = $\frac{1}{2}$

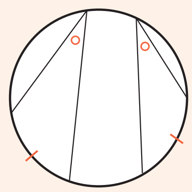
2 Sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama memiliki ukuran yang sama besar.



∠APB = ∠

Busur dan Sudut Keliling.
▸ Hlm.168

Pada sebuah lingkaran,

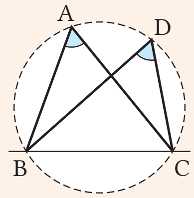


1 yang menghadap busur-busur yang sama panjang memiliki ukuran yang sama.

2 yang yang dibatasi oleh sudut-sudut keliling yang sama besar memiliki panjang yang sama.

Konversi dari Teorema Sudut Keliling.
▸ Hlm.171

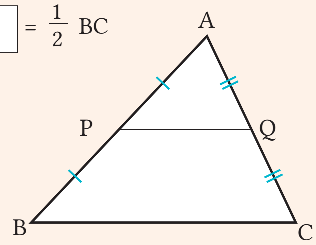
Jika titik P dan Q berada di atas sisi AB, dan APB = AQB, maka titik-titik A, P, Q dan B,



Teorema Titik Tengah
▸ Hlm.146

Pada ΔABC, jika titik M dan N berturut-turut merupakan titik tengah dari sisi AB dan sisi AC, maka,

// BC dan = $\frac{1}{2}$ BC

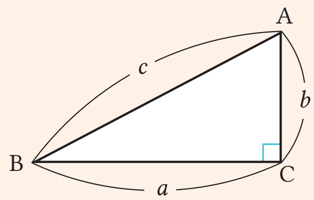


Teorema Pythagoras

Teorema Pythagoras
▸ Hlm.186

Pada sebuah segitiga siku-siku, jika panjang hipotenusa adalah *c*, sedangkan panjang dua sisi lainnya adalah a dan b, maka berlaku persamaan

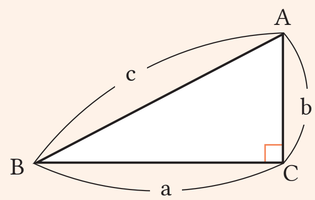
= c^2



Kebalikan dari Teorema Pythagoras
▸ Hlm.189

Jika pada ΔABC dengan panjang sisi-sisinya, b dan c berlaku persamaan $a^2 + b^2 = c^2$

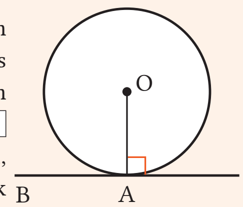
maka, ∠ = 90^0



Garis Singgung Lingkaran

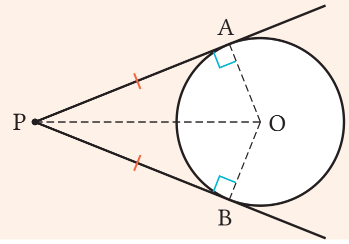
Garis Singgung Lingkaran
▸SMP VII

Garis singgung sebuah lingkaran adalah garis yang menyinggung sebuah lingkaran dan terhadap jari-jari lingkaran, dan melalui sebuah titik singgung.



Panjang Garis Singgung Lingkaran
▸ Hlm.177

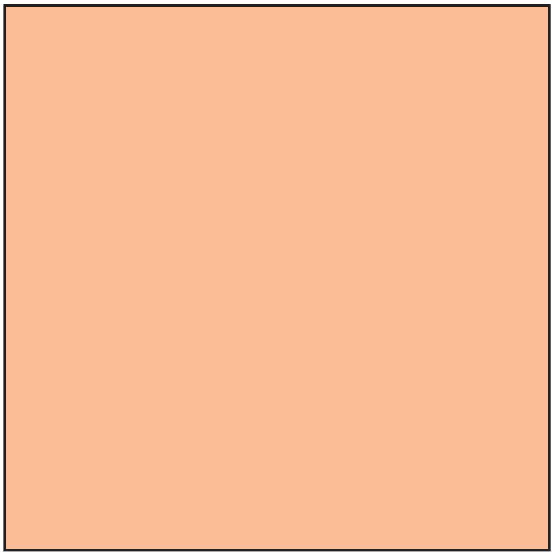
Panjang dua garis singgung yang ditarik dari sebuah titik di luar lingkaran adalah



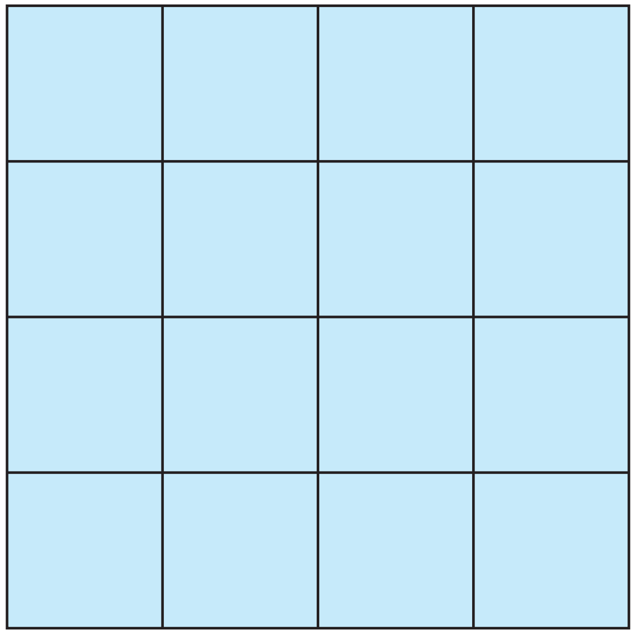
Lampiran 2

Gunakan untuk halaman 17

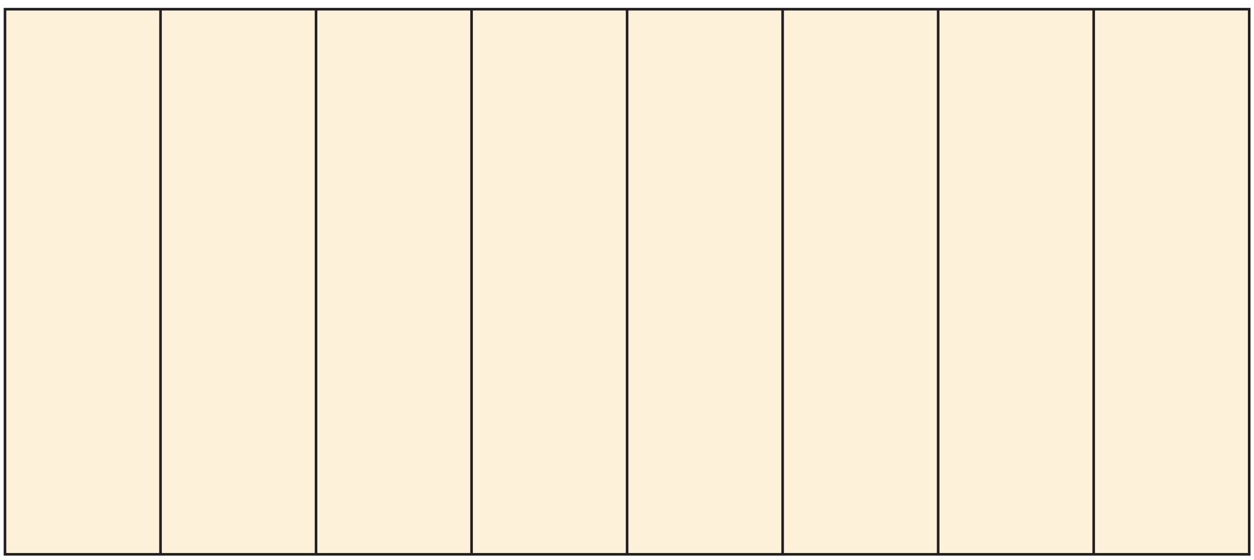
a



c

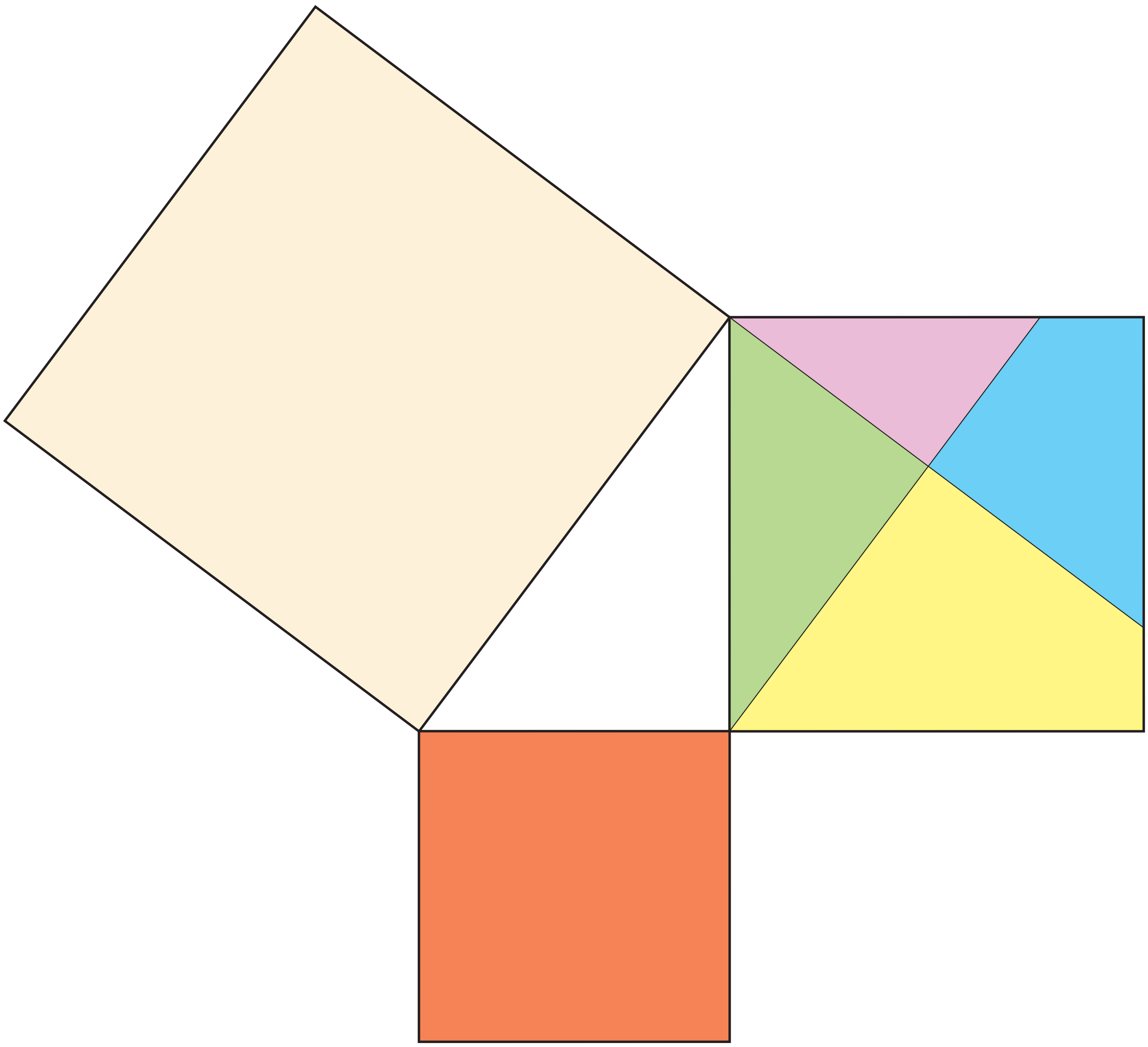


b



Lampiran 3

Gunakan untuk halaman 122



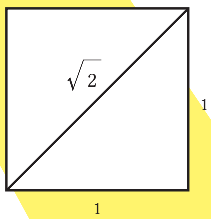
Pythagoras

572 SM – 492 SM

Ahli Matematika Yunani Kuno yang mendirikan sekolah aliran Pythagoras di Croton, dimana para muridnya menyelami ilmu matematika dan membuktikan penemuan-penemuan mereka.

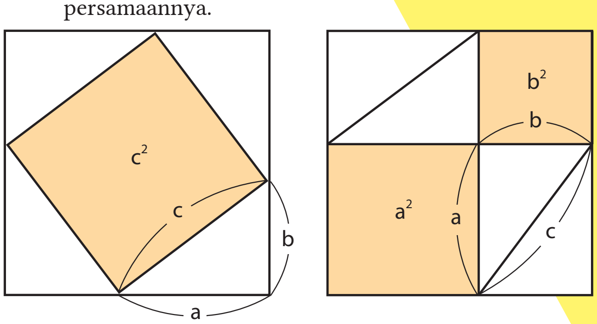
Sumber: mathopenref.com

Pythagoras



Penemuan bilangan-bilangan irasional

Sekolah Pythagoras terbiasa berpikir berdasarkan bilangan, dan unsur-unsur bilangan merupakan dasar dari segala sesuatu. Bilangan-bilangan irasional tidak dapat dilambangkan dengan sebuah perbandingan dari 2 bilangan seperti bilangan rasional. Sehingga, mereka tidak dapat menjelaskannya, karena itu bertentangan dengan persamaannya.



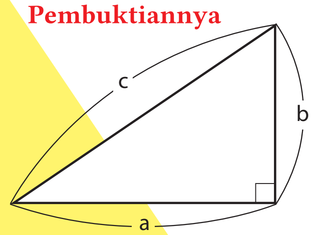
Penyusunan kembali empat buah segitiga siku-siku pada gambar di atas menunjukkan luas yang bersesuaian. Ini adalah pembuktian yang dilakukan oleh Pythagoras.

Sumber: mathscareers.org.uk

Skala Pythagoras

Mereka juga menemukan keselarasan dalam perhitungan tangga nada dasar dengan cara membagi sebuah senar tunggal dengan perbandingan 1 : 2, 2 : 3, 3 : 4. Mereka merasakan bahwa itu adalah perbandingan yang sempurna karena 1 + 2 + 3 + 4 = 10.

Teorema Pythagoras dan Pembuktiannya



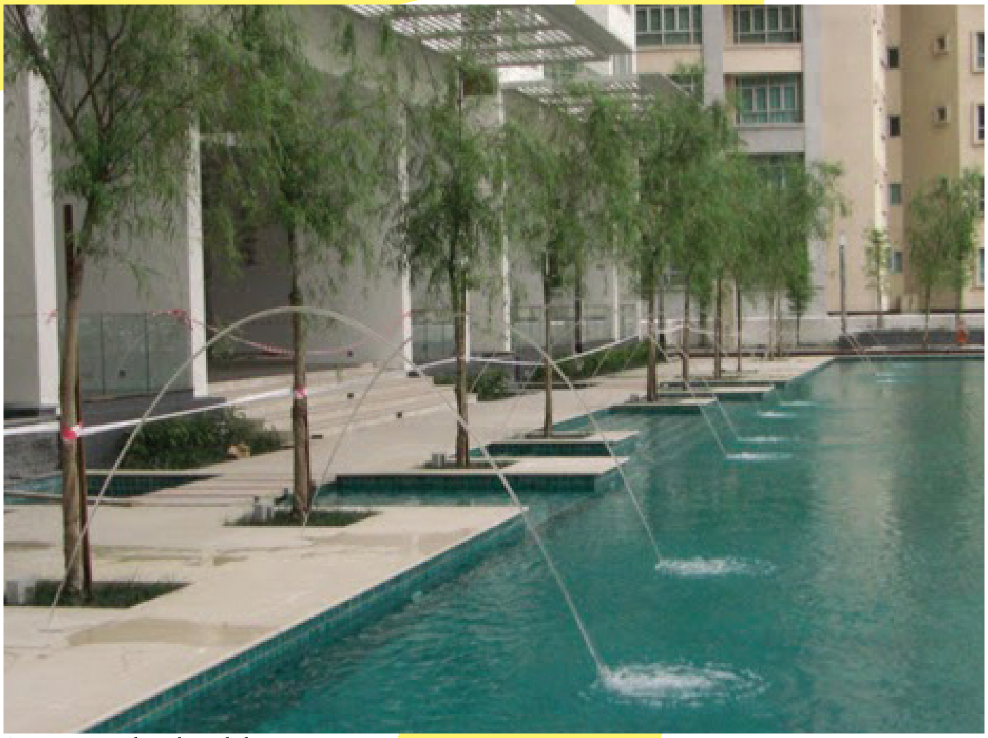
$a^2+b^2=c^2$

Persamaan ini sudah banyak diketahui sejak jaman dahulu, tetapi para pengikutnya menganggap bahwa Pythagoras adalah orang yang pertamakali membuktikannya.

Parabola

Jembatan air mancur
Sumber: buentema.org

Sumber: pxhere.com



Air mancur membentuk parabola
Sumber: esfarindofountain.blogspot.com

Rainbow Bridge (Tokyo)
Sumber: niagarafallslive.com

Bendungan
Sumber: yogyakarta.blogspot.com

Jembatan Kapuas Tayan
Sumber: setkab..go.id

CATATAN

CATATAN

PELAKU PERBUKUAN

Profil Penyadur

Nama Lengkap : Sukarman, M.Pd

Email : Sukarman@labschool.xyz

Instansi : SMP Labschool Jakarta

Alamat Instansi : Jln Pemuda Komplek Unj Rawamangun Jakarta Timur 13220

Bidang Keahlian : Guru Matematika SMP

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir):

1. Guru SMP Labschool Jakarta sejak tahun 2001

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar:

1. SD Negeri I Ori, Kuwarasan, Kebumen, Jawa Tengah
2. SMP N 1 Adimulyo, Kab. Kebumen, Jawa Tengah
3. SMA N Karanganyar, kab. Kebumen, Jawa Tengah
4. S1 IKIP Jakarta Jurusan Pendidikan Matematika Lulus tahun 1997
5. S2 Universitas Negeri Jakarta, Jurusan Pendidikan Matematika, Lulus 2019

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

-

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

-

Informasi Lain dari Penulis/Penelaah/Ilustrator/Editor (tidak wajib):

1. Mentor Moda daring untuk Guru Matematika dari P4TK Matematika
2. Review buku matematika SMP di Erlangga

Nama Lengkap : Wahyu Setyaningrum
Email : wahyu_setyaningrum@uny.ac.i
Instansi : Pendidikan Matematika, FMIPA-UNY
Alamat Instansi :Karangmalang-Yogyakarta
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir):

1. Dosen Pendidikan Matematika FMIPA UNY(2003-sekarang)
2. Coordinator *Seameo- Seateacher-Teaching practicum* UNY(2016-2019)
3. Reviewer Buku ajar – Puskurbuk(2016-2018)

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar:

1. S1 Pendidikan Matematika, UNY-Yogyakarta(1999-2003)
2. S2 Mathematics and Science Education, Monash University-Australia(2007-2009)
3. S3 Education, University of Dundee-UK(2011-2015)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Media Pembelajaran Matematika (in press)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

No.	Tahun	Judul Penelitian
1	2016	Analisis Kemampuan Komunikasi Dan Koneksi Matematis Mahasiswa Dalam Statistika
2	2016	Persepsi Calon Guru Perempuan tentang Pengalaman Mengajar di Masa “induksi” Karir: Analisis Gender
3	2017	Persepsi Guru dan Siswa terhadap Penggunaan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Teknologi
4	2017	Developing an Online System for Diagnosing Mathematics Learning Difficulties Based on A Comparative Study Between Indonesia and Japan
5	2017-2018	Efektivitas Pembelajaran Kolaboratif dengan pendekatan Worked Example dalam Pengembangan Kemampuan Berifikir Tingkat Tinggi
6	2017-2018	Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Edutainment Berbasis Android dengan Program Construct 2

7	2018	Pengembangan Model Micro Teaching Untuk Meningkatkan Pedagogical Content Knowledge Mahasiswa Calon Guru Matematika
8	2019	Pengembangan Buku Panduan Micro Teaching Untuk Meningkatkan Pedagogical Content Knowledge Mahasiswa Calon Guru Matematika
9	2019	Pengembangan Media Implementasi STEM Berbasis Augmented Reality di Malaysia dan Indonesia
10	2019	Efektivitas Pembelajaran Kolaboratif dengan pendekatan Worked Example dalam Pengembangan Kemampuan Berifikir Tingkat Tinggi
11	2019 - 2020	Media Pembelajaran Matematika Berbasis Augmented Reality untuk Meningkatkan Literasi Digital di Era Industri 4.0

Profil Penelaah

Nama Lengkap : Budi Poniam, M.Si.
E-mail : budi.poniam@sampoernauniversity.ac.id
Instansi : Universitas Sampoerna
Alamat Instansi : Jalan Raya Pasar Minggu Kav 16 Pancoran, Jakarta Selatan
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. Sarjana Fisika (S1) Universitas Indonesia (lulusan tahun 1994)
2. Magister Matematika (S2) Universitas Indonesia (lulusan tahun 2016)

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Dosen tetap di Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Sampoerna (2011)
2. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika (2019)
3. Anggota Tim Penulis Capaian Pembelajaran-Kemdikbud (2020)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

-

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Prosiding Konferensi Nasional Matematika (KNM XVII) (2014, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya)
   Pelabelan Graceful Super Fibonaci pada Graf Friendship dan Variasinya.
2. Prosiding Seminar Nasional Matematika (SNM 2017) (2017, Universitas Indonesia)
   Polinomial Karakteristik dan Spektrum Matriks Adjacency dan Anti-adjacency dari Graf Friendship Tak Berarah dan Berarah.

3. Jurnal Riset Pembelajaran Matematika Sekolah: Vol 4 No 2 (2020)
   Analysis of mathematical Content Knowledge of Elementary Teachers in Lampung Utara Regency: A Baseline Study
4. Jurnal Riset Pendidikan Matematika 7 (1), 2020, 88-96
   An analysis of place value content in the Curriculum 2013 thematic textbooks for grades 1 and 2
   Salsabila Shiellany (1), Budi Poniam (2)

Nama Lengkap	:	Dr. Iva Sarifah, M.Pd
E-mail	:	-
Instansi	:	Universitas Negeri Jakarta
Alamat Instansi	:	Jl. Rawamangun Muka No. 1 Jakarta Timur
Bidang Keahlian	:	Pendidikan Matematika Penelitian dan Evaluasi Pendidikan

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S1 Pendidikan Matematika Tahun 1984
2. S2 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Tahun 1997
3. S3 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Tahun 2010

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Dosen Program Studi S1 PGSD FIP UNJ
2. Dosen Program Studi S1 Pendidikan Anak Usia Dini FIP UNJ
3. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Dasar Pascasarjana UNJ
4. Dosen Program Studi S2 Teknologi Pendidikan Pascasarjana UNJ
5. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Anak Usia Dini Pascasarjana UNJ
6. Dosen Program Studi S2 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Pascasarjana UNJ
7. Dosen Program Studi S3 Pendidikan Dasar Pascasarjana UNJ
8. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Dasar Universitas Terbuka
9. Instruktur PLPG
10. Penilai buku teks dan nonteks Puskurbuk.

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

-

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Pengembangan Penilaian Kinerja sebagai Alternatif untuk Mengukur Kemampuan Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2021.

2. Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis ICT Literacy pada Pembelajaran Matematika bagi Siswa Sekolah Dasar di Era Pandemi Covid-19 dalam Rangka Mensukseskan Merdeka Belajar. Tahun 2021.
3. Pengembangan Instrumen Kemampuan Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika di SD. Tahun 2020.
4. Pengembangan Buku Cerita Digital Anak Berbasis Penanaman Karakter untuk Anak Usia SD. Tahun 2020.
5. Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Geometri Berbasis Realistik Matematika dalam Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2019.
6. Pengaruh Self Efficacy Belief, Kemampuan Matematika, Motivasi Kerja, dan Pengetahuan Mengkonstruksi Tes terhadap Kualitas Instrumen Tes Buatan Guru SD di DKI Jakarta. Tahun 2019.
7. Pengaruh Self Efficacy dan Mathematical Disposition terhadap hasil Belajar Matematika Siswa SD Kelas V di Jakarta Timur. Tahun 2018.
8. Peningkatan Self Efficacy Belief Mahasiswa Program Studi PGSD FIP UNJ melalui Penerapan Problem Based Learning pada Perkuliahan Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2017.
9. Pengembangan Model Brain Based Learning pada Jenjang Pendidikan Anak Usia Dini untuk Menumbuhkan Kreativitas Manusia Indonesia Sejak Dini. Tahun 2016
10. Kajian Fungsi Tools dalam LCMS e-front untuk Pengembangan e-content bagi Matakuliah Matematika di Jurusan PGSD Fakultas Ilmu Pendidikan UNJ. Tahun 2015.
11. Pengembangan Model Evaluasi Diri Sekolah secara Online. Tahun 2014.
12. Persepsi Civitas Akademika FIP UNJ tentang Penjaminan Mutu FIP UNJ. Tahun 2013.
13. Sikap Mahasiswa terhadap Program Kerjasama di Jurusan PGSD FIP UNJ. Tahun 2012.

Nama Lengkap	:	Dr. Yudi Satria M.T.
E-mail	:	-
Instansi	:	Universitas Indonesia
Alamat Instansi	:	Departemen Matematika, FMIPA UI, Kampus UI Depok
Bidang Keahlian	:	Matematika

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S3 - Ilmu Komputer, Universitas Indonesia, Tahun 2006
2. S2 – Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung, Tahun 1998
3. S1 - Matematika, Universitas Indonesia, Tahun 1991

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Staf Pengajar Departemen Matematika FMIPA UI

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

-

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

-

Profil Ilustrator

Nama Lengkap	:	Moch Isnaeni
E-mail	:	abah707@gmail.com
Instansi	:	Nalarstudio
Alamat Instansi	:	Jl. Kopo Gg. Lapang 1 No.479 b
Bidang Keahlian	:	Ilustrator

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. SDN Babakan Ciparay 4 Bandung
2. SMPN 8 Bandung
3. SMAN 18 Bandung
4. UPI Seni Rupa S1 Bandung

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Owner Nalrstudio

Judul Buku yang Pernah Dibuat Ilustrasi dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Sudah mengisi 5 ribu ilustrasi buku anak di dalam dan luar negeri
2. Terlibat di beberapa projek animasi nasional
3. Terlibat dalam pembuatan media edukasi dengan KEMENDIKNAS sampai sekarang

Nama Lengkap	:	Imam Kr Moncol
E-mail	:	ikrmoncol@yahoo.com
Instansi	:	-
Alamat	:	Jl. Rasamala No. 32 RT 02 RW 03 Curugmekar, Kec. Bogor Barat, Kota Bogor
Bidang Keahlian	:	Ilustrasi (Menggambar) dan Menulis

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. SMA (1985 - 1988)

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Ilustrator di Penerbit Yudhistira (1994 - 2012)
2. Ilustrator di Penerbit Zikrul Hakim (2012 - 2017)
3. Ilustrator di Penerbit Quadra (2017 - Sekarang)
4. Ilustrator dan Penulis Freelance di banyak penerbit

Judul Buku yang Pernah Dibuat Ilustrasi dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Ilustrasi Buku Sekolah semua bidang studi dan kelas sudah pernah dibautnya di penerbit Yudhistira dan Quadra Inti Solusi
2. Beberapa karya buku cerita anak yang ditulis dan digambar sendiri pernah diterbitkan di Penerbit Elexmedia, CPB, Zikrul Hakim
3. Komik Pilkada, Bangga Jakarta yang diterbitkan oleh Penerbit Rumah Demokrasi

Profil Editor

Nama Lengkap	:	Drajat, S.Pd. M.M.Pd.
E-mail	:	saunggeulis2020@gmail.com
Instansi	:	SMP Negeri 1 Cangkuang, Kab. Bandung
Alamat Instansi	:	Jl. Tenjolaya, Desa Ciluncat, Kec. Cangkuang Kab. Bandung
Bidang Keahlian	:	Guru Matematika, Penulis, Asesor Buku Nonfiksi dan Penyuntingan

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. SD Negeri Pagarsih VIII Bandung
2. SMP Negeri 24 Bandung
3. SMA Negeri 18 Bandung
4. S1 IKIP / UPI Bandung Jurusan Pendidikan Fisika
5. S2 STIE Ganesha Jakarta Jurusan Manajemen Pendidikan

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Guru SMP Negeri 1 Cangkuang
2. Konsultan Karya Ilmiah
3. Pemimpin Redaksi Majalah Hibar

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Matematika Bikin Ketawa, Dar Mizan
2. Cara Praktis Jago Matematika untuk SMP & SMA, Dar Mizan
3. Korek Api Ajaib dan Tabungan ke Surga, Dar Mizan
4. Pengantar Metodologi Pembelajaran, Bintang Cerdas
5. Sungai di mana Air Mengalir , Pendidikan Dasar dan Menengah Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
6. Cara Mudah Membuat PTK , Insan Cendekia Mandiri, 2020
7. Darurat Literasi, Insan Cendekia Mandiri 2021

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Menumbuhkembangkan Minat Siswa Belajar Matematika dengan Menggunakan Metode Quantum Teaching (2017).
2. Menumbuhkan Minat Belajar Matematika dengan Metode Cerdas (Cerita dan Aplikasi) (2019)
3. Menumbuhkembangkan Minat Siswa Belajar Matematika di Masa Pandemi dengan Memanfaatkan Media Sosial WhatsApp Materi Kesebangunan di Kelas IX A SMP N 1 Cangkuang Kab. Bandung

Profil Desainer

Nama Lengkap : Muhammad Panji Musthafa

E-mail : panjimusthafa2@gmail.com

Bidang Keahlian : Layout/Settting

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. 2018 – sekarang : Staff Kreatif SMK Islam PB Soedirman 2 dan Freelancer
2. 2017 – sekarang : Freelancer Pusat Kurikulum dan Perbukuan
3. 2014 – 2016 : Staff Admin Agency Asuransi

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Buku Teks PJOK kelas 8 Kemendikbud
2. Buku Teks SMK Kehutanan kelas 11 Kemendikbud
3. Buku Siswa Teks SMP kelas 9 Kemendikbud